



Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos"
Facultad de Ingenierías
Departamento de Matemática

Tesis presentada en opción al título académico de Máster en
Matemática Educativa.

Título: Software educativo para contribuir a la
representación gráfica del concepto de función en los
estudiantes de la carrera Ingeniería Informática.

Autora: Ing. Liana Romero Lovio

Tutor: Dr. C. Walfredo González Hernández

Matanzas, marzo de 2014

Dedicatoria.

... a mi pequeño, el que un día recorrerá estos caminos.

Agradecimientos.

El mayor de los agradecimientos para mi tutor, el Doctor Walfredo Hernández González, por estar siempre pendiente de mí (desde mi primer día en esta universidad), por su dedicación, experiencia, profesionalidad y rigor en el asesoramiento de esta tesis y finalmente por su amistad.

A todos los amigos y compañeros que me brindaron palabras de aliento, colaboración, que demostraron su preocupación sincera. A todos ellos gracias. Solo decir que si tuviera que comenzar nuevamente esta investigación no olvidaría anotar cada día sus nombres así al expresar mis agradecimientos no correría el riesgo de olvidar a alguno de ellos. Créanme que el olvido es totalmente involuntario. Por esta razón, antes de mencionar nombres, quiero agradecer a todos los que de una forma u otra me han ayudado.

A mi más querido tesoro, mi hijo, por entender que mamá a veces estaba ocupada.

A mi familia querida por su apoyo y confianza.

A mis estudiantes: Yaudi Lozano Rancel y David Miguel Cuza por trabajar conmigo para lograr este resultado.

A los que llegaron a tiempo para verme crecer y aunque ya no están resultaron imprescindibles.

Resumen.

El concepto de función matemática es uno de los conceptos más importantes y utilizado no solo en las matemáticas, sino en todas las ramas de la ciencia. Su estudio en el nivel superior se aborda en la disciplina Matemática Básica, correspondiente al currículo base de todas las carreras, incluyendo Ingeniería Informática de la Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos”. Aún cuando este contenido es abordado en los niveles precedentes a la educación superior, son notables las insuficiencias que presentan los estudiantes que arriban a esta especialidad con relación a su estudio.

La presente tesis tiene como objetivo desarrollar un software educativo que contribuya a la representación gráfica del concepto de función en los estudiantes de la carrera Ingeniería Informática de esta universidad. Para el logro de los objetivos se hace necesario estudiar el tratamiento didáctico del concepto de función así como las principales características a tener en cuenta en la elaboración de un software educativo.

Como resultado se obtuvo una aplicación web, que permite por medio de la visualización gráfica, establecer relaciones entre estas y las funciones correspondiente. Al ser una aplicación online, permite que estudiantes y profesores puedan acceder a ella utilizándola desde cualquier laboratorio de la universidad o desde cualquier computadora que se encuentre conectada a la red universitaria.

Con la utilización de esta herramienta se pretende elevar el rendimiento académico de los estudiantes de primer año de Ingeniería Informática en la asignatura Matemática I, con relación a la solución y representación gráfica de funciones, incentivando el estudio independiente por parte de los alumnos y facilitándoles a los profesores su trabajo.

Índice.

Introducción.....	1
Capítulo 1. Fundamentación teórica.....	7
1.1 Tratamiento de conceptos matemáticos.....	7
1.2 Problemas relacionados con el concepto de función y sus representaciones.	15
1.3 La computadora como medio de enseñanza en las matemáticas.....	18
Capítulo 2. Descripción de la solución propuesta.....	31
2.1 Caracterización del estado actual sobre la representación gráfica del concepto de función en el primer año de la carrera Ingeniería Informática de la UMCC.....	31
2.2 Descripción del funcionamiento del software.....	37
Capítulo 3. Validación del software educativo.....	53
3.1 Aplicación del cuasi-experimento y análisis de sus resultados.....	53
Conclusiones generales.....	59
Recomendaciones.....	60
Referencias bibliográficas.....	61
Anexos.....	66

Introducción.

