UNIVERSIDAD DE MATANZAS

FACULTAD DE EDUCACIÓN

La modelación matemática en la enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas

Tesis presentada en opción al título de Máster en Matemática Educativa

---

Autor. Lic. Anderson Enoque Paulo Da Silva

Tutor. M. Sc. Bernardino Alfredo Almeida Carazo

MATANZAS 2020

Ser profesor es mucho más que transmitir conocimientos y desarrollar habilidades, el profesor es un modelo de vida, es un guía, es un diseñador de futuros, creador de ideas y de distintas formas de pensamiento, el profesor es el arquitecto de la personalidad del estudiante, es la base de la sociedad. Ser profesor es ser un educador por excelencia

Anderson Enoque Paulo Da Silva

Dedicatoria

El tiempo pasa y los hijos crecen y se hacen hombres, padres abuelos, en fin…, en nuestra sociedad los que puedan, estudian, alcanzan un título académico, otros infelizmente no tienen la misma suerte por muchos factores. Y uno de los factores es que esas personas no tienen un padre como el mío, ese padre que siempre aposta por la formación de sus hijos sin pensar, ese padre que aunque esté distante siempre está pendiente de todo, este guerrero que siempre está dispuesto a luchar por los suyos. Dedico este Trabajo a Lucas De Carvalho Da Silva, Gracias padre mío por hacer posible este logro

Agradecimientos

A Dios Todo Poderoso por la vida, y por todas las bendiciones que me ha proporcionado;

A toda mi familia y amigos por el apoyo que me han brindado;

A los profesores de la maestría por dotarme de conocimientos habilidades y valores;

Al M. Sc. Bernardino Almeida por sus enseñanzas

A la Dr. C. Laura Becali por su ayuda y paciencia

Y a todos que directa o indirectamente han contribuido a mi formación.

Gracias por todo.

Resumen

Esta tesis investigó la modelación matemática en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado de Ciencias Físicas y Biológicas del Liceo Joaquim Kapango y diseñó un sistema de actividades didácticas para perfeccionar su aprendizaje. El resultado científico se sometió al criterio de especialistas y se ofrecen además otros resultados teóricos: diagnóstico del estado actual de la modelación matemática en la enseñanza - aprendizaje de las funciones cuadráticas; las dimensiones e indicadores utilizados para el estudio, y la metodología implementada. Para cumplir las tareas de investigación diseñadas se utilizó como método general el dialéctico - materialista, que sustentó al sistema de métodos de carácter teóricos, empíricos y estadísticos.

ÍNDICE

Introducción

Las elevadas exigencias que la Revolución Científico - Técnica plantea a la escuela contemporánea para la formación de las nuevas generaciones, demanda a didactas y pedagogos el perfeccionamiento del proceso de enseñanza – aprendizaje en los diferentes niveles educativos.

Para lograr el cambio en el modo de actuación de los profesores que preparan a los ciudadanos que deben asumir esas exigencias sociales, la formación inicial y permanente de profesionales de la educación en el contexto angolano, se ha asumido como necesidad estatal por su actualidad e importancia. En función del mejoramiento del desempeño profesional, se han concebido procesos de superación permanente para los profesores, lo que se establece en la Ley Base del Sistema de Educación Angolano.

> (Ley nº 13/01 de 31 de Diciembre del 2001 [y actualmente en la Ley nº 17/16, de 7 de Octubre de 2016]) como instrumento que reglamenta lo concerniente al sistema educativo, se identifica un subsistema de formación de profesores que destaca, de entre sus objetivos generales la necesidad de formar profesores con perfil adecuado a la materialización de los objetivos de la educación. (Freitas, Almague, & Garcés, 2017, p. 53)

En este proceso de perfeccionamiento, cobra fuerza el logro de una enseñanza capaz de dotar a los estudiantes de la posibilidad de aprender a aprender. Por tal razón Freitas et al., (2017) afirmó:

> En los períodos comprendidos entre los años 2009 a 2013, el MED (Ministerio de la Educación de Angola) traza el objetivo global dirigido a promover el desarrollo humano con la finalidad de garantizar el derecho a una educación de calidad para todos los angolanos, otros objetivos prevén la reformulación y diversificación de oferta educativa formal y no formal.(p 53)

Esto ha requerido de un estudio cuidadoso por especialistas del Ministerio de la Educación de Angola (en lo adelante el MED), para lograr la reestructuración de los contenidos de enseñanza y la reevaluación de los métodos de enseñanza, indispensables para desarrollar en los estudiantes la independencia cognoscitiva y la creatividad a través de una enseñanza contextualizada. Estas consideraciones resultan especialmente importantes para el tratamiento de la modelación matemática comenzada por Freudenthal (1968), y cuya concepción no se extiende a las ciencias de la educación en el Sistema Educativo Angolano (en lo adelante el SEA).

Es limitada la cantidad de investigaciones publicadas por autores angolanos sobre esta temática: Quitério (2017); Joaquím (2018); Da Silva (2019); Silva (2019). Sin embargo, por su trascendencia la modelación matemática ha sido estudiada por varios investigadores cubanos como: Ballester (1992; 2018); Álvarez (2014); González (2016); Beltrón (2019); Chuairey (2019), además por investigadores foráneos como: Ochoa (2007; 2013; 2015; 2017); Gaisman (2009); Córdoba (2011); Chair, (2012); De Vargas (2014); Sánchez (2016); Gallegos (2016); Ávila (2016); Mora (2017),

Existen coincidencias en varios de estos trabajos en considerar la modelación como un concepto esencial en matemáticas que se involucra en la obtención de modelos propios de las demás ciencias y de los fenómenos de la práctica.

El autor de esta tesis ha constatado al asumir estas posiciones, mediante la revisión de programas de matemática de diferentes niveles educativos, que la enseñanza usual de la matemática en el SEA se limita a la introducción de una serie de procedimientos analíticos que responden a un conjunto de problemas textuales, descontextualizados para los estudiantes. El predominio desde años de estos métodos, muestran como resultado un aprendizaje parcial de la modelación matemática.

Sin embargo, el autor considera que no se trata solo de evidenciar o diagnosticar una problemática que ya es conocida en parte y estudiada con anterioridad desde diferentes ángulos, sino de mostrar lo que no funciona bien y que las evidencias deben impulsar para mejorar su estado actual.

De acuerdo con los estándares dictados por (Ley n^{0} 16/17, 2016), el aprendizaje memorístico de procedimientos analíticos no es suficiente para alcanzar la formación integral de los futuros profesionales.

Por tal razón, entre los objetivos generales del programa de matemática décimo grado inherente al propósito de esta investigación se propone:

> Desarrollar habilidades matemáticas en los estudiantes, que les permita el perfeccionamiento cognitivo, mediante la ejecución de tareas complejas, de carácter interdisciplinario y el transito progresivo de la dependencia a la independencia, la creatividad y el uso correcto del lenguaje matemático y su significado. (Ministerio de la Educación de Angola [MED], 2016, p. 7)

Se aspira lograr en el desarrollo cognitivo, que los estudiantes sean capaces de interpretar y modelar situaciones de interés científico-técnico, artístico, o cultural, en su sentido más general.

Asimismo, mediante el estudio realizado el autor ha constado que el no pensar en la modelación desde una perspectiva educativa, ha generado insuficiencias en la ejecución de determinadas tareas complejas. Lo que se manifiesta con mayor magnitud en la resolución de problemas en general y de manera particular en los que se modelan mediante funciones matemáticas, y de acuerdo a los objetivos de esta tesis se hará énfasis en los que pueden ser modelados por funciones cuadráticas, cuya enseñanza-aprendizaje se limita en el análisis de algunas propiedades no contextualizadas.

En este sentido se genera una contradicción, pues su estudio está dirigido a que los estudiantes sean capaces de:

> Formular y resolver problemas que conducen al planteamiento de funciones cuadráticas; Construir funciones cuadráticas que satisfagan determinadas condiciones, por ejemplo, que tengan el conjunto solución que se indica; Comprobar si determinados valores son solución de una función cuadrática; Interpretar situaciones de la vida que se modelan mediante gráficos de funciones cuadráticas; Plantear ejemplos de aplicaciones de las funciones cuadráticas a situaciones de la vida práctica y otras ciencias. Construir funciones que satisfacen determinadas condiciones dadas por el profesor. (MED, 2016, p. 27)

Sin embargo, el análisis de la situación actual reveló que los niveles de logro de los objetivos del programa para aprender a modelar situaciones que conduzcan a funciones cuadráticas no se alcanzan, pues los estudiantes no conocen un procedimiento para crear los modelos matemáticos. Por lo que se declara como **problema científico** de esta tesis:

¿Cómo contribuir al desarrollo de la modelación matemática en la enseñanza - aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado de Ciencias Físicas y Biológicas en el Liceo Joaquim Kapango de la provincia de Huambo?

Para resolver este problema el autor se propone como **objetivo** diseñar un sistema de actividades didácticas que contribuya al desarrollo de la modelación matemática en la enseñanza - aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado de Ciencias Físicas y Biológicas en el Liceo Joaquim Kapango, Huambo.

Como **objeto de estudio** se declara la modelación matemática en la enseñanza-aprendizaje de la matemática, y como **campo de acción** la modelación matemática en la enseñanza - aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado de Ciencias Físicas y Biológicas en el Liceo Joaquim Kapango, Huambo. Para dar respuesta al problema científico e alcanzar el objetivo se declaran las siguientes preguntas científicas:

1. ¿Cuáles son los fundamentos que sustentan la modelación matemática en la enseñanza - aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado de Ciencias Físicas y Biológicas en el Liceo Joaquim Kapango, Huambo?
2. ¿Cuál es el estado actual de la modelación matemática en la enseñanza - aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado de Ciencias Físicas y Biológicas en el Liceo Joaquim Kapango, Huambo?
3. ¿Cuáles deben ser los componentes y la estructura de un sistema de actividades didácticas que contribuyan al desarrollo de la modelación matemática en décimo grado de Ciencias Físicas y Biológicas del Liceo Joaquim Kapango de la provincia de Huambo?
4. ¿Qué resultados se obtienen en la modelación matemática en décimo grado del Liceo Joaquim Kapango, a partir del criterio de especialistas sobre el sistema de actividades didácticas?

Para dar respuesta a las preguntas científicas y resolver el problema declarado se ejecutan las siguientes tareas de investigación:

1. Sistematización de los fundamentos teóricos que sustentan la modelación matemática en la enseñanza - aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado de Ciencias Físicas y Biológicas en el Liceo Joaquim Kapango, Huambo.
2. Caracterización del estado actual de la modelación matemática en la enseñanza - aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado de Ciencias Físicas y Biológicas en el Liceo Joaquim Kapango, Huambo.
3. Estructuración de un sistema de actividades didácticas que contribuyan al desarrollo de la modelación matemática en décimo grado de Ciencias Físicas y Biológicas del Liceo Joaquim Kapango de la provincia de Huambo.
4. Evaluación del sistema de actividades diseñado para contribuir al desarrollo de la modelación matemática en el décimo grado del Liceo Joaquim Kapango de la provincia de Huambo.

La investigación se sustenta en la dialéctica materialista como método general del conocimiento, integrador y regulador de todo el proceso investigativo, que permitió estudiar el problema en su multilateralidad, dinamismo y nexos sistémicos con los diversos elementos que integran el objeto de estudio y el campo investigado. Su aplicación exigió la utilización de métodos del nivel teórico, empírico y estadístico.

Del nivel teórico se utilizó el **analítico-sintético** para el estudio de los fundamentos teóricos que sustentan el tratamiento de la modelación en las funciones cuadráticas, también para el análisis e interpretación de los resultados obtenidos en los instrumentos y técnicas aplicados.

Se empleó el método **inductivo-deductivo** para la fundamentación del problema de investigación y la propuesta de solución, así como lograr la generalización del estudio y la posibilidad de la implementación del sistema de actividades didácticas para contribuir al desarrollo de la modelación matemática en la enseñanza - aprendizaje de las funciones cuadráticas.

El método **histórico - lógico** permitió conocer las tendencias en el tratamiento metodológico de la modelación matemática en su acontecer histórico en general, mientras que lo lógico se utiliza en el análisis de la estructura de la modelación, para dilucidar su funcionamiento y conocer las barreras de su aprendizaje.

El método de **modelación** garantizó conformar el sistema de actividades didácticas para facilitar la modelación matemática en el proceso de enseñanza -aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado del Liceo Joaquim Kapango en la provincia de Huambo, Angola.

Los métodos del nivel empírico se aplicaron para constatar el estado actual de la modelación matemática en el estudio de las funciones cuadráticas. El análisis documental facilitó el trabajo de estudio de la documentación relacionada con el problema y la norma general de la enseñanza secundaria en Angola, y permitió el estudio a profundidad del tema.

Para constatar la orientación de la modelación el autor utilizó la **observación** de clases de tratamiento de las funciones cuadráticas en décimo grado.

Para indagar cómo los profesores de Matemática planifican y enseñan la modelación matemática, se les realiza una **encuesta**. También se les aplican a los estudiantes una **prueba pedagógica inicial** para conocer el nivel de desarrollo en la modelación matemática en la enseñanza – aprendizaje de las funciones.

El **criterio de especialistas** fue útil para obtener de la comunidad científica un consenso sobre los objetivos de las etapas y acciones del sistema de actividades didácticas el desarrollo de la modelación matemática en la enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas, lo cual posibilitó la realización de los ajustes pertinentes en su diseño. Los instrumentos fueron sometidos al análisis cuantitativo y cualitativo con la utilización de métodos de la estadística descriptiva.

La **novedad científica** de esta investigación está dada por la integración de los elementos teóricos fundamentales que contribuyen al desarrollo de la modelación de situaciones que conducen al empleo de funciones cuadráticas, como: las formas de trabajo y pensamiento fundamentales de la ciencia matemática; los procedimientos heurísticos, que apoyan además la realización consciente de actividades mentales complejas y exigentes; y en la elaboración de actividades que desarrollan las relaciones interdisciplinarias, y su impacto en la enseñanza - aprendizaje de la matemática en Liceo Joaquim Kapango en la provincia de Huambo.

Por otro lado el empleo de softwares educativos como el Winplot y Tracker, contribuyeron al desarrollo de la modelación matemática en la enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas.

El **aporte teórico** está dado por la definición y las dimensiones e indicadores que se ofrecen para la modelación matemática en el estudio de las funciones cuadráticas, y la metodología implementada para el estudio realizado. La definición de la variable de la investigación como proceso.

La **significación práctica** de los resultados está dada en ofrecer un sistema de actividades didácticas, que servirá como modelo para contribuir al perfeccionamiento del proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática en la República de Angola mediante la modelación matemática

El autor investiga en este tema desde el tercer año de la carrera de Licenciatura en Educación Matemática – Física y los resultados parciales obtenidos en esos años, se han socializado en eventos nacionales e internacionales, tales como:

- Jornada Científica Estudiantil del curso escolar 18 – 19 en la facultad de Educación (categoría relevante) y a nivel de universidad (categoría relevante).
- Fórum Nacional de Ciencias Pedagógicas 2020 en la categoría de Trabajo de Diploma.
- XXI Evento internacional. La Matemática, la Estadística y la computación: enseñanza y aplicaciones. MATECOMPU 2019, ciudad de Matanzas.
- VII Simposio Internacional de Educación y Pedagogía. Encuentro Iberoamericano de Pares académicos. “Reflexiones, investigaciones, programas, modelos, enfoques, perspectivas, estrategias y metodologías” REDIPE, 19 de diciembre del año 2019.

Capítulo I

La modelación matemática en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática

Una verdad matemática no es ni simple ni complicada

por sí misma, es una verdad.

ÉMILE LEMOINE

Este capítulo, expone los fundamentos teóricos generales para la solución del problema científico, en correspondencia con la respuesta que se ofrece a la primera pregunta científica declarada en el diseño teórico metodológico. Se definen los conceptos y categorías que se relacionan de manera directa e indirecta con el objeto y campo de investigación y se sistematiza lo referente a la historicidad del problema científico declarado. Se asumen, además, las posiciones que expresan los criterios y concepciones del autor en su quehacer científico.

1.1. Los modelos y la modelación matemática: relaciones y dependencias

Desde hace varios siglos las matemáticas además de ser, por excelencia, útiles para actuar sobre la realidad y modificarla, son sobre todo un instrumento importante para comprenderla. Asimismo, el hombre en su afán por conocer la naturaleza, el universo, las dinámicas sociales, las herramientas e incluso conocer al otro y a sí mismo, ha dedicado sus esfuerzos en comprender los modelos matemáticos y su utilidad en la vida.

Debido a esto, en la literatura existen diversos criterios para clasificar los modelos matemáticos. El autor de esta tesis resume los criterios de clasificación referidos por los tipos de modelos matemáticos. Por su forma de representación pueden ser geométricos, gráficos y algebraicos, atendiendo a la proveniencia de la información en que se basa son heurísticos y empírico. Según el tipo de resultado pretendido son de carácter cualitativos y cuantitativos. Por su objetivo, estos pueden ser descriptivos, de optimización y de control, y por su función se clasifican en discretos, continuos, dinámicos y estáticos.

Con el propósito de producir y utilizar los modelos, es que se ha dado la modelación matemática de la realidad que consiste en el uso de las matemáticas para describir y analizar al mundo.

Esta forma de entender la realidad fue desarrollada por el matemático holandés Hans Freudenthal (17 de septiembre de 1905 – 13 de octubre de 1990), quien sobre la base de sus ideas, creó el método de Educación de Matemáticas Realistas (o en Contexto), la cual denominó Modelación matemática de la realidad. En su perspectiva (como se citó por Gaisman, 2009):

> Si se desea que las matemáticas tengan valor, para los estudiantes, deben estar conectadas con la realidad, permanecer cercanas a ellos y ser relevantes para la sociedad. En esta postura hay dos tipos

> de modelación: una horizontal que implica el proceso de partir de la situación real hacia el mundo de los símbolos, y otra vertical que describe los cambios que sufre la expresión matemática del modelo dentro del propio mundo de los símbolos.(p. 78)

Se hace necesario resaltar que a diferencia de la resolución de problemas, en los cuales los estudiantes pueden aplicar lo aprendido antes a una situación contextualizada, en esta propuesta el contexto funciona como la fuente del proceso de enseñanza-aprendizaje.

En este sentido el interés de la modelación se enfoca en la solución de situaciones que tengan significado práctico para los estudiantes. Se pretende que ellos comprendan su entorno mediante la composición de modelos matemáticos que describan un fenómeno de la realidad.

Sin embargo, en esta perspectiva realista de Freudenthal, el estudiante es simplemente un ejecutor, que debe poseer el conocimiento necesario para la búsqueda y análisis del modelo matemático que dé respuesta a una situación práctica.

Por otro lado, con la finalidad de comprender como el estudiante piensa en distintas actividades de modelación, se menciona una perspectiva de modelación cognitiva que tiene intereses de tipo psicológico como es, por ejemplo, el análisis de los procesos mentales que tienen lugar durante la modelación. En esta óptica el estudiante pasa de ser el ejecutor a un objeto en observación.

Vinculado ambos conceptos (modelación realista y modelación cognitiva) está la perspectiva de modelación educativa que tiene la intencionalidad de que el estudiante sea un sujeto implicado en la actividad con los conocimientos, sentimientos, emociones, intereses, y su relación con el contexto en que se trabaja.

De este modo la modelación se concibe como un todo y no como algo parcial, donde se invita a los estudiantes a cuestionar, investigar y crear distintas situaciones a través del uso de las matemáticas, que les brinda una oportunidad para discutir tanto el papel de estas en la sociedad como la naturaleza de los modelos matemáticos.

Esta tesis está centrada en la perspectiva de modelación educativa y asume sus fundamentos en los principios, leyes y categorías de la Filosofía Marxista Leninista, reflejados en la teoría del conocimiento, que adquiere un valor trascendental como base filosófica para la modelación matemática.

En este sentido los fundamentos de la teoría del conocimiento materialista dialéctico, formulados por Lenin (1974) plantean que el conocimiento no debe ser considerado como terminado, como inalterable, pero debemos determinar cómo el conocimiento emerge de la ignorancia, cómo el conocimiento incompleto e inexacto se torna completo y más exacto.

Es así como los aportes del Marxismo-Leninismo sobre el conocimiento científico y el papel de la práctica en este, permiten explicar las relaciones internas y externas de la modelación matemática, asumidas en esta tesis.

Así pues para Lenin (1974), el conocimiento emerge desde la contemplación viva al pensamiento abstracto, y de este a la práctica. Dicho de otro modo la vía del conocimiento comienza en la práctica y culmina en ella en condiciones cualitativamente superiores, después que ha sido enriquecida por un proceso de transformación intelectual.

