



**Universidad de Matanzas
Sede “Camilo Cienfuegos”
Facultad de Educación
Departamento de Matemática**

**TESIS PRESENTADA EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MASTER EN
CIENCIA ESPECIALIDAD MATEMÁTICA EDUCATIVA**

TÍTULO: Enseñanza de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos

Autor: Lic. Américo Camoli Sucuacueche

Tutor: Dr.C. Reinaldo Hernández Camacho

Matanzas - Cuba

2020

Año 62 de la Revolución

"...No hay enseñanza sin investigación ni investigación sin enseñanza..." Paulo Freire

Pensamiento

".... Educar es depositar en cada hombre toda la obra humana que le ha antecedido, es hacer a cada hombre resumen del mundo viviente hasta el día en que vive y es ponerlo a nivel de su tiempo para que flote sobre él y no dejarlo debajo de su tiempo, con lo que no podrá salir a flote; es preparar al hombre para la vida..."

José Martí (1963: 428)

".... Enseñar no es transferir conocimientos sino crear las posibilidades para su producción o su construcción. Quien enseña aprende al enseñar y quien aprende enseña al aprender..."

Paulo Freire

Dedicatoria

➤ *A mi maravillosa familia Sucuacueche, por suportaren todos estos años de mi ausencia y por darme el apoyo necesario para enfrentar los momentos más difíciles durante la formación:*

✚ *A mi padre Manuel Sucuacueche y mi madre Elisa Chitaca.*

✚ *A mis hermanos: José; Clarice; Chilombo; Rodrigues; Yara; Bonéfácio; Campos; Pedro; Bernarda y Maurícia.*

✚ *A la memoria de mi hermano Teodoro Ngoyoma.*

➤ *Dedico también a todos aquellos que no creyeron en mí; a aquellos que esperaban mi fracaso en cada paso que daba hacia la culminación de mi formación; a aquellos que nunca esperaban que lograría terminar la redacción de este trabajo y apozaban a que me rendiría a medio camino.*

A TODOS, LES DEDICO.

Agradecimiento

Siempre he creído que los logros que cada uno va consiguiendo a lo largo de su vida, no son solamente el mérito del esfuerzo de esa persona; sino también de todos los que le rodea. Por eso expreso mis profundos y sinceros agradecimientos:

A Dios que hasta aquí me ha ayudado y me ha sostenido por su gracia y favor, dando-me sabiduría y fuerza para luchar y salir siempre adelante.

A mí padre Manuel Sucuacueche y a mí madre Elisa Chitaca, que son el principal motivo de todos estos esfuerzos, gracias por el apoyo incondicional a lo largo de toda mi vida; por creer en mi capacidad para culminar mis metas; por su motivación; por su cuidado; amor y por educarme con este espíritu constante de luchar por mis sueños.

A todos mis hermanos (as), por su constante apoyo, por estar siempre pendiente a mí y a mi formación dándome ánimo para seguir adelante.

A mis tíos (as); primos (as); Cuñados (as) y sobrinos (as) por su preocupación, incentivo, y por depositarme la confianza total.

Al Dr. C. Reinaldo Hernández Camacho por brindarme la oportunidad de ser mi tutor, gracias por la colaboración, por la paciencia y disponibilidad que siempre ha tenido para hacerse posible la elaboración de esta tesis.

Al Sector de Atención Estudiantil de la embajada angolana en Cuba, en la persona de Dr. Eugenio Dos Santos Nováis; y a la Directora de Relaciones Internacionales de la Universidad de Matanzas la Dra. Laura Elena Becalli Puerta, por su valiosa cooperación y preocupación para que esta formación fuera posible.

A la coordinadora de esta maestría la Dr. C Lourdes Tarifa Lozano y al secretario Dr. C. Walfredo González Hernández, por su colaboración, incentivo y motivación.

A todos mis profesores que nunca desistieron en enseñarme; aun sin importar que muchas veces no ponía atención en las clases, sin embargo continuaron depositando su confianza y su esperanza en mí, gracias por compartir sus conocimientos, experiencia, motivaciones en el camino de la ciencia, que con entusiasmo y dedicación han contribuido.

Al departamento de matemática, de física y de informática, y a todo el colectivo que forman parte de la Universidad de Matanzas en especial a la Decana de la Facultad de Educación la Dr. C Ivis Nancy Piedra Navarro, por su preocupación.

A todos mis compañeros de batalla, con los cuales tuve el privilegio de compartir conocimientos, durante todos estos años de formación, en especial a los cubanos.

A todos aquellas personas que no he mencionado, y que han contribuido de manera directa o indirecta, para el logro de este título académico.

A TODOS USTEDES, MUCHAS GRACIAS

Correo: americo.camolii@gmail.com

Resumen

La presente investigación aborda sobre la enseñanza de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos. El objetivo es elaborar una estrategia didáctica que contribuya al mejoramiento del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos, en la carrera de matemática de la Escuela Superior Pedagógica de Namibe, y para su cumplimiento se emplea el software educativo Matemática numérica que tiene la particularidad de liberar a los estudiantes de la rigurosa tarea de realizar grandes cálculos aritméticos que son aburridos. La investigación se fundamenta en una concepción dialéctica materialista, además se emplean métodos de nivel teórico, empírico y estadísticos que permitieron constatar las insuficiencias en cuanto al proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos. La estrategia didáctica está compuesta por un objetivo general, cuatro etapas con los requisitos metodológicos para su implementación, encada una de estas se tiene en cuenta su objetivo específico, las acciones del profesor y del estudiante así como las sugerencias. Los resultados alcanzados en la validación ponen de manifiesto su efectividad, esto fue posible con la utilización del método criterio de expertos, lo cual permitió evaluar la calidad y pertinencia de la estrategia didáctica para su aplicación en los documentos curriculares de Ecuaciones diferenciales ordinarias y de Matemática numérica.

INTRODUCCIÓN.....	01
CAPITULO 1: EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE PRIMER ORDEN A TRAVÉS DE LOS MÉTODOS NUMÉRICOS.....	08
1.1: Antecedentes históricos del surgimiento de las ecuaciones diferenciales ordinarias en la Matemática.....	08
1.2: Concepción teórica sobre la asignatura Matemática Numérica en las carreras universitarias.....	12
1.3: El proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.....	17
CAPITULO 2:ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL MEJORAMIENTO DEL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE PRIMER ORDEN MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DE UN SOFTWARE EDUCATIVO EN LA ESPdN.....	26
2.1: Estado actual del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos, en la carrera Licenciatura en Educación Matemática.....	26
2.2: La estrategia didáctica en el proceso de enseñanza aprendizaje.....	35
2.3: Estrategia didáctica para el PEA de las ecuaciones diferenciales ordinaria de primer orden a través de los métodos numéricos mediante el uso del software educativo “Matemática Numérica”.....	45
2.4: Validación de la estrategia didáctica mediante el criterio de expertos.....	63
CONCLUSIONES.....	69
RECOMENDACIONES.....	70
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	
ANEXOS	

Introducción

El sistema educativo de la República de Angola ha presentado un gran desarrollo desde el triunfo de la guerra de los diez años que tuvo su duración hasta el año 2002. El ministerio de educación ha realizado grandes esfuerzos por mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje y uno de los esfuerzos, se encuentra en el Decreto nº. 7/2009 del 12 de Mayo, Artículo 16 del Consejo de Ministros, según consta en el Diario de la República, órgano oficial de la República de Angola sobre la creación de nuevas universidades públicas en las diferentes regiones del país. La Universidad Mandume ya Ndemufayo (UMN), perteneciente a la región académica del sur de Angola, está constituida por Facultades, Institutos y Escuelas Superiores. Entre estas, se puede mencionar la actual Escuela Superior Pedagógica de la provincia de Namibe (ESPdN), que tuvo su apertura con los primeros ingresados en enero de 2011, donde son administradas carreras de Educación en distintas áreas del saber. (Camunda, Rivero, & González, 2019)

Dentro de la carrera Licenciatura en Educación Matemática en el grupo de tercer año, se imparten distintas asignaturas, entre ellas se encuentra la Matemática Numérica que contiene entre sus temas de estudio las ecuaciones diferenciales ordinarias; donde el estudio de estas es de suma importancia en la formación del futuro docente, pues constituyen una herramienta fundamental que permite analizar desde la óptica de las matemáticas, fenómenos físicos, químicos, biológicos, económicos o cualquier otro fenómeno relacionado con los proceso de razón de cambio. La resolución de las ecuaciones diferenciales ordinarias trae considerables dificultades a los estudiantes, principalmente para determinar de qué tipo es la ecuación diferencial y aplicar el método de solución analítico que corresponde a ese tipo de ecuación diferencial, una vez que a cada tipo de ecuación diferencial, le corresponde un único método de solución.

Numerosos son los autores que han dedicado su investigación a este tema. En lo internacional se pueden destacar: (Andutta, 2003) (Zuazua, 2009); García, Sepúlveda & Urra (2010); López & Huertas (2010); Mendoza (2010); Martínez, (2011); Reyna, (2012); Locia, Mederos & Morale (2014); Ospina (2015); Valverde (2015); Acosta & de Coss (2016); Aguiar & Martínez (2016); Porras, Silverio & Vargas (2016); Suarez Contreras & Escobar (2016); Hernández (2017); Molero,

Salvador & Menarguez (2017); Ascheri & Pizarro (2018) y Camacho, Hernández & Martínez (2019). Estos autores hacen referencia fundamentalmente a la enseñanza de las ecuaciones diferenciales, el tratamiento de los métodos numéricos y al uso de la tecnología en estas ramas del saber.

En el territorio nacional de Angola, existen autores que han trabajado en la enseñanza de la matemática, entre ellos se pueden mencionar: Domingos, (2015); Santos, (2016); Cazequene, (2017); Gungula, (2018). Los autores mencionados hacen énfasis, de manera general, en la enseñanza de la matemática en los distintos niveles de formación, según el contexto del contenido, pero casi ninguno de ellos profundiza de manera específica en el proceso de enseñanza aprendizaje de ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos.

Lo que significa que en Angola, específicamente en la provincia de Namibe, puede que no existan investigaciones relacionadas con el presente tema y si existen, deben ser muy pocas; pues durante la búsqueda realizada, lo único que se ha encontrado, hasta el momento, es la investigación del autor Joaquín (2014); donde trabaja una "Estrategia metodológica para el perfeccionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias en la escuela superior politecnica de Malanje"; que fue de gran aporte, toda vez que este autor hace referencia a la resolución de las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos analíticos, pero su trabajo no contempla la aplicación de los métodos numéricos en la resolución de dichas ecuaciones, ni la implementación de un software educativo en el proceso de enseñanza aprendizaje de este contenido. Sin embargo, los métodos analíticos presentan ciertas limitaciones tales como: utilizan operaciones algebraicas, incluyendo la derivación y la integración para obtener la solución general a partir de la ecuación diferencial, que no siempre los estudiantes dominan a profundidad; la solución particular deseada se halla a partir de la solución general, buscando valores adecuados para las constantes arbitrarias; cada método analítico se ocupa de un tipo especial de ecuación diferencial ordinaria y es inaplicable en otros casos; a pesar de la diversidad de métodos analíticos, la mayoría de las ecuaciones diferenciales ordinarias no pueden resolverse por esta vía.

Por lo que se considera que aún queda una brecha en el tratamiento de ecuaciones diferenciales ordinarias, luego se hace necesario estudiar otros métodos, que pueden solucionar estas particularidades. Entre los métodos

estudiados, están los métodos numéricos que permiten determinar la solución numérica de una ecuación diferencial de primer orden, con una condición inicial fijada, siempre que verifiquen determinadas condiciones de regularidad, y estos métodos se pueden aplicar a problemas concretos, sin que importe si es o no es posible resolver la ecuación diferencial en términos de funciones elementales. En contrapartida se puede afirmar como desventaja que los métodos numéricos ofrecen soluciones aproximadas y no exactas, y se requieren de mucho cálculo numérico. Sin embargo, existen software que permiten resolver ecuaciones diferenciales a través de los métodos numéricos, entre ellos se puede mencionar el software "Matemática Numérica" creado en el departamento de matemática de la Universidad de Matanzas, que permite una participación interactiva muy estimulante para los estudiantes y que resulta de gran utilidad en este tipo de enseñanza, pues tiene la particularidad de liberar de la rigurosa tarea de realizar grandes cálculos aritméticos, que son aburridos.

Las evidencias prácticas del autor se constataron mediante la colaboración de algunos docentes de la Escuela Superior Pedagógica de Namibe (ESPdN), los cuales reconocen que al enfrentar los temas de la Matemática numérica, los estudiantes presentan numerosas dificultades, fundamentalmente cuando se trata de resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, con condiciones iniciales fijadas, donde se deben emplear los métodos analíticos necesarios para hallar su solución. Los estudiantes no logran identificar de qué tipo es una determinada ecuación diferencial y ni siquiera saben aplicar el método de solución que corresponde a ese tipo de ecuación diferencial, ya que cada una de estas ecuaciones se resuelve por un método diferente. Hay falta de interés y motivación por parte de los estudiantes para la realización de las tareas, pues se enfrentan con cálculos muy extensos que les causan aburrimiento; no cuentan con un software educativo eficiente para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos; no se cuenta con un documento estratégico que prepare a los estudiantes y profesores para llevar a cabo el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinaria de primer orden a través de los métodos numéricos; y el estudio de este tema sigue siendo tradicional; el profesor transmite y el estudiante recibe el conocimiento de forma pasiva sin intervenir activamente en el proceso, se limita a estudiar para aprobar, se conforman con la evaluación mínima para promover a otro nivel de

enseñanza y no entienden la importancia de los estudios del tema; lo que afecta la calidad de su formación.

Esto conlleva a una contradicción entre las principales dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos y lo que demanda el perfil de salida de la carrera Licenciatura en Educación matemática de la (ESPdN), según (Camunda, 2015) al plantear que el individuo formado en esta carrera, debe estar dotado de conocimientos matemáticos necesarios, capaz de elaborar sus puntos de vista, perfeccionar sus habilidades y aplicarlas de manera creadora desde una concepción crítica en situaciones que se presentan en su campo de actuación.

Lo antes expuesto refleja la necesidad de buscar nuevas vías que permitan dirigir de manera adecuada el proceso de enseñanza de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos en la carrera Licenciatura en Educación matemática de la Escuela Superior Pedagógica de Namibe (ESPdN), empleando un software educativo "Matemática Numérica" y mejorar la manera en que los estudiantes, en este caso futuros docentes, sean capaces de aprender tales contenidos y desarrollarse para su desempeño profesional en la práctica.

Lo descrito hasta el momento constituye la premisa para la formulación del siguiente **problema científico**: ¿Cómo contribuir al mejoramiento del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos en la carrera Licenciatura en Educación matemática de la Escuela Superior Pedagógica de Namibe? Se asume como **objeto de estudio**: El proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias en las carreras universitarias.

En correspondencia a lo anterior, se plantea como **campo de acción**: El proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos en la carrera Licenciatura en Educación matemática de la Escuela Superior Pedagógica de Namibe (ESPdN). Con vista a dar solución al problema, se plantea como **objetivo de investigación**: Elaborar una estrategia didáctica que contribuya al mejoramiento del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos, en la carrera Licenciatura en Educación matemática de la Escuela Superior Pedagógica de Namibe (ESPdN).

La búsqueda de respuesta al problema científico condujo a plantear las siguientes **preguntas científicas:**

1. ¿Cuáles son los fundamentos teóricos y metodológicos, que sustentan el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos, en la carrera Licenciatura en Educación matemática de la ESPdN?
2. ¿Cuál es el estado actual del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos en la carrera de matemática de la ESPdN?
3. ¿Qué estructura debe tener la estrategia didáctica a elaborar, de manera que contribuya al proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos en la carrera de matemática de la ESPdN?
4. ¿Cómo validar la estrategia didáctica que contribuya al PEA de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos en la carrera de matemática de la ESPdN?

Para dar respuesta a las interrogantes anteriores, se plantean las siguientes **tareas de investigación:**

1. Determinación de los fundamentos teóricos metodológicos, que sustentan el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos en la carrera de matemática de la ESPdN.
2. Diagnóstico del estado actual del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos en la carrera de matemática de la ESPdN.
3. Elaboración de una estrategia didáctica que contribuya al proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos en la carrera Licenciatura en Educación matemática de la ESPdN.
4. Constatar a través de criterios de especialistas la efectividad de la estrategia didáctica que se propone.

La presente investigación se apoya en el método general **dialéctico materialista** desde un enfoque Marxista Leninista, lo cual orientó la investigación y sirvió de sustento al sistema de métodos empleados durante el desempeño científico

emprendido por el investigador, tanto en su concepción teórica como metodológica, lo que posibilitó el logro de la objetividad, sistematización y científicidad pertinentes, que favorece el resultado.

Para los métodos de **nivel teórico** se asume: **el analítico – sintético**: se empleó en la determinación de los fundamentos teóricos metodológicos que sustentan el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos para el procesamiento de los datos obtenidos durante la aplicación de los instrumentos en la etapa diagnóstica de la investigación; en el análisis y síntesis de la bibliografía consultada para poder elaborar la estrategia didáctica e integrar sus diversas componentes. **El inductivo - deductivo**: se utilizó para determinar las características particulares de la muestra al establecer las principales regularidades, lo que permitió indistintamente obtener conclusiones generales o particulares a partir de las relaciones encontradas y para contextualizar el problema desde sus antecedentes y desarrollar una estructura lógica en la investigación, guardando relaciones entre conceptos que conforman la estrategia didáctica para contribuir al mejoramiento del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos. **El sistémico-estructural**: Se utilizó para la elaboración de la estrategia didáctica para contribuir al mejoramiento del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos desde la interrelación que existe entre las actividades que la conforman, de manera que el comportamiento de cada una depende de todas. Esto facilita la determinación de los componentes para diseñar la estructura que contiene dicha estrategia. **La modelación**: Para garantizar el diseño de la estrategia didáctica, en particular las acciones que se desarrollan en cada etapa de las clases planificadas, de manera que contribuya al tratamiento de los conceptos de las ecuaciones diferenciales ordinarias, así como de los métodos numéricos mediante el empleo del software educativo.

De los métodos de **nivel empírico** se utilizaron: **Análisis de documentos**: Con la finalidad de constatar las potencialidades e insuficiencias que brinda el currículo docente de la carrera de matemática. **Observación a clase**: Para verificar cómo se dirige el PEA de las EDO de primer orden a través de los métodos numérico. **Entrevista a profesores**: Se realizó con el propósito de recopilar criterios sobre el estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos

numéricos, así como las principales dificultades que presentan los estudiantes en el estudio de este tema. **Encuesta a estudiantes:** Permitió constatar las opiniones de los estudiantes sobre el tratamiento de las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos. **Prueba pedagógica inicial:** Se empleó para diagnosticar los conocimientos y habilidades de los estudiantes en cuanto a las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos. **Criterio de experto:** Para la evaluación de la pertinencia y efectividad de la estrategia didáctica diseñada en cuanto a su contribución al PEA de las ecuaciones diferenciales a través de los métodos numéricos.

Se emplearon, además, **métodos estadísticos** para el procesamiento de la información recogida, en particular la estadística descriptiva mediante el cálculo porcentual y tablas de frecuencia con el propósito de determinar tendencias a partir de la aplicación de determinados instrumentos y técnicas.

En la presente investigación, se toma como **población** los 35 estudiantes del tercer año de la carrera Licenciatura en Educación Matemática que reciben las asignaturas de Ecuaciones diferenciales ordinarias y la Matemática Numérica en la Escuela Superior Pedagógica de Namibe "ESPdN" y a los 2 profesores que imparten estas asignaturas en este grupo. Por lo factible de trabajar con la población no se selecciona muestra.

La novedad científica de la investigación es que se elabora por primera vez una estrategia didáctica que contribuye al PEA de las ecuaciones diferenciales a través de los métodos numéricos en la ESPdN, con el empleo del software educativo "Matemática Numérica", de manera que sea útil no solo en la carrera de matemática sino también para otras carreras que trata sobre el tema.

La significación práctica de esta investigación consiste en la transformación que produce la introducción en la práctica de la estrategia didáctica, que pretende contribuir al mejoramiento del PEA de las EDO a través de los métodos numéricos, con el propósito de formar profesionales capaces de dar respuestas a situaciones que se presentan relacionadas con el tema. El empleo del software educativo "Matemática Numérica" permite una participación interactiva muy estimulante para los estudiantes y que resulta de gran utilidad en este tipo de enseñanza. Además, tiene la particularidad de servir como material de consultas para otras investigaciones relacionadas con la enseñanza de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.

CAPÍTULO 1: EL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS DE PRIMER ORDEN A TRAVÉS DE LOS MÉTODOS NUMÉRICOS

En el presente capítulo se abordan los fundamentos teóricos que sustentan el proceso de investigación acometido por el autor, en correspondencia con la respuesta que se ofrece a la primera pregunta científica declarada en el diseño teórico metodológico. Se definen los conceptos y categorías que se relacionan de manera directa e indirecta con el objeto y campo de investigación y se sistematiza lo concerniente a la historicidad del problema investigativo seleccionado. Se asumen, además, las posiciones que declaran los criterios y concepciones del autor a lo largo del desempeño científico.