La misión fundamental de toda institución educativa es preparar a las nuevas generaciones de forma integral para el presente y para el futuro, transmitiendo conocimientos y habilidades que los alumnos requieren para desempeñarse con eficiencia en una sociedad que cambia rápidamente, caracterizada por vertiginosos avances en la ciencia y la técnica.

Gran parte de estos conocimientos y habilidades están relacionados con las matemáticas, las que tradicionalmente han jugado un papel relevante en el desarrollo de la personalidad de los educandos. Su importancia se refleja en todas las esferas de la sociedad debido a su relación con el mundo real, la que se manifiesta en el aumento de sus aplicaciones en otras disciplinas del conocimiento humano. De esta manera, las matemáticas se convierten en una importante herramienta de trabajo y en la disciplina básica fundamental en la formación de un especialista de cualquier ciencia.

Al mismo tiempo que existe un consenso social sobre la importancia de las matemáticas, su enseñanza se presenta como una problemática en cualquier nivel, considerándose como una tarea difícil para los estudiantes y percibida por estos como una asignatura dura, rigurosa y formal. Esta visión genera un rechazo hacia ella y en muchas ocasiones constituye el factor determinante en la elección o el abandono de los estudios.

La carrera Ingeniería Informática de la Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos” (UMCC) no está exenta de esta situación. Se detecta que los estudiantes que a esta arriban carecen de los conocimientos y las habilidades necesarias para aplicar las matemáticas a situaciones problemáticas diversas, en particular aquellas relacionadas con el concepto de función matemática (JORGE 2009; 2012).

Este concepto es considerado por muchos uno de los más importantes y utilizados no solo hacia el interior de la disciplina Matemática sino en todas las ramas de la ciencia, debido a sus posibilidades de aplicación (BALLESTER, S. et al. 2000; RODRÍGUEZ, J.B. 2003; BALLESTER, S. 2009; ÁLVAREZ 2011; DA COSTA 2011). Según Spivak (1970): “el concepto más importante de todas las Matemáticas es, sin

dudarlo, el de función: en casi toda la matemática moderna, la investigación se centra en el estudio de las funciones”.

Su utilidad y valor se evidencia en la solución de problemas relacionados con la informática, la economía, la estadística, la ingeniería, la medicina, la química, la física, la astronomía, la geología, y en cualquier área social donde haya que relacionar distintas variables.

Debido al valor que encierra este concepto para ilustrar la relación matemática y la realidad objetiva y comprender las matemáticas como un medio para transformar esta realidad, forma parte del currículo de los sistemas educacionales en gran parte de los países, en cualquier nivel de enseñanza. En Cuba se abordan como parte de la línea directriz “Correspondencia, transformación y función”, la cual transcurre a lo largo de todos los niveles de enseñanza, correspondiendo al nivel superior el estudio de la diferenciación, integración, series, ecuaciones diferenciales y otros temas relacionados con las funciones.

A partir de la revisión del Plan de Estudio D de Ingeniería Informática se detecta que el concepto de función es de especial relevancia para esta disciplina. Resulta imposible para el estudiante de esta carrera comprender las búsquedas heurísticas, la complejidad de los algoritmos, la estimación de costos, algoritmos genéticos, entre otros conocimientos informáticos, sin una base sólida de este concepto. En tal sentido, no solo es importante en el desarrollo de las capacidades para comprender estructuras fundamentales de las matemáticas avanzadas sino que además, constituye una herramienta útil e imprescindible para afrontar con éxito su formación profesional.

Son numerosas las investigaciones en el campo de la Matemática Educativa relacionadas con las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto de función. Entre ellas se destacan los trabajos de Rodríguez (2003), Castillo (2009), Mosquera (2011), Álvarez (2011) y Carrillo (2013).