Según Lenin (como se citó por Quintana, 2012, p. 13): "este regreso de nuevo a la práctica constituye, además, el único criterio real de verdad con que cuenta la ciencia". Es por ello que el profesor debe garantizar que el medio en el que está insertado el estudiante sea el contexto de la modelación.

En esta concepción, el medio social no es una simple condición que beneficia u obstaculiza el aprendizaje, es una parte intrínseca de la modelación y define su esencia. De este modo el profesor a partir de la realidad de sus estudiantes (grupos – clases) implementa recursos psicológicos para despertar el interés y mantener su atención en el proceso de enseñanza - aprendizaje; para conducir el proceso de abstracción de los conocimientos; para evitar el olvido y propiciar la solidez de los contenidos que se estudian; para elevar la efectividad en la formación; para seleccionar el contenido de enseñanza y determinar los métodos adecuados para estimular el protagonismo y la creatividad en la búsqueda de nuevos conocimientos y en la autorreflexión de sus procesos para aprender.

Implementar estos enfoques en el proceso de enseñanza - aprendizaje exige del profesor dominio de la psicología general y educativa, por lo que se asume en esta tesis, las posiciones del Enfoque Histórico Cultural (en lo adelante el EHC), asociado a los resultados de L. Vygotsky, que considera:

"La formación del hombre como ser social y cultural es un resultado del proceso de apropiación de la experiencia histórico - social, que es trasmitida de una a otra generación" (Vygotsky, 1987, p.86).

En esta posición, Vygotsky reconoce el papel del desarrollo individual en el colectivo, del desarrollo integral de la personalidad y el papel preponderante de las condiciones sociales e históricas, así como el rol de la actividad en la conformación de la personalidad.

> Su concepción materialista de la psique, la considera como una propiedad del hombre como ser material, (que tiene un cerebro), pero a la vez como un producto social, resultado del desarrollo histórico de la humanidad. Por tanto la clave para explicar la psique humana, no puede buscarse en las leyes de la evolución biológica, sino en la acción de otras leyes, las del desarrollo histórico-social. (Chávez, Deler, & Suárez, 2009, p.126)

Desde esta teoría, categorías como zona de desarrollo próximo (en lo adelante ZDP), explicitan la naturaleza de la enseñanza y el efecto de los agentes educativos. Además, ellas resaltan el importante rol que desempeña la educación en el proceso de crecimiento y desarrollo intelectual y personal, es decir, lo que el estudiante puede hacer hoy en cooperación, mañana podrá hacerlo solo.

Según García, Varela, Sifontes, & Peña, (2014) para ampliar la ZDP las tareas deben ser cada vez más complejas y diversificadas para potenciar el desarrollo de las funciones psicológicas que maduran en el estudiante.

De esta manera se activa el aprendizaje, puesto que se le exige al estudiante movilizar sus recursos personales para cumplir con las tareas de modelación matemática propuestas por el profesor. Así, se agudiza la relación entre el nivel de exigencia de la situación de aprendizaje y el nivel de desarrollo alcanzado por el estudiante. Por tal razón se establece la relación dialéctica entre la educación, el aprendizaje y el desarrollo, estos son procesos que poseen una relativa independencia y singularidad propia, pero que se integran al mismo tiempo en la vida humana, y conforman una unidad dialéctica.

Es por ello que el proceso de modelación matemática en el proceso de enseñanza - aprendizaje, debe estar dirigido a la formación de una cultura matemática en el estudiante, por lo que tiene función creativa, que no se reducen a la adquisición de conocimientos matemáticos y métodos de trabajo particulares, también debe contribuir al desarrollo de las capacidades mentales en los estudiantes, de sus recursos heurísticos y metacognitivos, que son de suma importancia en el desarrollo de su personalidad. Para tal efecto se necesita saber cuáles son los conocimientos matemáticos que tiene a su disposición: ¿qué información relevante tiene a mano?, ¿cómo accede a esa información y cómo la utiliza?

En este sentido, la teoría del aprendizaje significativo (propuesta por David Ausbel en 1963), posibilitará al profesor conocer la estructura cognitiva previa de cada uno de sus estudiantes, es decir los conceptos e ideas que poseen acerca de la modelación matemática. Al respecto Ausbel (1963) Afirmó: “El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el estudiante ya sabe, averígüese esto y enséñese consecuentemente”.

> El conocimiento previo establece fronteras y límites para identificar la semejanza y singularidad de la nueva información. Se produce aprendizaje no solo cuando se tiene una extensión de los conceptos interconectados, sino también cuando ocurre un cambio en la forma del conocimiento, lo cual crea las condiciones para que el estudiante realice nuevos descubrimientos. (Sachipia, 2018, p. 17)

Es necesario resaltar que los significados se generan en la interacción de la nueva idea o concepto potencialmente significativo, con las ideas pertinentes, ya poseídas por el estudiante de su estructura cognitiva.

Mediante estas consideraciones, el profesor debe presentar situaciones, relacionada con las aplicaciones de la matemática en la vida, en otras asignaturas, o inclusive en el uso de las cuestiones históricas, y hacer visible la insuficiencia para resolver ésta situación.

Este proceder se corresponde a los fundamentos de la Didáctica, que asume este arsenal de teorías y posiciones filosóficas y psicológicas, así como resultados y experiencias de la práctica escolar para estructurar el proceso de enseñanza - aprendizaje, sistematizado en el tratamiento de las situaciones típicas, en el trabajo con las líneas directrices y en el enfoque metodológico general de la asignatura, a partir de experiencias pedagógicas avanzadas y resultados de investigaciones.

Esta tesis está fundamentada en los principios y categorías de la Didáctica General, por lo tanto el aprendizaje de la modelación matemática se logra en las distintas formas organizativas. Pues según el alemán Lothar Klineberg (como se citó por Sachipia, 2018):

> Los principios didácticos son postulados generales sobre la estructuración del contenido, la organización y los métodos de enseñanza que se derivan de las leyes y de los objetivos de la enseñanza, que expresan el complejo carácter de esta y que por dicho motivo han de verse y considerarse por su complejidad.(p. 18)

Por otra parte, se asume las categorías de la Didáctica General, que constituyen un sistema y se dan en una relación dialéctica como: objetivo, contenido, métodos de enseñanza, medios de enseñanza, evaluación y formas de organización.

El autor considera que los objetivos que se declaran en los programas se alcanzan, si se selecciona el contenido matemático de manera que su asimilación refuerce la instrucción, el desarrollo y la educación de los estudiantes, implementando métodos de enseñanza que lo propician e incentiven la modelación de situaciones con carácter de problema en la asignatura, y favorecer los procedimientos que exijan la actividad creadora.

Además, para lograr la asimilación de la modelación matemática, es necesario el empleo de recursos o medios de enseñanza que visualicen, racionalicen y hagan más asequible su aprendizaje. Entre ellos se destacan algunos que tienen mayor incidencia como: hojas de trabajos, libro de texto, asistentes matemáticos, y otros.

El empleo de estos medios de enseñanza favorece la estructuración racional y efectiva del proceso de búsqueda o creación de los modelos matemáticos, favorecen la adquisición y fijación del conocimiento, el desarrollo de la modelación, mediante la realización de actividades creativas, de exploración, de simulaciones, que facilitan el descubrimiento de regularidades.

Se hace necesario resaltar que las formas organizativas juegan un papel importante dentro de todo este proceso, pues crean los espacios curriculares en los que se encuentran profesores y estudiantes para desarrollarlo en un determinado escenario docente. En este sentido, la clase constituye el espacio principal en que se materializan los objetivos de los planes y programas de estudio de cada grado. Además en ella toman vida todos los componentes no personales del proceso de enseñanza-aprendizaje.

1.2. Antecedentes de la modelación matemática en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la matemática

En los últimos años la modelación en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática ha cobrado relevancia e interés por investigadores, pues el tema aparece en eventos internacionales con propuestas muy interesantes y se ha incorporado su estudio en currículos de diferentes niveles educativos en todo el mundo.

Sin embargo los autores a continuación referenciados abordan la modelación de forma incompleta en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la matemática, al afrontar el problema de manera fragmentada. Se considera que la modelación se afecta en este sentido si solo se consideran acciones aisladas como la matematización (modelación externa), o como una técnica de resolución de problemas, pues esta debe afrontarse en cada momento del proceso de enseñanza – aprendizaje y considerar el análisis de sus aspectos externos e internos en su multilateralidad.

No obstante a ello, los aportes de estos autores son esenciales para esta tesis, ofrecen importantes precedentes y la lógica de los avances conseguidos en el tema, permitiendo dirigir la investigación hacia aspectos esenciales que abarca el problema de la modelación en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la matemática, en el mismo participan el profesor, el estudiante y el grupo, sobre la base de fundamentos teóricos y prácticos, a partir de las relaciones entre los contenidos de la asignatura y de otras ciencias.

Como resultado del análisis bibliográfico, se constató que mientras un grupo de investigadores centran su atención en el proceso de Matematización, otros hacen hincapié en la modelación como un método de resolución de problemas, y pocos abordan la caracterización general de la modelación matemática.

Un ejemplo de eso, es que para De Vargas, Liborio, & De Souza, (2014), “la modelación es un ambiente de aprendizaje, en la cual los estudiantes son invitados a investigar, por medio de la matemática, situaciones oriundas de otras áreas del conocimiento” (p. 14).

Por su parte Gómez (2015), toma como núcleo de la modelación matemática la obtención de un modelo matemático que describe una situación contextualizada. En este mismo contexto para Matta (2016), la modelación implica traducir una situación del mundo real a la matemática. Si bien es cierto que estos autores abordan la modelación desde una perspectiva educativa, sus consideraciones están dirigidas a su enfoque realista.

Ochoa, Bustamante, & Arboleda (2017) en una perspectiva más amplia asumen la modelación matemática como “un proceso de construcción de un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible” (p. 18). Es de señalar que la única limitación de estos autores es que centran su atención en la modelación desde el punto de vista externo, o sea no consideran el estudiante como sujeto en el proceso.

Aunado a esto Álvarez et al., (2014) afirmó: “la modelación externa consiste en reconocer la estructura matemática presente en una situación problémica” (p. 116). Y qué ocurre con la modelación matemática como un proceso que posee rasgos internos, “en tal sentido se diferencia la modelación externa que conduce a cálculos, de la modelación interna que conduce a una cadena de inferencias” (Ballester et al., 2018, p. 83).

Vinculado a este criterio, para Quiroz, Dhelma, & Rodríguez (2017): “la modelación matemática es una relación entre ciertos objetos matemáticos y sus conexiones por un lado y, por el otro, una situación de naturaleza no matemática, que se obtiene de la situación problemática basada en contextos reales”. Aunque en sus caracterizaciones los autores anteriores abordan los aspectos internos y externos de la modelación, no tienen en cuenta la relación contexto - sujeto, que es la base de la modelación matemática. En este sentido (Gaisman, 2009, p. 78) afirmó:

> La modelación desde la perspectiva educativa, se distinguen dos corrientes, una didáctica en la que los modelos se utilizan para estructurar y promover el proceso de aprendizaje de estudiantes mediante situaciones contextualizadas, y otra que se puede considerar de carácter conceptual en la que el papel de la modelación es clave para introducir nuevos conceptos y para desarrollarlos.

Este autor no tiene en cuenta que al desarrollar un proceso de modelación matemática en el plano pedagógico, no solo se deben tener presentes los conocimientos; pues en dicho proceso son importantes también los sentimientos, el interés y los valores éticos y morales del sujeto. “Hacer modelación matemática no es apenas resolver problemas en la pizarra con situaciones del cotidiano, como suelen hacer algunos profesores, piensan que hacen modelación pero resuelven problemas" (Carminati, 2007, p. 17).

En este marco De Vargas et al., (2014); aborda sobre el papel mediador y facilitador del profesor en el proceso de modelación matemática, para la comprensión de la teoría de la enseñanza de la matemática. Sobre el rol del profesor, Fernandes & Junior, (2017) resaltan que es imprescindible para la implementación del trabajo con la modelación matemática en la enseñanza, ser audaz y creativo. Las limitaciones de las afirmaciones anteriores consisten en que el empleo de la modelación matemática sea simplemente para ampliar el conocimiento.

En tal sentido el autor de esta tesis considera que la modelación matemática facilita el desarrollo de una forma particular de pensar y actuar: de generar conocimiento, aunar abstracciones y formalizaciones interconectadas a fenómenos y procesos empíricos, considerados como situaciones problemáticas. Al respecto Mora y Arturo (2017) afirmaron:

> La modelación matemática debe comprenderse como una actividad que no se agota en la producción de representaciones matemáticas articuladas a la situación de estudio, sino que también reconoce otros aspectos de la naturaleza humana y del papel de la matemática en la sociedad. (p. 6)

Es necesario resaltar que estos autores aunque abordan los aspectos afectivos del sujeto implicado, al tomar la modelación matemática como una actividad, se centran en una arista y no abordan como un todo.

Se hace evidente que el profesor de matemática, debe buscar la manera de formar en los estudiantes, una visión integral de la realidad a través de una enseñanza contextualizada, visto que el volumen de información que enfrenta un estudiante de cualquier nivel de educación es cada vez mayor, se necesita buscar nuevas formas más eficaces de enseñanza, donde los estudiantes comprendan la posibilidad y necesidad de aplicar los contenidos de la matemática en otras ciencias y en la vida cotidiana.

Esta exigencia demanda, que el dominio de los contenidos no esté dirigido a aprobar el examen, sino a comprender la realidad como un todo y aplicarlos en ella. Se necesita desarrollar el pensamiento, la creatividad y valores en los estudiantes, aplicando el contenido aprendido en el proceso de modelación matemática, para favorecer el desarrollo integral de su personalidad.

En tal sentido el profesor de matemática debe estimular que sus estudiantes asimilen las formas de trabajo y pensamiento para la modelación de determinadas situaciones, algunas con carácter de problemas y otros en los que se ejecuta una sucesión de pasos para encontrar la solución. Debe lograr que piensen, sientan y actúen, en correspondencia con el contexto histórico en que vive.

Significa que en el proceso de modelación matemática de diferentes situaciones se aprovechen por los estudiantes, las relaciones entre diversas áreas de la matemática, y las que pueden establecerse entre los conocimientos y métodos matemáticos, con conocimientos provenientes de otras asignaturas. El empleo de la heurística en este proceso permite desarrollar generalizaciones relativamente rápidas, por el reconocimiento de analogía y diferencias.

Estas exigencias permitirán una constante actividad intelectual, que exige analizar situaciones, comparar modelos, fundamentar resultados, demostrar la pertinencia de los modelos, y generalizar, entre otras operaciones mentales. La adecuada orientación del proceso de modelación matemática, contribuye al desarrollo del pensamiento en general, así como diversas formas específicas del pensamiento, y permitirá a los estudiantes trabajar con mayor racionalidad en todas las etapas de este proceso.

Al respecto (Córdoba, 2011) afirmó: "con la modelación se logra comprender mejor el mundo a nuestro alrededor, comprender con más profundidad los conceptos matemáticos y mejorar las actitudes hacia las matemáticas" (p. 24).

Es por ello que el autor de esta tesis considera que en el proceso de modelación se realza el valor educativo que tiene la enseñanza de la Matemática, pues ofrece la posibilidad de actuar sobre una porción de la realidad a través de un aparato teórico, formándose en los estudiantes la convicción de que: el mundo es cognoscible; que existen nexos entre el desarrollo de la Matemática y el desarrollo de la sociedad; que la Matemática se originó a partir de necesidades prácticas; que la Matemática se desarrolla dialécticamente. Este proceso proporciona la posibilidad de reforzar el componente filosófico – ideológico dentro del aspecto educativo de los objetivos.

Es por ello que en esta tesis se considera que el aporte de la modelación matemática al desarrollo de la personalidad de los estudiantes, está dada por las funciones que desempeña en la enseñanza de las matemáticas; creativa, desarrolladora y formación de valores. Por estas afirmaciones, y por la aceptación que ha tenido la modelación en diversos países, se hace evidente que la educación matemática en Angola debe sentar sus bases en este proceso.

Son innegables los logros alcanzados por la educación angolana en los últimos años, ello no significa que estos resultados respondan a las demandas de los acelerados cambios que se originan en la sociedad, lo que impone diversos retos a la ciencia en general y la matemática en particular, dirigida cada vez más, a resolver problemas diversos de la realidad, por eso la modelación ocupa atención especial en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la matemática. No basta que los estudiantes comprendan y valoren la utilidad social de este proceso, sino que es necesario que interioricen la significación que puede tener en el desarrollo de su propia personalidad y realicen las valoraciones personales sobre esa significación.

Esto demanda la preparación del profesor acorde al tiempo, de manera tal que le permita vencer con eficiencia los nuevos retos, mediante la enseñanza de una matemática contextualizada.

Lo anterior expuesto lleva a reflexionar que la modelación matemática en el proceso de enseñanza – aprendizaje en la República de Angola debe formalizarse como una estrategia de enseñanza de las matemáticas por los beneficios que aporta. Así pues, Carminati (2007) afirmó:

> La modelación matemática es una metodología alternativa para la enseñanza de la matemática que puede ser utilizada en todos los niveles de enseñanza, pero especialmente en la enseñanza fundamental y en la enseñanza media, ha sido explorada para tratar de dar mayor significado, su propósito es interpretar y comprender los diversos fenómenos de la vida, y se trabaja de manera creativa, motivadora y eficaz, y puede proporcionar diversos beneficios como la motivación, facilita el aprendizaje, contribuir a la orientación profesional, desarrollo del raciocinio, comprensión del papel científico social y cultural de las matemáticas. (p. 26)

Es así, como en un contexto de modelación, los estudiantes son capaces de desarrollar conceptos importantes y aprenderlos de manera significativa. Pero, es necesario que profesores de matemáticas e investigadores en educación matemática de las distintas instituciones, indaguen acerca de diferentes metodologías de enseñanza basadas en la investigación educativa, que podrían proporcionar ideas para diseñar estrategias innovadoras de enseñanza a través de la modelación matemática, para lograr mejores resultados de aprendizaje en los cursos.

En lo que respecta las transformaciones realizadas en el segundo ciclo de la educación secundaria en Angola, la modelación matemática no se concibe con profundidad, solo se hace referencia a la modelación como un método de resolución de problemas.

Sobre el análisis epistemológico realizado, el autor redefine la **modelación matemática** como:

El proceso que permite al sujeto a partir de una situación, interpretarla mediante sus conocimientos, habilidades, hábitos, sentimientos y valores, para precisar su estructura y transferirla a un campo matemático para utilizar sus signos, símbolos y medios, traducirla a un lenguaje matemático (crear un modelo matemático), resolverlo con los conocimientos matemáticos que se tienen, evaluar el resultado en la situación para garantizar su pertinencia. De no satisfacer lo exigido, se reinicia el proceso para ajustar el modelo a la situación, o diseñar otro.

Por lo tanto de acuerdo a la definición y a los objetivos declarados, el autor caracteriza la modelación matemática en cuatro etapas fundamentales: precisión de la situación, orientación hacia un modelo matemático, formalización de un modelo matemático y evaluación del modelo, representada en el siguiente esquema.

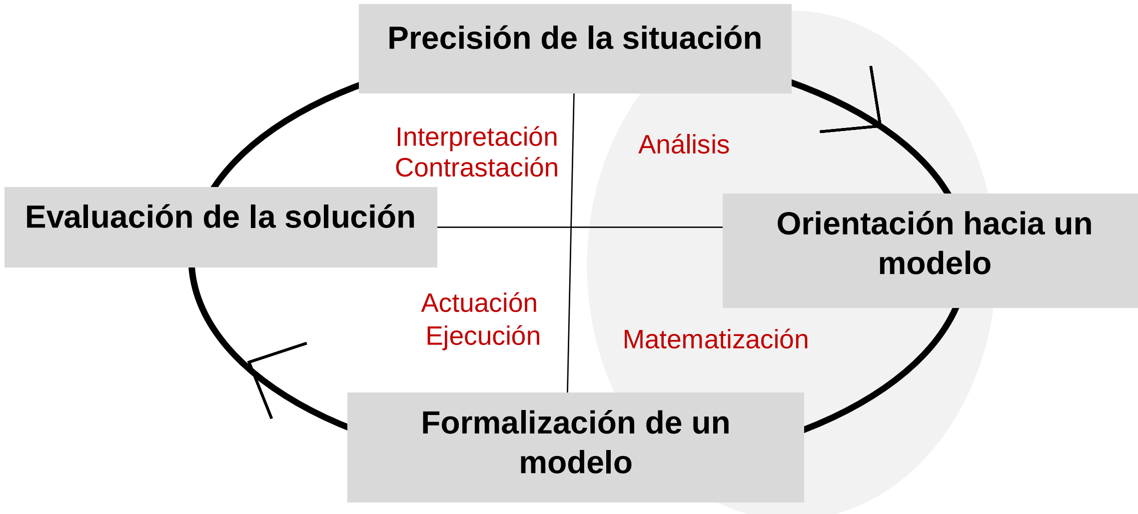


Figura 1: Esquema de la modelación matemática

1.3. La modelación matemática en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado

Las ideas y posiciones declaradas en este epígrafe están asociadas al análisis de la bibliografía básica (Libro de texto de Matemática para los estudiantes de décimo grado) y Programa de Matemática para décimo grado de Ciencias Físicas y Biológicas, con el propósito de precisar los tipos de actividades sobre las "funciones cuadráticas y parábolas" para el segundo ciclo de la educación secundaria, y los procedimientos utilizados para la construcción y análisis de gráficos de las funciones cuadráticas, la metodología utilizada para el análisis de las propiedades en situaciones prácticas, los ejercicios y problemas que se indican resolver y se exige asociar modelos matemáticos. Se resumen elementos de su contenido para apoyar reflexiones al respecto.