1.1- Antecedentes históricos del surgimiento de las ecuaciones diferenciales ordinarias en la matemática

La matemática es una actividad vieja y polivalente; y a lo largo de los siglos ha sido empleada con objetivos profundamente diversos. Fue un instrumento para la elaboración de vaticinios entre los sacerdotes de los pueblos mesopotámicos y entre los pitagóricos es considerada como un medio de aproximación a una vida más profundamente humana y como camino de acercamiento a la divinidad, utilizada como un importante elemento disciplinal del pensamiento en el Medioevo, a partir del Renacimiento ha sido la más versátil e idónea herramienta para la exploración del universo. Ha constituido una magnífica guía del pensamiento filosófico entre los pensadores del racionalismo y filósofos contemporáneos y un instrumento de creación de belleza artística, un campo de ejercicio lúdico, entre los matemáticos de todos los tiempos. Su aplicación juega un importante papel en la planificación de la economía, la dirección de la producción, el diagnóstico y tratamiento de enfermedades, el estudio del rendimiento de atletas invadiendo así todos los campos del saber de la sociedad. Actualmente la matemática posee varios temas de estudios muy valiosos que son aplicables para dar respuestas a varias situaciones que surgen en la vida y entre estos temas, podemos mencionar las ecuaciones diferenciales ordinarias que constituyen el objetivo natural del análisis matemático y son una disciplina fundamental para analizar desde la óptica de las matemáticas, fenómenos físicos, químicos, biológicos, económico o de ingeniería (Dullius, 2009).

El estudio de problemas relacionados con ecuaciones diferenciales ha motivado la creación, y posterior desarrollo, de partes muy significativas del análisis matemático. La finalidad básica de las ecuaciones diferenciales es analizar el proceso de cambio en el mundo físico, así como los fenómenos naturales que aparecen en las variables relacionadas con los índices de cambios mediante las leyes generales de la naturaleza que rigen estos fenómenos. Por eso es de vital importancia hablar de las ecuaciones diferenciales partiendo desde sus antecedentes históricos. El término Equation Differentialis, fue primeramente usado por Leibniz (en un sentido bastante restringido) en 1676 para denotar una relación entre los diferenciales dx ; dy y dos variables x e y , concepción que se conserva hasta los tiempos de Euler (en los años 1768-1770). De modo que las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias surgen prácticamente con la aparición del Cálculo y la célebre polémica Newton-Leibniz se tiene un gran momento cuando Newton comunica (por medio de Oldenburg) a Leibniz el siguiente anagrama: 6a cc d ae 13e ff 7i el 9n 4o 4q rr 4s 9p 12v x, el cual en latín quiere decir "Data aequatione quocunque fluentes quantitates involuente fluxiones invenire et viceversa", o bien: "Dada una ecuación con cantidades fluentes, determinar las fluxiones y viceversa". Este fue, como dice Arnold (2017), el descubrimiento fundamental de Newton que consideró necesario mantener en secreto, y en el cual, en el lenguaje matemático contemporáneo significa: es útil resolver ecuaciones diferenciales (Valdés & Segura, 2002).

Curiosamente, Ince (2016), afirma que la fecha de aparición de estas escrituras es el 11 de noviembre de 1675, cuando Leibniz escribió la ecuación $\int y dy = \frac{y^2}{2}$ (continúa Ince), por lo tanto no resolvió una ecuación diferencial, la cual por sí mismo es un asunto trivial, sino que fue un acto de un gran momento, fraguando una herramienta poderosa, el signo de integral". La primera clasificación de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden (en lenguaje de la época ecuaciones fluxionales) la dio Newton. El primer tipo estaba compuesto de aquellas ecuaciones en las cuales dos fluxiones x' , y' , y un fluente x o y están relacionados, como por ejemplo $\frac{x'}{y'} = f(x)$, o bien, como escribiríamos en la actualidad $dy/dx = f(x)$, $dy/dx = f(y)$; el segundo tipo abarcó aquellas ecuaciones que involucran dos fluxiones y dos fluentes $\frac{x'}{y'} = f(x, y)$, $dy/dx = f(x, y)$. Finalmente

el tercer tipo abarcó a ecuaciones que involucran más de dos fluxiones, las cuales en la actualidad conducen a ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

A finales del siglo XVII, los hermanos Bernoulli introducen términos como el de “integrar” una ecuación diferencial, así como el proceso de “separación de variables” de una ecuación diferencial, dando aportes a los métodos de resolver ecuaciones diferenciales. Pero pese a estos esfuerzos los métodos eran incompletos y la teoría general de las ecuaciones diferenciales tiene que esperar hasta mediados de los años 20 del siglo XVIII cuando J. F. Riccati estudió la ecuación determinando la integralidad en funciones elementales de esta.

Es a Euler a quien le corresponde la primera sistematización de los trabajos anteriores y con él aparece la primera teoría de las ecuaciones diferenciales ordinarias. Utilizando expansiones de expresiones en series de potencias, Newton mostró que el problema inverso de las tangentes era totalmente soluble. Leibniz, sin embargo, expresando su deseo de lograr soluciones dadas la naturaleza de las curvas, no estaba satisfecho con el sistemático uso de series y pensaba que, hablando de forma general, no había suficiente conocimiento todavía acerca del método inverso de las tangentes. Su procedimiento fue esencialmente cambiar variables para intentar transformar la ecuación diferencial dada en una ecuación con variables separables pues su solución se obtenía inmediatamente por cuadraturas. Incluso, antes de comenzar el siglo XVIII, los trabajos de, especialmente, Gottfried Wilhelm Leibniz, Jacob Bernoulli (1654-1705) y Johann Bernoulli (1667-1748) llevaron hacia la integración de ecuaciones diferenciales homogéneas y de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.

Varios problemas geométricos y mecánicos, provocaron que los matemáticos comenzaran a pensar acerca de las ecuaciones diferenciales de orden mayor que uno. Este es el caso del matemático italiano Jacopo Riccati (1676-1754) quien presentó en 1723 la ecuación que lleva su nombre resuelta por Daniel Bernoulli (1700-1782) y Leonhard Euler. Las bases de la teoría general de la ecuación diferencial lineal de orden n con coeficientes variables fueron desarrolladas en 1765 por Joseph Lagrange (1736-1813) y Jean D'Alembert (1717-1783). Usando dos métodos diferentes, mostraron que n integrales particulares de la ecuación homogénea determinan la integral completa de la ecuación no homogénea a través de n cuadraturas. En 1776, Lagrange nota que este resultado también puede ser demostrado usando el método de variación de la constante, que se

convirtió en el método general más utilizado. En la época en que Jean Le Rond' d'Alembert (1717-1783) publicó su famoso "traité de dynamique" (1743) la teoría de las ecuaciones diferenciales ordinarias ya se había desarrollado considerablemente, pero el problema más difícil de las ecuaciones en derivadas parciales era entonces un campo abierto para los pioneros (Villa, 2016).

En consecuencia, los matemáticos definen la Ecuación diferencial (E.D.) como una ecuación que relaciona una función (o variable dependiente), su variable o variables (variables independientes), y sus derivadas. Se escribe simbólicamente $F(x, y, y', y'', \dots, y^n) = 0$. Si la ecuación contiene derivadas respecto a una sola variable independiente, entonces se dice que es una ecuación diferencial ordinaria (E.D.O); y si contiene las derivadas parciales respecto a dos o más variables independientes, se llama ecuación en derivadas parciales (E.D.P.).

Se llama orden de la ecuación diferencial al orden de la derivada más alta que aparece en la ecuación diferencial. Se dice que una función $y = \varphi(x)$ definida en un intervalo I es solución de una ecuación diferencial en el intervalo si, sustituida en dicha ecuación, la reduce a una identidad. La ecuación diferencial ordinaria que posee en general una familia de infinitas soluciones dependientes de una constante arbitraria, se suele llamar solución general. Para cada valor de dicha constante arbitraria se obtiene una solución particular. Una ED se dice resoluble (o integrable) por cuadraturas si su solución es expresable mediante integrales. En general, la solución de la ED de orden n dependerá de n parámetros. Generalmente, las funciones incógnitas se les imponen condiciones complementarias llamadas condiciones iniciales o condiciones de contorno o de frontera, que consisten en que las funciones incógnitas así como algunas de sus derivadas, tienen que tomar unos valores dados para algunos valores determinados de las variables independientes. Con estas condiciones complementarias puede ocurrir que el problema tenga solución única.

Los acercamientos que existen en la búsqueda de soluciones de las EDO, se han dado en tres escenarios: Algebraico, numérico, geométrico. Cada uno con representaciones y procedimientos distintos para la solución. El algebraico siempre se ha trasladado a los libros de textos, mientras que el numérico es más escaso y aparece comúnmente en textos de análisis numéricos, en el caso del geométrico a pesar de contar con más de 100 años de antigüedad, está prácticamente confinado al tratamiento de las isóclinas y el campo dependiente.

1.2- Concepción teórica sobre la asignatura Matemática Numérica en las carreras universitarias

La Matemática es una de las ciencias más antiguas cuyo desarrollo se ha estimulado por la actividad productiva de los hombres que, como ciencia particular, con su propio objeto de estudio, ha recibido la mayor influencia de las ciencias naturales para la formación de los nuevos conceptos y métodos matemáticos desde su surgimiento. Una de las diferencias primarias entre la Matemática y la Matemática Numérica es que la primera carece del concepto eficiente. Luego la matemática numérica tiene entre sus objetivos la elección del procedimiento más adecuado (y su conveniente aplicación) para la solución de un problema particular (Fernández, 2012). El autor anteriormente mencionado, al hablar de las diferencias primarias entre la matemática (Matemática elemental) y la Matemática Numérica, se refiere que estas son algunas de las ramas de la matemática general en la cual asume como una de las ciencias más antiguas.

Los orígenes de la Matemática numérica son muy antiguos; datan de miles de años atrás. Los babilonios, 2000 años a.n.e., construyeron tablas matemáticas y elaboraron efemérides astronómicas. Arquímedes, en el año 200 a.n.e., usó los polígonos regulares como aproximaciones del círculo. Desde entonces hasta el siglo XVIII el trabajo se centró principalmente en la preparación de tablas astronómicas. El advenimiento del álgebra en el siglo XVI produjo una renovada actividad en toda la matemática. Las ciencias de las computadoras tienen fuertes componentes matemáticos, tales como la Teoría de autómatas, la Matemática simbólica, la Matemática numérica. En el presente siglo a causa del impetuoso desarrollo de las más veloces computadoras electrónicas, el desarrollo de la Matemática numérica es enorme. A partir del desarrollo de las computadoras, una tercera vía que se conoce como simulación numérica ha venido a enriquecer el método científico para la generación de nuevos conocimientos.

Algunos autores señalan el año 1947 como comienzo de la moderna Matemática numérica, así con el uso, por primera vez, de la denominación Análisis numérico. Sin embargo, Businger señala que esta denominación había sido usada anteriormente por Lagrange. Ambas, Análisis numérico y Matemática numérica, se usan para designar la misma disciplina, aunque la última denominación parece estar reemplazando a la primera, pero ambas se ocupan de las técnicas algorítmicas basadas en operaciones aritméticas.

Lo que le da la unidad a esta rama de la Matemática, no es el tipo de problema que se ha de resolver, sino el método que se aplicará: operaciones numéricas en cantidad finita. Está claro que, por regla general, problemas matemáticos no pueden ser resueltos exactamente de esta manera. Por eso, la Matemática numérica no se plantea llegar a resultados exactos; ni siquiera a resultados tan exactos como sea necesario. Los métodos de solución que emplea la Matemática numérica reciben el nombre genérico de métodos numéricos y, en contraposición, a los otros métodos matemáticos se denominan métodos analíticos.

Los métodos numéricos tienen la característica de ser más generales que los métodos analíticos. Su enseñanza tiene como principal inconveniente la gran cantidad de cálculos aritméticos que generalmente se necesita realizar para resolver un ejercicio. Significa esto que pueden ser aplicados a una gama más amplia de ejercicios matemáticos. Por ejemplo, para calcular un conjunto de integrales definidas por vía analítica, puede que sea suficiente el empleo de una tabla de integrales, en otros casos, se necesite utilizar los métodos de integración por sustitución, integración por partes o integración por fracciones simples.

Sin embargo, todas esas integrales definidas pueden calcularse con un mismo método numérico, independientemente de la complejidad que tenga cada una de las integrales. Y no deja de causar admiración, que mediante una cantidad finita de operaciones aritméticas, se pueda calcular cualquier integral definida por complicada que esta sea, incluyendo aquellas en las cuales su integrando no posee una primitiva en términos de una cantidad finita de funciones elementales,

como son los casos de $\int_a^b \frac{\text{sen}x}{x} dx$, $\int_a^b \frac{\text{cos}x}{x} dx$ y $\int_a^b e^{-x^2} dx$, que a primera vista no parecen tan complejas. Existen situaciones que ilustran la necesidad de desarrollar y estudiar los métodos numéricos. Por ejemplo, desde la enseñanza media se estudia la forma de calcular los ceros de una función polinómica de segundo grado. (Reyna, 2012). En particular, existe una fórmula:

$x_{2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a}}{2a}$ que permite calcular esos ceros, cualesquiera que sean los coeficientes del polinomio de segundo grado.

Hay también fórmulas, aunque no se suelen estudiar en las aulas por su complejidad, para determinar los ceros de funciones polinómicas de tercer y cuarto grado, pero no existen fórmulas generales para determinar las raíces de

funciones polinómicas de grado mayor o igual que cinco. Menos aún se pueden encontrar fórmulas generales para resolver ecuaciones en las que intervengan, de manera conjunta, funciones exponenciales, trigonométricas y logarítmicas.

El contenido matemático efectivo para darle solución a estos problemas son los métodos numéricos, aunque con ellos solo se obtienen soluciones aproximadas y solo se realiza un número finito de operaciones aritméticas básicas (adición, sustracción, multiplicación y división).

Habitualmente, cuando se expresa, por ejemplo, que la longitud de una mesa es de 2 m, se suele trabajar y asumir esa medida como exacta, sin embargo generalmente no se tiene en cuenta que esa medida lejos de ser exacta es aproximada, por cuanto incluye dos tipos de errores: el principio de nuestros órganos de la visión, así como el error del propio instrumento de medición que se use. Para un gran porcentaje de problemas matemáticos solo se dispone de métodos aproximados para obtener su solución (Pizarro, 2014).

Un ejemplo lo constituye la búsqueda de soluciones de ecuaciones polinómicas de grado mayor que cuatro, ocurriendo con gran frecuencia este tipo de ecuaciones en problemas técnicos y científicos, como en la aerodinámica aplicada, en el estudio de las condiciones de estabilidad de un avión, en la que interviene una ecuación de grado ocho. Otros ejemplos se encuentran en la resolución de ecuaciones diferenciales donde se reportan que no más de 5% de ellas se pueden resolver por métodos exactos. Existen problemas que aún cuando se dispone de métodos analíticos para resolverlos, el método de resolución exacta es tan laborioso y engorroso que es preferible obtener sus soluciones aproximadas mediante la utilización de un método numérico.

Otro aspecto a considerar es el redondeo que es necesario hacer cuando se está operando con números decimales, ya sea manualmente o el que realiza el medio computadorizado que se utilice. Sin embargo, cuando se habla de matemática como ciencia, se utiliza la denominación de ciencia exacta para distinguirla de otros tipos de ciencias. Los profesores les llevan estas ideas a los estudiantes e incluso los propios planes de estudios dedican mucho mayor contenido y tiempo a los métodos de resolución exacta que a los aproximados. Cabe preguntar si en el mundo, en la realidad, existe algo exacto.

Digamos que el propio método del conocimiento científico de la modelación en general y de la modelación matemática en particular, como una forma de conocer

al objeto de estudio de una forma más simple y por tanto aproximada que la propia realidad que de por sí es compleja, constituye un método aproximado que, sin embargo, es fuente de conocimiento. Quiere decir, por tanto, que es importante y objetivo llevarle al estudiante esta inexactitud del mundo, la necesidad de métodos aproximados y lo esencial que resulta obtener la solución del problema pero con un margen de error permisible y lo más pequeño posible. Si se le dedica el tiempo suficiente al estudio de los métodos aproximados y la estimación de errores en lugar de priorizar el estudio de los mal llamados métodos exactos, se estará preparando mejor al estudiante y formándolo en la idea de que no por ser aproximada una solución, el método que la produjo es malo, sino que lo que vale es la precisión o estimación del error con que obtenga dicha solución, pero esto no es lo que generalmente se hace en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, y por tanto es a lo que se convoca a los docentes y de esta forma eliminar esta deficiencia en dicho proceso.

La asignatura Matemática numérica, se le conoce también como Análisis numérico, Cálculo numérico, Métodos numéricos, Matemática computacional o Métodos de cómputo, recorre desde las áreas matemáticas más puras hasta las más aplicadas en los problemas concretos, y en ella se imparten varios conceptos matemáticos como: Aproximaciones numéricas y errores; raíces de ecuaciones lineales; sistema de ecuaciones lineales simultaneas; interpolación, ajuste de curva; diferenciación numérica; integración numérica; ecuaciones diferenciales ordinarias; y ecuaciones en derivadas parciales.

Los contenidos referentes a los métodos numéricos están presentes en los programas de estudio de las carreras en diferentes universidades del mundo. Se puede observar que estos son comunes en algunas de las carreras de ingeniería. Como ejemplo de ello se pueden citar según (Díaz, 2016): La "Harvard University", Estados Unidos, en la carrera de Ingeniería en Ciencias de la Computación, incluye la asignatura "Applied Mathematics; En la Universidad de Cambridge, Inglaterra, incluyen la asignatura Métodos Numéricos en la carrera de Ingeniería informática; Introduction to Numerical Algorithms for Computational Mathematics", carrera de ingeniería informática en la Universidad de Toronto, Canadá; La Universidad Politécnica de Cataluña, España tiene la asignatura "Numerical Methods and Informatics (250224 – METNUMINF), en la carrera de ingeniería informática; También en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

de la Universidad Nacional de La Pampa, Argentina, se incluyen estos métodos en la carrera de Física y Matemática;

La Universidad de Matanzas, Cuba, en la carrera de ingeniería informática se aborda la asignatura Matemática IV, que transcurre sobre los contenidos de métodos numéricos y en Angola está la Universidad Mandume ya Ndemufayo, donde la asignatura Matemática numérica se imparte en la carrera de matemática de la Escuela Superior Pedagógica de Namibe.

En las universidades mencionadas el software más utilizado en el proceso de enseñanza aprendizaje de estos métodos es el MATLAB/OCTAVE, cuyas características principales radican en que el estudiante ingrese de forma directa líneas de comando o a través de script que es un archivo de texto que contiene una serie de instrucciones que OCTAVE puede interpretar y ejecutar.

El software educativo “Matemática Numérica” fue creado en el año 2012 en el departamento de matemática de la Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos”, cuyo propósito fundamental es el de liberar a los estudiantes de la rigurosa tarea de realizar grandes cálculos aritméticos, aburridos y carentes de razonamientos, como es característico en los métodos numéricos, pero exigirles a los alumnos que vayan razonando y tomando decisiones en cada paso del ejercicio. Es decir, que sea el software el que se encargue de realizar los cálculos aritméticos extensos, pero que los realice sólo cuando el estudiante sea capaz de comprender y dirigir conscientemente esa actividad.

El software contiene un conjunto de programas, Cada uno de los cuales corresponde a un método numérico; cada uno de los programas contiene ayuda sobre las partes teóricas y prácticas del método al cual corresponde; Cada programa contiene un criterio de evaluación. El programa controla al instante los datos que se introducen para resolver el ejercicio y si alguno no es compatible con los anteriores, aparece un mensaje señalando la imposibilidad de ser aceptado y el por qué. Si el dato emitido es correcto la ejecución del ejercicio continuará avanzando; si no lo es, instantáneamente se indicará a través de un mensaje que se ha cometido un error y se instará a enmendarlo y el programa no continuará hacia delante. Al finalizar el ejercicio le da una evaluación de 2, 3, 4 o 5 en dependencia de la cantidad de errores cometidos, lo cual contribuye a fomentar la motivación de los estudiantes en la resolución de ejercicios sobre métodos numéricos con el uso de este software.

1.3- El proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos

La Didáctica de la Matemática es una ciencia pedagógica, cuyo objeto es el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Este constituye un sistema en el cual tanto la enseñanza como el aprendizaje son subsistemas que garantizan la apropiación activa, creadora, reflexiva, significativa y motivada de conocimientos, habilidades, hábitos y capacidades matemáticas como parte de la cultura general integral, teniendo en cuenta el desarrollo actual con el propósito de ampliar continuamente los límites de la zona de desarrollo próximo potencial (Pedroso, 2018). Las ED ha tenido un gran desarrollo en los últimos tiempos y aún existen muchas aristas inexploradas en su aplicación. Es por eso que en su enseñanza se requiere de un enfoque interdisciplinar y problematizado, principalmente en la ejemplificación de sus aplicaciones relacionándolas con otras asignaturas de las ciencias naturales, tecnológicas y sociales, para propiciar así en los estudiantes el desarrollo de una visión holística de la realidad y de una educación científica como parte de su cultura general (Speiser & Walter, 2013).