Los resultados de las pruebas de ingreso a la Educación Superior analizados por Jorge (2012) y los diagnósticos aplicados en el Curso Introductorio a la carrera Ingeniería Informática de la UMCC, desde el curso 2008-2009 hasta el presente, evidencian que aún persisten grandes insuficiencias relacionadas con el tránsito entre las diferentes representaciones que son empleadas para expresar este

concepto, en especial con la representación gráfica. Esta situación se traduce en deficiencias docentes, que en muchos casos provocan la deserción de los estudiantes, fundamentalmente en el primer año de la carrera.

Por otra parte, la incorporación generalizada en las escuelas de las Nuevas Tecnologías de la Informática y las Comunicaciones (TIC) introduce nuevos medios e instrumentos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Además, si se tiene en cuenta el criterio de que “el aprendizaje usando exclusivamente métodos tradicionales, no resulta suficiente para desarrollar en los alumnos las capacidades cognitivas, creativas y organizativas requeridas por la sociedad moderna” (SARMIENTO, M. and MANZANILLA 2011), se hace totalmente necesario valorar la presencia de estas en el entorno educativo.

Para ello se analizan los criterios de varios autores (CATALDI 2000; SORDO 2005; HURTADO *et al.* 2009; TORRES and GILBERT 2010), los que consideran al software educativo, surgido como parte de las llamadas tecnologías educativas, como uno de los recursos más importantes y completos de las TIC. Estos contribuyen a la motivación hacia el aprendizaje, en particular a lo referido al concepto de función, logrando que el acceso al conocimiento sea cada vez más independiente y según las necesidades.

En este sentido debe desarrollarse en los estudiantes una actitud abierta hacia su utilización como instrumentos imprescindibles en sus futuras actividades profesionales.

Las valoraciones anteriores fundamentan la formulación del **problema científico** de esta investigación: ¿Cómo contribuir a la representación gráfica del concepto de función en los estudiantes de primer año de la carrera Ingeniería Informática de la UMCC?

Esta investigación tiene como **objeto de estudio**: la enseñanza del concepto de función y como **campo de acción**: el software educativo para la representación gráfica del concepto de función.

En correspondencia con el problema se formula como **objetivo general**: Desarrollar un software educativo que contribuya a la representación gráfica del concepto de función en los estudiantes de primer año de la carrera Ingeniería Informática de la UMCC.

Para abordar el problema planteado y en función del objetivo se formulan las siguientes **preguntas científicas**:

1. ¿Cuáles son los fundamentos teóricos-metodológicos en el desarrollo de un software educativo para contribuir a la representación gráfica del concepto de función?
2. ¿Cuál es el estado actual de la representación gráfica del concepto de función en la carrera Ingeniería Informática de la UMCC?
3. ¿Cómo desarrollar un software educativo para contribuir a la representación gráfica del concepto de función en la carrera Ingeniería Informática de la UMCC?
4. ¿Cuál es la validez del software educativo para contribuir a la representación gráfica del concepto de función en la carrera Ingeniería Informática de la UMCC?

Para dar respuesta a las preguntas formuladas se determinan las siguientes **tareas de investigación**:

1. Sistematización de los fundamentos teóricos-metodológicos para el desarrollo de un software educativo que contribuya a la representación gráfica del concepto de función.
2. Diagnóstico de las principales insuficiencias con la representación gráfica del concepto de función en la carrera Ingeniería Informática de la UMCC.
3. Desarrollo del software educativo que contribuya a la representación gráfica del concepto de función en la carrera Ingeniería Informática de la UMCC.
4. Validación del software educativo elaborado para la representación gráfica del concepto de función en la carrera Ingeniería Informática de la UMCC.

Debido a la importancia y necesidad de las funciones matemáticas y las dificultades que presentan los estudiantes durante su estudio, surge la motivación de desarrollar como alternativa de solución a esta problemática un software educativo para favorecer el aprendizaje de este concepto y hacer más factible y significativa la interacción alumno-objeto matemático.

El desarrollo de las tareas de investigación propuestas requirió la utilización de múltiples **métodos de investigación**, los cuales fueron seleccionados, elaborados y aplicados sobre la base del método materialista dialéctico.