Definición. "La correspondencia f que a cada $x \in \mathbb{R}$ le hace corresponder el número real $f(x) = ax^2 + bx + c\ (con\ a \neq 0)$ donde $a, b\ y\ c$ son números reales dados, se denomina función cuadrática o de segundo grado" (MED, 2018, p. 379).

El propio texto de la definición describe un modelo matemático general de función cuadrática o de segundo grado, precisando las características esenciales que debe cumplir cada representante de la clase. Con relación a los procedimientos para su representación gráfica se plantea:

> Una función cuadrática tiene como representación gráfica una parábola, el signo del coeficiente de x^2 indica el sentido de la concavidad, si $a > 0$ la concavidad es hacia arriba, y se $a < 0$, la concavidad es hacia abajo. Las coordenadas de su vértice son $\left[-\frac{b}{2a}; f(-\frac{b}{2a})\right]$.(MED, 2018, p. 379)

Observa que la descripción de este procedimiento ofrece cómo construir modelos geométricos (otra forma de representación del objeto) de un representante dado en forma algebraica o dado aritméticamente la terna de números reales a, b y c.

En general las funciones de este tipo no son inyectivas ni monótonas en todo su dominio, solamente por intervalos y se pueden analizar sus propiedades mediante los diferentes casos posibles:

Si son de la forma $f(x) = ax^2$; de la forma $f(x) = ax^2 + c$; de la forma $f(x) = ax^2 + bx$; y de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Para el primer caso se tiene:

> $Domf: x \in \mathbb{R}; Imf: y \in \mathbb{R}, y \geq 0\ (si\ a > 0); o\ \ Imf: y \in \mathbb{R}, y \leq 0\ (si\ a < 0)$
> Su vértice es el punto $(0; 0)$. Tiene un solo cero $x = 0$. Tiene valor mínimo $0\ si\ a > 0\ y$ valor máximo $0\ si\ a < 0$. Monótona creciente para $x > 0$ y monótona decreciente para $x < 0\ si\ a > 0$ y monótona decreciente para $x > 0$ y monótona creciente para $x < 0\ si\ a < 0$. Es positiva para todos los valores del dominio excepto para $x_0 = 0\ si\ a > 0$ y es negativa para todos los valores del dominio excepto para $x_0 = 0\ si\ a < 0$. Su gráfica es simétrica con respecto al eje de las ordenadas. Es una función par. (MED, 2018, p. 380)

Para el caso dos se tienen:

> $Dom\ f: x \in \mathbb{R},\ Im\ f: y\ \in \mathbb{R}\ , y\ \geq c\ (si\ a\ >\ 0); o\ Im\ f: y\ \in \mathbb{R}, y\ \leq\ c\ si\ (a\ <\ 0)$.
> Su vértice es el punto $(0; c)$. Tiene dos ceros si $c < 0\ y\ a > 0$ o $c > 0\ y\ a < 0$ estos son $x_0 = \pm\sqrt{|c|}$, en otros casos no tiene ceros. Tiene valor mínimo c si $a > 0$ y valor máximo c si $a < 0$. Monótona creciente para $x > 0$ y monótona decreciente para $x < 0$ si $a > 0$ y monótona decreciente para $x > 0$ y monótona creciente para $x < 0$ si $a < 0$. Es positiva para todos los valores del dominio con $x \leq \sqrt{|c|}$ o $x \geq \sqrt{|c|}$, si $a > 0, c < 0$ y es negativa para todos los valores del dominio con $-\sqrt{|c|} \leq x \leq \sqrt{|c|}$ pero si $a < 0$ y $c > 0$ ocurre lo contrario. Si $a > 0$ y $c > 0$ siempre es positiva y si $a < 0$ y $c < 0$ siempre es negativa. Su gráfica es simétrica con respecto al eje de las ordenadas. Es una función par. (MED, 2018, p. 381)

Para el caso tres se tienen:

> $Domf: x \in \mathbb{R}; Imf: y \in \mathbb{R}, y \geq f\left(-\frac{b}{2a}\right) si\ a > 0; o\ imf: y \in \mathbb{R}, y \leq f(-\frac{b}{2a}) si\ a < 0.$
> Su vértice es el punto $\left(-\frac{b}{2a}; f(-\frac{b}{2a})\right)$. Tiene dos ceros $x_1 = 0, x_2 =-\frac{b}{a}$.Tiene valor mínimo $f\left(-\frac{b}{2a}\right)\ si\ a > 0$, y valor máximo $f\left(-\frac{b}{2a}\right)\ si\ a < 0$. Monótona creciente para $x > \left(-\frac{b}{2a}\right)$ y monótona decreciente para $x < \left(-\frac{b}{2a}\right) si\ a > 0$. Monótona decreciente para $x > \left(-\frac{b}{2a}\right)$ y monótona creciente para $x < \left(-\frac{b}{2a}\right) si\ a > 0$. Es negativa para todos los valores del dominio con $0 \leq x \leq \left(-\frac{b}{2a}\right)$ o $\left(-\frac{b}{2a}\right) \leq x \leq 0$, si $a > 0$; y positiva para todos los valores del dominio con $x < 0$ o $x > \left(-\frac{b}{2a}\right)$ o $x > 0$ o $x < \left(-\frac{b}{2a}\right)$; si $a < 0$ ocurre lo contrario. Esta función no es par ni impar. (MED, 2018 p.382)

Para el caso cuatro se tienen:

> $Domf: x \in \mathbb{R}; Imf: y \in \mathbb{R}, y \geq f\left(-\frac{b}{2a}\right)\ si\ a > 0;\ Imf: y \in \mathbb{R}, y \leq f\left(-\frac{b}{2a}\right)\ si\ a < 0$
> Su vértice es el punto $\left(-\frac{b}{2a}; f(-\frac{b}{2a})\right)$. Tiene dos ceros $x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ y $x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ si $b^2 - 4ac > 0$; tiene un solo cero; si $b^2 - 4ac = 0$; y no tiene ceros si $b^2 - 4ac < 0$. Tiene valor mínimo $f\left(-\frac{b}{2a}\right)\ si\ a > 0$ y valor máximo $f\left(-\frac{b}{2a}\right)\ si\ a < 0$. Monótona creciente para $x > \left(-\frac{b}{2a}\right)$ y monótonas decrecientes para $x < \left(-\frac{b}{2a}\right)$ si $a > 0$; Monótona decreciente para $x > \left(-\frac{b}{2a}\right)$ y monótonas crecientes para $x < \left(-\frac{b}{2a}\right)$ si $a < 0$. Es negativa para todos los valores del dominio con $\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \leq x \leq \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ o $\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \leq x \leq \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ si $a > 0$; y positiva para todos los valores del dominio con $x < \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ o $x > \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$; $x > \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ o $x < \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, si $a < 0$ ocurre lo contrario. (MED, 2018. P.383)

El libro referenciado que conforma la bibliografía básica para el décimo grado editado en el año 2018 es un medio de enseñanza indispensable para las actividades del proceso de modelación matemática, aunque las orientaciones para el trabajo con los modelos no son suficientemente claras y no están de acuerdo con la realidad de los Liceos angolanos. Cuenta con un total de 33 ejercicios, entre los cuales 17 con carácter de problema. Si bien es cierto que los ejercicios son suficientes para el trabajo con la modelación matemática, ello demanda de la creatividad del profesor en recrear situaciones y ajustarlas al contexto de sus estudiantes. El libro ofrece además la posibilidad de deducir modelos y orientaciones generales de cómo trabajar con los mismos.

El tema "Funciones cuadráticas y parábolas" se propone para su tratamiento en el actual programa de décimo grado 8 h/c, además se declaran los objetivos, contenidos a tratar y orientaciones metodológicas. Referente a los objetivos generales del tema, se explicita con respecto al proceso de modelación el siguiente objetivo:

> Interpretar y modelar situaciones de interés científico-técnico, artístico, o cultural, en su sentido más general, mediante de las formas de trabajo y pensamiento matemático adquiridas, el tecnicismo algebraico, las propiedades de las funciones cuadráticas y los conocimientos geométricos, a partir de información numérica, gráfica o simbólica, de manera de poder realizar inferencias, predicciones o generalizaciones de valor intrínseco y que demuestren además la potencia y valor cognoscitivo de los métodos matemáticos. (MED, 2016, p.24)

Los objetivos específicos que posibilitan el trabajo con modelos matemáticos. Ellos son:

> Dominar el concepto de función cuadrática, sus propiedades y representación gráfica; Conocer el concepto de discriminante y la relación y su relación con las propiedades de la función cuadrática y su

representación gráfica; aplicar las propiedades de la función cuadrática y su representación gráfica en la resolución de problemas prácticos. (MED, 2016, p. 25)

Los contenidos de enseñanza declarados para lograr estos objetivos son:

> Introducción a las funciones cuadráticas; algunas propiedades y representación gráfica, eje de simetría y vértice de la representación gráfica; ecuaciones de segundo grado; ceros de la función cuadráticas; signo de la función cuadrática; inecuaciones del segundo grado; parábolas (introducción, características de la parábola, ecuaciones de la parábola. Resolución de problemas prácticos). (MED, 2016, p.26)

En las orientaciones metodológicas aparecen descripciones de cómo distribuir el contenido por horas clases según los epígrafes, los ejercicios que se deben trabajar en los textos recomendados. Sin embargo no aparecen ejemplos de tratamiento de contenido que puedan ofrecer modelos de actuación para el profesor y precisiones de procedimientos para elaborar los contenidos nuevos.

Es opinión de este autor que se requiere ofrecer precisiones sobre la conducción del proceso de modelación matemática para alcanzar los objetivos que se plantean en el programa, referidas al trabajo con las funciones cuadráticas en décimo grado.

Igualmente, para la enseñanza – aprendizaje de este concepto mediante la modelación, es necesario establecer orientaciones para el uso de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), visto que están insertadas en toda actividad cotidiana, en los diversos sectores de la sociedad y permiten descubrir nuevas formas de comunicación, trabajo y producción de conocimientos.

Es por esta razón que el autor de esta tesis propone la inserción de los softwares Winplot y el Tracker como medios de enseñanza. Por un lado el Winplot es básicamente un programa hecho para graficar funciones de una o dos variables, con la utilización del Windows. Este software es clasificado como freeware, es decir, es gratis y que presenta además de la gratuidad muchas ventajas: es de fácil manejo, excelentes para ilustraciones rápidas en las áreas en que puede actuar, no es necesario una computadora de última generación para instalarlo, puede ser usado en cualquier versión del Windows y con nuevas actualizaciones para IOS y ANDROID.

Fue desarrollado en el año de 1985, por el profesor Richard Parris del Phillips Exeter Academy. Escrito en C[1], originalmente se llamó PLOT. Había sido proyectado para rodar en MS-DOS8[2], con la aparición

---

[1] Cualquier programa de computadora es desarrollado utilizándose un lenguaje de programación. Entre ellas, el lenguaje en C y C++ (una ampliación de C) son muy conocidas.

[2] Sistema operacional precedente al Windows. También desarrollada por esta empresa de Windows (Microsoft), estuvo presente en todas las computadoras de los años 80 e inicio de los 90. Tratase de uno de los más seguros y estables sistemas operacionales que existió

del Windows 3.1, el programa pasó a designarse WINPLOT, y la versión para el Windows 98 solo surgió en el año de 2001, y fue escrita en el lenguaje de C++.

Se trata probablemente de uno de los programas más completos para el estudio de funciones, de curvas (en el plano y en el espacio) y de superficies, el cual permite calcular el área encerrada entre dos curvas, el volumen del sólido de revolución generado al rotar. La utilización de parámetros permite el estudio de las características globales de familias de funciones de forma ágil.

Por otra parte el Tracker es un software gratuito que permite analizar al detalle la filmación de la ocurrencia de un determinado fenómeno. Aunque comúnmente es utilizado en clases de física, es un medio de enseñanza que resulta ser imprescindible en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. De este modo, este software permitirá a los estudiantes analizar situaciones seleccionadas o grabadas por ellos, y ser un sujeto activo y creativo en el proceso.

Estos softwares cumplen con los aspectos de la evaluación de un software educativo propuesta por Campos (como se citó en MPAKA, 2019) que son:

- Características pedagógicas: atributos que evidencian la conveniencia y la viabilidad del uso del software en situaciones educacionales;
- Facilidad de manejo: atributos que evidencias la facilidad con que se puede manejar el software;
- Características del interface: atributos que evidencian la presencia de recursos y medios que facilitan la interacción del usuario con el software;
- Adaptabilidad: atributos que evidencian la capacidad del software adaptarse a las necesidades y preferencias del usuario y al ambiente educacional seleccionado
- Documentación: atributos que evidencian que la documentación para la instalación del software está completa, es consistente, legible y organizada;
- Portabilidad: atributos que evidencian a adecuación del software a los equipos en que serán instalados:
- Retorno de la inversión: atributos que evidencian la adecuación de la inversión en la adquisición del software.
- Además de estos aspectos deben ser considerados criterios como: precio asequible, disponibilidad en el mercado, posibilidad de obtención de copias, convenios y análisis de versiones demostrativas. (p.69)

Por ello, la introducción de estos medios en el proceso de modelación matemática juega un rol fundamental en la enseñanza – aprendizaje del concepto de funciones cuadráticas, pues permite a los estudiantes explorar situaciones de la vida cotidiana o provenientes de otras asignaturas, a través de enumeras representaciones (utilización de varios modelos matemáticos).

En este marco la modelación de este concepto permite establecer relaciones entre distintas asignaturas, es decir, referirse a una estrategia pedagógica que genera una visión del mundo más globalizada, donde las diferentes disciplinas se unen por dar solución a situaciones problemáticas; así las posiciones individuales o colectivas están formalizadas y direccionadas en torno a una formación científica como también el hecho de situarse en posiciones críticas respecto al contexto social y tecnológico que les atañe.

Es por ello que a través de la relación entre las distintas asignaturas y en torno a situaciones abiertas y en el contexto de una realidad social del estudiante, se realiza una integración de saberes desde una mirada global y holística para permitir una visión compleja de la naturaleza, sociedad y cultura que lo circunscribe.

En este sentido, conforme la caracterización del concepto de modelación matemática, es necesario fundamentar las relaciones que se pueden establecer entre funciones cuadráticas con los contenidos de las demás asignaturas del área de Ciencias Físicas y Biológicas, es decir, Física, Química Y Biología y la Lengua Portuguesa.

Por relación entre contenidos se entiende: "los elementos del conocimiento, habilidades, hábitos, normas de conducta, sentimientos y valores comunes a cada una de las asignaturas del área y que se pueden desarrollar como transversales de esta" (Escalonas, 2007, p. 34).

Al respecto Ballester et al., (1992) plantea: "los ejercicios relacionados con otras asignaturas, crean bases para la realización de ejercicios con textos y aplicaciones los cuales ayudan a realizar el principio politécnico" (p. 451).

Este autor considera que un aspecto a tener en cuenta en la selección de las situaciones, es la vinculación con otras asignaturas del currículo, donde puedan fijarse nociones que se han obtenido de estas, visto que los diferentes modelos que proporcionan las ecuaciones cuadráticas posibilitan este trabajo.

En este sentido se puede afirmar que la existencia de ejercicios cuyo contenido se estudia simultáneamente en la asignatura con la que se relaciona, requiere de la distribución del contenido en ambas asignaturas, y para su elaboración es necesario el intercambio con profesores de la disciplina en cuestión.

Conclusiones del capítulo

A partir de la aplicación de los métodos teóricos de investigación en el estudio de la bibliografía consultada se puede concluir que:

De las tendencias contemporáneas de aprendizaje consultadas, son el Enfoque histórico – cultural y el aprendizaje significativo los que más influencias ejercen al desarrollo de la modelación matemática en el estudio de las funciones cuadráticas en décimo grado

En busca de una propuesta integradora se realiza un profundo análisis epistemológico, que permitió definir el proceso de modelación matemática y su importancia en el proceso de enseñanza – aprendizaje. Esta labor servirá de bases para definir la variable de la investigación.

La utilización de los softwares educativos, permiten a los estudiantes simular o crear sus propias situaciones de acuerdo a su contexto más cercanos, y facilita el proceso de búsqueda del modelo matemático, y crea vías más asequibles la evaluación del mismo.

Capitulo II

Estado actual y sistema de actividades didácticas para desarrollar la modelación matemática en la enseñanza-aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado

"Si se desea que las matemáticas tengan valor, para los estudiantes, deben estar conectadas con la realidad, permanecer cercanas a ellos y ser relevantes para la sociedad"

Hans Freudenthal

Este capítulo caracteriza el estado actual de la modelación matemática en la enseñanza-aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado de Ciencias Físicas y Biológicas en el Liceo Joaquim Kapango. Se propone un sistema de actividades didácticas que contribuya al desarrollo de la modelación matemática. Dicho sistema fue evaluado por el criterio de especialistas, que permitió valorar su fiabilidad.

2.1. Diagnóstico del desarrollo de la modelación matemática en la enseñanza-aprendizaje de las funciones cuadráticas en Ciencias Físicas y Biológicas

Para caracterizar el estado actual del proceso de modelación matemática en la enseñanza-aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado de Ciencias Físicas y Biológicas en Liceo Joaquim Kapango, se aplicaron diferentes instrumentos y técnicas: prueba pedagógica inicial, revisión de documentos, observaciones a clases y encuesta a profesores; las cuales brindaron información sobre el comportamiento de la variable que se investiga, estableciéndose tres dimensiones para su estudio y evaluación. Los instrumentos aplicados se estructuran de manera que ofrezcan la información requerida sobre el comportamiento de estas dimensiones, según los indicadores establecidos para cada una.

En este sentido se declara como variable la **modelación matemática en la enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas,** y se define como**:**

Un proceso que permite al profesor orientar a los estudiantes, a partir de una situación de su contexto, interpretarla (reformularla) mediante sus conocimientos, habilidades, hábitos, capacidades, sentimientos y valores, para precisar su estructura y transferirla a un campo matemático para utilizar sus signos, símbolos y medios, así como sus formas de trabajo y de pensamiento y crear un modelo matemático a través de una función cuadrática que se ajuste a las condiciones iniciales, que sea capaz de resolverla, y evaluar el resultado en la situación para garantizar su pertinencia. De no satisfacer lo exigido, se reinicia el proceso para ajustar la función, o buscar otra.

Operacionalización de la variable modelación matemática en la enseñanza–aprendizaje de las funciones cuadráticas.

Para el estudio de la variable modelación matemática en la enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas se consideran 11 indicadores, agrupados en tres dimensiones:

Dimensión I. Orientación hacia el modelo

Está encaminada a que los estudiantes comprendan de qué trata la situación, para lo que se requiere hacer una lectura analítica, buscar significados de términos no comprensibles y reformular de forma concisa o mediante esquema, pictograma, diagrama u otra representación, de manera que logre determinar qué se busca, qué se conoce y las relaciones conocidas. Se enfatiza en la necesidad de familiarizarse con la situación real para trabajar en la búsqueda del modelo matemático. Los indicadores de esta dimensión son:

1.1 Comprender la situación (De qué trata);

1.2 Reformular la situación (si es conveniente);

1.3 Precisar qué se busca, qué se conoce y las relaciones conocidas entre ellos;

1.4 Identificación dentro de la situación (si es útil) relaciones con otras asignaturas.

Dimensión II. Formalización de un modelo matemático

Exige del pensar matemático, se pretende transferir la situación real al campo matemático en que puede ser resuelta, y precisa los medios a utilizar en el diseño del modelo matemático, se debe expresar con símbolos y signos matemáticos las relaciones entre lo que se busca y se conoce de la situación real. Se comprueba con los indicadores siguientes:

2.1. Transferir la situación al campo de las funciones cuadráticas en que puede ser resuelta, y precisar los medios a utilizar (incluyendo TIC)

2.2. Formular relaciones con otras asignaturas apoyándose en símbolos y signos matemáticos;

2.3. Expresar las relaciones entre lo qué se busca y se conoce en la situación con símbolos y signos matemáticos;

2.4. Diseñar la función cuadrática y sus propiedades ajustado a la situación.

Dimensión III. Evaluación del modelo

Su contenido esencial es comprobar la garantía del modelo. Se requiere emplearlo para determinar lo que se busca, transferir el resultado matemático obtenido a la situación real y comprobar si satisface lo que se exige. De lo contrario, se empieza el proceso para ajustar el modelo a la situación real o diseñar otro. Los indicadores son:

3.1. Determinar lo que se busca mediante el modelo diseñado (la función cuadrática – propiedades);
3.2. Comprobar si el modelo diseñado satisface lo que se exige en la situación real;
3.3. Reiniciar el proceso si no satisface el modelo diseñado para ajustarlo a la situación real o diseñar otro.