El proceso de enseñanza-aprendizaje se concreta en acciones de profesores y alumnos, es por eso que el mismo requiere de formas de organización que respondan a la pregunta ¿Cómo organizar el enseñar y el aprender las ecuaciones diferenciales ordinarias? En ellas intervienen todos los implicados: los componentes (alumnos, profesores, escuela, familia y comunidad) y (Objetivos, métodos, medios, y evaluación), teniendo a la clase como forma de organización fundamental, así como variantes de la misma, que adquieren un papel determinante en el “enseñar a aprender”, tales como la conferencia, la clase práctica, el seminario y clase de laboratorio (Trigueros, Rivera & Torre, 2012).

La enseñanza de las ecuaciones diferenciales ordinarias, viene sufriendo algunas transformaciones a lo largo de las últimas décadas, y la forma tradicional de enseñar este contenido ha sido vinculada con otras estrategias dinámicas diferentes en el PEA. De las bibliografías consultadas, se encuentran las pesquisas de: (Molina-Mora, 2015)(Javaroni, 2007); (Hernández, 2009) y (Dullius, 2009); (Moreno, 2016); (Mar & Carmen, 2017) (PINTO & DE LIMA, 2017) y (Ascheri & Pizarro, 2018), donde los autores desarrollaran investigaciones instando efectivamente a perfeccionar el PEA de las ecuaciones diferenciales.

La investigadora Javaroni (2007) en su tesis titulada *Abordaje Geométrico: Posibilidades para la enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias*, hace un análisis sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias a través del análisis cualitativo de los modelos matemáticos con el auxilio de las Tics. Como punto de partida a su investigación, su pregunta directriz fue ¿Cuáles son las posibilidades de enseñanza y aprendizaje de introducción a las ecuaciones diferenciales ordinarias a través del análisis cualitativo de los modelos matemáticos, con auxilio de Tecnología? La investigadora presenta una exposición de diversos conceptos básicos necesarios para la introducción del estudio a las ecuaciones diferenciales en una visión general sobre su enseñanza a partir de los recursos tecnológicos.

El investigador Hernández (2009) referente al tema de *matemática educativa sobre ecuaciones diferenciales*, aportan la interrelación que debe existir entre los aspectos algebraico, gráfico y numérico, así como la necesidad de contextualizar las ecuaciones. Planteó que los elementos fundamentales e importantes que sirven de base al proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias son el diferencial y la integral porque son los aspectos constitutivos de las ecuaciones diferenciales ordinarias.

Dullius (2009), en su investigación sobre la enseñanza de las ecuaciones diferenciales con abordaje gráfico, analítico y numérico, investiga la enseñanza de las ecuaciones diferenciales primeramente con recursos computacionales y después con uso de técnicas para resoluciones analíticas. Los resultados de la pesquisa mostraron lo importante que resulta que los profesores cambien sus métodos de enseñanza, considerando, por ejemplo, la posibilidad de aprovechar los avances tecnológicos para actualizar la metodología de enseñanza de las ecuaciones diferenciales.

Como sugerencia para la continuación del trabajo desarrollado, indican la necesidad de crear métodos auxiliares para que los estudiantes que presentan más dificultades puedan aprender a movilizar conocimientos necesarios para que el contenido de ecuaciones diferenciales pueda ser comprendido satisfactoriamente y también la importancia de desarrollar metodologías con la utilización de herramientas computacionales para la resolución analítica de las ecuaciones diferenciales ordinarias en un ambiente de aprendizaje que genere mayor participación de los estudiantes.

El autor de la presente investigación se suma a las fundamentaciones de los autores anteriormente mencionados, y con base a su experiencia como profesor ayudante de esta asignatura en las carreras de ingenierías, así como su experiencia como estudiante, enfatiza que:

- La enseñanza de las ecuaciones diferenciales ordinarias, se ven de forma muy aislada con relación a su contexto, más bien se ve centrada en la enseñanza de procedimientos en los cuales se instruye a los alumnos. El significado conceptual gráfico de la solución de una ecuación diferencial está casi ausente y se ve limitado a las soluciones que se presentan en las aplicaciones, ya que en la actualidad existen pocos textos que hacen énfasis sobre los aspectos gráficos de las ecuaciones diferenciales.
- Una de las problemáticas con la que cuenta la enseñanza de esta disciplina es que, aún hoy, predomina el enfoque algebraico como reflejo de la primera forma que se tuvo de resolver estos problemas. Esto ha traído, como consecuencia, que se tenga una visión muy parcial de los métodos que existen para resolver ecuaciones diferenciales, pues frecuentemente en el estudio de los modelos determinísticos se requiere establecer articulaciones entre los diferentes acercamientos. Esto también causa que el estudiante sienta reticencia a interpretar gráficas y tratar de establecer conjeturas a partir de la visualización; un ejemplo de esta problemática es tratar de interpretar la solución gráficamente, mediante soluciones particulares; aunque los estudiantes están familiarizados con las funciones exponenciales desde la enseñanza media, no logran, comúnmente, interpretar la solución.
- Los estudiantes aprenden las ecuaciones diferenciales por imitación y memorización de situaciones y por esquemas de resolución vistos en clase, automatizan un proceso para resolver una ecuación diferencial, pero no comprenden su significado, su desarrollo y los resultados obtenidos. En general repiten mecánicamente lo que es mostrado por el profesor o abordado en el libro de texto. Son incapaces de pensar y crear por ellos mismos. Sería mucho más interesante interpretar un modelo matemático que invertir tanto tiempo en resolver diferentes tipos de ecuaciones mecánicamente.
- La formación de los profesores como matemáticos está muy alejada de las aplicaciones a otros campos de las ciencias experimentales. Dado que las técnicas y los modelos matemáticos son dos aspectos difíciles de reconciliar,

los profesores finalmente suelen elegir uno. Resulta mucho más fácil aprender a resolver una ecuación diferencial que reconocer un modelo matemático, de forma que los profesores suelen optar por el camino más fácil. Para realizar correcciones de cálculo, se enseña a los estudiantes que, únicamente, deben insertar la solución que obtuvieron, dentro de la ecuación original para verificarla. Es decir, en muy pocas ocasiones se le muestra al estudiante que la solución de un problema (no necesariamente la solución exacta) puede ser la suma de evidencia como gráficos, aproximaciones, entre otros.

- Una de las cuestiones es que en las ecuaciones diferenciales ordinarias está arraigada lo que se denomina como problemas didácticos en los cursos tradicionales en esta temática: falta de modelización o escasez de procesos completos de modelización; poco o nulo balance entre los tres enfoques (algebraico, geométrico y numérico) en la solución de las ecuaciones diferenciales, escasez en el análisis e interpretación de soluciones, validación de soluciones, ejemplos de ajustes de modelos y predicciones. La utilización de ordenadores de forma sistemática nos obligaría a cambiar la manera actual del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias dando más importancia a los métodos gráficos y numéricos.

El tema sobre ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos, surgen a partir de los descubrimientos de Newton y Leibniz, donde el problema de hallar la ecuación de las rectas tangentes a cualquier curva, pasó a ser un problema resuelto, ya que se contaba con una poderosa herramienta para calcular. Sin embargo surgió también el problema inverso, que resultó mucho más difícil de resolver. Se trataba de determinar la curva, conocidas las ecuaciones de las rectas tangentes en cada uno de sus puntos, es decir, lo que en la actualidad se conoce como la resolución o integración de una ecuación diferencial de primer orden. Los primeros métodos de resolución, tales como la separación de variables o los factores integrantes, surgieron antes de finales del siglo XVII. Durante el siglo XVIII se desarrollaron otros métodos más sistemáticos, pero pronto fue evidente que eran pocas las ecuaciones que podían resolverse mediante esta regla. Los matemáticos se dieron cuenta de que era inútil intentar descubrir nuevos procedimientos para resolver todas las ecuaciones diferenciales y sin embargo sí parecía fructífero investigar si una ecuación diferencial concreta tenía solución y determinar si era única (Sucuacueche, 2019).

Se desarrollaron métodos numéricos que permiten calcular, con la exactitud deseada, la solución numérica de una ecuación diferencial de primer orden, con una condición inicial fijada, siempre que verifiquen unas determinadas condiciones de regularidad, y estos métodos se pueden aplicar a problemas concretos, sin que importe si es o no es posible resolver la EDO en términos de funciones elementales. Esto ha motivado que los métodos numéricos sigan siendo un elemento indispensable para resolver problemas técnicos.

Generalmente las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos se imparten en las carreras de Licenciatura en Educación Matemática y en Ingeniería u otras carreras afines a la ciencia y la tecnología, ello presupone el dominio por parte del alumno de las asignaturas de Ecuaciones diferenciales ordinarias y del Álgebra Lineal que son necesarios para enfrentar la Matemática numérica específicamente el tema que se estudia que por varios factores muchos de los alumnos se olviden.

Los métodos numéricos que normalmente se utilizan para resolver las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden son: Método de Euler y método de Runge-Kutta. A continuación se desarrolla los conocimientos matemáticos relacionados con las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y los métodos numéricos para su solución:

Definición matemática: $F(x; y; y') = 0$

Variables: x **Función:** $f(x) = y$ **Derivadas:** $f'(x) = y' = \frac{dy}{dx}$

Cuando $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ está dada con una condición $y(x_0) = y_0$, entonces se dice que es una ecuación diferencial ordinaria de primer orden con condición inicial o simplemente **problema de Cauchy**. Las soluciones de estas ecuaciones se pueden obtener mediante:

Métodos analíticos o algebraicos (Solución exacta): método de integración que es muy frecuente en ecuaciones de variables separadas.

Métodos numérico (Solución aproximadas considerando una margen de error): Euler y Runge-Kutta.

- **El método de Euler** para resolver una ecuación diferencial ordinaria de primer orden consiste en las ecuaciones: $x_{n+1} = x_n + h$; $y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$ para $n = 0; 1; 2; \dots$ con el paso $h = x_{n+1} - x_n$.

- **El método de Runge-Kutta** es un método creado por Carl Runge y Wilhelm Kutta. Estas comprenden: RK-2 que es el más simple y RK-4.

$$\text{RK-2} \quad \begin{cases} K_1 = hf(x_n, y_n) \\ K_2 = hf(x_n + h, y_n + K_1) \\ y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2}(K_1 + K_2) \end{cases} \quad \text{para } n = 0; 1; 2; 3; \dots$$

$$\text{RK-4} \quad \begin{cases} K_1 = hf(x_n, y_n) \\ K_2 = hf(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}K_1) \\ K_3 = hf(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}K_2) \\ K_4 = hf(x_n + h, y_n + K_3) \\ y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \end{cases} \quad \text{para } n = 0; 1; 2; 3; \dots$$

- **El error** total de un algoritmo de orden p puede estimarse mediante la fórmula: $e_h = \frac{y_h - y_{2h}}{2^p - 1}$. Para **Euler** $p = 1$; para **RK-2** $p = 2$ y **KR-4** $p = 4$.

Por tanto, para dirigir adecuadamente el PEA de las EDO de primer orden a través de los métodos numéricos (Euler y Runge-Kutta), se requiere primeramente de una adecuada preparación por parte de los docentes y un trabajo integrado del colectivo pedagógico que debe sobrepasar las barreras disciplinares y convertirse en acciones de un trabajo metodológico interdisciplinar sistémico y constante, con las flexibilidades necesarias, pero que no dé lugar a improvisaciones y a la rutina, en un proceso largo y no exento de dificultades.

El profesor debe tener sólidos dominio de conocimientos matemáticos que se relacionan directamente a las ecuaciones diferenciales, pero esto no es suficiente. Además, se debe amar a sus estudiantes, conocer el nivel alcanzado en sus conocimientos, habilidades y capacidades; profundizar en las causas que influyen en el aprendizaje efectivo de las ecuaciones diferenciales ordinarias; se deben dominar, sobre todo, los métodos para enseñar este contenido. Aquí se reitera la necesidad de la relación entre los contenidos de los programas de las asignaturas del año, de manera que los precedentes contribuyan a una mejor comprensión de los que siguen, eliminado repeticiones y las inconexiones existentes entre ellos, resolviendo las dificultades que se presenten en cada momento. Debe dirigirse de modo que los estudiantes sean entes activos en la asimilación de los conocimientos y el desarrollo de las habilidades y capacidades, enfrentándose a contradicciones que deben ser resueltas a través de su aprendizaje.

Esto se expresa cuando se favorece la motivación práctica o extramatemática y la motivación intramatemática en íntima conexión con los intereses, necesidades y motivos de los estudiantes de manera que identifiquen contradicciones, carencias, insuficiencias, necesidades internas de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, de la práctica y propias que los conlleven a plantearse metas personales y colectivas de aprendizaje, a partir del conocimiento de sí como aprendiz de matemática y la seguridad necesaria para esforzarse y perseverar a pesar de los obstáculos que puedan surgir en las tareas de aprendizaje.

El estudiante a su vez debe tener dominio de los conocimientos básicos necesarios para el estudio de este nuevo tema de manera que sea capaz de reconocer, clasificar, aplicar y analizar a un nivel básico, ecuaciones diferenciales ordinarias, así como proponer estrategias y los métodos para su solución, tener una idea acerca del lugar especial que tienen las ecuaciones diferenciales, y de problemas que se plantean en términos de aquellas, tener los conocimientos necesarios para ubicarlos en su contexto teórico, estimar su grado de complejidad y dominar algunos métodos para su tratamiento.

Los estudiantes deben adquirir las habilidades necesarias para relacionar las ecuaciones diferenciales con problemas reales y de esta forma fortalecer las bases matemáticas para comprender la conexión de los conocimientos teóricos adquiridos, con problemas que requieran una aplicación práctica. Cuando el estudiante se enfrenta a un problema de aplicación en el que tenga que utilizar las ecuaciones diferenciales, un problema en el cual las matemáticas se aplican en otros campos, debe procesar la información hasta obtener el modelo matemático, a la deducción de las Ecuaciones Diferenciales ordinarias de primer orden a partir de situaciones que se presentan en determinados problemas y posteriormente resolver el modelo a través del método numérico correspondiente.

La clase, como forma fundamental de organización del proceso de enseñanza–aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos, debe ser concebida y estructurada como un sistema, que concreta y materializa los nexos y relaciones de coordinación y subordinación que se establecen entre los componentes del proceso y los protagonistas del proceso, así como las relaciones de cada clase, con las anteriores y posteriores, con la unidad y con el programa para promover el aprender a aprender como expresión del desarrollo integral de la personalidad de los estudiantes.

En las clases hay que velar por el volumen de información que pueden asimilar los alumnos; la distribución de la carga de trabajo de modo que se evite el cansancio y la monotonía (algunas causas de la distracción). En las clases se debe hacer comprender a los alumnos que los fenómenos tienen sus causas; que los criterios deben ser fundamentados; que la validez de los hechos y relaciones entre ellos debe ser demostrada. En el PEA de las EDO de primer orden a través de los métodos numéricos, la significatividad se expresa en la posibilidad del estudiante de establecer relaciones entre los nuevos conocimientos con los anteriores, con los de otras asignaturas del currículo, con sus experiencias prácticas y con su mundo afectivo motivacional. Sobre todo, cómo se vinculan los contenidos con su conducta, modo afectivo y necesidades auténticas de interacción con el medio circundante (Sucuacueche, 2019).

Precisamente el objeto de estudio de la didáctica es el proceso de enseñanza-aprendizaje, es un tipo de proceso formativo, dirigido, orientado y que se debe ejecutar sobre sólidos fundamentos teóricos (Warfield, 2014). En la relación del proceso de enseñanza-aprendizaje de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numérico asistida por computadora, con el contexto social radica la esencia de la primera ley de la didáctica. Con el fin de preparar al hombre para la vida, las Ecuaciones diferenciales ordinarias y la Matemática numérica como asignatura en el contexto escolar siempre ha sido de vital importancia por su contribución al ideal del ciudadano que se desea formar, dotándolo de un sistema de conocimientos, hábitos, habilidades, modos de actuación, convicciones, etc. para su accionar en la sociedad en que vive.

Por tales motivos en el programa del nivel universitario se expresa el siguiente objetivo general: Desarrollar hábitos de estudio y técnicas para la adquisición independiente de nuevos conocimientos y la racionalización del trabajo mental con ayuda de los recursos de las tecnologías de la informática y la comunicación, que le permitan la superación permanente y la orientación en el entorno natural, productivo y social donde se desenvuelve (Martínez, 2018). Al hacer uso de la computadora para resolver ecuaciones diferenciales a través de los métodos numérico y apropiarse de nuevos conocimientos, llegando al empleo de los software sociales, se presenta un vínculo más directo con la actividad práctica, se logra una mejor vinculación entre lo afectivo y lo cognitivo, lo que se traduce en una motivación más efectiva en el alumno. De esta manera se contribuye a la

unidad de la esfera afectivo-motivacional con la esfera cognitivo-instrumental para formar la personalidad integral de los educados. Al principio el profesor muestra los modos de actuación ante los problemas, empleando la computadora como medio auxiliar; luego plantea problemas similares, en correspondencia con el diagnóstico y tratando de reducir la zona de desarrollo próximo para lo que ofrece los niveles de ayuda correspondientes u orienta al alumno a través de la guía formativa las vías y formas de proceder.

El uso de la computadora debe estar en correspondencia con los objetivos que se tracen los que determinan qué producto emplear, en qué momento emplearlo y cómo emplearlo. El objetivo asumido conscientemente por el alumno propicia su posición activa en el proceso, hace que deje de ser objeto y se convierta en sujeto de su propio aprendizaje, orienta su accionar con conocimiento de causa para interactuar con el medio y determinar hasta dónde ha llegado, qué le falta y qué acciones debe emprender para alcanzar los resultados que espera él y su profesor. La computadora constituye en estos momentos uno de los medios más relevantes producto al desarrollo tecnológico alcanzado; el educando y el profesor se encuentran frente a un medio interactivo como nunca antes, dotado de imágenes, sonidos, videos y textos, que le brindan toda la información necesaria.

Conclusiones del capítulo 1:

Las ecuaciones diferenciales son modelos matemáticos que permiten resolver variadas situaciones que se presentan en la vida diaria, es por eso que en su enseñanza se requiere de un enfoque interdisciplinar y problematizado, principalmente en la ejemplificación de sus aplicaciones relacionándolas con otras asignaturas de las ciencias naturales, tecnológicas y sociales. El proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias se ve de forma muy aislada con relación a su contexto, más bien se centra en la enseñanza de procedimientos en los cuales se instruye a los estudiantes. Para dirigir el PEA de las EDO de primer orden a través de los métodos numéricos (Euler y Runge-Kutta), se requiere de una adecuada preparación por parte de los docentes y un trabajo integrado del colectivo pedagógico que debe sobrepasar las barreras disciplinares y convertirse en acciones de un trabajo metodológico interdisciplinar sistémico y constante, con las flexibilidades necesarias, pero que no dé lugar a improvisaciones y a la rutina, en un proceso largo y no exento de dificultades.

CAPÍTULO 2: ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL MEJORAMIENTO DEL PROCESO DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DE UN SOFTWARE EDUCATIVO EN LA ESPdN

En el presente capítulo se da respuesta a la segunda, tercera y cuarta pregunta científica, que fueron declaradas en la introducción de la investigación. Aquí se hace la caracterización del estado actual del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos; se presenta la estrategia didáctica para la enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinaria de primer orden a través de los métodos numéricos mediante el empleo del software educativo “Matemática Numérica”, así como se hace una propuesta sobre la distribución de contenido; y finalmente se constata a través de criterios de especialistas la posible efectividad de la estrategia didáctica que se presenta.

2.1: Estado actual del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos, en la carrera Licenciatura en Educación Matemática

Al caracterizar el estado actual del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos, se aplicaron diferentes instrumentos y técnicas, tales como: Prueba pedagógica, entrevistas a profesores, encuestas a estudiantes, observaciones de clases y revisión de documentos; las cuales brindaron la información requerida sobre el comportamiento de la variable que se investiga.

Para la aplicación de los instrumentos de diagnóstico se crearon todas las condiciones necesarias, se hicieron coordinaciones, se garantizó el tiempo, momento y lugar oportuno para que la información fuera lo más certera posible y antes de iniciar la aplicación de cada instrumento se dialogó con los estudiantes sobre la necesidad e importancia de la investigación.