Dentro de los métodos teóricos, el **histórico-lógico** permitió conocer y valorar con mayor profundidad el proceso de formación de los conceptos y el de función en particular, así como el tratamiento didáctico que se emplea en el proceso de enseñanza-aprendizaje del mismo. También, para estudiar las tendencias actuales y el impacto en las clases de matemáticas del empleo de software educativo.

El método de **análisis** y **síntesis** se utilizó tanto en la revisión bibliográfica como en la interpretación de los datos empíricos obtenidos en diferentes momentos de la investigación, para caracterizar el proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto de función, en especial a lo referido a sus representaciones, en el primer año de la carrera Ingeniería Informática de la UMCC.

El **inductivo-deductivo** posibilitó realizar generalizaciones acerca de la utilización del software educativo como medio de enseñanza y estudiar la influencia positiva de este en el aprendizaje de las matemáticas. Por su parte, la **modelación** hizo posible hacer extensiva la información obtenida al software educativo que sostiene esta investigación.

Todos estos métodos se ponen de manifiesto durante el estudio bibliográfico, la toma de posición teórica, el análisis de los principios para el diseño del software educativo, la elaboración de este, así como en el análisis de los resultados y la obtención de conclusiones.

La investigación se sustentó además por métodos empíricos, entre los que se emplearon el cuasi-experimento pedagógico y la observación y como métodos auxiliares el análisis documental y las pruebas pedagógicas.

Se utilizó el método experimental, en su versión del **cuasi-experimento** para valorar los resultados obtenidos en el aprendizaje del concepto de función al utilizar el software educativo propuesto.

El **análisis documental** facilitó la determinación de los principales enfoques al estudiar las obras de investigación existentes y permitió obtener la información necesaria para el desarrollo del software educativo que se propone y defiende en esta investigación.

La **observación** y **pruebas pedagógicas** (como exámenes diagnósticos) aplicadas a los estudiantes de primer año de la carrera Ingeniería Informática de la UMCC corroboraron la presencia y alcance del problema en los sujetos de investigación, obteniéndose información necesaria para el desarrollo del software educativo.

Por último, los datos recogidos de los instrumentos utilizados en los métodos empíricos fueron sometidos a métodos estadísticos para valorar los resultados obtenidos en la última etapa de la investigación.

La tesis está compuesta, además de esta introducción por tres capítulos, conclusiones y recomendaciones. En el **Capítulo 1. Fundamentación teórica** se aborda de manera orgánica los elementos teóricos que fundamentan la elaboración de un software educativo para la representación gráfica del concepto de función. En el **Capítulo 2. Descripción de la solución propuesta** se identifican las dificultades con relación a las funciones y sus representaciones que presentan los estudiantes al arribar a la carrera Ingeniería Informática de la UMCC. Además, se describe el software educativo desarrollado que da respuesta al objetivo de esta tesis. En el **Capítulo 3. Validación del software educativo** se expone por medio de la realización de un diseño experimental la validez del uso del software educativo y su influencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto de función.

Culmina la tesis con el conjunto de todas las referencias bibliográficas utilizadas para el desarrollo de la investigación, las cuales poseen la actualidad necesaria para el tratamiento del problema que se aborda, seguido de todos los anexos que sirven de ayuda en la comprensión de los datos, las ideas y los resultados de este trabajo.

Capítulo 1. Fundamentación teórica.

Este capítulo tiene como propósito sistematizar los fundamentos teóricos-metodológicos de los conceptos matemáticos y en particular el de función. Se revisan los trabajos de diferentes autores donde se identifican las dificultades que manifiestan los alumnos, en cuanto a las representaciones empleadas en el tratamiento didáctico de este concepto. Por otra parte, se estudian las principales tendencias que se manifiestan en la utilización de la informática en la educación con el objetivo de dinamizar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

1.1 Tratamiento de conceptos matemáticos.

Es conocido el amplio uso que en la actualidad tienen las matemáticas prácticamente en todas las áreas del quehacer humano, desde las actividades cotidianas hasta la investigación científica, la producción y la prestación de servicios. Varios autores, entre los que se encuentran Qualding (1982), Rodríguez (2003), Sordo (2005) y González (2005), consideran que estas desempeñan un papel formativo, un papel práctico y un papel instrumental.