Las dimensiones declaradas por el autor están dirigidas a comprobar el nivel alcanzado por los estudiantes en temas de modelación matemática en la enseñanza-aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado.

Para evaluar el dominio de las dimensiones se confecciona una escala con tres categorías, de acuerdo a la cantidad de indicadores que se responden correctamente. Las categorías son mal (M); regular (R) y bien (B), se otorga:

M: si ejecuta de forma correcta hasta 4 indicadores;
R: si ejecuta de forma correcta hasta 8 indicadores (Incluir el modelo);
B: si ejecuta de forma correcta más de 8 indicadores.

Descripción del proceso de diagnóstico

Desde el curso 2008/2009 se aplican trasformaciones curriculares en el país, dirigidas a la educación secundaria general. Sin embargo, la labor de los profesores por área de conocimiento no se aplica íntegramente.

Esta situación ha provocado un bajo nivel de aprovechamiento en la asignatura de matemática conforme demuestra un estudio realizado por el MED, publicado en (MED, 2018a, p.30), con una media nacional que rondaba los 5,6 valores (de una escala de 0 a 20) en el segundo ciclo de la educación secundaria general, que corresponde al rendimiento académico de los estudiantes en la asignatura de matemática.

Dicha situación, según Alves (2019) está relacionada con la heterogeneidad en la formación de los profesores que trabajan los planes de estudio, (profesores formados en distintas áreas, en proceso de formación, con pocos años de experiencia docente), lo que incide el en bajo rendimiento académico de los estudiantes.

Para la realización del diagnóstico se escogió en el municipio Huambo, los estudiantes del décimo grado de la carrera de Ciencias Físicas y Biológicas del Liceo Joaquim Kapango, situada en el barrio académico en las instalaciones de la escuela secundaria Comandante Dangereux.

Se seleccionó una población de 240 estudiantes del periodo matutino, con una edad media de 15 años, un 57% son del sexo masculino y el 43% del sexo femenino, con predominio de clase social media, y nivel de aprovechamiento bajo, y en particular en la matemática por debajo de la media establecida por el MED.

Además de seis profesores graduados universitarios, que imparten la asignatura de matemática, de ellos dos Licenciados en Educación Matemática en el Instituto Superior de Ciencias de la Educación (ISCED), dos Licenciados en Economía de la Universidad José Eduardo Santos, un Ingeniero Civil y otro recién graduado en Informática, en el Instituto Superior Politécnico (ISP). Se aprecia que posee formación pedagógica solo el 33,3% de la población de los docentes.

Mediante la técnica del muestreo por conglomerados se escogió una muestra de 60 estudiantes lo que equivale a un 25% de la población y mediante el muestreo intencional, dos profesores de matemática, (Licenciados en Educación Matemática, con tres años de experiencia cada uno) que representan el 33.3% de la población.

La **observación** a clases (anexo I) estuvo dirigida a Analizar las estrategias de aprendizaje de los estudiantes del Liceo Joaquim Kapango y como los profesores enseñan en función de ellas a modelar diferentes situaciones y problemas relacionados con la vida cotidiana mediante el empleo de las funciones cuadráticas y otras asignaturas del currículo. Se observaron un total de cinco clases dirigidas a la resolución de problemas que conducen a funciones cuadráticas, en el análisis por dimensión se obtienen las siguientes impresiones:

En la dimensión I. En los ejercicios realizados en clases el profesor no aprovecha las distintas formas de aprendizaje de los estudiantes para potenciar la comprensión de la situación real (De qué trata), aunque algunos estudiantes más aventajados logran comprenderlos, otros no pueden reformular la situación (si es conveniente), un 40% no puede precisar qué se busca, qué se conoce y las relaciones conocidas entre ellos; y además los ejercicios no están dirigidos a establecer relaciones con otras asignaturas.

En la dimensión II. 68% no puede transferir la situación real al campo de las funciones cuadráticas en que puede ser resuelta, y presentan dificultades en precisar los medios a utilizar. Los estudiantes no saben cómo formular relaciones con otras asignaturas apoyándose en símbolos y signos matemáticos, pues no se plantean ejercicios que la demandan. Solo un 30% logra expresar las relaciones entre lo qué se busca y se conoce en la situación con símbolos y signos matemáticos; y diseñar un modelo (función cuadrática – propiedades) ajustado a la situación.

En la dimensión III. Más del 70% de los estudiantes no pueden determinar lo que se busca mediante el modelo diseñado (la función cuadrática – propiedades), y las clases no están orientadas a evaluar si el modelo diseñado satisface lo que se exige en la situación real, además no se orienta correctamente a los estudiantes en reiniciar el proceso si el modelo diseñado no satisface las condiciones de la situación para ajustarlo o diseñar otro.

Para corroborar estos resultados se aplica una **prueba pedagógica** con carácter de diagnóstico (anexo II) para conocer el estado actual de los estudiantes en el proceso de modelación matemática aplicando funciones cuadráticas.

En la dimensión I (Orientación hacia el modelo) se evidencia que los estudiantes no comprendan de qué trata la situación dada, solo el 15% se apoyan en esbozo, tabla o gráfico para esclarecerla, el 80% de los estudiantes omite separar las magnitudes dadas y buscadas, no se perciben en las frases y palabras del texto las que expresan relaciones matemáticas entre las magnitudes, no se entiende qué significa “comienza la maniobra a una altura h mayor de cierto valor”. Aunque la tercera parte de los estudiantes asignan variables a lo que se pide, no manifiestan seguridad de por qué lo hacen. Solamente 22 estudiantes logran identificar vínculos de la situación con conceptos de la asignatura Física.

En la formalización del modelo matemático (dimensión II) se constata que el 60% de los estudiantes de la muestra no logran transferir la situación real al campo matemático en que puede ser resuelta (propiedades de la función cuadrática conocida su ecuación y el dominio de definición), no logran precisar los medios a utilizar (propiedades que se requieren: vértice; ceros, (influencia de sumandos) en el desplazamiento en la dirección del eje y para que tenga solo un cero en el vértice), no logran traducir en símbolos matemáticos las relaciones entre lo qué se busca y se conoce en la situación real.

En la dimensión III (Evaluación del modelo) presentaron dificultades 35 estudiantes de la muestra (58,33%) donde debían determinar lo que se busca mediante la función cuadrática dada en el intervalo de definición, determinando las propiedades requeridas para comprobar si lo obtenido satisface lo que se exige en la situación real y de no ser así, reiniciar el proceso de modelación para ajustar el modelo a la situación real o diseñar otro.

Según el trabajo a profundidad con los indicadores para la modelación matemática en la enseñanza-aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado de Ciencias Físicas y Biológicas en el Liceo Joaquim Kapango se declararon los resultados siguientes.

Tabla 1: *Resultados por categorías*

Categorías	**M**	**R**	**B**
Cantidad de estudiantes	35	12	13
Porcentaje %	58,33	20	21,67

Es significativo que el 58,33%, es decir, 35 estudiantes no encontraron el modelo matemático, no conocen cómo resolver la situación y operar con el modelo dado, no mostraron dominio de al menos 4 indicadores, no vencen la dimensión de comprensión de la situación. El 20% de ellos, dominan de 4 a ocho indicadores. Solo 13 estudiantes, o sea, el 21,67% obtuvo calificación de B, respondieron bien más de ocho indicadores.

A partir de estos resultados el autor aplica la prueba de hipótesis **Kolmogórov Smirnovf** (anexo III) con un nivel de significación de 0.05, y se verificó por este método estadístico la existencia de dificultades en el nivel alcanzado por los estudiantes de la muestra en la modelación matemática aplicando funciones cuadráticas.

Aunado a la situación, con el objetivo de indagar cómo los profesores de matemática que conforman la muestra planifican el proceso de modelación en la enseñanza-aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado se aplica una encuesta (anexo IV), cuyos criterios expresados se muestran a continuación:

Los dos profesores de la muestran consideran que las indicaciones para el trabajo del profesor en el programa de Matemática son insuficientes; uno considera que en el libro de texto las explicaciones, los ejercicios y actividades para trabajar con los estudiantes son suficientes / claras y precisas, pero aun así los estudiantes tienen dificultades para modelar matemáticamente porque no comprenden la situación dada.

Cuanto a su modo de actuación afirman que su modo de actuación al trabajar la modelación matemática en el las funciones cuadráticas en décimo grado apuntan que se debe indicar leer varias veces el texto y declarar las variables; y no se expresan en los programas sugerencias metodológica para favorecer el desarrollo de la modelación matemática

Se considera que lo indicado en los medios de planificación de la enseñanza (programa y libro de texto), así como las explicaciones, los ejercicios y actividades para trabajar con los estudiantes y el profesor son insuficientes, poco claros e imprecisos. Lo que genera la no comprensión de la modelación por parte de los estudiantes, los criterios emitidos sobre cómo actuar al trabajar la modelación matemática en el tema, van a lo externo del proceso y no se pronuncian en cómo hacer para lograr la comprensión, la traducción de un lenguaje a otro y hacer conciencia de los procederes que deben emplearse.

La revisión de documentos estuvo dirigida a comprobar si en el libro de texto, programa y otros materiales que se emplean en la enseñanza de la Matemática, poseen indicaciones para resolver ejercicios que requieran de modelación matemática y ejercicios suficientes con intensión explícita para que los estudiantes los objetivos declarados en el programa de décimo grado en el proceso de modelación matemática aplicando funciones cuadráticas de situaciones intra y extra matemáticos. Se constó que el libro de texto de décimo grado posee en el tema 7 (funciones cuadráticas y parábolas) un total de 33 ejercicios que pueden contribuir al desarrollo del proceso de modelación matemática en los estudiantes, 17 de estos, son ejercicios con texto que exigen para su solución la creación de modelos. Además se cuenta con softwares educativos como complementos para facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Luego de aplicar, procesar, analizar y triangular la información obtenida por los diferentes instrumentos y técnicas empleados para medir los indicadores antes presentados, se determinan las fortalezas y barreras en torno al proceso de modelación matemática en la enseñanza-aprendizaje de las funciones cuadráticas;

Fortalezas

- Los profesores son graduados universitarios, no siempre tienen la experiencia para dirigir el proceso de enseñanza aprendizaje en el grado, son responsables y comprometidos con la actividad que realizan.
- Se reconoce por profesores y estudiantes que es necesario enseñar - aprender a comprender las situaciones dadas para modelarlas.
- Los estudiantes poseen los libros de texto y desean aprender a modelar los problemas.
- La institución cuenta con el soporte tecnológico para implementarlo en el proceso de enseñanza – aprendizaje.
- En el libro de texto las explicaciones, los ejercicios y actividades para trabajar con los estudiantes son suficientes / claras y precisas.

Barreras.

- Las clases sobre funciones cuadráticas no están intencionadas a la orientación hacia el modelo, la formalización de un modelo y la evaluación del modelo para estimular el pensar.

- Los profesores de Matemática no hacen consciente en sus estudiantes el empleo de las estrategias de aprendizaje para modelar utilizando funciones cuadráticas y sus propiedades.
- Los estudiantes y profesores no están conscientes de cómo proceder para comprender la situación práctica que se propone y cómo diseñar un modelo que se ajuste a las condiciones dadas.
- Son limitadas las actividades de modelación matemática relacionadas con otras asignaturas del currículo.
- En las clases dirigidas a la resolución de problemas, no se realiza la evaluación del modelo diseñado de manera correcta en la situación de partida.
- Las indicaciones para el trabajo del profesor en el programa de Matemática son insuficientes.
- No se expresan en los programas sugerencias metodológicas para favorecer el desarrollo de la modelación matemática.

El estado actual del problema, de manera general no manifiesta una intención consciente para lograr la orientación hacia el modelo, la formalización de un modelo y la evaluación del modelo, al no existir claridad en los profesores de las dificultades de los estudiantes para modelar situaciones prácticas, los estudiantes no saben cómo comprender la situación real que expresa el problema y cómo crear su modelo, estos son los principales obstáculos en el desarrollo del proceso. La tenencia de la bibliografía requerida, conocimiento por estudiantes y profesores que no se comprenden las diferentes situaciones y el compromiso con la labor educativa de los profesores constituyen las principales potencialidades para el desarrollo del tema aquí investigado.

2.2. Sistema de actividades didácticas para desarrollar la modelación matemática de funciones cuadráticas en décimo grado

Esta sección persigue el propósito de dar solución al problema científico formulado y responder la tercera pregunta científica. En él se expone un sistema de actividades didácticas orientado a lograr la asimilación del proceso de modelación matemática a partir del marco teórico referencial declarado.

Se hace imprescindible comenzar el presente epígrafe con el análisis de sistema de manera general. Se debe conocer que en este sentido los investigadores en sus trabajos revelan distintos rasgos así como una amplia tipología de estos, por eso se hace necesario fundamentar la posición a tomar al respecto.

Existen varias definiciones de sistema, muchas de ellas se contradicen entre sí. A manera de ejemplo se considera atinada la definición dada por González (2007) (como se citó por Campos, 2011) que plantea:

> Un sistema es un todo unitario, integrado y dialéctico de elementos organizados e interconectados que pueden aparecer recursivamente tanto en un sistema de orden inferior como superior, delimitados por un medio con el que interactúan, por sus objetivos, metas y funciones. (p. 16)

En paralelo, para Pérez, Valdés, & Pino (2015) a todo sistema le es intrínseco las características de contar con diversos elementos con vínculos, nexos e interrelaciones entre cada uno de ellos, que conforman un todo con sus componentes del desarrollo. Su unidad interna está proporcionada por el objetivo, que resulta trascendental para el logro de la coherencia de sus elementos, todos se tributan recíprocamente, cada uno de ellos tiene su propio significado, mantienen su identidad; pero en función del cumplimiento del objetivo.

Desde una perspectiva investigativa un sistema, percibido como un resultado científico puede referirse a: sistema de ejercicios, sistemas de problemas y sistemas de actividades, sistema de tareas y sistema de acciones. En esta tesis se concibe como resultado científico un sistema de actividades, y para su caracterización el autor es consecuente con la definición dada por (Martínez, s/f) que declara:

"Un sistema de actividades es un "conjunto de actividades relacionadas entre sí de forma tal que integran una unidad, el cual contribuye al logro de un objetivo general como solución a un problema científico previamente determinado*"* (p. 11)

De acuerdo al contexto el sistema de actividades es de carácter docente y extra docente y conforme a los objetivos declarados se clasifica el resultado científico como sistema de actividades didácticas, pues su objetivo está dirigido a contribuir al perfeccionamiento del proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática en general, mediante la modelación en el estudio de las funciones cuadráticas. Por tanto, se considera la caracterización dada por Martínez (s/f) y los objetivos de la investigación. Se caracteriza el sistema de actividades didácticas como:

Un conjunto de actividades de situaciones intra y extra matemáticas que requieren el empleo de las funciones cuadráticas, relacionadas entre sí de forma tal que forman una unidad, para desarrollar la modelación matemática en este concepto y contribuir al perfeccionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Fundamentos del sistema de actividades didácticas para desarrollar la modelación matemática.

Las posiciones asumidas, los fundamentos Filosóficos, Didácticos y Psicológicos declarados en el capítulo anterior, permitieron la implementación de las dimensiones e indicadores en el sistema de actividades didácticas y establecer el siguiente objetivo del sistema: *Resolver situaciones intra y extra matemáticas que demanden el desarrollo de la modelación de funciones cuadráticas y sus* *propiedades en décimo grado, mediante la aplicación integrada de conocimientos y procedimientos estudiados.*

Para el logro de este objetivo, se precisaron como puntos de partida, determinados principios que lo sustentan y que se resumen en:

- Integrar contenidos de diferentes áreas de la Matemática y otras asignaturas del currículo;
- Sistematizar el contenido matemático para estimular su aplicación;
- Vincular la actividad individual y grupal en la resolución de actividades;
- Elevar las exigencias cognitivas y la actividad independiente y solucionar insuficiencias del dominio de los contenidos de los programas escolares.

Ellos permiten analizar los principios de la Didáctica General para su aplicación en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la matemática en particular, los que han sido considerados para la determinación de las actividades del sistema.

El sistema de actividades didácticas está formado por un total de ocho actividades, agrupadas en cuatro momentos, y una actividad extra. Cada una posee un objetivo específico y su contenido dirigido a desarrollar en los estudiantes la actividad mental. Además están constituidas por diferentes tareas que fomentan la creatividad de los estudiantes.

Conforme a los fundamentos establecidos, al objetivo declarado y a los principios definidos, se concibe el sistema de actividades didácticas de acuerdo a las siguientes exigencias:

- Objetivos del programa inherentes a la modelación matemática respecto a funciones cuadráticas;
- Dosificación del tema funciones cuadráticas y parábolas;
- Selección de actividades que propicien: trabajar las dimensiones e indicadores, actividades en clases y extra clases que estimulen el pensar a partir de la búsqueda de un nuevo conocimiento;
- Desarrollar acciones dirigidas a diseñar o ajustar el modelo a las condiciones de la situación dada.

En el desarrollo del tema funciones cuadráticas y parábolas se realiza la implementación de estas actividades didácticas, en clases y en actividades extra clases, de manera que en la búsqueda de solución de las mismas, se estimule la actividad independiente de los estudiantes. Estas actividades didácticas no sólo contribuyen al desarrollo de la modelación matemáticas, sino que favorece también al desarrollo de algunas habilidades básicas. Se comentan las aportaciones que estas actividades realizan en la adquisición de ellas.

El sistema de actividades diseñado exige el desarrollo de la modelación matemática para:

1) construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos y geométricos,
2) comprender y analizar situaciones reales, hipotéticas o formales.
3) Formular y resolver problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
4) Argumentar la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos o analíticos,
5) Emplear el lenguaje verbal, matemático y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación.

Esta contribución es posible ya que pone énfasis en la funcionalidad de los aprendizajes y su utilidad para comprender lo que nos rodea.

Asimismo, este sistema de actividades favorece el desarrollo de la modelación para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en dar respuesta a distintas situaciones en el mundo, los prepara para enfrentarse a situaciones cotidianas de diferente grado de complejidad, para emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo. Además se realiza una contribución al desarrollo de las habilidades sociales y cívicas, en tanto que un trabajo en equipo requiere del desarrollo de actitudes y destrezas involucradas. El sistema de actividades propuesto por el autor de esta tesis posee la siguiente estructura.