En la presente investigación se asume como variable, **el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos**, y se define como: La relación dialéctica que existe entre los protagonistas del proceso, que se establece en un determinado

tiempo y espacio, para el intercambio y sistematización de los contenidos relacionados con las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos mediante el uso del software educativo “Matemática Numérica”, donde el profesor debe diseñar, ejecutar y evaluar teniendo en cuenta no solo la coordinación de los componentes necesarios para este proceso, sino también, respetar las particularidades individuales de cada sujeto que participa en dicho proceso. Basándose a la definición de la variable, se han elaborado dos dimensiones, donde cada una está en correspondencia con sus debidos indicadores. Basándose a la definición de la variable, se han elaborado dos dimensiones, donde cada una está en correspondencia con sus debidos indicadores. Estos se muestran a continuación:

DIMENSIONES	INDICADORES
Cognitiva	<ol style="list-style-type: none"> 1. Clasificar las ecuaciones diferenciales ordinarias. 2. Identificar el método analítico que se utiliza para resolver la EDO de primer orden, que se plantea. 3. Identificar problemas con condiciones iniciales. 4. Aplicar métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. 5. Comparar los métodos analíticos y los métodos numéricos que se utilizan para resolver EDO.
Afectiva motivacional	<ol style="list-style-type: none"> 1. El diagnóstico escolar y su utilización por el profesor para la atención diferenciada a los estudiantes y no como un fin en sí mismo. 2. El dominio de los contenidos matemáticos y didácticos para lograr rigor científico, nivel de actualización y vínculo con la vida en función de un proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador. 3. La utilización de medios de enseñanza-aprendizaje y su correspondencia con el contenido y los restantes componentes del proceso. 4. Se garantiza el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia. 5. El papel protagónico del estudiante en el proceso

	<p>mediante la actividad y la comunicación.</p> <ol style="list-style-type: none"> 6. La actividad independiente del estudiante y la ayuda que recibe para propiciar aprendizajes desarrolladores. 7. Grado de conocimientos y habilidades que demuestran tener los estudiantes sobre el uso de los recursos tecnológicos 8. Valor porcentual de asistencia y puntualidad de los estudiantes en las clases de la Ecuaciones diferenciales y la Matemática Numérica. 9. Nivel de cooperación que muestra el grupo durante las actividades que se realizan en clase. 10. Actitud y motivación por parte de los estudiantes para la realización de las tareas.
--	--

Con relación a las dimensiones e indicadores, se aplicaron instrumentos de medidas, que brindaron informaciones de cómo marcha el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos y se pudo constatar lo siguiente:

Revisión de documentos: Se realizó con la finalidad de constatar las potencialidades e insuficiencias que brindan los documentos normativos, de manera que ejerzan influencia en el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos. Para tal propósito se revisaron: plan de clase; programa analítico de la asignatura Ecuaciones diferenciales ordinarias y de Matemática numérica; plan de estudio de la carrera Licenciatura en educación matemática, donde se pudo constatar los siguientes resultados: En los planes de clases no se tienen en cuenta los contenidos preliminares y algunos elementos de las funciones didácticas tales como: Aseguramiento del nivel de partida, motivación y control; los ejercicios planificados no aparecen resueltos, y en la planificación no se tiene en cuenta las sugerencias metodológicas que aparecen en el programa de la asignatura Ecuaciones diferenciales ordinarias y de Matemática numérica para abordar el estudio de las ecuaciones diferenciales a través de los métodos numéricos.

En el programa analítico de la asignatura Ecuaciones diferenciales ordinarias, la unidad temática III corresponde al estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y se evidencia que esta temática posee un total de 22 horas/clases incluyendo las clases teóricas y prácticas, para un sistema de conocimiento de 7 asuntos, sin embargo, no se declaran los objetivos específicos a lograr en esta unidad. Mientras que en el programa analítico de la asignatura Matemática numérica, la unidad temática VI corresponde al estudio de los métodos numéricos para ecuaciones diferenciales ordinarias y se evidencia que esta temática posee un total de 16 h/c incluyendo las clases teóricas y prácticas, para un sistema de conocimiento de 6 asuntos, sin embargo, no se declaran los objetivos específicos a lograr para las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos. El plan de estudio de la carrera licenciatura en educación matemática que está en servicio actualmente, es de la versión del año 2015; es decir, que el currículo de formación está descontextualizado y cargado de muchas asignaturas con poca necesidad de su estudio y éstas a su vez cargadas con demasiados contenidos, considerando entonces que estos detalles hacen que se le brinde poco tiempo de estudio a las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos.

Prueba pedagógica inicial (Anexo I): Se aplicó con la finalidad de constatar las principales dificultades de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos, en los estudiantes de tercer año de la carrera licenciatura en educación matemática de la ESPdN. La prueba consta de una pregunta que contiene dos incisos y que están relacionadas directamente con los 5 indicadores de la dimensión 1. Para el primer inciso se asumen los indicadores 1, 2 y 3; y para el segundo inciso los indicadores 4 y 5.

Para medir el resultado de los estudiantes se utiliza la variable cualitativa mediante una escala ordinal de (MM, M, R, B, MB); se considera aprobado en el diagnóstico al estudiante que obtiene una de las categorías (R, B o MB) y desaprobado al que obtiene la categoría (MM o M). A continuación se describen las características de cada categoría:

- **MM (Muy Mal):** No ejecuta absolutamente ningún indicador.
- **M (Mal):** Ejecuta solamente uno o dos indicadores de (1, 2 y 3).
- **R (Regular):** Ejecuta adecuadamente hasta tres indicadores (1, 2 y 3) o simplemente ejecuta de manera adecuada el indicador 4 y uno de los

indicadores (1, 2 y 3) o simplemente ejecuta de manera adecuada el indicador 5 y uno de los indicadores (1, 2 y 3)

- **B (Bien):** Ejecuta adecuadamente hasta cuatros indicador (1, 2, 3 y 4) o simplemente ejecuta de manera adecuada los indicadores (4 y 5) o ejecuta adecuadamente los indicadores (1, 2 y 5).
- **MB (Muy Bien):** Ejecuta todos indicadores (1, 2, 3, 4 y 5).

Lo que significa que con tan solo ejecutar adecuadamente el indicador 4 o 5 con algún otro (1, 2 o 3), se garantiza de inmediato la aprobación de la prueba porque estos dos indicadores (4 y 5) responden de manera directa al objetivo de la prueba pedagógica que se propone en la presente investigación. Además se garantiza el aprobado por tan solo ejecutar de manera adecuada los tres primeros indicadores (1, 2 y 3). Para conocer el nivel de desarrollo de los estudiantes se hizo la tabulación por cada indicador que conforma la pregunta de la prueba y se pudo constatar los siguientes resultados:

- En un total de 35, solo 23 estudiantes que representan el 65,71% logran clasificar las ecuaciones diferenciales; 8 estudiantes que representan el 22,86% intentan pero no llegan en el resultado y 4 estudiantes que representan el 11,43% no logran absolutamente nada en este indicador.
- En un total de 35, solo 19 estudiantes que representan el 54,28% logran Identificar el método analítico que se utiliza para resolver EDO de primer orden, que se plantea; 10 estudiantes que representan el 28,57% intentan pero no llegan en el resultado y 6 estudiantes que representan el 17,14% no logran absolutamente nada en este indicador.
- En un total de 35, solo 5 estudiantes que representan el 14,28% logran identificar problemas con condiciones iniciales; 7 estudiantes que representan el 20% intentan hacerlo pero no llegan hasta el final y 23 estudiantes que representan el 65,71% no logran hacer absolutamente nada en este indicador.
- En un total de 35 estudiantes, solo 6 estudiantes que representan el 17,14% logran aplicar métodos numéricos para resolver EDO de primer orden; 7 estudiantes que representan el 20% intentan hacerlo pero no llegan hasta el final y 22 estudiantes que representan el 62,86% no logran hacer absolutamente nada en este indicador.

- En un total de 35, solo 8 estudiantes que representan el 22,86% logran comparar los métodos analíticos y los métodos numéricos que se utilizan para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, 5 estudiantes que representan el 14,28% intentan hacerlo pero no llegan hasta el final y 22 (62,86%) estudiantes no logran hacer absolutamente nada en este indicador.

Después de la tabulación de cada indicador que conforman los incisos de la pregunta, se estableció entonces la calificación final teniendo en cuenta los criterios establecidos por cada categoría, y se pudo constatar lo siguiente: 5 Estudiantes que representan el 14,28% del total están calificados de MM; 15 estudiantes que representan el 42,86% del total están calificados de M; 8 estudiantes que representan el 22,86% del total están calificados de R; 5 estudiantes que representan el 14,28% del total están calificados de B y 2 estudiantes que representan el 5,71% del total están calificados de MB

Se concluye que de los 35 estudiantes que se presentan en la prueba pedagógica inicial, aprobaron solo 15 estudiantes que representa un 42,86% del total y desaprobaron 20 estudiantes que representa un 57,14% del total.

Entrevista a profesores (Anexo II): Se realizó con la finalidad de recopilar criterios sobre las influencias en el tratamiento de las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos, así como las principales dificultades que presentan los estudiantes en el estudio de este tema. Para tal propósito se entrevistaron los dos profesores que imparten las asignaturas de Ecuaciones diferenciales ordinarias y Matemática numérica en la carrera licenciatura en educación matemática; donde se pudo constatar lo siguiente:

Los profesores coinciden al afirmar que a nivel de las universidades de la provincia de Namibe, son pocas las carreras en que se imparten la asignatura Ecuaciones diferenciales ordinarias y Matemática numérica, así como profesores con la suficiente preparación para impartirlas. En algunos casos es muy difícil cumplir con el objetivo del programa, pues es mucho contenido para poco tiempo de estudio y que los estudiantes ingresan en la carrera con muchas carencias tanto de contenido como de habilidades que ya debían estar formadas, y que en algunas casos no dedican el tiempo necesario para los estudios individuales y prepararse para enfrenar cualquier tipo de evaluación. Los profesores declaran que la hoja de cálculo Excel, es la única herramienta de trabajo disponible en la ESPdN para la impartición de la asignatura Matemática numérica y que no cuenta

con un software educativo, eficiente para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.

Encuesta a estudiantes (Anexo III): Se aplicó, con la finalidad de constatar las opiniones de los estudiantes y explorar la relación afectiva con el tratamiento de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos. Para tal, se encuestaran un total de 35 estudiantes que conforman la muestra y los resultados se muestran a continuación:

- 35 estudiantes afirman que el estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos resulta muy difícil de comprender y las explicaciones que ofrece el profesor son insuficientes y que el método analítico resulta más fácil para resolver EDO.
- estudiantes que representa un total de 8,57% afirman que les gusta resolver ejercicios de demostración y de cálculo; 5 estudiantes que representa un total de 14,28% afirman que les gustan los ejercicios de solución de problemas y de cálculo y 27 (77,14%) estudiantes afirman que prefieren resolver solamente los ejercicios de cálculo.
- 21 estudiantes que representa un total de 60%, afirman que no se sienten motivado en las clases porque no tienen idea sobre los pasos a seguir para resolver un ejercicio, pues el profesor no les da la herramienta de trabajo y la cantidad de clases de ejercitación que se imparte nunca son suficientes.
- 7 estudiantes que representan un total de 20% afirman que prefieren resolver los ejercicios solo y cuando tienen dudas de cualquier ejercicio no tienen coraje de preguntar al profesor por la poca intimidad y relación entre profesor-alumno.

Observación a clase (Anexo IV): Se realizó con la finalidad de verificar cómo se dirige el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numérico. Para tal, se observó un total de cuatro clases; donde, dos son conferencias y dos de clase práctica, donde se pudo constatar lo siguiente: No se resumen y no se profundizan los aspectos esenciales abordados para el cumplimiento del objetivo. No se utiliza el libro de texto de la asignatura para la impartición de las clases y para orientación de estudios independientes. No se logra motivar correctamente a los alumnos durante la clase. No se atienden las diferencias individuales de los estudiantes. En algunas veces no se aseguran las condiciones previas necesarias.

Se imparte demasiado contenido en poco tiempo de clase y difícilmente se cumple con el tiempo reglamentado. Falta de coherencia entre lo que se aborda de contenido y la evaluación que se utiliza por parte del docente y no se utiliza software educativo que facilite el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos. Los ejercicios de la clase no están adecuadamente graduados según el grado de dificultad. Algunas veces no se orienta adecuadamente como proceder en los ejercicios propuestos y no se trabajan los ejercicios que ofrecen los procedimientos generales de trabajo y el pensamiento lógico.

Al analizar la información obtenida a través de los instrumentos aplicados a la muestra de la investigación, se determina que, los cinco indicadores que conforman la dimensión 1, al ser evaluados, presentaron bajos resultados, fundamentalmente los indicadores (3, 4 y 5) que están directamente relacionados con el tema de esta investigación, por lo que se puede inferir que hay dificultades en la identificación de problemas con condiciones iniciales, en aplicar métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias y en hacer una comparación entre métodos analíticos y numéricos que se utilizan para resolver dichas ecuaciones. Por lo que se concluye que esta dimensión 1 (Cognitiva), presenta problemas al estar evaluados sus indicadores con bajo resultado.

Los nueve indicadores que conforman la dimensión 2, al ser evaluados presentan bajos resultados, fundamentalmente los indicadores (2, 3, 4, 6, 7 y 10) que están relacionados con: el dominio de los contenidos matemáticos y didácticos para lograr rigor científico, el nivel de actualización y vínculo con la vida, en función del proceso de enseñanza-aprendizaje. Existen dificultades también en la utilización de medios de enseñanza-aprendizaje y su correspondencia con el contenido y los restantes componentes del proceso y el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia por parte de los estudiantes no es adecuada. Tampoco resultan adecuadas la actividad independiente de los estudiantes y la ayuda que recibe para propiciar aprendizajes desarrolladores. El grado de conocimientos y habilidades que demuestran tener los estudiantes sobre el uso de los recursos tecnológicos en particular el software educativo. La actitud y motivación por parte de los estudiantes para la realización de las tareas es inadecuado. Por lo que se puede inferir que en esta dimensión 2 (afectivo-motivacional) existen problemas al estar evaluados sus indicadores con bajo resultados.

Sin embargo, derivado del proceso de diagnóstico, se pudieron identificar un grupo de fortalezas y debilidades que influyen en el PEA ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.

Las fortalezas son las siguientes:

- La ESPdN cuenta con un laboratorio de informática suficientemente equipado lo cual permite instalar software educativo “Matemática Numérica” para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.
- Los programas analíticos de Ecuaciones diferenciales ordinarias y Matemática numérica contienen contenidos previos suficientes, de modo a favorecer el estudio de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos y contiene suficientes orientaciones metodológicas.
- Los profesores manifiestan sus disponibilidades para dirigir el proceso de enseñanza aprendizaje del contenido que se investiga.

Las debilidades son las siguientes:

- Los estudiantes no logran identificar de qué tipo es una determinada ecuación diferencial y ni siquiera saben aplicar el método de solución que corresponde a ese tipo de ecuación diferencial, ya que cada una de estas ecuaciones se resuelve por un método diferente.
- Falta de interés y motivación por parte de los estudiantes para la realización de las tareas, pues se enfrentan con cálculos muy extensos que les causan aburrimiento.
- No cuentan con un software educativo eficiente para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos.
- No se cuenta con un documento estratégico que prepare a los estudiantes y profesores para llevar a cabo el PEA de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.

Una vez concluido el diagnóstico, se puede afirmar que las dimensiones (1 y 2) presentan bajo rendimiento, luego se aprecia la necesidad de elaborar una estrategia didáctica que contribuya al perfeccionamiento del PEA de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos mediante el empleo del software educativo “Matemática Numérica”.

2.2- Las estrategias didácticas en el proceso de enseñanza aprendizaje

Etimológicamente, estrategia, proviene de la palabra griega "strategos", que significa conjunto general de maniobras realizadas para superar un enemigo durante un combate. Tradicionalmente fue utilizada en el terreno de las operaciones militares. Las definiciones del término se remontan a teóricos de la guerra como Karl Von Clausewitz y Sun Tzu, quienes se refirieron a ella como el arte de dirigir las operaciones o como conjunto de procedimientos para alcanzar un objetivo. Asociado al arte de la guerra por milenios, el concepto de estrategia sobrepasa las fronteras de los cuarteles militares, para aportar a un nuevo tipo de guerra que emerge después de la Segunda Guerra Mundial: la guerra de los negocios (Comba & González Amarillo, 2019).

Desde entonces se ha producido un desarrollo teórico y metodológico vertiginoso en torno a la concepción de la misma. Atendiendo a ello se pueden encontrar múltiples definiciones de estrategia planteadas por autores de diversas especialidades y épocas y en dependencia de objetivos y finalidades propuestas. En el ámbito educativo, se maneja constantemente el concepto de estrategia, donde "Su propósito fundamental es la proyección del proceso de transformación del objeto de estudio, a fin de responder a una contradicción entre un estado real y un estado deseado. Las estrategias pueden ser educativas, pedagógicas, didácticas, metodológicas, de dirección escolar, curricular y aquellas encaminadas a la superación del personal docente, tienen elementos coincidentes, entre ellos, fases o etapas que se cumplen para alcanzar el fin deseado, destacándose, el diagnóstico, la ejecución y el control (Carrión, 2007).

Las cualidades esenciales que debe tener una estrategia son: poseer un sistema de acciones que puedan tener diversas direcciones, tener gran nivel de generalidad, ser flexibles, tener acciones por etapas e indicaciones de objetivos, contenido, métodos, medios, formas de organización y participantes. Debe contener también, acciones de retroalimentación y evaluación de la propia estrategia (Sardiñas & Martín, 2019).

Según Chacón & Martínez (2019) los pasos para elaborar una estrategia son:

1. Introducción–fundamentación: Se plantea la existencia de insatisfacciones con respecto a los fenómenos, objetos o procesos que se desarrollan en un

campo o contexto determinado, de ideas o puntos de partida que fundamentan la estrategia.

2. Diagnóstico de la situación actual: Indica el estado real del objeto y evidencia el problema en torno al cual gira y se desarrolla la estrategia.
3. Descripción del estado deseado: Se expresa a través del planteamiento de objetivos y metas a alcanzar en determinados plazos de tiempo. Los objetivos pueden formularse en generales y específicos.
4. Planeación estratégica: Definición de actividades y acciones que respondan a los objetivos trazados y a las entidades responsables. Se realiza una planificación por etapas de las acciones, recursos, medios y métodos que corresponden a estos objetivos.
5. Instrumentación: Explicar cómo se aplicará, bajo qué condiciones, durante qué tiempo, participantes, responsables, etc.
6. Evaluación: Prever los indicadores e instrumentos para medir y valorar los resultados, definir los logros y los obstáculos que se han ido venciendo, valoración de la aproximación lograda al estado deseado.

Para esta investigación el resultado es una estrategia didáctica dirigida a transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje, a partir de sus componentes, con el fin de garantizar la formación del estudiante, tanto los de naturaleza técnico-profesional, como los de su desarrollo individual. Al respecto, el autor comparte los criterios valiosos, expresados por diferentes autores sobre la estrategia didáctica dirigida al PEA, donde afirman que:

“La estrategia didáctica se concibe como el sistema de acciones y procedimientos metodológicos derivados de las etapas de esta que, atendiendo a los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje, permite lograr la transformación del estado real al deseado del objeto a modificar y alcanzar los objetivos a un alto nivel” (Pino, 2005).

“La estrategias didáctica es un conjunto de acciones a corto, mediano y largo plazo, para lograr el reconocimiento del concepto función, y así transformar el PEA en una enseñanza creativa e independiente, tomando como base los métodos y procedimientos para lograr dicho objetivo en un tiempo concreto, donde el profesor y el alumno juega un rol fundamental”(Mosquera, 2011).

“La estrategia didáctica, se entiende como estrategia didáctica a un sistema de acciones educativas coordinadas, utilizadas intencionalmente para conseguir un

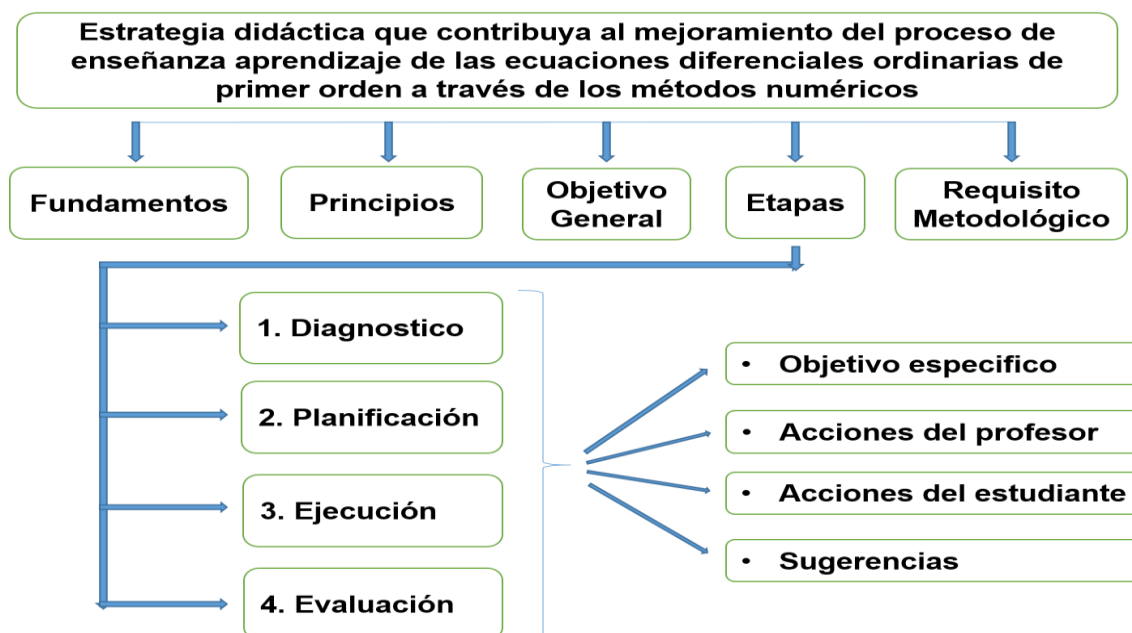
objetivo propuesto en el proceso de enseñanza-aprendizaje, en un tiempo con la participación del profesor y el estudiantes”(Alderete, 2012)

Los autores antes mencionados, coinciden en sus definiciones, al fundamentar que las estrategias didácticas son empleadas para lograr un objetivo, teniendo en cuenta los componentes del proceso enseñanza aprendizaje y llevando a cabo determinadas acciones dirigidas por el profesor y el estudiante, posición que comparte el autor. Teniendo en cuenta lo dicho anteriormente y dada las características de esta investigación, el autor la define como: Un conjunto de situaciones de enseñanza aprendizaje del contenido de ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numérico, integradas por acciones que diseñadas por el profesor, propician el papel activo del estudiante en el logro de los objetivos, dirigidos a la adquisición de conocimientos, al desarrollo de habilidades y normas de relación para la aplicación en nuevas situaciones donde se estimula la motivación por aprender.