Instrumental como medio indispensable para el estudio de otras disciplinas y práctico porque permiten resolver problemas en muy diferentes campos, para poner de relieve aspectos y relaciones de la realidad no directamente observables y predecir hechos, situaciones o resultados antes de que se produzcan. Las matemáticas pueden ayudar al hombre a lograr una mayor comprensión de la realidad y constituyen una herramienta útil en situaciones problémicas de la vida cotidiana. Con relación al objeto de las matemáticas y su vinculación con la realidad objetiva Engels (1975) señala:

“La matemática pura tiene por objeto las formas espaciales y las relaciones cuantitativas del mundo objetivo, o sea una materia muy real. El hecho de que esta materia aparezca de una forma sumamente abstracta solo puede ocultar superficialmente su procedencia del mundo exterior. Para poder examinar estas formas y relaciones en su pureza hay que separarlas completamente de su contenido y poner éste aparte, sin tomarlo en consideración. Así se obtiene el punto sin dimensiones, la recta sin espesor ni ancho”.

Con relación al papel formativo contribuyen al desarrollo de capacidades cognitivas abstractas y formales, de análisis, síntesis, comparación, abstracción y

generalización (SORDO 2005), permitiendo la obtención de información, al reflejar la realidad en forma de conocimiento. En la misma medida forma rigurosidad en el lenguaje, precisión en las formas de actuación y satisfacción de intereses cognoscitivos hacia la especialidad (GONZÁLEZ, F. 2005).

Esta contribución al desarrollo del pensamiento facilita la adquisición de conocimientos y el desarrollo de capacidades y habilidades de gran utilidad para el estudio de otras disciplinas y para enfrentar las múltiples y variadas situaciones que se le presenta al hombre producto de su constante y necesaria interacción con el medio.

Todas estas razones permiten afirmar que los aspectos formativo, práctico e instrumental son complementarios y no se pueden separar, de ahí que el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas esté orientado a desarrollar los elementos necesarios para utilizar el conocimiento en función de enriquecer la comprensión y promover la capacidad de acción de manera responsable y activa.

El conocimiento "es el reflejo en el cerebro humano de los objetos y fenómenos del mundo material, de sus propiedades, nexos y relaciones, que se producen sobre la base de la práctica social de los hombres" (KURSANOV 1974).

Una definición más precisa plantea que es un proceso en virtud del cual el mundo circundante se refleja en la conciencia del hombre. Al influir este, mediante su actividad práctica sobre la realidad material, entra en conocimiento de las distintas partes que la componen, descubriendo las leyes de la naturaleza y de la sociedad (GORSKI 1992).

Una condición necesaria para el conocimiento de las leyes y principios generales que rigen los objetos y fenómenos de la realidad consiste en agruparlos en clases y representarlos mediante conceptos, de manera que sus rasgos esenciales puedan separarse del conjunto de propiedades que no lo son. De esta forma el hombre puede reaccionar ante estos en función de su pertenencia a una de las clases creadas y no como individualidades específicas aisladas, lo que a decir de González (2005), permite liberar al pensamiento, al aprendizaje y a la comunicación del ambiente físico, haciendo posible el surgimiento y desarrollo de ideas abstractas sin recurrir a experiencias empíricas concretas.

Esta relación entre el concepto y la realidad objetiva tiene un carácter complejo y contradictorio porque no existe identidad entre estos. El concepto no refleja todas las propiedades del objeto, ni todo el objeto tal como es, sino sus propiedades, aspectos, vínculos y relaciones esenciales, la ley de su movimiento y desarrollo (KOPNIN 1983).