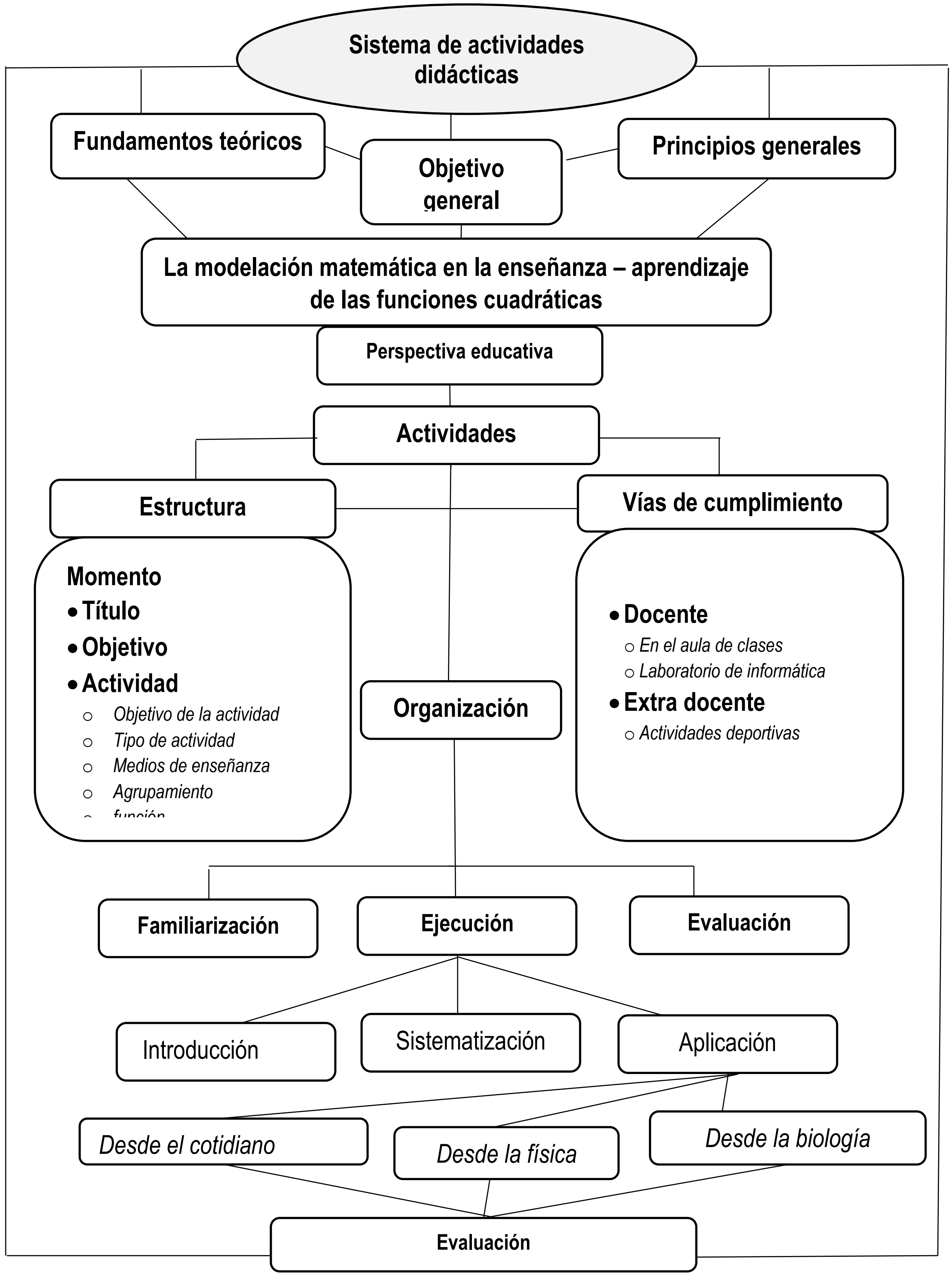


Figura 2: estructura del sistema de actividades didácticas

Sistema de actividades didácticas

Momento 1. Parábolas y propiedades

Objetivo: Desarrollar el análisis del significado de las propiedades de las funciones cuadráticas estudiadas mediante su representación gráfica con el auxilio de software Winplot.

En este momento se hace la presentación del sistema de actividades, las actividades que conforman el mismo favorecen la identificación de representaciones de funciones cuadráticas (geométrica y algebraica) y el análisis del significado de sus propiedades en el contexto de la clase.

Para la motivación de las actividades se sugiere la siguiente curiosidad matemática:

El gran matemático alemán Carl Friedrich Gauss, conocido como El príncipe de las Matemáticas, realizó cuatro demostraciones diferentes del hoy conocido Teorema Fundamental del Álgebra, en el que se asegura que toda ecuación algebraica siempre tiene una raíz. La primera de sus demostraciones la realizó en su tesis doctoral en el año 1799. Con este teorema se garantiza la existencia de raíces, más no se indica cómo hallar las soluciones. Esto es lo que en matemática se llama un Teorema de Existencia.

Actividad 1. "*Adivina la función"*

Objetivo. Identificar a partir de la representación gráfica en el software Winplot una función cuadrática (modelo geométrico) y expresarla a través de una ecuación (modelo algebraico).

Expresar las propiedades de una función cuadrática a partir de su ecuación utilizando la simbología y terminología requerida.

Tipo de actividad. Ejercicios

Medios de enseñanza. Pancartas u hojas de trabajo, software Winplot

Agrupamiento. Individual

Nivel. Familiarización

Al abrir el software Winplot, en la esquina superior izquierda dé un clic en la opción "ventana" y posteriormente en "adivinar"

1. De la representación gráfica que aparece responda:
    a) Objeto matemático se representa ______________________
    b) El objeto empleando una ecuación (modelo algebraico) __________________
    c) Completa las propiedades según la tabla (utilice la simbología y terminología requerida):

Propiedades	Expresión matemática	Significado por palabras propias
Dominio		
Imagen		
Ceros		
Monotonía		
Sobreyectividad		
Paridad		
Signos		
Extremos globales		
Vértice		

d) ¿Hacia dónde abre la gráfica? Argumenta tu respuesta.

e) A partir del punto de corte del eje de las ordenadas de la gráfica ¿Cuánto mide la abertura?

f) ¿Existe alguna forma de determinar dicha distancia con la expresión algebraica respectiva? En caso de la respuesta sea "sí" explica cuál es el método utilizado. En caso de que sea "no" argumente.

Orientaciones metodológicas

La actividad está diseñada para realizarse en el laboratorio de informática, los estudiantes podrán hacerlo de manera independiente, en caso de que no sea posible se pueden agrupar en dúos. Para la realización de las tareas el profesor debe certificarse que las computadoras tengan instaladas el software Winplot y la guía para su exploración.

Para la dirección de la actividad es prudente que el profesor tenga en cuenta las diferentes etapas de la modelación matemática propuestas en esta tesis, y sus orientaciones. Debe garantizar que todos los estudiante estén familiarizados con el software Winplot, en caso contrario se les indicará cómo proceder, según los objetivos de la actividad.

Una vez que los estudiantes estén debidamente familiarizados y que hayan ejecutado las tareas 1 y 2, el profesor podrá guiar su aprendizaje mediante algunos impulsos didácticos (planteados en las orientaciones generales) de acuerdo al nivel de dificultad presentado por ellos, tales impulsos podrán variar de un estudiante a otro, o de un grupo a otro de acuerdo a las diferencias en su aprendizaje.

Probablemente algunos estudiante a pesar de los impulsos dados no logren establecer las relaciones de la situación o lo harán de manera incorrecta, en este caso el profesor podrá aprovechar los errores para generar conocimiento, para ello se proponen algunos impulsos: ¿por qué esa relación y no otra? ¿Construya, una situación que podrá ajustarse a esa relación por ti establecida?, Compárela con la situación dada, ¿Tienen alguna similitud?, ¿Y si la situación fuera diferente? (se recomienda situar un ejemplo), para los estudiantes que hayan encontrado el modelo correcto se propone los siguientes impulsos: Compare sus resultados con el de su compañero, pide que te explique porqué sus resultados son distintos, ubique el momento en que la información se erró, ¿Y por qué? El profesor evaluará la actividad mediante la implicación, el desarrollo y las habilidades mostradas por los estudiantes.

Actividad 2. “El modelo correspondiente”

Objetivos. Interpretar representaciones gráficas de funciones cuadráticas (modelo geométrico) y expresarlas mediante ecuaciones (modelo algebraico) mediante la identificación de sus propiedades y aplicación de procedimientos algebraicos.

Explicar en el lenguaje común usando la terminología y simbología sobre funciones cuadráticas los procedimientos y formas de trabajo y pensamiento empleadas en la resolución de ejercicios que requieren transferencia de un modelo de una forma de representación a otra.

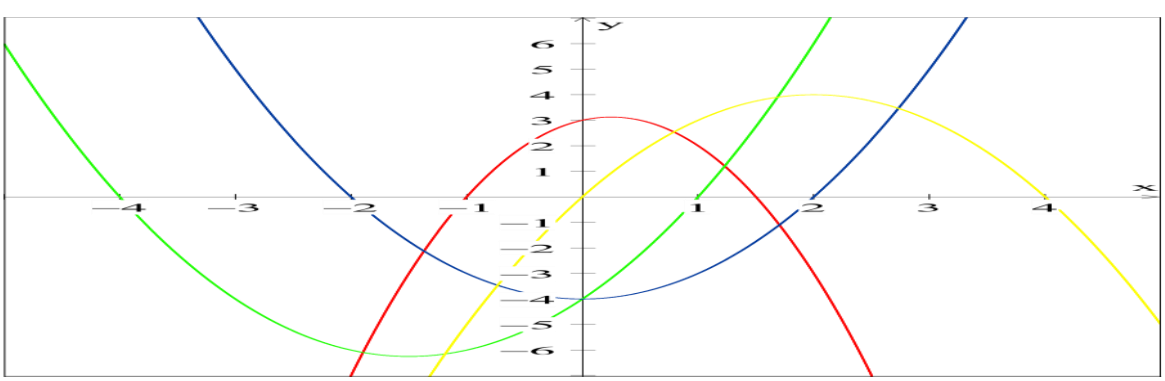
Tipo de actividad. Ejercicios

Medios de enseñanza. Pancartas u hojas de trabajo.

Agrupamiento. Individual

Nivel. Familiarización

1. Analice los modelos gráficos y asóciele su color al modelo algebraico que le que le corresponde. y argumente cada selección.
2. De los modelos restantes, plantea una situación o problema que se ajuste a uno de ellos y describa un procedimiento para su solución.



a) $f(x) - 2x^2 + x + 3$; ______________________________

b) $g(x) = -x^2 + 3x + 4$; ______________________________

c) $h(x) = -x^2 + 4x$; ______________________________

d) $j(x) = x^2 - 4$; ______________________________

e) $k(x) = -2x^2 + x - 3$ ______________________________

f) $i(x) = x^2 + 3x - 4$ ______________________________

Orientaciones metodológicas

Esta actividad está diseñada para realizarse en el aula de clases. Para la comprensión el profesor debe indicar que sea interpretada individualmente, después discutir en el colectivo lo que se pide.

La actividad consiste en que los estudiantes mediante una relación de correspondencia identifiquen los modelos algebraicos correspondientes a los gráficos. Se recomienda al profesor llevar hojas de trabajo (una por estudiante), de manera que se facilite el proceso de realización individual racionalizar el tiempo.

Para dirigir el aprendizaje de los estudiantes se proponen algunos impulsos didácticos que faciliten la comprensión de las tareas: para la orientación hacia el modelo matemático se proponen los siguientes: ¿De qué trata la situación? ¿Qué es lo dado? ¿Qué es lo buscado? Y ¿Cuál es la relación entre ambos? El profesor debe garantizar que los estudiantes comprendan la esencia de las interrogantes para que logren comprender la situación.

Es necesario resaltar que la etapa de la formalización del modelo, en este ejercicio consiste a que los estudiantes identifiquen el modelo algebraico correcto asignándolo su color correspondiente, en este sentido los impulsos del profesor estará dirigido en inducir a los estudiantes en este sentido, para tal efecto se proponen los impulsos siguientes: ¿Qué es necesario hacer para encontrar el modelo correspondiente? ¿Cómo hacerlo? ¿Cuáles son las características del modelo gráfico en que tenemos que fijarnos? Y ¿Por qué? ¿Qué vía resulta más fácil? ¿Qué relaciones se establecen entre los dos modelos? ¿Qué significado tienen os elementos del modelo algebraico en el gráfico?

El profesor podrá plantear otras interrogantes en los estudiantes de acuerdo a su grado de dificultades e interés demostrado por la actividad. Esas interrogantes son planteadas de forma a auxiliar a los estudiantes en la tarea dos.

Para la evaluación de modelo matemático, se pedirá a los estudiantes que grafiquen los modelos algebraicos encontrados con el auxilio del software Winplot para comparar los gráficos, en caso de que algunos estudiantes hayan cometido errores, es deber del profesor aprovechar del error para generar conocimiento planteando algunos impulsos como: ¿por qué ese modelo y no otro? ¿Qué relación hay entre los gráficos (el planteado por el profesor y de la ecuación seleccionada por él)?, Compárela con la situación dada, ¿Tienen alguna similitud?, ¿Y si la situación fuera diferente?

Esta actividad se evaluará mediante el desempeño en su realización y la implicación de los estudiantes en todo el proceso de resolución y sus valoraciones personales.

Actividad 3. *"las parábolas en las ciudades angolanas"*

Objetivo. Identificar en fotos, videos, imágenes tomadas de la web, periódicos y revistas situaciones reales de su territorio (actividades, procesos u otros) en que se representen o apliquen las funciones cuadráticas.

Tipo de actividad. Exploración

Medios de enseñanza. Aparato digital

Agrupamiento. 18 grupos de 3 a 5 estudiantes

Nivel. Ejecución

Esta actividad se realiza de manera grupal y consiste en:

Los estudiantes deben seleccionar imágenes, fotos o videos que puede ser tomado de la web, de periódicos, de revistas, entre otros, acerca de las funciones cuadráticas empleadas en diversas situaciones de la vida cotidiana en las ciudades angolanas, y preparar su presentación de manera digital, se recomienda usar como mínimo siete situaciones distintas.

Después de realizar la selección de las representaciones, responder a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuáles fueron las aplicaciones de las funciones cuadráticas que te resultaron más interesantes? Argumente por qué.
2. Menciona situaciones o procesos en que se observan las aplicaciones de las funciones cuadráticas.
3. ¿Cómo imaginas que puedes aplicar las funciones cuadráticas a tu vida futura? Enumere varias situaciones o procesos.
4. ¿Cuáles problemas que impliquen a las funciones cuadráticas y aplicaciones te gustaría resolver?
5. Explique con cuáles otras asignaturas y ciencias se relacionan las funciones cuadráticas.

Orientaciones metodológicas

Para la realización de esta actividad el profesor dividirá con antelación el aula en 18 grupos, mediante una selección aleatoria o intencional, a cada grupo se le asignará una provincia de la Republica de Angola, y realizará la tarea sobre la misma.

Cada grupo tendrá hasta 6 minutos para exponer en una presentación bien estructurada sus aspectos relevantes y curiosos de cada provincia, y al término de las exposiciones se dará seguimiento de manera individual para responder las interrogantes planteadas.

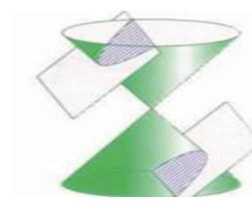
Está actividad está intencionada a que los estudiantes estén debidamente orientados en la utilización de las funciones cuadráticas en la vida práctica. El profesor evaluará el desempeño grupal e individual tanto en la exposición como en la participación de todo el proceso.

Momento 2. La práctica matemática en la clase

Objetivo: Desarrollar la modelación de un problema práctico mediante una situación creada por los estudiantes, tomada como modelo.

Al igual que en la primera, se lleva a cabo esta actividad en clase, para ella se crea un ambiente a que el autor denomina práctica matemática, por lo que este momento está compuesto por tareas que favorecen la aplicación de la funciones cuadráticas en situaciones prácticas para cada estudiante. Para motivar esta actividad se le sugiere la siguiente curiosidad:

La forma representada se llama PARÁBOLA que corresponde al relieve que se puede observar en un cono una vez que este es cortado por un plano como se observa en esta otra figura**.**



Actividad 4. *"La cerca"*

Objetivo. Diseñar para una situación intra matemática un modelo matemático que conduzca a la determinación de propiedades de una función cuadrática mediante la integración de conocimientos y procedimientos geométricos y algebraicos.

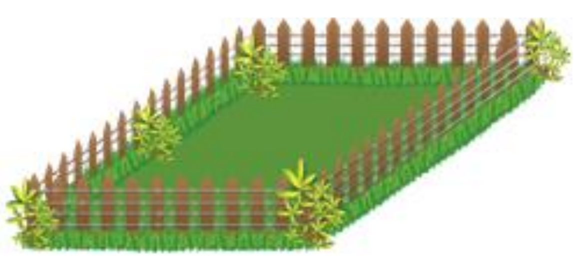
Tipo de actividad. Problemas

Medios de enseñanza. Cuerda de 2m o más por estudiante, cinta métrica.

Agrupamiento. Individual

Nivel. Ejecución

1. Las imágenes recogen vistas de un terreno. Obsérvelas y responda.



a) Exprese qué representa para ti cada imagen.
b) ¿Qué forma tiene el objeto representado en la figura?
c) Conocidas las longitudes de los lados (largo y ancho) de la figura, cómo determinar su área y perímetro, expréselo con fórmulas.

1. Si con el cordón que tienes en manos, se te indica cercar una zona rectangular en dos líneas, como se observa en la primera figura, responda:

a) Determine las dimensiones del terreno a cercar para que su área sea máxima.
b) Utilice la cuerda que usted ha traído para la actividad y busque información sobre lo que necesitas para resolver la situación dada. ¿Qué información le puede brindar?
c) Y si en lugar de la cuerda tuvieras un alambre de 4000m y necesitaras cubrir un potrero y disponer de cuatro líneas como la imagen inicial. Cuáles serían las respuestas de los incisos a y b.

Para la misma situación del inciso d, suponga ahora que uno de los lados (ancho) lo cubre una pared (muro), describa cómo se resolvería.

Orientaciones metodológicas

La actividad está diseñada para realizarse en clase. El profesor debe orientar a los estudiantes que para su realización práctica se necesitará por estudiante, una cuerda o cordón con al menos dos metros de longitud, además se debe disponer de una cinta métrica.

La idea principal de la tarea consiste en que los estudiantes descubran que para empezar a dar respuesta a las interrogantes de la pregunta dos, necesitan saber cuánto mide su cuerda.

El profesor debe ofrecer los impulsos necesarios para que por sí mismo los estudiantes lleguen a tal conclusión, se podrán utilizar los impulsos declarados para los indicadores de cada dimensión para propiciar la búsqueda del modelo.

Dimensión I. ¿De qué trata la situación?; Conviene representarlo de otra manera más comprensible (esquema, gráfico u otro); ¿qué se busca?; ¿qué se conoce?; ¿Qué relaciones pueden establecerse entre lo que se busca y se conoce?; ¿Con qué área de la matemática tiene relación esta situación?

Dimensión II. Se vincula con el cálculo de áreas de rectángulos, hay que determinar valores de magnitudes representadas por variables. Valora la posibilidad de expresar el área según los valores de sus lados con símbolos y signos matemáticos; analiza si es posible expresar el área en función de solo una variable; apóyate en la aportación que puede hacer a la búsqueda de la solución la longitud de la cuerda; reflexiona si es posible transferir la situación al campo de las funciones; expresar las relaciones entre lo qué se busca y se conoce en la situación con una función cuadrática; cómo determinar las dimensiones de los lados para el área máxima; ¿con qué propiedad de las funciones cuadráticas se relaciona?; diseña cómo proceder.

Dimensión III. Determinar lo que se busca mediante el modelo diseñado; comprobar si el modelo diseñado satisface lo que se exige en la situación dada; si satisface dar la solución, de lo contrario reiniciar el proceso para ajustar el modelo a la situación real o diseñar otro.

Se detallan los impulsos, pues esta tarea servirá como modelo para resolver el inciso c) de la pregunta dos, mediante el establecimiento de analogías en el proceder empleado, de manera semejante se procede en el inciso d, al variar las condiciones de los lados.

El profesor evaluará la actividad mediante el desempeño de los estudiantes y su implicación en todo el proceso de resolución de la actividad.

Momento 3. Las matemáticas en el deporte

Objetivo: Crear situaciones que ameritan el empleo de las funciones cuadráticas, mediante actividades deportivas que permiten el uso del software Tracker.

El contexto en que se llevará a cabo este momento será vinculado a las actividades deportivas, aprovechando que la mayoría de los adolescentes sienten cierta afinidad por el deporte, ya sea practicándolo, viéndolo en televisión o mediante el video juego, por lo que se ofrecen actividades que brindan la posibilidad de modelar funciones cuadráticas en juegos y acciones deportivas análisis de videos en el software Tracker. Se propone motivar la actividad con la siguiente curiosidad:

¿...? ***Sabías que…*** Los llamados sportball (deportes con pelota) son los escenarios ideales para la aplicación de las funciones cuadráticas, y que este concepto en particular con el uso de las tecnologías son constantemente utilizados en tales deportes.

Actividad 5: *"conociendo el Tracker"*

Objetivo. Describir los comandos básicos del software Tracker, para la representación y análisis del comportamiento de las trayectorias parabólicas de un objeto utilizando un video.

Interpretar representaciones gráficas (trayectorias parabólicas) de funciones cuadráticas mediante la determinación y argumentación de sus propiedades usando la terminología y simbología sobre este tipo de funciones.

Tipo de actividad. Exploración.

Medios de enseñanza. Software Tracker.

Agrupamiento. Individual

Función. Ejecución

1. Para abrir un video Tracker Presionar el botón "Open a video…" de la barra de herramientas y seleccionar el video "*Balltossout"* (lanzamiento de pelota):
2. Una vez cargado el video, presionar del controlador de video el botón "Ajustes del video clip".
3. A continuación se despliega la siguiente ventana:
4. En la ventana "*Ajustes del Corte de Video*" vamos a encontrar una serie de herramientas que nos permiten configurar el video y adaptarlo a nuestras necesidades.
5. Presionar el botón "*Tape Measure*" de la barra de herramientas.
6. A continuación se despliega la cinta métrica:
7. Presionar el botón "Ejes" de la barra de herramientas.
8. Seleccionar y arrastrar el origen de los ejes a la posición deseada en la vista principal del video.
9. Asegurar los ejes para prevenir que haya cambios en el origen y en la orientación. Para asegurar los ejes, presionar Trayectorias – Ejes y activar la casilla "Bloqueado".
10. Para seguir la trayectoria de la pelota, tenemos dos opciones:
    a) Seguimiento manual: Presionar el botón "Nuevo" de la barra de herramientas y seleccionar de la lista desplegable "Masa Puntual".