En esta definición se reconoce el tránsito de los estudiantes de una situación inicial a otra deseada y la posible transformación no sólo de lo cognitivo sino también de toda su esfera afectivo de la personalidad; se destaca además la participación del personal pedagógico en su diseño y el empleo de la creatividad en su desempeño pedagógico. Se requiere tener claridad del estado deseado que se quiere lograr y convertirlo en metas a largo, mediano y corto plazo, después planificar y dirigir las actividades para lograrlo.

La estrategia didáctica que se propone para esta investigación, está fundamentada científicamente a partir de los referentes teórico-metodológicos declarados en la introducción y en el Capítulo I, con la necesidad de transformar el proceso de enseñanza aprendizaje a partir de la caracterización analizada del estado actual sobre las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos en la carrera de licenciatura en educación matemática de la ESPdN. La concepción del proceso de enseñanza-aprendizaje que se plantea a través de la estrategia didáctica, que reconoce al propio proceso como un todo. El diseño del proceso a través de la estrategia abarca dialécticamente los componentes del mismo (objetivos, contenidos, métodos, medios, formas de organización y evaluación) como elementos mediatizadores de las relaciones entre los protagonistas (estudiante, y profesor) y las relaciones que se establecen entre ellos para poder poner en práctica las acciones encaminadas

a transformar el estado actual. El siguiente esquema representa la estructura de la estrategia didáctica que se propone para esta investigación:



La **fundamentación** de la estrategia didáctica, tiene su base en las ciencias como la psicología, la pedagogía, la filosofía y la sociología; abordada por (Tarifa, 2005), las cuales permiten desde el punto de vista teórico y metodológico darle coherencia, científicidad y organización, ya que postulados importantes de estas ciencias, así como sus categorías y leyes, posibilitaron dar concreción a la misma. Desde el punto de vista **filosófico**: tiene como base teórica y metodológica el marxismo leninismo, al considerar la práctica social como punto de partida, la representación de la relación entre hombre y sociedad en un proceso histórico-concreto como máxima de cualquier desempeño educativo.

El materialismo dialéctico ofrece una sólida teoría del conocimiento, en la cual se vincula en un todo la doctrina de su reflejo en la conciencia humana, entendido el conocimiento como resultado de la interacción dialéctica del sujeto y los objetos de la realidad, y entre estos; es un presupuesto del cual necesariamente tenemos que partir para emprender cualquier obra científica y es precisamente la idea fundamental que se defiende. La estrategia didáctica tiene carácter objetivo, pues su planificación y contenido han surgido de las necesidades teóricas y prácticas específicas de los docentes. Define sobre esta base su necesaria instrumentación y renovación y ambas se entrelazan en los procesos de transformación de la evaluación del aprendizaje en su concepción teórica y aplicación en la práctica.

El carácter dialéctico de la estrategia se manifiesta en su flexibilidad, pues sus componentes han de remodelarse de acuerdo con las necesidades que van surgiendo en el contexto y en su propio desarrollo. Se revelan los nexos internos de los componentes que la integran, donde cada acción está relacionada con la otra y todas en conjunto conducen al alcance de los objetivos.

Desde el punto de vista **psicológico**: la propuesta se sustenta, fundamentalmente, en el enfoque histórico-cultural, a partir del concepto de zona de desarrollo próximo (ZDP) dado por Vygotsky. Este enfoque tiene gran importancia, por considerar al estudiante como sujeto de su aprendizaje y valorar no sólo el conjunto de capacidades, conocimientos, habilidades y destrezas que posea el estudiante de manera individual, sino también los factores psicológicos individuales, sociales, grupales, en un proceso sistemático de educación de la personalidad durante toda su vida y sólo condicionados por el contexto en que se desarrolla el individuo.

Desde el punto de vista **pedagógico**: se asume la educación en el colectivo a partir del intercambio, la comunicación, la socialización, la participación colaborativa y creadora, mediante la utilización de métodos que propicien la activación del conocimiento desde una posición sistémica, flexible y dinámica; así como el vínculo de los contenidos con la realidad y la concepción de las actividades con un carácter integrador.

En lo que respecta al papel del docente como mediador del proceso de enseñanza-aprendizaje, se considera que el mismo debe ofrecer o modelar un conjunto de exigencias para la dirección de un proceso mediador reflexivo, que posibilite en los estudiantes las condiciones para un aprendizaje más productivo, desarrollador y consciente; para lo que se deben tener en cuenta las formas de comunicación utilizadas, estas deben tener un carácter democrático y creador; Estimular la creatividad y promover el autoaprendizaje, tanto en las actividades presenciales como en las que el estudiante está solo frente al entorno virtual; El profesor deja de ser el principal transmisor de la información a los alumnos.

Desde el punto de vista **sociológico**: es la propia sociedad la que condiciona el proceso de formación de estos profesionales a partir de las demandas que impone el ejercicio de la profesión, estas relaciones condicionan el proceso de formación de los profesionales y determinan las tendencias y regularidades en dicho proceso. Se basa en la individualización como proceso inseparable de la

socialización. Se tiene en cuenta el desarrollo del individuo bajo la influencia de la educación y el medio social y natural en que tiene lugar. Se considera a la educación como medio y producto de la sociedad y su transformación, la sociedad como depositaria de toda la experiencia histórico-cultural.

Como fundamento **didáctico**, de manera particular la Metodología de la Enseñanza de la Matemática, que constituye una de las didácticas especiales en las que se concretan las leyes y principios generales establecidos en las ciencias. La estrategia parte de la concepción del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador, que considera al estudiante como centro y protagonista activo de este proceso, posibilita la interacción y comunicación, así como eleva la capacidad de reflexión, el aprendizaje racional y afectivo-vivencial de los estudiantes para el desarrollo de la habilidad resolver ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos.

El profesor conduce el proceso de enseñanza-aprendizaje de manera intencional, planificada y creativa. Su papel se significa al tomar en cuenta las potencialidades del estudiante, su necesidad de que lo escuchen, consideren y valoren sus criterios y opiniones. Considera el aprendizaje como un proceso formador, de transformación y desarrollo de la personalidad de cada uno de los estudiantes.

La intencionalidad, la contextualización y la unidad entre teoría y práctica del producto de acciones planificadas es lo que confiere a la didáctica su compromiso con la práctica educativa. Se planifican y orientan actividades para el estudiante, que constituyen retos para su forma de pensar, sentir y actuar. Durante el proceso se develan contradicciones entre lo que se dice, lo que se hace y lo que ejecuta en la práctica del estudiante, al enfrentarse a problemas relacionados con las ecuaciones diferenciales ordinarias.

Se tiene en cuenta además como fundamento didáctico, el papel de la **tecnología de la información y la comunicación** que favorece y optimiza procesos de integración y sistematización de los contenidos con las potencialidades de los softwares educativos y asistentes matemáticos, que contribuyen a la motivación y el interés por aprender en los estudiantes y son medios de uso creciente en la búsqueda y el procesamiento de la información en el proceso de resolución de ecuaciones diferenciales de primer orden a través de los métodos numéricos. Esta variante según Beluce & Oliveira (2015), "Estimula al estudiante hacia la construcción y reconstrucción de los conceptos, teoremas y procedimientos de

solución y fomenta la motivación y disposición hacia la resolución de problemas”, en este caso de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numérico como actividad compleja e integradora que da significado a lo que aprende y desarrolla convicciones y creencias acerca de sus potencialidades para poder hacerlo.

Esto es posible al hacer el proceso de enseñanza-aprendizaje más objetivo, al aprovechar en mayor grado las potencialidades de los órganos de los sentidos, al disminuir el tiempo dedicado a este proceso y permitir una mayor retención de los contenidos. El redimensionamiento de los objetivos de la Matemática viene dado a través del modelo que se propone, ya que los mismos se alcanzan a un mayor nivel teórico conceptual y práctico. La computadora como medio posibilita elevar a planos superiores el cumplimiento de los objetivos y funciones que tiene la Matemática en el currículo escolar, pues permite poner el énfasis en la comprensión teórica y en el desarrollo de capacidades y habilidades, sobre todo en la resolución de problemas (Pérez & Reyes, 2019).

La introducción de la computadora en la clase de Matemática como medio, se convierte en una necesidad real que plantea nuevos retos sobre los que se debe reflexionar, en cuanto al proceso de enseñanza aprendizaje de esta ciencia y donde se valore la interrelación dialéctica que se da entre cada uno de los componentes. Esta relación constituye la esencia de la segunda ley de la didáctica: La educación a través de la instrucción. Lo que contribuye a formar una cultura informática, deja de ser objetivo privativo de la Computación (Vera, 2016).

En el proceso pedagógico intervienen componentes personales, es decir, el profesor, el alumno y el grupo, los que interactúan entre sí. También intervienen los llamados componentes personalizados que adquieren vida propia en las condiciones de su empleo por la persona que enseña o por la que aprende. Estos componentes interactúan en sistema, en una dinámica propia que se hace necesario comprender para poder realizar una dirección acertada del proceso.

“Dentro de los componentes personalizados a tener en cuenta por el educador para dirigir el proceso de enseñanza aprendizaje y por los alumnos para que se impliquen como sujetos activos de su propia educación, se encuentran: el objetivo, el contenido, los métodos, los medios, la evaluación y las formas de organización del proceso pedagógico” (Tatto & Senk, S., 2011).

La estrategia didáctica está sustentada en los siguientes principios:

- **Principio del carácter científico de la enseñanza.** En la estrategia, este principio se relaciona con el tratamiento que las asignaturas Ecuaciones diferenciales ordinarias y la Matemática numérica deben realizar a partir de sus sistemas de conocimientos de lo más avanzado de la ciencia y la tecnología contemporánea y expresa la necesidad de que la lógica de la ciencia y la investigación científica se manifieste, se traslade y sea desarrollada en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Los núcleos temáticos y contenidos que deben ser trabajados para desarrollar las asignaturas de Ecuaciones diferenciales ordinarias y la Matemática numérica, así como la concepción integral de la estrategia facilitan la aplicación de este principio en el proceso pedagógico, teniendo en cuenta que estos permiten: ofrecer diferentes enfoques a los contenidos que se explican, lo que posibilitará la toma de partido de manera consciente y promover la reflexión, debate y polémica sobre problemas contemporáneos de la sociedad, la ciencia, la tecnología, la realidad cotidiana y su repercusión social futura. Estos elementos contribuyen a que el estudiante no sólo se apropie de conocimientos teóricos, que domine leyes, teorías, conceptos, sino que actúe con conocimiento de causa, basada en valores.

- **Principio de la unidad de lo instructivo, lo educativo y lo desarrollador.** Este principio demanda que al desarrollar el contenido, se seleccionen aquellos métodos que por su grado de activación hagan pensar al estudiante y desarrollar habilidades y capacidades de forma tal que, se formen además sus convicciones, con un pensamiento flexible e independiente.

Para lograr el cumplimiento de este principio, la enseñanza debe ser desarrolladora, estar orientada no al desarrollo obtenido por el alumno, sino a la zona de desarrollo próximo, emplear en el aprendizaje formas de enseñanza activa que propicien la necesidad de conocer, que aparezca el razonamiento, la búsqueda de soluciones y de autodirección y autocontrol del aprendizaje.

El maestro debe tomar en consideración las características individuales de los alumnos, sus diferentes niveles de desarrollo, deficiencias y potencialidades, para promover en ellos el desarrollo hasta el límite de sus posibilidades.

- **Vínculo de lo afectivo y lo cognitivo:** Cuando se habla de las aspiraciones de los alumnos, en su actividad escolar relacionada con ecuaciones

diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos, se hace referencia, a la necesidad y a los requerimientos de obtener determinados resultados en la realización de esta actividad; de alcanzar determinada posición en el curso de su interrelación con los que lo rodean. Si el contenido de las actividades no le resulta de interés al alumno o la forma en que se hace llegar no es suficiente, entonces se entorpece el proceso enseñanza - aprendizaje y no contribuye al desarrollo óptimo de los intereses.

- **Principio de la relación dialéctica entre teoría y práctica:** Se sustenta en la dialéctica que establece la coherencia precisa entre el conocimiento sensorial y el racional, lo que posibilita un salto cualitativo hacia la práctica superior y más acabada, la cual garantiza el verdadero desarrollo del conocimiento científico. Este principio posibilita que los estudiantes no se apropien solamente de un sistema de conocimientos, sino que puedan aplicarlos para resolver las demandas en la práctica.

Es por eso que el profesor tiene que vincular su mensaje educativo con la vida, pues de lo contrario, éste le llegará vacío, abstracto, carente de significación al estudiante y no se implicará en la tarea de aprendizaje; deberá aprovechar el aprendizaje vivencial de sus estudiantes, apoyarse en este para futuros aprendizajes; impedir por todos los medios el divorcio entre la teoría y la práctica, el discurso donde se absolutice lo teórico y no se tenga a la práctica como el punto inicial para la elaboración de nuevas teorías.

- **Principio de la asequibilidad:** Exige que la enseñanza de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos, sea comprensible y posible de acuerdo con las características individuales de los estudiantes, lo cual no significa simplificarla, sino adecuarla a las peculiaridades del grupo. Es por eso importante diagnosticar qué condiciones previas poseen los estudiantes para la asimilación de los nuevos contenidos y para enfrentarse a las tareas docentes que demande la carrera, de ahí que haya que tomar en cuenta las diferencias individuales.
- **Principio de la solidez de los conocimientos.** Se ve reflejado en la lucha sistemática y enérgica contra el olvido, como un proceso psíquico normal. La asimilación de los conocimientos es incompleta si los estudiantes son incapaces de demostrar los resultados alcanzados de forma estable durante un período más o menos largo. En relación a ello se puede señalar que

considerar los procesos afectivos del ser humano, en los que la emotividad desempeña un papel importante, pues se recuerda mejor aquello que se ha aprendido con mayor interés lógico, o lo que más gusta, o aquello sobre lo que más se ha insistido. Un medio excelente para producir esta reflexión es exponer a los estudiantes a situaciones que presenten contradicciones.

- **Principio del carácter consciente y la actividad independiente de los alumnos:** La independencia es una cualidad imprescindible de la personalidad a desarrollar que permitirá asumir una actitud conducente a un proceso de aprendizaje continuo de la vida.

Los métodos a emplear deberán tender a orientar la búsqueda de los conocimientos por parte del estudiante, el cual deberá construir su aprendizaje de un modo activo e independiente, sobre la base de la práctica las acciones emanadas del desarrollo del pensamiento lógico matemático.

- **La sistematización de la enseñanza.** La esencia de este principio está dada en la necesidad de que toda actividad del profesor y de los estudiantes sea consecuencia de una planificación y de una secuencia lógica.

Se basa en la simplificación didáctica para que el aprendizaje se produzca de lo simple a lo complejo, de lo conocido a lo desconocido, de lo concreto a lo abstracto, de esta forma el estudiante puede apropiarse consecuentemente de los contenidos que ofrece cada asignatura de una manera lógica aprovechando los conocimientos anteriores y formando el basamento adecuado para la adquisición de otros (Sánchez & Moros, 2019).

Dar cumplimiento a este principio consiste en que los estudiantes no sólo se apropien de un sistema de conocimientos sobre ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos, sino también que desarrollen un pensamiento integrado por las distintas operaciones lógicas: análisis, síntesis, generalización, abstracción, inducción, deducción.

En la estrategia que proponemos este principio le permite al profesor determinar qué conocimientos, habilidades y valores son esenciales desarrollar desde los contenidos de ecuaciones algebraicas y cálculo diferencial e integral para desarrollar el estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.

2.3- Estrategia didáctica que para del PEA de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos mediante el empleo del software educativo “Matemática Numérica”

El **objetivo general** de la estrategia consiste en contribuir al mejoramiento del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos con el uso del software educativo “Matemática Numérica”.

La estrategia didáctica consta de cuatro etapas (Diagnóstico, planificación, ejecución y control o evaluación), y cada una de esta cuenta con un objetivo específico, acciones del profesor, acciones del estudiante y sugerencias. Las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden se imparte en la asignatura de Matemática Numérica, por tanto en la presente estrategia estarán implicados los 35 estudiantes del tercer año de la carrera Licenciatura en Educación Matemática de la Escuela Superior Pedagógica de Namibe y el profesor que imparte la asignatura de Matemática numérica en este grupo. Antes de la fundamentación de las etapas que compone la estrategia, primeramente propone un taller referente al uso del software educativo “Matemática Numérica” de manera a preparar el profesor de Matemática numérica para la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.

Taller

Título: ¿Cómo usar el software educativo “Matemática Numérica” en la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos?

Objetivo: Preparar el (la) profesor(a) para el uso del software educativo “Matemática Numérica” en la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos?

Contenido: software educativo “Matemática Numérica” en la resolución de ecuaciones diferenciales de primer orden a través de los métodos numéricos.

Indicadores para evaluar el desarrollo de dicha habilidad:

1. Dominio de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos
2. Preparación del profesor para dirigir el proceso de enseñanza aprendizaje de dicho contenido.

Total de horas: 2 h/c

Bibliografía básica: Libro de Matemática numérica y de Ecuaciones diferenciales ordinaria.

Medios: Computadoras y pizarra

Responsable: Autor de la tesis.

Participantes: Profesor que imparte la asignatura Matemática Numérica en el grupo de tercer año de la carrera de Matemática de la ESPdN.

Formas de evaluación: Técnica de PNI (Positivo, Negativo, Interesante)

Plazos para su realización: Marzo (primera semana)

Orientaciones metodológicas: Se precisará la definición y clasificación de las ecuaciones diferenciales según el orden. Se analizarán los métodos para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden entre ellos se destacan los métodos analíticos y métodos numéricos (Euler y Runge-Kutta), teniendo en cuenta las diferencias entre ellos y las ventajas y desventajas que posee cada una de ellos. Se fundamentará el surgimiento del software educativo “Matemática Numérica”, así como los procedimientos para el uso del mismo.

Ecuación diferencial ordinaria de primer orden a través de los métodos numéricos: Es una expresión algebraica que contiene una igualdad, en la cual aparece la variable independiente x , la función que se busca definida en una sola variable independiente $y = f(x)$ así como su primera derivada $y' = f(x)$ donde la solución de esta, se obtiene mediante los métodos numéricos con determinadas condiciones fijadas iniciales o de fronteras.

Procedimientos para el uso del software educativo “Matemática Numérica”

El software contiene un conjunto de programas, Cada uno de los cuales corresponde a un método numérico; Cada uno de los programas contiene ayuda sobre las partes teóricas y prácticas del método al cual corresponde; Cada programa contiene un criterio de evaluación.

- Primeramente el usuario tiene que darle entrada a los datos que se necesitan para resolver el ejercicio.
- El programa va controlando estos datos al instante y si alguno no es compatible con los anteriores, aparece un mensaje señalando la imposibilidad de ser aceptado y el por qué.
- Se mantiene un control absoluto del teclado, para que no se introduzcan errores mecánicos en los datos o se deje vacía una caja de texto que debe ser llenada.
- Una vez concluida esta etapa de entrada de datos se da la opción de elegir el método que se desee, dentro de los que estén disponibles en el software para ese tipo de contenido.
- Comienza entonces la solución práctica del ejercicio, y para ello aparecerá en la pantalla de la microcomputadora un esquema de cálculo semejante al que se acostumbra a utilizar en el pizarrón para el método numérico que se haya elegido, de manera que el trabajo frente a la computadora se realice de la forma más natural posible.
- El estudiante comienza, entonces, a resolver su ejercicio de métodos numéricos.
- A partir de ahí, el programa se encargará de realizar los cálculos numéricos extensos,
- Si el dato emitido es correcto la ejecución del ejercicio continuará avanzando; si no lo es, instantáneamente se indicará a través de un mensaje que se ha cometido un error y se instará a enmendarlo y el programa no continuará hacia delante.
- En estas situaciones el estudiante tiene la posibilidad de pedir ayuda al software, a través de la cual recibirá una explicación del método numérico en cuestión y de la forma práctica de desarrollarlo.
- El programa va controlando paso a paso la ejecución del ejercicio por parte del estudiante y le señala inmediatamente cualquier error que cometa.
- Al finalizar el ejercicio le da una evaluación de 2, 3, 4 o 5 en dependencia de la cantidad de errores cometidos, lo cual contribuye a fomentar la motivación de los estudiantes en la resolución de ejercicios sobre métodos numéricos con el uso de este software.

A continuación se describe las etapas que compone la estrategia elaborada:

- **Etapa 1 (Diagnóstico):** Se caracteriza el estado actual del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos en la carrera licenciatura en educación matemática de la ESPdN.

Objetivo: Diagnosticar las potencialidades reales de los estudiantes y docentes que están implicados en el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales de primer orden a través de los métodos numéricos.

Acciones del profesor:

- La revisión del plan de estudio, Programa de la asignatura de Matemática numérica, Programa Director, Libros de Texto, Software Educativo, Cuadernos Complementarios, para la determinación de los objetivos, habilidades y orientaciones metodológicas de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos. El análisis de informes del trabajo docente-metodológico de las disciplinas Ecuaciones diferenciales ordinarias y la Matemática numérica. La observación de clases para valorar los diferentes métodos, medios y formas de organización, en el desarrollo de los diferentes contenidos, que utilizan los profesores en la formación inicial del Profesor General Integral.
- Una vez realizada la revisión de documentos para la determinación de los objetivos y contenidos, se determinan las vías que serán utilizadas por el profesor para la realización del diagnóstico en cuanto al estado actual del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos. Estas vías pueden ser: aplicación de pruebas pedagógicas, encuesta, entrevistas, entre otras.
- Una vez seleccionadas las técnicas a emplear, el profesor elaborará los instrumentos requeridos para el diagnóstico y determinará previamente la forma en que serán analizados los resultados. En el caso de ser una prueba, debe incluir preguntas de los diferentes niveles de desempeño, preguntas orales o escritas y actividades prácticas, entre otras.
- Elaboración de los instrumentos evaluativos para diagnosticar el dominio que poseen los alumnos sobre las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.

- Aplicación de los instrumentos elaborados para determinar el estado actual de las EDO de primer orden a través de los métodos numéricos.
- Tabulación y análisis de la información recopilada para caracterizar el desarrollo del contenido evaluado.
- Determinar las posibles fortalezas y debilidades que podrán existir para llevar a cabo con éxito el PEA de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.
- Análisis individual y colectivo con los estudiantes sobre los resultados obtenidos en el diagnóstico.
- Realizada la tabulación se debe precisar la importancia y necesidad de las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos para su futuro desempeño profesional, a partir de la inclusión de estas habilidades en los objetivos a lograr en el nivel educativo para el que se forman.
- En el diagnóstico además debe concebirse una entrevista a los profesores que en cursos escolares anteriores han dirigido el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos, la cual deberá aportar: sistematización y tratamiento de los contenidos por parte de los profesores e información sobre el grado de independencia logrado por parte de los estudiantes en el desarrollo de los contenidos.

Acciones del estudiante:

- Responder encuestas y entrevistas que les sean formuladas con relación a su interés y expectativas relacionadas con las EDO.
- Participación del análisis de los resultados obtenidos en el diagnóstico para conocer sus fortalezas y debilidades.
- Intercambiar con los profesores con relación a las características que tienen los métodos numéricos.

Principales sugerencias:

En esta primera etapa lo esencial es conocer las potencialidades reales que tienen los estudiantes y profesores para enfrentar el contenido de las ecuaciones diferenciales de primer orden a través de los métodos numéricos. Muy importante resulta la motivación que puedan tener los estudiantes, si predominan en ellos los que se sienten atraídos por la Ecuaciones diferenciales o por el contrario, si son

los que más rechazan, si consideran que la Matemática numérica es útil en la vida y podrán aplicarla en su futuro como profesores de matemática y en sus vivencias cotidianas. En lo relacionado con los profesores, valorar la disposición a enfrentarse con una nueva estrategia en su quehacer como docentes y si serán capaces de asumir en su totalidad según se haya implementado.

Se debe indagar, también, si se sienten suficientemente capacitados y apoyados para llevar a cabo su tarea, si tienen preocupaciones con el estado actual de los medios disponibles para el estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.

Es aconsejable utilizar encuestas y entrevistas a estudiantes y profesores para valorar cuáles son sus expectativas con la asignatura que se comienza a desarrollar. Indagar en los estudiantes, cuántos de ellos poseen computadoras personales, para valorar la conveniencia de realizar las clases prácticas con el uso de las mismas en el aula que tienen asignada.

Etapa 2 (Planificación): Organización y diseño de la estrategia para la contextualización del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.

Objetivo: Diseñar las principales acciones a desarrollar por el profesor y los alumnos en función de contextualizar la dinámica del PEA de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos con el uso del software educativo “Matemática Numérica”.

Acciones del profesor:

- Analizar detalladamente los programas de las asignaturas de Ecuaciones diferenciales ordinarias y de la Matemática numérica para valorar el orden más aconsejable que deben ser presentados las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos y asignarle el tiempo conveniente para su estudio.
- Planificar un conjunto de ecuaciones diferenciales, para desarrollar con los estudiantes, donde estén presentes los diferentes tipos de ecuaciones diferenciales de primer orden que están en el programa de estudio, donde estas actividades deben ser desarrolladas tanto en las clases directas como en el estudio independiente fuera del aula, de forma tal que les permita, también, la aplicación de los contenidos de la asignatura en sus vivencias.

- Planificar actividades sobre ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos empleando el software educativo “Matemática Numérica”.
- Prever las fuentes principales que servirán de guía al alumno en la búsqueda de elementos relacionados con el estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos, tanto lo relacionados con conocimientos teóricos, como en situaciones donde pudieran aplicarse dichos contenidos. Que exista el libro de texto adecuado y algún otro libro complementario, que las clases estén disponibles en alguna plataforma al alcance de los estudiantes y que estén cuidadosamente preparadas.
- Diseñar las actividades en cuyos procesos puedan apreciar la aplicación de los contenidos de las ecuaciones diferenciales de primer orden a través de los métodos numéricos. En este caso deberá coordinarse con los profesores de otras asignaturas que se imparte en el grupo de tercer año de la carrera Licenciatura en Educación Matemática de la ESPdN
- Diseñar el sistema de evaluación que se llevará, previendo los medios disponibles que podrán ser utilizados en ese proceso.

Acciones del estudiante:

- Indagar con los profesores todo lo relacionado con los medios disponibles para el estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos
- Cuál es el libro de texto básico y verificar si existen otros documentos en las plataformas disponibles para el estudio de las ecuaciones diferenciales de primer orden a través de los métodos numéricos
- Indagar el posible software educativo que facilita el estudio de las ecuaciones diferenciales de primer orden a través de los métodos numéricos, en particular el software educativo “Matemática Numérica”.
- Recibir las orientaciones del profesor con relación al sistema de evaluación que será aplicado durante el estudio de de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos con el software educativo “Matemática Numérica”.

Principales sugerencias:

Recordar que en esta etapa no pueden olvidarse los resultados del diagnóstico de la etapa anterior, el cual representa el punto de partida para las etapas siguientes. En los ejercicios que sean elaborados para las clases de esta asignatura se deben tener en cuenta las diferencias individuales de los estudiantes que hayan aflorado en el diagnóstico inicial y que, inevitablemente, se irán poniendo de manifiesto durante el desarrollo de las clases. Deben incluirse, también, ejercicios con textos, de manera que los estudiantes puedan apreciar la utilización de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos en su quehacer cotidiano.

Debe realizarse al menos un seminario metodológico donde se muestre a los estudiantes y profesores de las asignaturas Ecuaciones diferenciales ordinarias y de la Matemática numérica, cómo hacer uso del software “Matemática Numérica” para que puedan ser evacuadas cualquier tipo de dudas que existan al respecto. Compartir entre los profesores del colectivo de asignatura todo lo que tengan preparado sobre las clases y evaluaciones acerca de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos con el uso del software “Matemática Numérica”. Los objetivos que serán evaluados en cada una de las evaluaciones parciales deben ser analizados en el colectivo de asignaturas.

Etapa 3 (Ejecución): La etapa ejecutiva de la estrategia didáctica se dirige a la puesta en práctica de las situaciones del proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos con el uso del software “Matemática Numérica”.

Objetivo: Aplicación de la estrategia elaborada para capacitar a los estudiantes en la resolución de ejercicios sobre ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos con el uso del software “Matemática Numérica”.

Acciones del profesor:

- Análisis de los resultados del diagnóstico para precisar la envergadura de las acciones diseñadas, de acuerdo con la base existente.
- Orientar actividades previas para crear habilidades en los estudiantes antes de la realización de la actividad planificada (laboratorios, ejercicios de auto preparación y de trabajo independiente).

- Aplicar un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias, donde estén presentes los diferentes tipos de EDO de primer orden que están en el programa de estudio.
- Desarrollar con los estudiantes, los métodos para obtener las soluciones de los diferentes tipos de ecuaciones diferenciales de primer orden, mediante los métodos analíticos y utilizando métodos numéricos.
- Implementar todas las conferencias, clases prácticas y demás actividades en función de la aplicación de la estrategia elaborada, desarrollando con los estudiantes y haciendo uso del software educativo “Matemática Numérica” para resolver ecuaciones diferenciales de primer orden, con las diferentes opciones que oferta el mismo.
- Controlar durante la utilización del software educativo, las evaluaciones que vaya emitiendo este, de manera que cada estudiante sienta que se conoce si sus evaluaciones son buenas o malas.
- Elaborar y aplicar cada una de las evaluaciones frecuentes y parciales, en función de los objetivos que fueron diseñados en la etapa anterior, precisando bien el grado de complejidad de cada una de ellas.
- Utilizar el software “Matemática Numérica” en la asignación de tareas a los estudiantes que presentes dificultades en la asignatura.
- Estimular, a los estudiantes que adquieran evaluaciones de excelente durante la realización de las ecuaciones diferenciales con el software.
- Utilizar el software “Matemática Numérica” en la realización de algunas pruebas parciales, exámenes extraordinarios y exámenes finales.
- Replanteo del problema como punto de partida de un nuevo ciclo, a partir de una situación concreta del contexto, una vivencia del alumno o de un planteamiento teórico.

Acciones del estudiante:

- El alumno debe mostrar motivación por desarrollar las acciones que conforman las situaciones de enseñanza-aprendizaje, ejecutándolas, asistiendo, participando activamente en todas en las conferencias, clases prácticas y demás actividades que sean programadas en la asignatura como debates, foros y realizar todas las tareas relacionadas con el estudio

independiente e interactuando siempre que sea posible con el grupo y con el profesor para contribuir a su autoaprendizaje.

- Estudiar los diferentes tipos de ecuaciones diferenciales de primer orden y todo lo relacionado con los métodos numéricos correspondientes, tanto desde el punto de vista teórico como práctico, enfatizando en el procedimiento para obtener el valor aproximado del ejercicio mediante la aplicación del método numérico en cuestión.
- El alumno debe ser capaz de reflexionar progresivamente sobre lo que aprende y cómo lo hace.
- Realizar los ejercicios de los cuestionarios de evaluación y autoevaluación, en correspondencia con el objetivo asumido para llegar a la solución de los materiales que se orienten en las clases.
- El alumno debe demostrar el dominio creciente de los procedimientos correspondientes a las habilidades inherentes a los contenidos de las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos.
- Desarrollar habilidades en el manejo del software educativo “Matemática Numérica” para aprovechar sus diferentes bondades en la resolución de ejercicios de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.
- Reproducir los conocimientos aprendidos, siendo capaz de aplicarlos a nuevas situaciones de enseñanza-aprendizaje.
- Realizar evaluaciones del contenido relacionado con las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos mediante el uso del software “Matemática Numérica”.
- Debe ser capaz de reflexionar sobre la importancia de los contenidos que aprende a partir de su novedad y la relación de éstos con la vida.
- Manifestar expectativas y experiencias positivas con respecto al proceso de enseñanza-aprendizaje de las de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos mediante el uso del software “Matemática Numérica”.
- Sentir admiración por el trabajo de los grandes hombres de ciencia y sus aportes científicos, demostrando conocimientos de los valores implícitos en la actuación de éstos y la importancia de poseerlos.

Principales sugerencias

Es importante que en esta etapa se creen las condiciones para que el estudiante interprete y explique cuestiones, ya que generalmente lo que hace es repetir, resolver un problema mediante un modelo dado con anterioridad en clases.

Para lograr que la contextualización de la dinámica en el estudiante cobre sentido en el estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos, se requiere lograr, en primer lugar, su motivación por esta asignatura, y en segundo lugar, usar metodologías que permitan lograr una formación trascendente en el alumno.

Cuando se estén desarrollando las clases mediante los métodos analíticos, el profesor debe destacar la importancia de clasificar la ecuación diferencial que se esté resolviendo en uno de los tipos de ecuaciones diferenciales estudiados, antes de proceder a su solución, ya que cada tipo de ecuación diferencial se resuelve de una manera diferente.

Si no se ha determinado de qué tipo es la ecuación diferencial no se sabe qué método debe aplicarse para resolverla. Se propone que el profesor elabore tarjetas que contengan un conjunto de métodos analíticos y métodos numéricos de manera que los estudiantes vean sus diferencias.

Cuando se esté empleando el software educativo en la solución de las ecuaciones diferenciales, el profesor debe estar atento a los resultados de las evaluaciones que va dando el software, para ir valorando cuáles son los estudiantes que han adquiriendo dominio en el tema y cuáles son los que aún presentan dificultades.

Se recomienda en esta etapa se debe tener en cuenta las características individuales de los estudiantes y el nivel de desarrollo que poseen, así como elevar paulatinamente su nivel de complejidad.

➤ **Etapa 4 (Evaluación):** El control y la evaluación sobre las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos con el uso del software “Matemática Numérica” debe realizarse durante todo el proceso, los resultados que se alcanzan en una etapa contribuyen a enriquecer desde la teoría y la práctica pedagógica las anteriores y se considera punto de partida para las acciones de la etapa siguiente.

Se trata de una evaluación detallada de su marcha; por tanto, presta especial atención al comportamiento de cada uno de sus pasos, de sus acciones. Para

esta valoración se aplica una retroalimentación constante, aunque también se determina el resultado logrado, pero sólo como un elemento más.

Objetivo: Valorar la estrategia didáctica para el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos con el uso del software “Matemática Numérica” mediante los logros alcanzados por los estudiantes.

Acciones del profesor:

- Valoración de los resultados académicos obtenidos por los estudiantes en los diferentes exámenes realizados en las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos con el uso del software “Matemática Numérica”.
- Evaluación del dominio que muestran los estudiantes en el uso del software educativo “Matemática Numérica”.
- Recopilación de informaciones sobre el grado de aceptación que manifiestan los estudiantes y profesores acerca del uso del software educativo “Matemática Numérica” para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, a partir de sus experiencias personales con el uso del mismo.
- Análisis de los aspectos positivos y necesidades de mejoramientos del software, mediante la participación de estudiantes y profesores.
- Obtención de información sobre la opinión de los docentes, con relación a las transformaciones experimentadas por los estudiantes durante el desarrollo de las ecuaciones diferenciales de primer orden a través de los métodos numéricos con el uso del software “Matemática Numérica”.
- Análisis colectivos (profesor y alumnos) acerca de la actividad realizada, aciertos, desaciertos, rectificaciones.
- Observación y comprobación por parte del docente de las transformaciones ocurridas en el grupo, que puede expresarse, entre otros aspectos en: La participación activa de manera sistemática en clases de los estudiantes, la solución de problemas cotidianos mediante lo aprendido en clases, la ejemplificación de temas tratados en clases mediante el conocimiento empírico que poseen los estudiantes, el interés y la motivación por realizar las actividades extraclase, una tendencia creciente a buscar por sí mismos el conocimiento sobre las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

- Realizar una actividad en el laboratorio, donde los estudiantes se autoevalúen y coevalúen con respecto al desarrollo de habilidades alcanzadas mediante las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos con el uso del software “Matemática Numérica”.
- Valoración de los resultados académicos obtenidos por los estudiantes en los diferentes exámenes realizados en las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.
- Evaluación del dominio que muestran los estudiantes en el uso del software educativo “Matemática Numérica”.

Acciones del estudiante:

- Profundizar en el estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y en el manejo del software “Matemática Numérica” para realizar con éxito las evaluaciones parciales y finales del tema.
- Realizar ejercicios en clases, así como exámenes parciales y finales sobre las ecuaciones diferenciales de primer orden a través de los métodos numéricos con el software educativo “Matemática Numérica”.
- Expresar sus opiniones sobre los beneficios que puedan haberle aportado el software educativo “Matemática Numérica” y las sugerencias que consideren oportunas para mejorarlo.

Principales sugerencias

Hay que tener presente que en esta etapa se realiza una valoración del resultado de la aplicación de la estrategia establecida. Esa valoración debe ser lo más objetiva posible, para que permita detectar cualquier insuficiencia que se haya producido durante su implementación y se puedan tomar las medidas necesarias para mejorar o erradicar esa deficiencia. La evaluación no debe realizarse solo en un momento o en un caso aislado del proceso, la valoración debe abarcar a todo el PEA de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos con el software “Matemática Numérica”. Es muy importante que se introduzcan paulatinamente formas y medios de evaluación que requieran procesos de interpretación y de aplicación.

Las formas de control y evaluación propuestos por el autor en esta etapa podrán ser realizadas a través de un informe cualitativo y cuantitativo al cierre de cada temática, es preciso que el estudiante sea partícipe de esta actividad para que

conozca dónde están sus logros, dificultades y cuáles son sus metas. En estos espacios se observará el nivel de sistematización e independencia de los estudiantes, además se propiciará el debate de las experiencias relacionadas con el tema y se proyectarán alternativas de solución.

Para la aplicación exitosa de la estrategia didáctica que se elabora, el autor considera como una etapa preliminar preparar al profesor mediante talleres para el uso del software educativo “Matemática Numérica” lo cual le ayudará en la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.

La estrategia didáctica que se presenta, se caracteriza por:

- Es **flexible**, porque es susceptible de ser enriquecida, modificada, adaptada cuantas veces se necesite, a partir de los propios cambios que se vayan operando en el objeto de transformación, para aplicarse en el proceso de enseñanza aprendizaje de otras ciencias, así como adoptar otras acciones según las necesidades y condiciones.
- Es **formativa** porque además de dotar conocimientos, capacidades hábitos y habilidades relacionadas con las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos en los estudiantes, también los familiariza y ayuda en la formación de habilidades en el manejo del software educativo en particular el de “Matemática Numérica”.
- Es **motivadora** porque el alumno aprecia la posibilidad de aplicación de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en su vida cotidiana, así como hacer uso del software “Matemática Numérica” ya que este se encarga de hacer los cálculos largos y complicados, de esta manera se estimulan por el estudio de las ecuaciones diferenciales de primer orden a través de los métodos numéricos.
- Carácter **interdisciplinario** por manifestar una relación entre las asignaturas Ecuaciones diferenciales ordinarias y la Matemática numérica, así como el vínculo y cooperación con las TICs mediante el uso del software educativo “Matemática Numérica”.

Para lograr el cumplimiento de lo descrito anteriormente, se requiere la consideración de las premisas siguientes:

- Vinculación de la actividad académica del alumno en el estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos con la manifestación de esa teoría en el contexto donde se desenvuelve su vida.
- Implicación en el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos tanto al entorno físico, como social y cultural.
- Elevación de la motivación del alumno por el estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos y por su preparación académica en general.
- Aprovechamiento al máximo de las potencialidades del contexto en el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.
- Desarrollo de la independencia del alumno para la actividad de estudio relacionada a las Ecuaciones Diferenciales y la Matemática numérica.

Requisitos metodológicos a tener en cuenta para la implementación de la estrategia didáctica que se presenta

- En la concepción de la estrategia, la formación y preparación didáctica actualizada de los profesores para el cambio resulta de vital importancia, pues lejos de ser un mero recurso para la ejecución de la misma, debe representar un espacio y conjunto de procesos que les permitan reconstruir sus esquemas de pensamiento y acción y el desarrollo de actitudes, disposiciones para saber y decidir qué cambiar, cuándo, cómo, por qué y para qué hacerlo. Estas le permiten comprender la importancia de la participación activa del alumno en el proceso de enseñanza aprendizaje, su papel protagónico y además la necesidad de guiarlo en el camino hacia el logro de los objetivos. Asimismo, es imprescindible que el profesor tenga una preparación sólida en cuanto al dominio de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos. Estas valoraciones son muy importantes en el caso específico de la carrera de Matemática en la Escuela Superior Pedagógica de Namibe, donde son frecuentes los profesores improvisados.
- Disposición positiva del alumno para guiarse por la presente estrategia en el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias

a través de los métodos numéricos, pues al menos al principio les va a resultar difícil o por lo menos incómodo por no estar preparados para una participación activa e independiente; sino que ven más “cómodo” que el profesor les dicte unas breves notas para aprenderlas de memoria y sacar el examen.

- El carácter flexible del programa de Ecuaciones diferenciales ordinarias y de Matemática numérica, que posibilite el manejo dialéctico de las ecuaciones de primer orden a través de los métodos numéricos; o sea, no se descarta una reelaboración en determinado caso, de acuerdo con el tratamiento dado por la estrategia a los distintos componentes del proceso, aunque se respeten en esencia los objetivos más generales (Sucuacueche, 2019).
- Se debe decidir el objetivo y el contenido según el diagnóstico. Que se les exija a los estudiantes la lectura consciente de los ejercicios. Que los estudiantes sepan el algoritmo a utilizar. Iniciar siempre la ejecución del sistema de ejercicios retomando el algoritmo. Que las clases de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden se desarrollen siempre que sea posible mediante la resolución de ejercicios o problemas ya que la resolución de problemas puede estar dirigido a la formación de un concepto, a la asimilación de un teorema o la asimilación de procedimientos.
- El conocimiento preciso por parte del profesor sobre el contexto donde se desenvuelve la vida del estudiante; de lo contrario no podría diseñar las actividades que debe orientarles para que interactúen con el contexto en la dinámica del PEA de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.