Para realizar el seguimiento de un objeto debe marcarlo haciendo un click en el botón izquierdo del mouse, con la tecla "*Shift*" presionada. Una vez marcado el objeto, el video avanzará automáticamente al próximo cuadro donde se deberá repetir el procedimiento anterior hasta finalizar todos los cuadros del video. Es muy importante no saltearse cuadros, ya que, de lo contrario las velocidades y aceleraciones no podrán ser determinadas. El marcado se realiza en la vista principal del video. Para un marcado más preciso, ampliar la imagen utilizando la herramienta "Zoom" que aparece presionando el botón derecho del mouse, luego, elegir el nivel de acercamiento deseado.

Se puede cambiar el nombre y la apariencia de un seguimiento presionando el botón correspondiente a ese seguimiento en la ventana emergente "Control de Pistas".

b) Seguimiento automático: Cuando el objeto a seguir posee una forma, tamaño, color y orientación definidos en todos los cuadros del video, es posible rastrearlo automáticamente usando autotracker. Para hacer uso de esta opción, presionar de la barra de herramientas "Nuevo – Masa Puntual", luego, de la ventana emergente "Control de Pistas" presionar "masa A" y elegir la opción "Autotrack…".

El cursor del mouse va a cambiar a un círculo y aparecerá una ventana emergente que indica las instrucciones a seguir.

Paso 1. Hacer click con el mouse sobre la pelota. Este paso genera la máscara que define la imagen que el programa buscará en cada cuadro del video. Se puede mover o cambiar el tamaño de la máscara arrastrando su centro o su mango (el cuadrado bien definido).

Paso 2. Hacer click en el botón "*Next*" para mostrar el "blanco". El "blanco" se muestra como una cruz de color rojo en la imagen de video, este es el punto en donde los pasos son marcados en relación a la máscara. Se puede mover el blanco arrastrándolo. Es importante elegir la ubicación del "blanco" en aquella región del objeto que resalte en la imagen.

Paso 3. Hacer click en el botón "*Next*" para mostrar la ventana "*Acept*.". En esta ventana se puede ajustar la coincidencia entre el valor de la máscara con el valor de la imagen elegida a un nivel de aceptación automático. El nivel de aceptación, por defecto, es el valor 4, el cual es recomendado como un buen punto de partida.

Paso 4. Hacer click en el botón "*Next*" para mostrar la ventana "*Search*". El área de búsqueda, dibujada como un rectángulo en la imagen de video, define una región en donde se busca la mejor coincidencia. Se puede mover el área de búsqueda arrastrando su centro o bien se puede cambiar el tamaño de la zona.

Paso 5. Hacer click en el botón *"Start"* para empezar el seguimiento automático. Autotracker va avanzar a través de los cuadros de video y buscará las mejores coincidencias para la imagen de la máscara. Si encuentra una buena coincidencia en cada cuadro de video automáticamente marcará todos los cuadros y se detendrá en el último cuadro del video.

En caso de que autotracker se detenga en algún punto debido a que el sistema detecta que no hay una buena coincidencia en el cuadro de video, se abrirá una ventana anunciando dicho inconveniente y el programa ofrecerá una serie de opciones para solucionarlo, uno puede optar por: aceptar el punto (presionar "*Acept*."), mover el área de búsqueda y buscar de nuevo (presionar "Search"), omitir este punto y continuar el seguimiento (presionar "*Skip*"), marcar el punto manualmente o presionar "*Reset*" y empezar de nuevo con una máscara distinta.

La "Vista de Gráficos" muestra gráficos generados a partir de los datos obtenidos en seguimientos. Se pueden cambiar las variables a graficar presionando el rótulo de la magnitud graficada.

Para realizar un análisis más detallado a partir del gráfico, hacer doble click sobre el mismo. Se abrirá la ventana "*Herramientas de datos*", en donde se pueden efectuar ajustes de curvas, estadísticas, entre otras herramientas de análisis.

.En el menú nombre del ajuste seleccione *"parábola"* y responde las siguientes preguntas:

1. Construya el modelo algebraico aproximado, redondeando los valores de los parámetros.
2. Cuáles son las variables de dicha expresión
3. De acuerdo a esta representación de la función graficada analice las siguientes propiedades (cuide el uso de la terminología y simbología matemática referente a funciones cuadráticas): dominio, imagen, ceros, monotonía, sobreyectividad, paridad, signos, extremos globales, vértice.

Orientaciones Metodológicas

La actividad pude ser desarrollada en forma de conferencia o clase práctica, la idea es que los estudiantes se familiaricen con el software en los comandos necesarios para las demás actividades, se podrá en otro momento capacitar a los estudiantes con un curso más detallado sobre el Tracker.

El profesor propiciará el intercambio de ideas y criterios entre los estudiantes y los evaluará observando el desempeño de cada uno en sus puestos de trabajo, así como la participación y el progreso que demuestren en sus habilidades.

Actividad 6. *La matemática en mi deporte favorito*

Objetivo. Interpretar de la observación de un vídeo vinculado al deporte con el software Tracker, representaciones gráficas (trayectorias parabólicas) de funciones cuadráticas para la determinación y argumentación de sus propiedades usando la terminología y simbología requerida.

Tipo de actividad. Exploración.

Medios de enseñanza. Software Tracker.

Agrupamiento. Grupos de seis o siete estudiantes

Función. Ejecución

1. ¿Cuál es su deporte favorito?
2. En función del deporte favorito formen grupos de seis o siete personas. Cada grupo será nombrado conforme el deporte o equipo que seleccione (en caso de que haya un deporte con más de 7 preferencias)
3. De internet, descargar un video de una jugada en la que la pelota describe una trayectoria parabólica.

Observación. La posición de la cámara debe estar paralela a la trayectoria descrita por la pelota, o al menos cerca.

4. Después de introducir y analizar el video en el software Tracker, respondan:

a) ¿Cuánto tiempo tarda una pelota en alcanzar su altura máxima?
b) ¿A qué distancias de la posición inicial alcanza su altura máxima?
c) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota?
d) ¿Cuánto tiempo tarda la pelota en entrar en la zona de anotación?
e) Diga desde que distancia anotó.

Orientaciones metodológicas

La actividad está diseñada para realizarse en dos etapas, una primera etapa será la formación de los grupos según el deporte o equipo deportivo seleccionado, una vez formados los grupos se procederá con la recolección de los videos orientados. Finalmente la introducción y análisis del video por grupo. El profesor debe asesorar a los estudiantes en el manejo del software en caso de presenten dificultades.

Para ubicar mejor a los estudiantes y orientarlos hacia el modelo matemático, el profesor puede proponer a los estudiantes que transformen la situación en un texto (para los que crean conveniente). El profesor guiará la actividad de los estudiantes mediante los siguientes impulsos ¿De qué trata la situación?, Reformule la situación analizada, ¿Qué nos piden hallar? Y ¿Cómo hacerlo? Los estudiantes tienen en cuenta que hay que analizar la situación por el software y formalizar el modelo mediante una ecuación de ajuste, esta ecuación posibilitará responder las interrogantes planteadas en la actividad.

Para ello el autor propone algunos impulsos didácticos que los guiarán. ¿Qué propiedades posibilitan dar solución a las tareas planteadas? ¿Qué significado tienen esas propiedades para la situación? ¿Cómo analizarlas? ¿Cómo vincularlas con la situación?, una vez analizada las propiedades con vista a dar solución a las interrogantes planteadas, el profesor dirigirá la evaluación del modelo algebraico y las propiedades analizadas corroborando los valores encontrados con los de la tabla de valores que el software proporciona (debe ser omitida al inicio de la actividad), y posteriormente mediante el análisis oral de los grupos del significado de las propiedades utilizadas para la situación, los estudiantes compartirás sus resultados así como el análisis teórico del mismo. El profesor evaluarás la participación individual, y el trabajo del grupo, y abrirá un espacio para que los estudiantes den sus valoraciones acerca de la actividad.

Actividad 7. *Juguemos baloncesto*

Objetivo. Identificar representaciones geométricas de funciones cuadráticas en el desplazamiento de un balón en un juego de baloncesto empleando Tecnologías de la Información y la Comunicación.

Interpretar representaciones geométricas de funciones cuadráticas en el desplazamiento de un balón por la observación de un vídeo con el software Tracker, para análisis y fundamentación de sus propiedades empleando la terminología y simbología matemática requerida.

Tipo de actividad. Exploración.

Medios de enseñanza. Software Tracker.

Agrupamiento. Grupos de seis o siete estudiantes

Función. Ejecución

Esta actividad será realizada en dos momentos, en el primero se podrá aprovechar el espacio docente dedicado a las actividades deportivas, es necesario para ello, coordinar previamente con el profesor responsable por esta área. La actividad consiste en:

Los ocho equipos formados jugaran al baloncesto por 5 minutos. Las reglas del juego las establecerá el profesor responsable por la asignatura de educación física (en caso de que sea posible), cada equipo seleccionará a uno de sus miembros que se ocupará de grabar la canasta perfecta mediante la cámara de un móvil.

El segundo momento será el análisis en la clase del video empleando el software Tracker, cada equipo tendrá que seleccionar su mejor o peor lanzamiento para tal efecto. Sobre la canasta grabada (perfecta o peor), realizar el análisis de las propiedades de la curva que la describe (modelo geométrico representante de una función cuadrática), apoyándose para recoger el comportamiento de las propiedades en una tabla como la empleada en la anterior actividad.

Orientaciones Metodológicas

Las actividades siete y ocho han sido diseñadas para realizarse en el laboratorio de informática, por ello los impulsos para esta actividad serán los propuestos en la actividad anterior. Se requiere que esté instalado el software Tracker en todas las computadoras, de manera que los estudiantes trabajen independiente la primera tarea (en caso de que sea posible). El profesor debe asegurar que la atención de los estudiantes permanezca en el contenido y en su importancia para las actividades cotidianas, evitándose desviar su atención.

Se hace necesario resaltar que el software Tracker nos da la posibilidad de analizar varios modelos gráficos de una misma situación, en este sentido de acuerdo a los objetivos declarados se analizarán las gráficas de altura (y) con respecto a la posición (x), altura (y) con respecto al tiempo (t) y posición (x) con respecto al tiempo (t).

Para orientar la ejecución de la actividad, el profesor ofrecerá impulsos atendiendo al nivel de dificultades y comprensión alcanzada por cada estudiante y grupo, dando pistas de cómo hacer, de manera que se apropien por sí mismos de los pasos a seguir.

Es necesario resaltar que el ajuste del modelo algebraico se hace mediante una aproximación, por lo tanto es necesario que el profesor se preparé para orientar hacia el modelo; que tenga en cuenta estos aspectos, y saber que siempre habrá una desviación, dada por el software, como una medida de incertidumbre, en este sentido es necesario orientar a los estudiantes en el seguimiento del objeto y evitar los errores, para hacer mínima la desviación. El profesor evaluará la actividad mediante el trabajo grupal, además por su desempeño y participación en las actividades.

El cierre de la actividad, requiere de un espacio para intercambiar, ofrecer criterios y comentarios sobre la realización de la actividad, destacando lo interesante y lo que faltó por hacer.

Momento 4. *La matemática en las ciencias naturales*

Objetivo: Desarrollar la interdisciplinariedad de la matemática y las ciencias naturales contenidas en el currículo mediante el análisis de situaciones propias de estas que ameriten el empleo de las funciones cuadráticas.

El contexto de esta actividad serán las demás asignaturas que se imparten en décimo grado como son física, biología y química. Se considera este contexto ideal para desarrollar en los la competencia de aplicar lo aprendido en otras ciencias.

Actividad 8. *Agricultura, botánica y matemática*

Objetivo. Diseñar para una situación exta matemática un modelo matemático que conduzca a la determinación de una función cuadrática y al análisis de propiedades mediante la integración de conocimientos y procedimientos algebraicos y de las ciencias naturales.

Tipo de actividad. Exploración

Medios de enseñanza. Software Tracker

Agrupamiento. Grupos de seis o siete estudiantes

Función. Ejecución

1. Una cooperativa agrícola de la provincia de Huambo tiene una parcela pequeña (3 ha aproximadamente) y en ella hay sembradas unos 120 árboles de naranja (llamados naranjera). Cada naranjera al año produce 1.000 naranjas. Se desea conocer cuál será la evolución de su

producción si se decide aumentar la cantidad de naranjeras en esa parcela. Para ello, encarga el estudio a un ingeniero agrónomo. El profesional concluye que por cada planta que se incorpore, la producción de cada naranjera disminuirá en 2 unidades anuales, dado que los nutrientes del suelo tienen un potencial limitado. Adicionalmente sabemos que una naranjera necesita tener un espacio mínimo de 10 m^2 a su alrededor.

Observación: Los datos en este problema son hipotéticos. Si en su comunidad tienen algún otro tipo de cultivo y pueden conseguir los datos usados en él, pueden modificarlo o adaptarlo a su realidad.

a) ¿Es posible que la producción se anule en algún momento?

b) ¿Cuántas plantas se deberán agregar para obtener la máxima producción?

Pista: Observe lo siguiente, se tienen 120 naranjeras y cada naranjera produce 1.000 naranjas al año. Es decir, se puede escribir la producción total, $f(120)$ como sigue:

$$f(120) = (1000 \cdot 120) = 120.000$$

Orientaciones metodológicas

Esta actividad por su complejidad los impulsos del profesor tendrán que ser en forma de pistas. Es necesario que los estudiantes encuentren el modelo algebraico que se ajuste a las condiciones de la situación dada. Para ello el profesor podrá impulsar a los estudiantes con las preguntas propuestas en la actividad 1 para orientar hacia el modelo, aprovechando la información de la pista se deben hacer precisiones de la dependencia de la producción total anual en dependencia de la cantidad de plantas de naranjeras y la producción promedio de cada una, es lo que expresa esta relación:

$\mathrm{f}(120) = (1000 \cdot 120) = 120.000$ Entonces puede reflexionar sobre:

¿Qué pasaría si se agrega una naranja adicional al terreno? ¿Y si se agregan 2? ¿Y si se agregan n naranjas? esa dependencia se puede representar en una tabla

Producción total $\mathrm{f(n)}$	Cantidad de plantas n	Produc. por plantas 1 000 unidades	$1\,000 \cdot n$
$\mathrm{f}(120)$	120	1 000	$120\,000$
$\mathrm{f}(121)$	120 + 1	1 000 - 2	$121 \cdot 998 = 120\,758$
$\mathrm{f}(122)$	120 + 2	1 000 - 4	$122 \;\; 996 = 121\,512$
…	…	…	…
$\mathrm{f}(120 + \mathrm{n})$	120 + n	1 000 – 2n	(120 + n)(1 000 – 2n) = - $2n^2$ + 760n + 120 000

Estas interrogantes posibilitarán a los estudiantes obtener el modelo algebraico que describe la producción de naranjas en términos de la cantidad de árboles (naranjeras) que se siembren adicionalmente a los 120 ya existentes. ¿Cómo entonces obtener una función para x árboles? (No considerar el incremento a partir de 120). Los resultados de la reflexión deben concluir en la necesidad de un cambio de variable. Se considera $f(x) = f(n+120)$ con $x = n + 120$ y despejando n se tiene $n = x - 120$. Sustituyendo en la ecuación obtenida para el cambio de variable, se tiene:

$\mathrm{f}_{(120+\mathrm{n})} = -2\mathrm{n}^2 + 760\mathrm{n} + 120\ 000$

$\mathrm{f}_{(\mathrm{x})} = -2(\mathrm{x}-120)^2 + 760(\mathrm{x}-120) + 120\ 000$ Calculando y simplificando se tiene el modelo algebraico de la función: $\mathrm{f}_{(\mathrm{x})} = -2\mathrm{x}^2 + 1240\mathrm{x}$

El profesor podrá seguir preguntado ¿qué es necesario hacer para estudiar lo que pasa en este terreno con la producción de naranjas al sembrar plantas adicionales a las 120 que ya existen?

Estas interrogantes facilitarán a los estudiantes en encontrar el modelo algebraico que se ajuste a las condiciones de la situación de partida, y resolverla en función de este. El profesor evaluará la actividad en función del desempeño de los estudiantes, su implicación y el desarrollo en la realización de las tareas propuestas.

Actividad extra. "*los ceros de la función"*

Objetivo. Construir un modelo algebraico para función cuadrática a partir de dos números considerados sus raíces con la aplicación de procedimientos algebraicos.

Formular a partir de un representante algebraico (ecuación) de una función cuadrática una situación (problema) cuya solución conduzca a diseñar la misma como modelo matemático.

Interpretar a partir de un representante algebraico de una función cuadrática la significación de sus propiedades en el comportamiento de la situación dada.

Tipo de actividad. Exploración.

Medios de enseñanza. Winplot

Agrupamiento. Individual

Función. Evaluación

1**.** Elija dos de tus números favoritos ($\mathbb{Z}$)

2. Suponga ahora que estos números son raíces de una función cuadrática.

   a) Construya un representante de ecuación para esa función

   b) De acuerdo al representante algebraico construido, elabore una situación que puede ser modelada por esta función.

c) Analice para este representante de función cuadrática las propiedades que cumple y sus significados en el contexto de la situación elaborada por usted.
d) Investigue: ¿Cómo determinar las raíces de una ecuación cuadrática mediante la expresión de Po - Shen Loh? Y determine los ceros de las funciones de los ejercicios 1 al 9 de la página 384 del libro de texto.

3. De acuerdo a la situación elaborada proponga impulsos didácticos para la dirección del aprendizaje para cada etapa del proceso: orientación hacia un modelo matemático; formalización de un modelo matemático; evaluación de un modelo matemático.

Orientaciones metodológicas

Esta actividad posee un elevado carácter integrador de la modelación matemática, exige expresar algebraicamente los modelos para establecer relaciones funcionales entre magnitudes.

Por las características de las tareas que conforman la actividad se requiere hacer el análisis general (indicar una lectura global y posteriormente una lectura analítica hasta comprenderlo), para encontrar los modelos es conveniente descomponerlas, para buscar el modelo o respuesta que se exige en cada caso.

Al iniciar el proceso de resolución el profesor debe observar el desempeño de los estudiantes y en el caso de los que no comprendan las relaciones expresadas, se le sugiere apoyarse en unos diagramas o tablas, previo a expresar el modelo algebraico que exige la respuesta del inciso.

Es importante que el profesor incentive a los estudiantes en realizar la tarea tres, pues esta medirá el nivel de aprendizaje de los estudiantes en las etapas de la modelación matemática propuestas por el autor de esta tesis. Los estudiantes mediante los impulsos dados por el profesor en las demás actividades realizarán por analogía dicha tarea.

El control de la actividad debe hacerse oral, por tarea y si es necesario propiciar la discusión entre los estudiantes, enfatizando la interpretación de los modelos. El profesor debe calificar las respuestas ofrecidas por los estudiantes, siempre que sean completas y garanticen evaluar el dominio del objetivo.

2.3. Valoración del sistema de actividades didáctica propuesto a través del criterio de especialistas

El sistema de actividades didácticas elaborado para el desarrollo de la modelación matemática en la enseñanza - aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado de Ciencias Físicas y Biológicas del Liceo Joaquim Kapango de la provincia de Huambo se somete al criterio de especialistas para su valoración teórica.

Para el cumplimiento de este propósito el autor selecciona a 20 candidatos (anexo VI), con amplia experiencia en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática, con una formación académica que asegura el nivel y profundidad de conocimientos y la significación de la modelación en el pensar matemático, así como la perspectiva de su desarrollo.

Para la aplicación del método criterio de especialistas, se siguieron los pasos o etapas siguientes:

Se elabora el contenido de la encuesta (anexo V) para determinar coeficiente de conocimiento K (anexo VI), y se obtienen valores del 0,35 al 1. De los candidatos seleccionados, 14 son de alto coeficiente de competencia ($0{,}8 \leq K \leq 1$), dos de coeficiente de competencia medio ($0{,}5 \leq K < 0{,}8$) y cuatro son de coeficiente de competencia bajo ($0 \leq K < 0{,}5$). En tal sentido de acuerdo a los resultados el autor selecciona a los 16 especialistas con K alto y medio respectivamente (anexo VI).

El grupo de especialistas seleccionado posee la experiencia suficiente para emitir un juicio de valor sobre la modelación matemática en la enseñanza - aprendizaje de las funciones cuadráticas, dado que tienen la responsabilidad de dirigir el proceso de enseñanza - aprendizaje de la asignatura Matemática en los municipios y en las provincias de Huambo y Matanzas en Angola y Cuba respectivamente.

De los 16 especialistas seleccionados siete son profesores de la Universidad Agostinho Neto, Angola (UAN) y dos en la Universidad José Eduardo dos Santos, Angola (UJES), siete profesores de la Universidad de Matanzas, Cuba (UM) (anexo VII). De los profesores angolanos, tres tiene categoría docente de profesor titular, cuatro de Profesor Auxiliar, dos la de Asistente. Los profesores cubanos cinco poseen la categoría docente de profesor auxiliar, y dos la de asistente. Del total de los especialistas, siete poseen el título académico de Mester en ciencias con más de 10 años de experiencia en la educación.

Se entregó a los 16 especialistas un documento con la variable que se investiga, dimensiones e indicadores declarados, el sistema de actividades didácticas elaborado para el estudio y análisis, con finalidad de perfeccionar su estructuración metodológica y de contenido. Se comprobó que todos los aspectos analizados en el sistema de actividades, fueron evaluados por los especialistas con las categorías de muy adecuado bastante adecuado, y adecuado (anexo IX).

El análisis cualitativo de los por cientos de la evaluación por categorías de los aspectos incluidos en el sistema de actividades didácticas corroboró que:

- El 62,5%, los especialistas valoró de bastante adecuada la concepción teórica y práctica de del sistema de actividades didácticas que refleja los principios teóricos que la sustentan, mientras el 37,25% consideran adecuada.
- El 43,75% evaluó la concepción estructural y metodológica del sistema de actividades didácticas de muy adecuada, pues favorece el logro del objetivo por el cual se elaboró, y el 56,25% lo valoran de bastante adecuada.
- En lo referente a las dimensiones e indicadores para el estudio de la variable, el 75% evaluó de bastante adecuada, mientras el 25% de los especialistas la evaluó de adecuado. De estos dos consideraron que debían plantearse mejor algunos indicadores en la formalización y evaluación del modelo matemático e hicieron propuestas concretas que los enriquecieron.
- Dos especialistas lo que representa el 12,5%, evaluaron nivel de satisfacción práctica del sistema de actividades didácticas de muy adecuado como solución al problema y las posibilidades reales de su puesta en práctica. En este marco el 87,5% de los especialistas evaluaron de bastante adecuada.
- La contribución que realiza el sistema de actividades didácticas al proceso de enseñanza-aprendizaje y en los fenómenos de la práctica social fue evaluada por el 43,75% muy adecuada, y bastante adecuada por el 56,25. De estos, siete e dieron recomendaciones de estructurar mejor el sistema para que se presencie todas las dimensiones planteadas, y seis hicieron propuestas de modificaciones en cuanto a la cantidad de actividades

Otros aspectos evaluados:

- El 56,25% de los especialistas consideran de muy adecuada la redefinición de modelación matemática planteada por el autor. Específicamente se hacen observaciones a las actividades que incluyen la aplicación de los conocimientos usando los softwares educativos, porque no siempre los profesores poseen la preparación que se necesita. Las sugerencias dadas por los especialistas fueron analizadas y se tuvieron en consideración para el perfeccionamiento del sistema de actividades didácticas.

Basados en los resultados que arrojó el instrumento aplicado (criterio de especialistas), se emplea el coeficiente de concordancia de Kendall (anexo IX) para afirmar, que existen concordancias entre los criterios emitidos por los especialistas, por lo que se plantean H_0 y H_1.

- H_0 (hipótesis de nulidad): no existen concordancias entre los criterios emitidos por los especialistas acerca de la calidad y efectividad del sistema de actividades didácticas para desarrollar la modelación matemática en la enseñanza aprendizaje de las funciones cuadráticas.

H_1 (hipótesis alternativa): si existen concordancias entre los criterios emitidos por los especialistas acerca de la calidad y efectividad del sistema de actividades didácticas para desarrollar la modelación matemática en la enseñanza aprendizaje de las funciones cuadráticas.
Basado en los resultados del coeficiente de concordancia y la significación asintótica se rechaza H_0, por lo que se afirma: existen concordancias entre los criterios emitidos por los especialistas acerca de la calidad y efectividad del sistema de actividades didácticas para desarrollar la modelación matemática en la enseñanza aprendizaje de las funciones cuadráticas.
Finalmente, se comprobó que los objetivos de las etapas, así como el sistema de actividades propuesto por el autor, se evalúan por los especialistas en el rango de bastante adecuado, como se muestra en la figura.

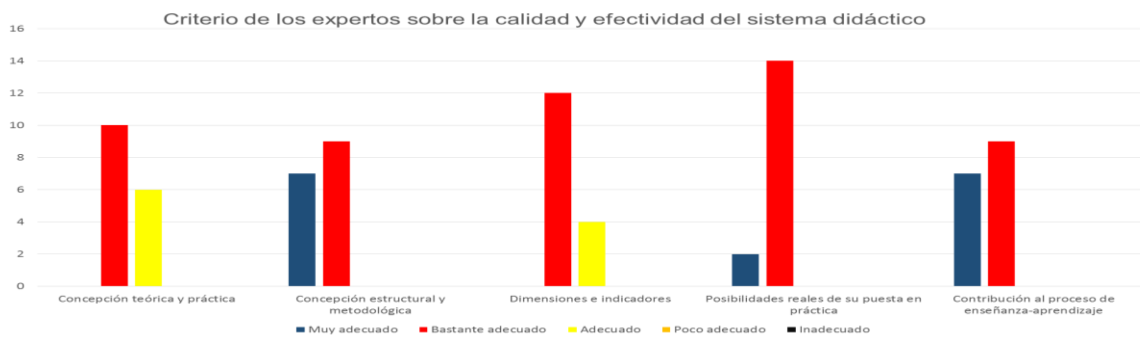


Figura 3: valoración de los especialistas

El análisis cualitativo de los por cientos de aprobación y/o desaprobación de los aspectos a evaluar del sistema de actividades arrojó que: 4 de los especialistas consideraron que debía ser mejorado la estructura del sistema; diez, consideraron que debían mejorarse las orientaciones metodológicas de las actividades, y dos hicieron propuestas de la actividades 5,6 ,7 y 8.
El análisis de las sugerencias dadas por los especialistas, permitió al autor realizar las modificaciones pertinentes para perfeccionar el sistema de actividades didácticas.

Conclusiones del capitulo

Como principales inconvenientes en el estado actual del problema se manifiestan dificultades en los estudiantes para modelar matemáticamente situaciones prácticas, no saben cómo proceder para comprender la situación real que expresa el problema y crear su modelo y los profesores no poseen un modo de actuación para dirigir ese proceso. Se cuenta con recursos materiales y tecnológicos para desarrollar su enseñanza y conciencia de estudiantes y profesores que no se logra éxito al modelar.
El sistema de actividades didácticas que se ha propuesto como resultado de esta investigación, está conformado por un objetivo general, fundamentos teóricos, principios generales, que tienen salida en

las actividades diseñadas a partir de las dimensiones e indicadores declarados y en las vías para su cumplimiento. Se han diseñado las actividades para momentos de familiarización, ejecución y control, de manera que desde lo cotidiano y otras asignaturas se sistematicen y apliquen conocimientos en la modelación matemática.

Las reflexiones teóricas y el criterio de los especialistas sobre el sistema de actividades didácticas propuesto por el autor, condujo a inferencias sobre la forma en que deben desarrollarse las actividades de modelación matemática en el estudio de las funciones cuadráticas, afirmando que es realizable y constituye una vía para ser utilizada por los profesores y contribuir al aprendizaje de los estudiantes.

Conclusiones

Después de dar cumplimiento a las tareas de investigación planteadas se arriba a las siguientes conclusiones.

La teoría del enfoque histórico cultural de Vygotsky, y la teoría del aprendizaje significativo de David Ausbel en el proceso de enseñanza - aprendizaje basado en la teoría del conocimiento del materialismo dialéctico y la situación de la enseñanza de la matemática en el sistema educativo angolano, son las premisas esenciales para argumentar las posiciones asumidas en la investigación con respecto al desarrollo del proceso de modelación matemática en la enseñanza - aprendizaje de las funciones cuadráticas y conformar el sistema de actividades didácticas.

La aplicación de los diferentes instrumentos y técnicas constatan que el desarrollo del proceso de modelación matemática en la enseñanza - aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado de Ciencias Físicas y Biológicas del Liceo Joaquim Kapango no ha logrado el desarrollo que se requiere. Se tiene soporte tecnológico, libros de texto, profesores graduados del nivel superior, conciencia de la necesidad de aprender a modelar, pero se requiere en las clases estimular y enseñar cuando se resuelven problemas, cómo orientarse hacia el modelo, formalizarlo y evaluarlo para que se concientice cómo proceder al modelar.

El sistema de actividades didácticas se elaboró en correspondencia con la sistematización realizada sobre los fundamentos teórico – metodológicos que sustentan el proceso de modelación matemática en la enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas. Desde las dimensiones e indicadores declarados para el estudio de la variable se conforma el sistema, declarando su objetivo general, precisando los fundamentos y principios para la modelación matemática con una perspectiva educativa, lo que se integra en la estructura de cada actividad docente o extra docente, de manera que se logre la familiarización, ejecución y evaluación por los estudiantes del proceso de modelación matemática desde lo cotidiano y otras asignaturas.

El criterio de los especialistas y los resultados empíricos obtenidos permiten afirmar que el sistema de actividades didácticas para contribuir al desarrollo de la modelación matemática en la enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas es adecuado, aplicable, factible y constituye una vía para ser utilizada por los docentes que imparten dichos contenidos durante su quehacer pedagógico, además de contribuir a su preparación profesional al enseñar los procedimientos a implementar para la búsqueda del modelo matemático.

Recomendaciones

Continuar profundizando en la sistematización de los referentes teóricos y metodológicos que sustentan la elaboración de sistema de actividades didácticas para el desarrollo de la modelación matemática en la enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado.

Presentar el sistema de actividades resultado de esta investigación en una reunión metodológica del departamento de ciencias exactas del Liceo Joaquim Kapango, para valorar la posibilidad de su aplicación en la práctica escolar.

Seguir trabajando en esta temática y divulgar los resultados en eventos científicos de carácter pedagógico y de forma específica en la Didáctica de la Matemática

Bibliografía

Aggio, J. R. M., De Souza, F. M. R., & Aparecida , L. d. S. (2018). Investigando o ensino de funções quadráticas com a utilização do software Geogebra *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, *7*(3), 03-18.

Álvarez, M., Almeida, B., & Villegas, E.J (2014). *El Proceso de Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática,* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

Alves G. L. M. (14 de Enero de 2019). Os desafios da educação no século XXI. (M. Dalva, Entrevistador)

Ávila, J. A., Jáuregui, E. A. M., & Nesterova , E. (2016). La modelación matemática en la solución de problemas con apoyo de ecuaciones diferenciales de primer orden. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, *20*(5) ,33 - 49

Ballester, S., Almeida, B., Álvarez, A., Arango, C., Batista, L. C., Cruz, I.,... Villegas, E. (1992). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática Tomo I*, La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

Ballester, S. P., García, J. E. I. R., Almeida, B. A. C., Santana, H. F. d. A., Álvarez, M. M. P., Rodríguez, M. O.,... Fernández, C. L. P. (2018). *Didáctica de la Matemática Tomo 1,* La Habana, Cuba, L. C. A. A. Rodríguez Ed. Editorial Universitaria Félix Varela.

Beltrón, J. R. C., Hernández, L. M. R., & Carrasco, T. D. J. (2019). Competencia modelación matemática: concepciones y situación diagnóstica en carreras de Ingeniería. *Revista Cubana de Educación Superior*, *38*(2), 15-27

Campos, L. M. C. (2011). Sistema de actividades didácticas para el desarrollo de la competencia sociocultural en idioma inglés en los estudiantes de la licenciatura en turismo, *Cuadernos de Educación y Desarrollo*, *3*(31), 11 – 24.

Carminati, N. L. (2007). Modelagem matemática: uma proposta de ensino possível na escola pública, *Revista Universitária Campina Grande do Sul. 2*(10), *15 - 30*

Chair, H. G., Murray, D. R., & Sanfratello, A. (2012). *Mathematical Modeling Handbook*: New York, EE.UU, Comap.

Chuairey, L. F., Montes de Oca, L. R., Bustillo, C. W. G., & Fernández, J. d. P. (2019). Modelación Estadístico-Matemática en Procesos Agrarios. Una aplicación en la Ingeniería Agrícola. *Revista Científica Técnico Agrario*, *28*(2), 16 – 34.

Córdoba, F. J. G., (2011). *La modelación en matemática educativa: Una práctica para el trabajo de aula en ingeniería* (tesis de maestría), Instituto Politécnico Nacional, México.

Da Silva, A. E. P. (2019). *Desarrollo de la modelación matemática en el trabajo con variables* (tesis de pregrado), Universidad de Matanzas, Cuba.

De Vargas, E. F., Liborio, A. M. d. O., & De Souza, A. W. J. (2014). O uso da modelação Matemática no ensino de funções nas series finais do ensino fundamental: Un estudo de caso. *Itinerarios Reflexionis*, *2(1*5), 10 – 32.

Escalonas, M. R. (2007). *El uso de los recursos informáticos para favorecer la integración de contenidos en el área de ciencias exactas del preuniversitario* (tesis doctoral), Instituto Superior Pedagógico "José De La Luz y Caballero", Holguín, Cuba.

Fernandes, R. J. G., & Junior, G. d. S. (2017). Modelagem matemática: um recurso pedagógico para o ensino de matemática. *Revista Praxis*, *4*(8), 23 – 38.

Freitas, H. M., Almague, R. P., & Garcés, W. (2017). La superación del profesorado de Matemática de la enseñanza secundaria en Huambo: un reto a su profesionalización, *Luz*, *72*(10), 52-64.

Freudenthal, H., (1968) How to teach mathematics so as to be useful, *Educational Studies in Mathematics* 1 (1), 3 - 8.

Gaisman, M. T. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas, *Innovación Educativa*, *9*(46), 75-87.

Gallegos, R. R., & Quiroz, R. S. (2016). El papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales, *Relime*, *19* (1), 99-124.

García, M. C. G., Varela, H. S. d. M., Sifontes, B. V., & Peña, M. R. (2014). Significación del enfoque histórico-cultural de Vygotsky para el tratamiento de las relaciones interdisciplinarias, *Humanidad Médica*, *14*(2), 23 – 40.

Gómez, L. C. (2015). *Modelización matemática Principios y aplicaciones,* Puebla, México, Fomento Editorial.

González, W. H. (2016). La modelación como competencia en la formación del profesional informático. *Revista Digital Investigación y Docencia Universitaria, 10*(2), 60 – 71, Doi: 10.19083/ridu.10.493.

Huircan, M. C., & Carmona, K. V. (2020). *Las funciones cuadráticas: una herramienta de modelación,* Santiago, Chile, RR Donnelley.

Israeli, G. (1996). *La mathématisation du réel. Essai sur la modelisation mathématique*, Paris, France, Editions du SEUIL.

Joaquím, A. A. (2018). *Estrategia metodológica para el perfeccionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias en la Escuela Superior Politécnica de Malange (tesis de maestría),* Universidad de Santa Clara, Cuba.

Lenin, V. I. (1974). *Materialismo y Empirio – Criticismo,* Moscú, URSS, ediciones en lenguas extranjeras Pekín.

López, E. A., & Carvalho, I. C. (2014). Perspectiva de la didáctica matemática en la República de Angola, *Editorial Universitaria Feliz Varela*, *3*(2). 1 – 9.

Martínez, L. E. (s.f.). *El sistema de actividades como resultado científico en la maestría en ciencias de la educación: ¿ser o no ser?* Cuba: Pueblo y Educación.

Matta, A. P. (2016). *Habilidad de modelamiento matemático,* Santiago, Chile, División de Educación General MEDUC.

Ministerio da Educação [MED], (2016). *Programa de Matemática - 10ª Classe (Área de Ciências Físicas - Biológicas)*, Luanda, Angola, Plural Editores.

Ministerio da Educação [MED], (2018). *Livro do Aluno - Matemática - 10.ª Classe, Luanda, Angola,* Plural Editores.

Ministerio da Educação [MED], (17 de octubre de 2018). O problema das ciencias exactas no segundo ciclo da educação secundária geral. *ANGOP Agencia Angola Press*, págs. 2 - 6.

Mora, M., & Arturo, J. (2017). Experiencia de modelación matemática como estrategia didáctica para la enseñanza de tópicos de cálculo, *Uniciencia*, *31*(2), 3 – 18.

Mpaka , N. (2019). *O ensino e a aprendizagem do gráfico da função quadrática com e sem auxílio do Software Winplot* (tesis de mestrado), Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias Instituto de Ciências da Educação, Lisboa.

Nicolau, M. C., & Monteagudo, J. G.,(2019). Formação e prática educativa de professores secundaristas de Lubango, em Angola. *Educação e Pesquisa, 45*(11), 45 – 58*:* doi: http://dx.doi.org/10.1590/S1678-4634201945191996.

Ochoa, J. A. V. (2007). La Modelación como Proceso en el Aula de Matemáticas: Un Marco de Referencia y un Ejemplo. *Tecno Lógicas*, *19*(11), 26 – 40

Ochoa, J. A. V. (2013). Miradas y actuaciones sobre la modelación matemática en el aula de clase, En J. Loiola (presidencia), *Conferencia Nacional sobre Modelación en la educación Matemática (CNMEM)*, Conferencia llevada a cabo en la VIII congreso de modelación matemática del centro Universitario Franciscano, Rio Grande do Sul, Brasil.

Ochoa, J, A. V., Bustamante, Q. C., Berrio, A. M., Osorio, C. A., & Ocampo, B. D. (2015). El proceso de modelación matemática. Una mirada a la práctica del docente, *Comité Latinoamericano de Matemática Educativa CLAME, 33*(4), 1443 – 1451.

Ochoa, J. A.V., Bustamante, C. A., & Arboleda, M. B. (2017). Sentido de realidad en la modelación matemática, *Comité Latinoamericano de Matemática Educativa CLAME*, *36*(8), 1087-1097.

Pérez, J. B., Valdés, L. P., & Pino, M. R. (2015). Sistema de actividades metodológicas que contribuya al desarrollo de las habilidades comunicativas. En O. Díaz (Presidencia), *taller internacional "maestro ante los retos del siglo XXI".* Taller llevado a cabo en X congreso Internacional de matemática, Mayabeque, Cuba.

Quintana, A. V. (2012). *Procesamiento de datos en el proceso de enseñanza-aprendizaje en la asignatura Matemática en la Educación Secundaria Básica* (tesis Doctoral), Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona, Cuba.

Quiroz, S. A. R., Dhelma, M. R., & Rodríguez, R. G. (2017). *Las competencias de modelación matemática para el aprendizaje del cálculo de volumen con apoyo en las webquest* (tesis de maestría), Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, México.

Quitério, A. M. M., López, J. A. N., & Campos, N. S. (2017). Mejorar las competencias matemáticas en los profesores de la enseñanza primaria de Porto Amboim, Cuanza Sur, Angola. Una propuesta metodológica para la enseñanza de la geometría basada en el modelo de Van Heile y fundamentada en el uso de las TIC, *Revista científica electrónica de Educación y Comunicación en la Sociedad del Conocimiento, 2*(17), 17 – 33.

Chávez, J. A. C., Deler, G., & Suárez, A. (2009). *Principales corrientes y tendencias a inicios del siglo XXI de la pedagogía y la didáctica*, La Habana, Cuba, Pueblo y Educación.

Sachipia, J. M. C. (2018). *La resolución de problemas: su incidencia en el perfeccionamiento del Proceso de Enseñanza – Aprendizaje del Análisis Matemático* (tesis de maestría), Universidad Central "Marta Abreu" De Las Villas, Cuba.

Sánchez, S. A. G., & Zapata, C. C. L. (2016). *Reflexiones docentes a partir de actividades de modelación matemática* (tesis de maestría), Universidad De Antioquia, Colombia.

Silva, S., Zulma, d. F. M., & Silva, F. (2019). Modelagem Matemática como apoio ao ensino e aprendizagem de função quadrática. *Revista de Educação Matemática, 16(*101), 33 – 47, Doi: 10. 25090.

Vygotsky, L. S. (1987). *Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores*, La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

ANEXO I

GUÍA DE OBSERVACIÓN Y EVALUACIÓN DE LA CLASE

Objetivo: Analizar las estrategias de aprendizaje de los estudiantes del Liceo Joaquim Kapango y como los profesores enseñan en función de ellas a modelar diferentes situaciones y problemas relacionados con la vida cotidiana mediante el empleo de las funciones cuadráticas y otras asignaturas del currículo.

Datos Generales.