Las actividades que conforman la propuesta, deben desarrollarse en un ambiente que propicie la comunicación; que se concreten en la utilización de diversos métodos y técnicas grupales, mediante un diálogo donde los estudiantes expongan sus vivencias personales y propongan vías de soluciones a los problemas elaborados. Debe existir una flexibilidad metodológica permitiendo que los diferentes ejercicios que conforman los problemas se puedan desarrollar, teniendo en cuenta los diferentes niveles de desempeño cognitivo.

Al proponerla se debe tener en cuenta las etapas de: orientación, ejecución y control, por la importancia que tiene para el desarrollo de la motivación en los estudiantes. Para eso, se recomienda que el profesor sea capaz de profundizar y actualizar constantemente sus conocimientos matemáticos y didácticos,

científicos y su accionar educativo, de acuerdo con los constantes cambios de los programas de estudio de Ecuaciones diferenciales y de Matemática numérica.

- La motivación tiene que llevar a los alumnos a la importante convicción de que la ejercitación intensiva es necesaria para una asimilación firme de los contenidos sobre las ecuaciones diferenciales ordinarias.
- En la orientación hacia el objetivo, el alumno debe llegar a conocer qué grupos de ejercicios han de ser tratados en la clase, con qué complejidad, qué conocimientos previos necesita para el estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias, es decir, debe hacérsele penetrar en la estructura de la clase para que comprenda qué se espera de él.
- Durante la ejercitación hay que hacer notar a los alumnos en momento adecuados, el progreso en el desarrollo del poder, haciéndoles notar como a medida que avanza su aprendizaje pueden resolver ejercicios más difíciles que en la clase anterior.
- En el control de los resultados el profesor debe hacer ver a sus alumnos los errores cometidos y, sobre todo, sus causas y cómo eliminarlas; para ello se debe saber manejar la crítica y la autocrítica, al incorporar al resto del grupo al análisis del ejercicio (Chafoya, Rivas, & González, 2019).
- Además, de forma constante, el profesor debe tomar nota de los errores típicos que aparecen de manera general. A través de la crítica debe lograr que los alumnos reconozcan que en la solución de un ejercicio deben alcanzar precisión, rapidez, solidez y limpieza. El profesor, como dirigente de la clase de ejercitación, debe lograr, mediante impulsos adecuados, que los alumnos participen activamente en el análisis de las situaciones que se les plantean, sin limitar su iniciativa, mostrando lo logrado y lo que falta por lograr.
- El uso racional y efectivo del tiempo en la clase de ejercitación es determinante para su éxito. En este sentido el docente debe buscar formas ágiles para la asignación y revisión de los ejercicios, evitando "puntos muertos" y repeticiones innecesarias. Así, la asignación puede hacerse a través de un libro de texto, mediante la utilización de hojas de trabajo, mediante un cuadro resumen preparado en el pizarrón, mientras que la revisión se puede realizar preguntando el resultado alcanzado o revisando en el pizarrón aquellos ejercicios de mayor dificultad o cuya solución puede realizarse por varias vías.

- La enseñanza de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos debe ser activa y garantizar un aprendizaje activo, lo cual implica contar con el alumno, con su vida, situarlo como protagonista fundamental del proceso pedagógico. La unidad que debe existir entre lo temático- técnico (objetivo, contenido, método, medio, evaluación) y lo dinámico (relaciones profesor- alumno, alumno-alumno, alumno- grupo, las relaciones que se dan en el proceso), no serán adecuadas si no se vincula la enseñanza con la vida, con la profesión y con el medio social.

Se prevén en la estrategia didáctica las diferentes formas organizativas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Educación Superior: la clase, la práctica de estudio, la práctica laboral, el trabajo investigativo de los estudiantes, la auto preparación de los estudiantes y la consulta.

Estas serán desarrolladas en: conferencias, clases prácticas y seminarios. Se prestará atención a las restantes formas organizativas, en especial la auto preparación del estudiante a través de guías de estudio que faciliten la orientación para la realización del trabajo independiente y a la consulta como la forma de organización en la cual el estudiante tenga posibilidad de recibir indicaciones y aclaraciones que apoyen dicha auto preparación. Para la evaluación del logro de los objetivos que se persiguen alcanzar durante el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos, se ha incorporado la evaluación sistemática y se reconoce como uno de sus más importantes componentes a través de las funciones: instructiva, educativa, de diagnóstico, de desarrollo y de control o retroalimentación.

Propuesta sobre la distribución de contenido.

La distribución de contenido que se sugiere en esta propuesta didáctica consiste en desarrollar los diferentes tipos de ecuaciones diferenciales de primer orden, primero mediante los métodos analíticos y seguidamente aplicando los métodos numéricos con el uso del software educativo “Matemática Numérica”. La asignatura Matemática numérica tiene un total de 120 horas/clases para el estudio de las seis unidades. La sexta unidad es la que corresponde “Métodos numéricos para ecuaciones diferenciales ordinarias” con 16 horas/clases. Sin embargo se propone en esta estrategia un reajuste para 28 horas/clases que representa un 23,33% de la asignatura, una vez que se incluyen clases de laboratorios para el trabajo con software educativo “Matemática Numérica”.

Contenidos	Conf. en el aula	C. P. en el aula	C.P. en Lab. de comput	Eval.	Total
E.D. de variables separables y homogéneas	2	2	0		4
E.D. Exactas y reducibles a exactas.	2	2	0	0	4
E.D. lineales y de Bernoulli	2	2	0	2	6
Métodos numéricos de Euler y de Runge Kutta, en el aula.	2	2			4
Métodos numéricos de Euler y de Runge Kutta. Con el uso del software educativo	2 (En Labor)		6 (En Labor)	2 (En Labor)	10 (En Labor)
Total	10	8	6	4	28

Se asignarán, además, ejercicios para ser resueltos como estudio independiente, donde se solucionen ecuaciones diferenciales de primer orden mediante el empleo del software educativo “Matemática Numérica”. En estos ejercicios se deben incluir también problemas sencillos que conduzcan a la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

2.4- Valoración de la estrategia didáctica mediante el criterio de expertos

La estrategia didáctica elaborada para el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos, en la carrera de Matemática de la Escuela Superior Pedagógica de Namibe, fue sometida a una valoración teórica por un grupo de especialistas que se dedican a la enseñanza de las ecuaciones diferenciales, Matemática numérica, Matemática general, Didáctica de la matemática, Computación y Metodología de la investigación, pues estas asignaturas guardan una relación directa con el tema de la presente investigación. Para la aplicación del método criterio de expertos, se siguieron los pasos o etapas siguientes:

Elaboración del objetivo: La presente investigación, se somete a un grupo de especialistas con la finalidad de valorar la estrategia didáctica elaborada para el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales de primer

orden a través de los métodos numéricos con el uso del software educativo “Matemática Numérica”, tanto en la calidad de su concepción teórica como en la efectividad que pudiera presentar su aplicación en la práctica educativa.

Determinación de los posibles expertos y aplicación del cuestionario: Se seleccionaron inicialmente 18 posibles expertos y se procedió a determinar los profesores que tenían la posibilidad de desempeñar la tarea de expertos, atendiendo a su experiencia en la docencia, su nivel pedagógico y científico y su disposición a colaborar con la investigación. De estos especialistas, 16 laboran en el departamento de matemática e informática de la Universidad de Matanzas y 2 en el departamento de matemática de la ESPdN, de los cuales 7 son doctores en ciencias pedagógicas, 9 son másteres y 2 son licenciados.

Al valorar la experiencia que tienen en la enseñanza, se pudo constatar que solo dos están por debajo de los cinco años de experiencia y el resto tienen más de diez años. A todos ellos se les aplicaron los cuestionarios indicados para determinar su coeficiente de competencia relacionado con el tema de investigación (**Anexo V**). El coeficiente de competencia de los expertos se determina mediante la expresión $K = 1/2 (Kc + Ka)$, donde Kc es el coeficiente de conocimiento o información y Ka es el coeficiente de argumentación o fundamentación. El método exige un coeficiente de competencia K superior o igual a 0.8 para ser considerado experto en la temática, por tanto todos los que arrojaron resultados menores no fueron considerados como tal.

El coeficiente de conocimiento o información Kc que tiene el experto acerca del problema, se calcula por la expresión $Kc = n / 10$, donde n es el valor seleccionado por el experto en la escala de 0 al 10 (Ver anexo V, tabla 1). Los resultados en este sentido se registran a continuación:

	<i>Ex 1</i>	<i>Ex 2</i>	<i>Ex 3</i>	<i>Ex 4</i>	<i>Ex 5</i>	<i>Ex 6</i>	<i>Ex 7</i>	<i>Ex 8</i>	<i>Ex 9</i>
De 0 a 10	5	7	9	8	6	3	10	7	8
<i>Kc</i>	0,5	0,7	0,9	0,8	0,6	0,3	1	0,7	0,8

	<i>Exp10</i>	<i>Exp11</i>	<i>Exp12</i>	<i>Exp13</i>	<i>Exp14</i>	<i>Exp15</i>	<i>Exp16</i>	<i>Exp17</i>	<i>Exp18</i>
De 0 a 10	9	8	4	9	5	2	8	5	4
<i>Kc</i>	0,9	0,8	0,4	0,9	0,5	0,2	0,8	0,5	0,4

El coeficiente de argumentación o fundamentación ka se determina como resultado de la suma de los puntos alcanzados a partir de una tabla patrón y se

calcula mediante la expresión $ka = \sum Fuentes\ de\ argumentación$ (Ver anexo V, tabla 2). Al experto se le presenta esta tabla sin cifras, orientándoles que marque con una (X) sobre las fuentes donde él considera que han influido en su conocimiento de acuerdo con el grado (alto, medio, bajo). Las respuestas dadas por el experto se valoran de acuerdo a los valores de la tabla patrón para cada una de las casillas marcadas. A continuación se muestran los resultados obtenidos del coeficiente de argumentación (Ka), basado en los conocimientos teóricos y prácticos adquiridos por cada experto:

Fuentes	Ex 1	Ex 2	Ex 3	Ex 4	Ex 5	Ex 6	Ex 7	Ex 8	Ex 9
1	0,21	0,27	0,27	0,27	0,27	0,21	0,27	0,27	0,27
2	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24	0,22	0,24	0,22	0,24
3	0,14	0,14	0,14	0,10	0,10	0,10	0,14	0,10	0,14
4	0,04	0,06	0,08	0,06	0,06	0,04	0,08	0,06	0,08
5	0,04	0,05	0,07	0,05	0,07	0,05	0,09	0,09	0,07
6	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,10	0,18	0,18	0,14
Ka	0,81	0,90	0,94	0,86	0,88	0,72	1	0,92	0,94

Fuentes	Ex10	Ex11	Ex12	Ex13	Ex14	Ex15	Ex16	Ex17	Ex18
1	0,27	0,21	0,13	0,27	0,21	0,21	0,27	0,21	0,21
2	0,24	0,22	0,22	0,24	0,22	0,12	0,22	0,22	0,12
3	0,14	0,10	0,10	0,10	0,14	0,10	0,14	0,14	0,10
4	0,08	0,08	0,06	0,08	0,06	0,04	0,06	0,06	0,04
5	0,09	0,09	0,07	0,09	0,07	0,05	0,09	0,07	0,07
6	0,14	0,18	0,10	0,18	0,14	0,10	0,18	0,14	0,14
Ka	0,96	0,88	0,68	0,96	0,84	0,62	0,96	0,84	0,68

Una vez obtenidos los valores del Coeficiente de Conocimiento (Kc) y el Coeficiente de Argumentación (Ka) se procede a obtener el valor del Coeficiente de Competencia (K). Se propone que este coeficiente debe estar entre $0,8 \leq K \leq 1$, que finalmente es el coeficiente que determina en realidad si un experto se toma en consideración para trabajar en esta investigación. A continuación se muestran los resultados del coeficiente de competencia mediante $K=1/2 (Kc + Ka)$ y se determinan los posibles expertos:

	Ex 1	Ex 2	Ex 3	Ex 4	Ex 5	Ex 6	Ex 7	Ex 8	Ex 9
Kc	0,5	0,7	0,9	0,8	0,6	0,3	1	0,7	0,8
Ka	0,81	0,90	0,94	0,86	0,88	0,72	1	0,92	0,94
k	0,65	0,80	0,92	0,83	0,74	0,51	1	0,81	0,87

	Exp10	Exp11	Exp12	Exp13	Exp14	Exp15	Exp16	Exp17	Exp18
Kc	0,9	0,8	0,4	0,9	0,5	0,2	0,8	0,5	0,4
Ka	0,96	0,88	0,68	0,96	0,84	0,62	0,96	0,84	0,68
k	0,93	0,84	0,54	0,93	0,67	0,41	0,88	0,67	0,54

Después de aplicadas las pruebas de coeficientes a los 18 posibles especialistas, el grupo quedó constituido por 10, que son considerados como expertos para el análisis de la propuesta, pues poseen un coeficiente de competencia de nivel alto que se encuentra en el rango de $0,8 \leq K \leq 1$.

Elaboración y aplicación de la encuesta a los expertos seleccionados para hacer una valoración con respecto a la propuesta: A los 10 expertos seleccionados, se les aplicó una segunda encuesta (**Anexo VI**), para constatar su opinión con relación a la pertinencia de la estrategia didáctica elaborada para contribuir al mejoramiento del PEA de las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos con el uso del software educativo “Matemática Numérica” donde se obtuvieron los siguientes resultados:

	Aspectos a evaluar	MA	BA	A	PA	I	Ex
1	Fundamentación teórica en la que se apoya la estrategia didáctica.	6	4				10
2	Valorar si la concepción estructural y metodológica de la estrategia didáctica favorece el logro del objetivo por el cual se elaboró.	8	2				10
3	Valorar si las etapas declaradas en la estrategia didáctica han sido ordenadas	10					10

	atendiendo a criterios lógicos y metodológicos de la misma.						
4	Si reflejan con calidad y precisión los requisitos metodológicos a tener en cuenta para la implementación de la estrategia didáctica.	6	4				10
5	Valorar la contribución que realiza la estrategia didáctica a la formación de las cualidades de la personalidad de los estudiantes en las esferas: intelectual, afectiva, volitiva y moral.	6	2	2			10
6	Factibilidad y aplicabilidad de la estrategia didáctica a problemas típicos que requiera la aplicación de los contenidos de las ecuaciones diferenciales ordinarias.	5	4	1			10

Elección y ejecución de la metodología seleccionada (Anexo VII): Para dar cumplimiento a este empeño se decide utilizar el método Delphi que permitió seleccionar primeramente a los expertos que fueron consultados, para lo cual luego de confeccionar un listado inicial de personas que al parecer cumplían los requisitos, se les somete a una autovaloración de los niveles de información y argumentación que poseen sobre el tema que se investiga. El conjunto de opiniones que se obtiene es sometido a un procesamiento estadístico.

Análisis final del resultado (Anexo VII): Se considera muy adecuado el paso cuando el valor N-P que le corresponde, se encuentra por debajo del punto de corte C-1, bastante adecuado cuando supera el punto de corte C-1 pero se encuentre por debajo del punto de corte C-2 y así sucesivamente. En este caso todas las preguntas se consideran muy adecuadas, lo que demuestra la pertinencia de la estrategia elaborada, tanto en la calidad de la concepción teórica como en la efectividad que se obtendrá con su aplicación en la práctica.

Conclusiones del capítulo 2:

- La Matemática numérica siendo una asignatura menos abordada en el entorno de la Escuela Superior Pedagógica de Namibe y de la provincia en general, se imparte solamente en la carrera de Matemática en este centro, y según instrumentos aplicados para diagnosticar el estado actual de su proceso de enseñanza aprendizaje, se constata que los estudiantes presentan dificultades en resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden; existe carencia de profesores para dirigir dicha asignatura; el programa de estudio está descontextualizado y cargado con demasiado contenidos y no cuenta con ningún tipo de software educativo que permite ayudar en los cálculos muy extensos.
- La estrategia didáctica que se ha propuesto como resultado de esta investigación, cuenta con un objetivo general, principios, requisitos metodológicos y etapas (diagnostico, planificación, ejecución y control o evaluación). Cada etapa cuenta con (objetivo específico, acciones del profesor, acciones del estudiante y sugerencias) y estos han permitido realizar el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos con la utilización del software “Matemática Numérica”.
- La valoración de los especialistas y los resultados empíricos obtenidos permiten afirmar que la estrategia didáctica que se presenta, es factible y constituye una vía para ser utilizada por los docentes que imparten dichas asignaturas (Ecuaciones diferenciales y Matemática numérica) durante su quehacer pedagógico, además de contribuir a su preparación profesional a partir de las concepciones teóricas que se exponen.

CONCLUSIONES

Una vez realizada la investigación científica, el autor concluye lo siguiente:

1. La teoría del conocimiento del materialismo dialéctico, el enfoque histórico cultural de Vygotsky, y los enfoques metodológicos de las asignaturas Ecuaciones diferenciales ordinarias y Matemática numérica, constituyeron las premisas esenciales para argumentar las posiciones asumidas en la investigación, permitiendo una mejor preparación del investigador y posibilitando un diseño adecuado de la estrategia didáctica que se presenta.
2. La aplicación de los diferentes instrumentos y técnicas permitieron diagnosticar el estado actual del proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinaria a través de los métodos numéricos así como las insuficiencias que muestran los estudiantes y la falta de bibliografía sobre el tema que se investiga en la ESPdN.
3. Se elaboró la estrategia didáctica en correspondencia con la sistematización realizada sobre los referentes teórico – metodológicos que sustentan el aprendizaje de los contenidos fundamentales de las ecuaciones diferenciales ordinarias y la Matemática numérica. La estrategia se conformó como un sistema, por su estructura y organización a partir de fundamentos, objetivo general, principios, etapas y requisitos metodológicos para su implementación. Las acciones y sugerencias diseñadas para cada etapa contribuyen a la asimilación consciente de los contenidos relacionados con el tema y responden a las necesidades en la formación de los profesionales.
4. La valoración de los especialistas y los resultados empíricos obtenidos permiten afirmar que la estrategia didáctica para contribuir al proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos con el uso del software educativo “Matemática Numérica” es pertinente, aplicable, factible y constituye una vía para ser utilizada por los docentes que imparten dichos contenidos durante su quehacer pedagógico, además de contribuir a su preparación profesional a partir del conocimiento de los fundamentos teóricos.

RECOMENDACIONES

En correspondencia con las conclusiones generales, se plantean las siguientes recomendaciones:

- Proponer al Consejo Científico de la ESPdN que se valore la posibilidad de utilizar los resultados investigativos obtenidos, como material de apoyo a la docencia de las Ecuaciones diferenciales ordinarias y de la Matemática numérica en la Carrera de Matemática.
- Socializar el resultado científico de esta investigación en las demás carreras universitarias de Angola en las que se imparte las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.
- Continuar profundizando en la sistematización de los referentes teóricos y metodológicos que sustentan la estrategia didáctica elaborada para el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales a través de los métodos numéricos con el uso del software educativo.
- Divulgar los resultados de la investigación en eventos científicos de carácter pedagógico en especial en la Didáctica de la Matemática.
- Que este tema sea motivo de investigación en otros centros, para que se continúen perfeccionando el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales a través de los métodos numéricos con el uso del software educativo “Matemática Numérica”.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acosta, C. R., & de Coss, M. (2016). Solución numérica de ecuaciones diferenciales unidimensionales por el método de. Revista Académica de la Facultad de Ingeniería. Mérida - Méxco: Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán.
- Aguiar, V., & M. B. (2016). Implementación de metodologías de evaluación continua: Aplicación en la asignatura de Cálculo numérico. Departamento de Matemática, Escuela Politécnica Superior, Universidad de Alicante.
- Alderete, J. (2012). Estrategia didáctica fundamentada en la utilización de mapas conceptuales para contribuir a la actividad meta cognitiva de los estudiantes en la asignatura Matemática I de la carrera Licenciatura en Contabilidad y Finanzas.
- Andutta, F. P. (2003). Equações diferenciais: métodos analíticos e numéricos. Centro Universitário Monte Serrat – UNIMONTE, Santos.
- Arnold, V. (2017). Ecuaciones Diferenciales ordinarias, Editorial Nauka, Moscú
- Ascheri, & Pizarro. (2018). Resolviendo Numéricamente Ecuaciones Diferenciales Ordinarias: Diseño de un Software Educativo. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de la Pampa.
- Beluce, A. C., & Oliveira, K. L. (2015). Students' Motivation for Learning in Virtual Learning Environments. Paidéia, 25 (60), 105-113.
- Camacho, R. H., Hernández, M. R., & Martínez, Y. G. (2019). La integración numérica y su aplicación práctica. Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos”.
- Camunda. (2015). Plan de estudio de matemática. Universidade mandume ya ndemufayo, escola superior pedagogica do namibe.
- Camunda, B. M., Rivero Casanova, C. J., & González Ortega, H. E. (2019). Autoevaluación de la escuela superior pedagógica de namibe en angola. namibe-angola: ESPdN.
- Carrión, C. M. (2007). Estrategia didáctica para contextualizar la dinámica del proceso de enseñanza aprendizaje de la química en el bachillerato tecnológico. universidad de camagüey enrique josé varona, camagüey, cuba: centro de estudios de ciencias de la educación.
- Cazequene, A. (2017). La superación profesional de los profesores de la enseñanza matemática de la provincia de namibe, república de angola.
- Chacón, D. J., & Martínez, P. R. (2019). Una estrategia didáctica para la enseñanza aprendizaje de la matemática a partir del aprendizaje basado en problemas. Universidad de las Ciencias Informáticas.
- Chafoya, P. J., Rivas, P. J., & González, O. A. (2019). Competencias en los profesores de matemática y estadística para aplicar enfoques pedagógicos modernos que propician aprendizajes significativos en sus estudiantes. Universidad del Salvador.