Nombre del docente: ____

Graduado de: ____

Grado: _______ Grupo: ________ Matrícula: _______ Asistencia: _____ %: ____

Asunto de la clase: ____

Objetivos de la clase: ____

Indicadores a evaluar	**B**	**R**	**M**
Observaciones generales.			
0.1. Está intencionado en el objetivo de la clase trabajar la competencia de modelación matemática en la enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas			
0.2. Los ejercicios que se realizan en la clase tienen posibilidades para trabajar la modelación matemática			
0.3. Se aprovechan las posibilidades que brindan los ejercicios que se resuelven para trabajar la modelación matemática			
0.4. En la evaluación de la solución y la vía utilizada en el ejercicio se destaca la importancia que tuvo la modelación matemática			
0.5. Los alumnos demuestran dominio del procedimiento para modelar.			
Dimensión I. Orientación hacia el modelo (OHM)			
Comprender la situación real. (De qué trata)			
Reformular la situación real (si es conveniente)			
Precisar las relaciones interdisciplinarias contenidas en la situación			
Precisar qué se busca, qué se conoce y las relaciones conocidas entre ellos.			

Dimensión II. Formalización de un modelo matemático (FMM)			
Transferir la situación real al campo de las funciones cuadráticas en que puede ser resuelta, precisando los medios a utilizar.			
Expresar las relaciones entre lo qué se busca y se conoce en la situación real con símbolos y signos matemáticos.			
Expresar las relaciones interdisciplinarias en símbolos matemáticos			
Diseñar una función cuadrática ajustada a la situación.			
Dimensión III. Validación del modelo (VM)			
Determinar lo que se busca empleando el modelo diseñado.			
Evaluar si lo obtenido satisface lo que se exige en la situación.			
Reiniciar el proceso para ajustar el modelo a la situación real o diseñar otro.			

Otras observaciones que desee destacar________________________________

____

Observador (nombre y firma)

____

ANEXO II. Prueba pedagógica

Objetivo: Constatar el nivel alcanzado por los estudiantes en los objetivos declarados en el programa de décimo grado en el proceso de modelación matemática aplicando funciones cuadráticas en la carrera de Ciencias Físicas y Biológicas en el Liceo Joaquim Kapango.

Nombre______________________________________. Grado_____________

Estudiante, se investiga para mejorar la enseñanza - aprendizaje de las funciones cuadráticas en décimo grado. Se le solicita que analice con atención la situación planteada y responda lo que se le pregunta sobre la misma. Su colaboración ayudará para que se aprenda más y mejor sobre este tema. Estos resultados no tienen incidencia para usted en la calificación de la asignatura.

¡Éxitos! Y muchas gracias.

TEMARIO

Si el profesor de Matemática le propone una situación de su contexto que debe dar solución con los conocimientos matemáticos sobre funciones cuadráticas. Enumere los pasos que usted realiza (cómo procede) para:

1.1 Comprender la situación real. (De qué trata)

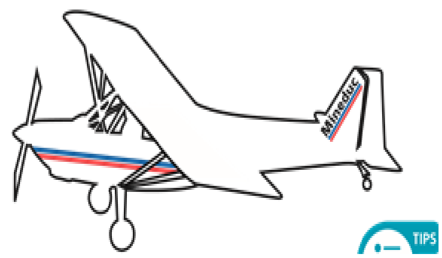
1.2 Precisar qué se busca, qué se conoce y las relaciones conocidas entre ellos;

1.3 Expresar las relaciones entre lo qué se busca y se conoce en la situación con símbolos y signos matemáticos;

1.4 Diseñar un modelo (función cuadrática – propiedades) ajustado a la situación.

1.5 Evaluar si el modelo diseñado satisface lo que se exige en la situación real, y reiniciar el proceso si no satisface el modelo diseñado para ajustarlo a la situación real o diseñar otro

2. Analice la situación (problema) siguiente y responda cuando se le solicite.



En una maniobra de exhibición, una avioneta debe realizar un "vuelo rasante al suelo". Se denota por h la altura que alcanza la avioneta y por x el tiempo transcurrido a partir del instante en que se inicia la maniobra, la cual debe iniciar a una cierta altura h_0. La dependencia de h (en metros) en función del tiempo x (en segundos) durante la maniobra, está dada por la expresión:

$$h_{(x)} = 0{,}5x^2 - 6x + h_0 \quad (0 \leq x \leq 12)$$

El piloto conoce que no corre riesgo de tocar el suelo si comienza la maniobra a una altura h mayor de cierto valor. Indique cuál es esa altura mínima a partir de la cual debe iniciar la maniobra de exhibición.

De la situación (problema) responda lo que se pregunta en cada SECCIÓN:

SECCIÓN I

a) ¿De qué trata el problema?
b) De considerarlo conveniente, exprésela de otra manera para que se evidencien con más claridad las relaciones dadas (dibujo, gráfico, tabla u otra forma).
c) ¿Qué datos ofrece?; ¿Qué se pide?
d) Diga si se requiere establecer relaciones con otras asignaturas.

SECCIÓN II

e) ¿En qué campo de la matemática puede ser resuelto el problema?; Mencione los conocimientos matemáticos que deben utilizarse.
f) ¿Qué relaciones establecer entre lo dado y lo buscado, apoyándose en palabras y expresiones claves del texto con significado matemático?
g) Expresa tal relación con símbolos y signos matemáticos. (Apóyese en relaciones y conocimientos de otras asignaturas si es necesario).

h) Diseña un modelo matemático ajustado a lo expresado en el problema.

SECCIÓN III

i) Resuelva la situación con el modelo diseñado.

j) Compruebe si lo obtenido satisface lo que se exige en la situación real.

k) Si la relación obtenida no satisface las condiciones del problema, explique qué haría.

Gracias por su colaboración

ANEXO III. PRUEBA KOLMOGÓROV SMIRNOVF

Basados en los resultados que arrojó el instrumento aplicado (prueba pedagógica), se emplea un criterio de veracidad para afirmar que existen dificultades en el nivel alcanzado por los estudiantes de la muestra en los objetivos declarados en el programa de décimo grado en el proceso de modelación matemática aplicando funciones cuadráticas, aplicado para ello la prueba de hipótesis Kolmogórov Smirnovf.

H_0 (hipótesis de nulidad): no existen dificultades en el nivel alcanzado por los estudiantes de la muestra en los objetivos declarados en el programa de décimo grado en el proceso de modelación matemática aplicando funciones cuadráticas.

H_1 (hipótesis alternativa): si existen dificultades en el nivel alcanzado por los estudiantes de la muestra en los objetivos declarados en el programa de décimo grado en el proceso de modelación matemática aplicando funciones cuadráticas.

Regla de decisión:

Rechazar $\mathrm{H_0}: \mathrm{D_{max}} > \mathrm{D^n_{1-\alpha}}$ No rechazar $\mathrm{H_0}: \mathrm{D_{max}} \leq \mathrm{D^n_{1-\alpha}}$

Calculando el estadígrafo $\mathrm{D_{max}}$ (diferencia máxima entre las frecuencias acumulativas relativas observadas y esperadas)

Resultados	Fi	$Fai\downarrow$	fi	$fai\downarrow$	ei	fie	$fiea$	D
B	13	13	0,22	0,22	20	0.33	0.33	-0.11
R	12	25	0,20	0,42	20	0.33	0.66	-0.24
M	35	60	0,58	1.00	20	0.33	0.99	0.01

Con un nivel de significación asumido $a = 0{,}05$ y $D_{máx} = 0{,}01$

El percentil de la distribución del estadígrafo es: $D^n_{1-a} = D^{60}_{1-0{,}05} = D^{60}_{0{,}95}$

Siendo $n > 35$ con $a = 0{,}05$ entonces $D^{60}_{0{,}95} = \frac{1{,}36}{\sqrt{n}} = \frac{1{,}36}{\sqrt{60}} = \frac{1{,}36}{7{,}75} = 0{,}18$

Decisión: Como $\mathrm{D}_{\max} > \mathrm{D}_{0,95}^{60}$ o sea $0,25 > 0,18$ con $a = 0,05$ se rechaza H_0 luego se puede afirmar basados en los resultados de la muestra que existen dificultades en el nivel alcanzado por los estudiantes de la muestra en los objetivos declarados en el programa de décimo grado en el proceso de modelación matemática aplicando funciones cuadráticas.

ANEXO IV

Encuesta a profesores.

La mejor manera de adquirir conocimiento y desarrollar habilidades, es a través da socialización

Cordiales saludos, estimado profesor

Se realiza una investigación dirigida al desarrollo de la modelación matemática desde una perspectiva educativa para contribuir al perfeccionamiento del proceso enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas. Su valoración y su criterio sobre la práctica pedagógica diaria, y sus experiencias acumuladas, favorecerán a este propósito. Pedimos su colaboración.

Muchas gracias

II. Sección principal.

1. Marque con X de acuerdo a su criterio, las características que inciden en el desarrollo del proceso de modelación matemática en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las funciones cuadráticas.

a) Las indicaciones para el trabajo del profesor en el programa de Matemática son

__ Insuficientes __ muy escasas __ limitadas __ no existen __ suficientes __ excesivas __ imprecisas

Otras consideraciones____

____

b) En el libro de texto las explicaciones, los ejercicios y actividades para trabajar con los estudiantes son:

___insufcientes __ muy escasas __ limitadas __ no existen __ suficientes __ excesivas __ imprecisas

c) ¿Los estudiantes tienen dificultades para modelar matemáticamente situaciones prácticas?

____Sí _____No ____Algunos

¿Cuáles son las principales dificultades presentadas por ellos?

____ No comprenden la situación real. (De qué trata)

____ No pueden reformular la situación real (si es conveniente)

_____dificultades en precisar qué se busca, qué se conoce y las relaciones conocidas entre ellos;

_____No Identifican dentro de la situación (si es útil) relaciones con otras asignaturas.

_____Dificultades en transferir la situación real al campo de las funciones cuadráticas en que puede ser resuelta, precisando los medios a utilizar.

_____ No logran formular relaciones con otras asignaturas apoyándose en símbolos y signos matemáticos.

_____Insuficiencias en expresar las relaciones entre lo qué se busca y se conoce en la situación con símbolos y signos matemáticos;

_____ Limitaciones en el diseño de un modelo (función cuadrática – propiedades) ajustado a la situación.

_____No logran determinar lo que se busca mediante el modelo diseñado (la función cuadrática – propiedades)

_____Presentan dificultades en evaluar si el modelo diseñado satisface lo que se exige en la situación real

_____limitaciones en reiniciar el proceso si no satisface el modelo diseñado para ajustarlo a la situación real o diseñar otro

d) Sobre su modo de actuación al trabajar la modelación matemática de funciones cuadráticas en décimo grado, apuntan que se debe indicar leer varias veces el texto para comprenderlo y declarar las relaciones con variables.

   ____sí ____no _____a veces

e) Con relación a las barreras para el desarrollo de la competencia de modelación matemática, en décimo grado se expresa la comprensión por los estudiantes de las situaciones.

   ___sí ____no _____algunos

f) En los programas, las sugerencias metodológica para favorecer el desarrollo de la modelación matemática son:

   __ Insuficientes __ poco orientadores __ no existen

   __ Suficientes __ excesivos __ claros y precisos

   Otras dificultades identificadas ________________________________

2. Sobre su modo de actuación en el trabajo de la modelación matemática de problemas que conduzcan as Funciones cuadráticas, diga cómo usted dirige la orientación hacia el modelo (OHM); formalización de un modelo matemático (FMM); validación del modelo (VM)
3. Mediantes su experiencia pedagógica, qué sugerencias metodológicas propones para el desarrollo de modelación de funciones cuadráticas.

O investigador:

Lic. Anderson Enoque Paulo Da Silva. Licenciado en Ciencias da educación especialidad Matemática – Física en la Universidad de Matanzas (Cuba 2019), y maestrante en Matemática Educativa en la misma universidad.

Recebido por:____

Graduado de: ____. No ano: ______

Anos de experiencia : Educação ____ ensino medio ___ décima classe ____

Vías de superação pessoal utilizadas nos últimos 2 anos: ____

ANEXO V

ENCUESTA APLICADA A LOS ESPECIALISTAS PARA EVALUAR SU COEFICIENTE DE COMPETENCIA.

Estimado(a) colega:

La visión que la comunidad internacional tiene de la Educación Matemática, ha evolucionado considerablemente durante los últimos treinta años. Existe un cierto consenso al considerar modelación matemática, continúa con el desempeño de su papel trascendental en la enseñanza - aprendizaje de esta disciplina, en los diferentes niveles de educación, especialmente en la Educación media.

Como resultado de las indagaciones teóricas y empíricas desarrolladas por el autor, se ha podido constatar que sobre esta temática existe una amplia bibliografía basada en los resultados de investigaciones desarrolladas por autores extranjeros y poca a nivel nacional. Por tal razón, se propone una estructuración didáctica para el desarrollo de la modelación matemática y es de nuestro interés someterla al criterio de especialistas. Necesitamos como paso inicial una autovaloración (objetiva, real, sin exceso de modestia) de los niveles de información y argumentación que posee sobre el tema.

1. Según su criterio, marque con una cruz, en orden creciente, el valor que se corresponde con el grado de conocimiento que usted tiene sobre el tema:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

2. Entre las fuentes que le han permitido enriquecer sus conocimientos relacionados con el tema, sometemos a su consideración algunas de ellas, para que evalúe el grado de influencia de cada una, en las categorías de: Alto, Medio, y Bajo

Fuentes de argumentación	Grado de influencia de cada una de las fuentes		
	A (alto)	M (medio)	B (bajo)
Análisis teórico realizado por usted.			
Su propia experiencia			
Trabajos de autores nacionales.			
Trabajo de autores extranjeros			
Su conocimiento del estado del problema en el extranjero			
Su intuición			

TABLA DE PATRÓN PARA DETEMINAR Ka

Fuentes de argumentación	Grado de influencia de cada una de las fuentes en sus criterios		
	Alto (A)	Medio (M)	Bajo (B)
1. Análisis teóricos realizados.	0.3	0.2	0.1
2. Experiencia obtenida.	0.5	0.4	0.2
3. Trabajos de autores nacionales.	0.05	0.05	0.05
4. Trabajos de autores Extranjeros.	0.05	0.05	0.05
5. Conocimiento del estado actual del problema en el extranjero.	0.05	0.05	0.05
6. Intuición.	0.05	0.05	0.05
TOTAL	1.00	0.8	0.5

ANEXO VI

RELACIÓN DE LOS CANDIDATOS Y SU COEFICIENTE DE COMPETENCIA

No	GC/CD	Centro	Cargo	AE	$K = \frac{1}{2}(Kc + Ka)$	Valor
1	Dr. C/Titular	UAN	profesor	18	$0,5\,(1+1)$	1
2	Dr. C/auxiliar	UM	Profesora	20	$0,5\,(1+0,9)$	$0,95$
3	Dr. C/titular	UAN	Profesor	15	$0,5\,(0,8+0,9)$	$0,85$
4	M. Sc/auxiliar	UAN	J. Dpto.	26	$0,5\,(1+0,9)$	$0,95$
5	Dr. C/Titular	UJES	profesor	30	$0,5\,(1+0,9)$	$0,95$
6	Dr. C/auxiliar	UM	Profesora	31	$0,5\,(1+0,9)$	$0,95$
7	Dr. C/auxiliar	UAN	profesora	23	$0,5\,(1+1)$	1
8	M. Sc/auxiliar	UAN	J. carrera	24	$0,5\,(1+0,9)$	$0,95$
9	M. Sc/auxiliar	UJES	profesor	27	$0,5\,(0,8+0,9)$	$0,85$
10	Dr. C/auxiliar	UM	Profesor	17	$0,5\,(1+0,9)$	$0,95$
11	Dr. C/auxiliar	UM	j. disciplina	18	$0,5\,(1+1)$	1
12	Dr. C/asistente	UAN	Profesor	15	$0,5\,(0,5+0,4)$	$0,45$
13	M. Sc/asistente	UAN	Profesora	28	$0,5\,(1+0,9)$	$0,95$
14	Dr. C/ asistente	UAN	Profesora	33	$0,5\,(1+0,9)$	$0,95$
15	M. Sc/metodólogo	UJES	Profesor	7	$0,5\,(0,4+0,4)$	$0,4$
16	M. Sc/auxiliar	UJES	J. Dpto.	8	$0,5\,(0,5+0,3)$	$0,4$
17	Lic./ auxiliar	L. JK	Profesora	13	$0,5\,(0,4+0,3)$	$0,35$
18	M.Sc/ auxiliar	UM	profesor	11	$0,5\,(0,7+0,8)$	$0,75$
19	M.Sc/ asistente	UM	profesor	14	$0,5\,(0,7+0,8)$	$0,75$
20	M.Sc/ asistente	UM	profesor	15	$0,5\,(0,8+0,9)$	$0,85$

Especialistas seleccionados

No	GC/CD	Centro	Cargo	AE	K
1	Dr. C/Titular	UAN	profesor	18	1
2	Dr. C/auxiliar	UM	Profesora	20	0,95
3	Dr. C/titular	UAN	Profesor	15	0,85

4	M. Sc/auxiliar	UAN	J. Dpto.	26	0,95
5	Dr. C/Titular	UJES	profesor	30	0,95
6	Dr. C/auxiliar	UM	Profesora	31	0,95
7	Dr. C/auxiliar	UAN	profesora	23	1
8	M. Sc/auxiliar	UAN	J. carrera	24	0,95
9	M. Sc/auxiliar	UJES	profesor	27	0,85
10	Dr. C/auxiliar	UM	Profesor	17	0,95
11	Dr. C/auxiliar	UM	j. disciplina	18	1
12	M. Sc/asistente	UAN	Profesora	28	0,95
13	Dr. C/ asistente	UAN	Profesora	33	0,95
14	M. Sc/ auxiliar	UM	profesor	11	0, 75
15	M. Sc/ asistente	UM	profesor	14	0,75
16	M. Sc/ asistente	UM	profesor	15	0,85

ANEXO VII

Aspectos a evaluar por los especialistas

ASPECTOS A EVALUAR	5	4	3	2	1
	MA	BA	A	PA	I
1. Concepción teórica y práctica de del sistema de actividades didácticas.					
2. Estructural y metodológica del sistema de actividades didácticas					
3. Variable de investigación y dimensiones e indicadores propuestos					
4. Nivel de satisfacción práctica del sistema de actividades didácticas, y posibilidades reales de su puesta en práctica.					
5. Contribución del sistema didáctico al proceso de enseñanza-aprendizaje					

MA: Muy adecuado**; BA:** Bastante adecuado; **A:** Adecuado: **P:** Poco adecuado; **I:** inadecuado;

ANEXO VIII

Evaluación de los especialistas

EXPERTOS	1	2	3	4	5
1	3	5	3	4	4
2	3	5	4	4	5
3	4	5	4	4	4
4	4	4	3	4	4
5	3	5	4	5	4
6	4	5	4	4	5
7	4	4	4	4	4
8	4	5	4	4	4
9	4	5	3	4	4
10	3	4	4	4	5
11	4	4	3	4	5
12	4	4	4	4	5
13	3	4	4	4	4
14	3	4	4	5	5
15	4	4	4	4	5
16	4	4	4	4	4

ANEXO IX

Procesamiento de la información

Coeficiente de Concordancia de Kendall

H_0 (hipótesis de nulidad): no existen concordancias entre los criterios emitidos por los especialistas acerca de la calidad y efectividad del sistema de actividades didácticas para desarrollar la modelación matemática en la enseñanza aprendizaje de las funciones cuadráticas.

H_1 (hipótesis alternativa): si existen concordancias entre los criterios emitidos por los especialistas acerca de la calidad y efectividad del sistema de actividades didácticas para desarrollar la modelación matemática en la enseñanza aprendizaje de las funciones cuadráticas.

Rangos (SPSS)

Aspectos evaluados	Rango promedio
Valorar si la concepción teórica y práctica de del sistema didáctico refleja los principios teóricos que la sustentan. Valorar si la concepción teórica y práctica de del sistema didáctico refleja los principios teóricos que la sustentan.	2,13
Valorar si la concepción estructural y metodológica del sistema didáctico favorece el logro del objetivo por el cual se elaboró.	3,75
Valorar si las dimensiones e indicadores propuestos miden el cumplimiento del objetivo general.	2,28
Valorar el nivel de satisfacción práctica del sistema didáctico, como solución al problema y posibilidades reales de su puesta en práctica.	3,06
Valorar la contribución que realiza el sistema didáctico al proceso de enseñanza-aprendizaje y fenómenos de la práctica social.	3,78

Estadísticos de prueba

N(Total de especialistas)	16
W de Kendall	,754
Chi-cuadrado	60,306
gl	5
Sig. asintótica	,015

Coeficiente de concordancia de Kendall

Decisión: Se rechaza H_0 luego se puede afirmar basados en los resultados de la del coeficiente de concordancia y la significación asintótica con un nivel de significación de 0,05 que si existen concordancias entre los criterios emitidos por los especialistas acerca de la calidad y efectividad del sistema de actividades didácticas para desarrollar la modelación matemática en la enseñanza aprendizaje de las funciones cuadráticas.