Comba, A. G., & González Amarillo, Á. M. (2019). Estrategia didáctica para el aprendizaje de lógica matemática en estudiantes de la universidad nacional abierta y a distancia. Universidad Nacional Abierta y a Distancia – (UNAD), Tunja, Colombia.

Díaz, T. (2016). Software matemáticos en la enseñanza de métodos numéricos a estudiantes de la carrera de ingeniería informática” Informática 2016. Ciudad de la Habana, Cuba.

Domingos, A. M. (2015). A matemática no currículo de Angola: O caso dos exames de acesso aos institutos superiores politécnicos. Angola: Faculdade de Ciências e Tecnologias.

Dullius, M. M. (2009). Enseñanza y Aprendizaje en Ecuaciones Diferenciales con Abordaje Gráfico, Numérico y Analítico. Departamento de Didácticas, Universidad de Burgos.

García, G. C., Sepúlveda, L. F., & Urra, D. R. (2010). Introducción al Análisis Numérico. Facultad de Educación y Humanidades, Pedagogía en Educación matemática, Chillán.

Gungula, E. W., & A. F. (2018). Dilema da formação matemática em Angola: Falta de iniciativas próprias ou de compromisso com a qualidade do ensino? Angola: UAN.

Hernández. (2009). “Las Ecuaciones Diferenciales ordinarias lineales de primer y segundo orden en el contexto del movimiento uniforme”. Instituto Politécnico Nacional, México.

Ince, E. (2016). Integración de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Ed. Dossat,.

Javaroni. (2007). Abordaje Geométrico: Posibilidades para la enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias.

Joaquín, A. A. (2014). Estrategia metodológica para el perfeccionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias en la escuela superior politécnica de Malanje. Santa Clara: Universidad central de la villas.

Locia, E., Mederos, O., & Morales, A. (2014). Metodología para los procedimientos de solución de problemas sobre Ecuaciones Diferenciales. México: Facultad de Matemáticas - Universidad Autónoma de Guerrero.

López, Y. M., & Huertas, O. S. (2010). Incorporación de la tecnología para la enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO). Escuela de Matemática, Universidad Nacional, Costa Rica.

MAR, M. M., & CARMEN, A. G. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales*. Universitat Autònoma de Barcelona: INVESTIGACIÓN DIDÁCTICA.

Martínez, E. A. (2018). Implementación de Rediseños Curriculares Universitarios en Educación, una Tarea Compleja. Riobamba - Ecuador: Facultad de Ciencias de la Educación, Humanas y Tecnologías, Universidad Nacional de Chimborazo,.

Mendoza, C. A. (2010). Problemas Resueltos de Métodos Numéricos Con uso de software CAS. UNIVERSIDAD SANTO TOMAS - BOGOTÁ, FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL.

Molero, Salvador, & Menarguez. (2017). Ecuaciones diferenciales en el mundo físico.

Molina-Mora, J.-A. (2015). Experiencia basada en la triada TICs, enseñanza por proyectos y modelado para la enseñanza de sistemas de ecuaciones diferenciales. Escuela de Matemática, San José, Costa Rica.

MORENO, & A. C. (2016). Concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las ecuaciones diferenciales a estudiantes de química y biología.. Departament de Matemàtica. Universitat de Lleida.

Ospina, A. G. (2015). Las TIC en la enseñanza de los métodos numéricos. Universidad La Gran Colombia, Quindío-Colombia.

Pedroso, S. B., & y otros. (2018). Didáctica de la matemática. Vedado, La Habana, Cuba: Editorial Universitaria Félix Varela.

Pérez, B. H., & Reyes, B. V. (2019). Resultados del proyecto relacionado con una estrategia didáctica para la comprensión de los contenidos matemáticos. Escuela Latinoamericana de Medicina.

Pino, M. G. (2005). Procedimientos metodológicos para la comprensión de los problemas físico - docentes y la planificación de su resolución en la escuela secundaria básica. Matanzas, Cuba.

PINTO, R. L., & DE LIMA, G. L. (2017). Ensino de equações diferenciais ordinárias em cursos de Engenharia Mecânica. Universidade Estadual de Montes Claros .

Pizarro, R. y. (2014). Software educativo en línea para la enseñanza y el aprendizaje de temas de Cálculo Numérico. Revista Matemática, Educación e Internet. Vol 14, No 2. ISSN 1659 0643.

Porras, P. C., Silverio, A. Q., & Vargas, E. H. (2016). Propuesta metodológica para la resolución de problemas de corrientes a través de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden utilizando valores y vectores propios. Cuba: Universidad de Pinar del Río - Hermanos Saíz Montes de Oca".

Reyna, M. (2012). Herramienta de apoyo al proceso de enseñanza-aprendizaje de los Métodos Numéricos. Trabajo de diploma en opción al título Ingeniero Informático. Matanzas. Cuba.

Sánchez, Y. M., & Moros, J. P. (2019). La didáctica de la matemática: su concepción en la disciplina principal integradora. Universidad de oriente.

Santos, A. P. (2017). Estudo e análise do absentismo escolar nas aulas de matemática na Escola Superior Pedagógica de Namibe (Angola). Granada: Universidad de Granada.

Sardiñas, M. d., & Martín, M. J. (2019). Estrategias para el aprendizaje de la matemática en las carreras de ingeniería. Universidad de Matanzas.

Speiser, & Walter, C. (2013). Models as Tools, Especially for Making Sense of Problems. In R. Lesh et al. (eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*.

Suarez, C. A., Contreras, L. A., & Escobar, R. F. (2016). Modelos de aplicación de ecuaciones diferenciales de primer orden con geogebra: actividades para resolver problemas de mezclas.

Sucuacueche, A. C. (2019). Ecuaciones diferenciales ordinarias como modelo para resolver problemas físico-docentes en las escuelas superiores de Namibe. Santiago de Cali, Valle del Cauca, Colombia- New York, EE UU.: REDIPE (95857440), New York - Cali.

Sucuacueche, A. C. (2019). Papel de las matemáticas en el diseño curricular y su interdisciplinariedad. Matanzas-Cuba: Universidad de Matanzas, Facultad de Educación.

Sucuacueche, A. C. (2019). Utilización de conceptos matemáticos en la enseñanza de la química para la educación media superior. Santiago de Cali, Valle del Cauca, Colombia- New York, EE UU.: REDIPE (95857440), New York - Cali.

Tarifa, L. (2005). Metodología para la utilización de estrategias de enseñanza en la Matemática I de las carreras de Ciencias Técnicas. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Matanzas.

Tatto, M., & Senk, S. (2011). The mathematics education of future primary and secondary teachers: Methods and findings from the teacher education and development study in mathematics. *Journal of Teacher Education*, 62(2), 121-137.

Trigueros, Rivera, & De la Torre. (2012). The assessment in the university classroom: from traditional review to self-assessment. *Rev. Int. Med. Cienc. Act. Fís.Dep.*, vol.12 (47), p.473-491 ISSN:1577-0354. Disponible en: <http://cdeporte.rediris.es/revista/re>.

Valverde, M. C. (2015). Sobre la dimensionalización discriminada de ecuaciones y sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, no lineales y solución numérica mediante el método de redes: aplicación a problemas mecánico. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Cartagena, Departamento de física aplicada.

Vera, R., & Pech. (2016). *Developing Virtual Learning Environments for Software Engineering Education: a ludic proposal. Barcelona, Spain*.

Villa, M. D. (2016). La evaluación curricular en el marco de la evaluación de la calidad. México: Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

Warfield, V. (2014). Invitation to Didactique, Springer Briefs in Education 30, DOI 10.1007/978-1-4614-8199-7_1, © The Author(s) 2014.

Zuazua, E. (2009). Métodos Numéricos de resolución de Ecuaciones Parciales. Bilbao - España: Basque Center for Applied Mathematics (BCAM).

ANEXOS

Anexo I: Prueba pedagógica realizada a los estudiantes de tercer año de la carrera Licenciatura en Educación Matemática de la ESPdN

Objetivo: Conocer el estado actual de los estudiantes en cuanto a las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos.

Nombre y apellidos del estudiante: _____

Nombre de la institución: _____

Carrera: _____ Año académico: _____ Grupo: _____

Aula: _____ Curso escolar: _____ Semestre: _____ Tipo de curso: _____

1. Sea el problema de Cauchy:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}y \quad y(0) = 0,5$$

- a) Clasifique la ecuación diferencial en cuanto a su tipo, su grado, su orden y diga qué método analítico se podría implementar en caso de que fuera necesario hallar su solución.
- b) Dada la condición inicial, resuelva la ecuación en el intervalo $0 \leq x \leq 3$ mediante el método de Euler con pasos $h = 0,4$; $h = 0,2$; $h = 0,1$ y $h = 0,05$. Analice cómo se comporta el error con el incremento de x y con la disminución de h , comparando las soluciones aproximadas obtenidas con la solución exacta $y = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}$.

Anexo II: Guía de entrevista aplicada a profesores

Objetivo: Recopilar criterios sobre las principales causas que afectan el proceso de enseñanza aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias a través de los métodos numéricos.

Estimado profesor, como usted conoce, aún persisten en nuestras escuelas insuficiencias en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias así como la Matemática numérica. Por tal razón sus opiniones y sugerencias se considerarán de mucha utilidad en el proceso de la investigación que se está llevando a cabo. Le pedimos que responda con sinceridad a las siguientes preguntas.

Nombre y apellidos: _____

Grado de formación: _____

Categoría docente: _____

Área especializada: _____

Asignatura que imparte: _____

Años de experiencia: _____

1. ¿Qué importancia tiene el estudio de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos en la formación de los futuros profesores?
2. ¿qué usted hace para crear las mejores situaciones que lleven a un proceso de enseñanza aprendizaje efectivo y motivador en los estudiantes con las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos?
3. ¿Considera usted, que los programas de las asignaturas Ecuaciones diferenciales ordinarias y de Matemática numérica, orienta al profesor para realizar la dirección del

----- contento ----- molesto ____ dispuesto

----- seguro ----- inseguro

- Seleccione los tipos de ejercicios que le gusta resolver.

----- demostración de proposiciones ----- cálculo ----- solución de problemas

- ¿Se siente preparado para resolver ejercicios matemáticos? ----- No ----- Sí
- Marque con una X los métodos que le resultan fáciles para resolver ejercicios de EDO:

Métodos analíticos ----- Métodos numéricos ----- Métodos geométricos

- ¿Usted pregunta cuando tiene dudas durante la solución de ejercicios?
---- No ---- Sí ¿A quién? ----- maestro ----- compañeros
- Marca con una cruz cómo prefiere resolver los ejercicios:

----- grupo ----- tríos ----- solo ----- pequeños grupos ----- dúos ----- grupo-clase

- Cuando resuelve los ejercicios, ¿los revisa? ____ No ____ Sí
- ¿Con quién? ____ Con los compañeros ____ con el profesor ____ en la pizarra
- ¿Logra corregir los errores de los ejercicios? ____ No ____ Sí ____ Solo ____ Con ayuda

Muchas gracias por tus respuestas

Anexo IV - Guía de observación a clase

Objetivo: Verificar cómo se dirige el proceso de enseñanza sobre las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numérico.

Nombre de la institución: _____ Carrera: _____
 Asignatura: _____ Año académico: _____ Grupo: _____
 Aula: ____ Curso escolar: _____ Semestre: _____ Tipo de curso: _____

Nombre y Apellidos del profesor: _____
 Asunto de la clase: _____
 Objetivo de la clase: _____

Contenido # 1 (En función del objetivo de la clase)

1. Está derivado de los objetivos de la unidad:----- Sí ----- No ----- A veces
2. Hay correspondencia con el contenido:----- Sí ----- No ----- A veces
3. Se aprecia con precisión y claridad el cumplimiento:----- Sí ----- No ----- A veces
4. Juega el papel rector en la clase:----- Sí ----- No ----- Algunas veces

Contenido # 2 (En función del desarrollo del contenido durante la clase).

1. Se aborda el contenido necesario para el cumplimiento del objetivo: ----- Sí ----- No ----
--- A veces
2. El profesor muestra inseguridad en el tratamiento del contenido:----- Sí ----- No -----
---Algunas veces
3. Los alumnos muestran tener dominio del contenido con respecto a los ejercicios seleccionados para la clase: ----- Sí ----- No ----- A veces
4. Los ejercicios de la clase están adecuadamente graduados según el grado de dificultad
5. Se trabajan los ejercicios que ofrecen los procedimientos generales de trabajo y pensamiento lógico: ----- Sí ----- No ----- A veces
6. Se resumen y profundizan los aspectos esenciales abordados: --- Sí ---No ---A veces

Contenido # 3 (En función de los métodos de enseñanza utilizados).

1. Se corresponden con el objetivo y el contenido de la clase: ----- Sí ----- No----- A veces
2. Se orienta adecuadamente cómo proceder en los ejercicios propuestos: ----- Sí ----- No ---
---Algunas veces

3. Se propicia adecuadamente la actividad independiente: ----- Sí ----- No ----- Algunas veces
4. Se aseguran las condiciones previas necesarias: ----- Sí ----- No ----- A veces
5. Se logra motivar correctamente a los alumnos durante la clase: ----- Sí ----- No ----- Algunas veces
6. Se atienden las diferencias individuales durante la clase: ----- Sí ----- No ----- A veces
7. Se trabaja por equipos o en parejas: ----- Sí ----- No ----- A veces

Contenido # 4 (En función de los medios de enseñanza utilizados).

1. Se emplean los medios de enseñanza correspondientes:----- Sí ----- No ----- Algunas veces
2. Se utiliza el libro de texto de la asignatura:----- Sí ----- No ----- A veces
3. Se emplean los instrumentos de construcción en la pizarra:----- Sí ----- No ----- Algunas veces

Contenido # 5 (En función del tiempo).

- Hubo un uso inadecuado del tiempo tal que se consideran perdidos:----- Sí ----- No ----- Algunas veces
1. Entre 5 y 10 minutos ().
 2. Entre 10 Y 15 minutos ().
 3. La clase no concluyó en tiempo ().

Contenido # 5 (En función del uso de las tecnologías).

1. Uso de software educativo: ----- Sí ----- No ----- A veces

Investigador:

Anexo V. Cuestionario aplicado a profesores para su experticidad

Objetivo: Obtener una muestra adecuada de los expertos, así como poder verificar el grado de experticidad respecto al tema tratado.

Consigna: Estimado (a) Colega: Teniendo en cuenta su experiencia profesional en el tema, solicito de Ud. la valoración de esta propuesta. Le agradezco su valiosa colaboración.

Nombre y Apellidos: _____

Ocupación: _____

Institución a la que pertenece: _____

Asignatura que imparte: _____

Calificación profesional:

(Marque con una cruz)

____ Licenciado ____ Máster ____ Doctor.

Calificación de la categorización profesional:

____ Asistente ____ Auxiliar ____ Titular.

Años de experiencia en la actividad profesional: _____

Años de experiencia como investigador científico: _____

1. Marque con una cruz (X) en la escala creciente del 1 al 10 el valor que se corresponda con el nivel de conocimiento e información que tiene con el tema investigado.

Tabla 1 - Grado de conocimiento o información que tiene sobre el tema de estudio

Experto No	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1											
...											
18											

2. Marque con una cruz (X) en la categoría que corresponda con el nivel de conocimiento e información que tiene sobre el tema investigado.

Tabla 2 - Grado de influencia de cada una de las fuentes en sus criterios

Fuentes de argumentación	Alto (A)	Medio (M)	Bajo (B)
1. Sus análisis teóricos sobre este tema.	0,27	0,21	0,13
2. Su experiencia obtenida	0,24	0,22	0,12
3. Consulta de trabajos de autores nacionales.	0,14	0,10	0,06
4. Consulta de trabajos de autores extranjeros	0,08	0,06	0,04
5. Conocimiento del estado del problema.	0,09	0,07	0,05
6. Su intuición basada en sus experiencias.	0,18	0,14	0,10

Anexo VI. Encuesta aplicada a los expertos

Objetivo: Valorar la pertinencia, aplicabilidad y factibilidad de la propuesta elaborada.

Consigna: Estimado (a) profesor (a): Teniendo en cuenta su experiencia profesional en el tema, solicito de Ud. la valoración de esta propuesta. Le agradezco su valiosa colaboración.

Responda con la mayor sinceridad posible sobre los aspectos a evaluar que se someten a su consideración, relacionados con la aplicabilidad de la estrategia didáctica elaborada para el PEA de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden a través de los métodos numéricos con el uso del software educativo "Matemática Numérica". Para cada una de las preguntas usted debe seleccionar la respuesta que considere pertinente: Muy Adecuado (**MA**), Bastante Adecuado (**BA**), Adecuado (**A**), Poco Adecuado (**PA**), Inadecuado (**I**).

	Aspectos a evaluar	MA	BA	A	PA	I	Total Ex
1	Fundamentación teórica en la que se apoya la estrategia didáctica.						
2	Valorar si la concepción estructural y metodológica de la estrategia didáctica favorece el logro del objetivo por el cual se elaboró.						
3	Valorar si las etapas declaradas en la estrategia didáctica han sido ordenadas atendiendo a criterios lógicos y metodológicos de la misma.						
4	Valorar si se refleja con calidad y precisión los requisitos metodológicos a tener en cuenta para la implementación de la estrategia didáctica.						
5	Valorar la contribución que realiza la estrategia didáctica en la formación de las cualidades de la personalidad de los estudiantes en las esferas: intelectual, afectiva, volitiva y moral.						
6	Factibilidad y aplicabilidad de la estrategia didáctica a problemas típicos que requiera la aplicación de los contenidos de las ecuaciones diferenciales ordinarias.						

Escriba a continuación cualquier consideración que usted valore como importante para el perfeccionamiento de la misma. _____

Muchas gracias.

Anexo VII. Ejecución de la metodología y resultados de la consulta

Modelo Torgerson-Delphi							
P- Número de expertos							
I- Número de items o aspectos							
C - Número de categorías de cada aspecto			P	I	C		

Filas: Items					10	6	5		
Columnas: Categorías		(descendentemente)							
Ejemplo para 10 expertos y 6 preguntas con 5 categoría									
			MA	BA	A	PA	I	PI	N-PI
Aspecto	Aspecto 1								
1	Frecuencia absoluta		6	4	0	0	0		
	Frecuencia acumulada		6	10	10	10	10		
	Frecuencia acumulada relativa		0,6	1	1	1	1		
	Percentil		0,25	3,5	3,5	3,5	3,5	2,85	-0,0424
Pregunta	Aspecto 2								
2	Frecuencia absoluta		8	2	0	0	0		
	Frecuencia acumulada		8	10	10	10	10		
	Frecuencia acumulada relativa		0,8	1	1	1	1		
	Percentil		0,85	3,5	3,5	3,5	3,5	2,97	-0,1624
Pregunta	Aspecto 3								
3	Frecuencia absoluta		10	0	0	0	0		
	Frecuencia acumulada		10	10	10	10	10		
	Frecuencia acumulada relativa		1	1	1	1	1		
	Percentil		3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	-0,6924
Pregunta	Aspecto 4								
4	Frecuencia absoluta		6	4	0	0	0		
	Frecuencia acumulada		6	10	10	10	10		
	Frecuencia acumulada relativa		0,6	1	1	1	1		
	Percentil		0,25	3,5	3,5	3,5	3,5	2,85	-0,0424
Pregunta	Aspecto 5								
5	Frecuencia absoluta		6	2	2	0	0		
	Frecuencia acumulada		6	8	10	10	10		
	Frecuencia acumulada relativa		0,6	0,8	1	1	1		
	Percentil		0,25	0,85	3,5	3,5	3,5	2,32	0,4876
Pregunta	Aspecto 6								
5	Frecuencia absoluta		5	4	1	0	0		
	Frecuencia acumulada		5	9	10	10	10		
	Frecuencia acumulada relativa		0,5	0,9	1	1	1		
	Percentil		0	1,28	3,5	3,5	3,5	2,35	0,4576
Nj			C1	C2	C3	C4	C5	N	
			0,85	2,68	3,5	3,5	3,5	2,8076	
Clasificación									
-0,0424			Menor que 0,8500 (MA)						
-0,1624			Menor que 0,8500 (MA)						
-0,6924			Menor que 0,8500 (MA)						
-0,0424			Menor que 0,8500 (MA)						
0,4876			Menor que 0,8500 (MA)						
0,4576			Menor que 0,8500 (MA)						