En el Diccionario Filosófico referenciado por La O (2009) se define que: “el concepto es una de las formas del reflejo en el pensar, mediante la cual se entra en el conocimiento de la esencia de los fenómenos y procesos, se generalizan los aspectos y los caracteres fundamentales de los mismos”

Carlos Álvarez de Zayas (1999) considera que las ciencias para explicar el objeto y sus fenómenos estudian sus diferentes características, que con ayuda del conocimiento precedente se traducen en conceptos. Los conceptos de una ciencia aparecen como una forma de reflejo de la realidad en la conciencia, con ayuda de los cuales se conoce la esencia de los fenómenos y objetos, al abstraer y generalizar sus rasgos o aspectos más significativos. En este sentido se le confiere al concepto, la importante y valiosa capacidad de constituir un resultado del desarrollo de la ciencia (GORSKI 1992).

Se concuerda con Zayas (1999) al plantear que el concepto es producto del conocimiento que se desarrolla históricamente, el cual elevándose de un grado inferior a otro superior, resume en conceptos más profundos sobre la base de la práctica los resultados obtenidos; perfecciona y puntualiza los conceptos viejos formulando otros nuevos. En el concepto hay siempre un contenido que no reside en la experiencia individual del sujeto aislado sino que expresa un contenido social, resultado de todo el conocimiento anterior de la humanidad. Esta posición está en correspondencia con la teoría dialéctica materialista sobre la formación del conocimiento.

Los trabajos realizados por Lev S. Vigotsky resultan sumamente importantes para esta investigación. Ellos permiten analizar la formación y tratamiento de conceptos desde otra ciencia, la Psicología, con el objetivo de conocer qué ocurre en la psiquis de los estudiantes cuando se apropian de un concepto.

Los conceptos, para este autor, tienen su origen en la actividad y se convierten en acciones mentales a través de la interiorización de las acciones externas

(VIGOTSKY 1982). En este proceso toda función aparece dos veces en dos dimensiones distintas (“Ley de la doble formación” o “Ley genética general del desarrollo cultural”), es decir, que de la interacción (plano social o interpsicológico) se llega a la internalización (plano intrapsicológico).

Esta ley plantea el desarrollo del conocimiento de lo abstracto a lo concreto. El objeto o fenómeno para ser comprendido debe ser analizado aislado de todas sus interconexiones (abstracción del objeto), lo cual permite una visión simplificada de dicho objeto, la que a su vez resulta asequible al estudiante. A través de la acción mediada sobre este objeto simplificado se profundiza en su conocimiento, llegando a comprenderlo en la complejidad de todas sus interconexiones (el objeto concreto en el pensamiento) (BLANCO 2001). Este planteamiento es de vital importancia para el desarrollo de un software educativo sobre la representación gráfica del concepto de función, que permita a los estudiantes desde la ecuación obtener su gráfica.

En el enfoque histórico cultural uno de los principales postulados consiste en el carácter mediatizado de todas las funciones psíquicas, de ahí que la tesis fundamental sobre el proceso de formación del concepto es la cuestión de los medios a través de los cuales se lleva a cabo una operación (VIGOTSKY 1982).

La acción humana, tanto en el plano individual como en el social, está mediada a través de herramientas y signos. Vigotsky consideró el signo como una herramienta psicológica (signos, símbolos, textos, fórmulas, medios gráfico-simbólicos) y en especial el lenguaje y el pensamiento, los cuales ayudan al individuo a dominar sus propias funciones psicológicas “naturales” de percepción, memoria, atención, entre otras (BALLESTERO 2007). Estos mediadores, los cuales son resultado de contextos socio-históricos, no simplemente facilitan la actividad, ellos definen y dan forma a procesos internos (BLANCO 2001).

Las herramientas son instrumentos materiales, los cuales solo tienen una influencia indirecta sobre los procesos psicológicos humanos porque se dirigen a controlar procesos de la naturaleza o producir transformaciones en los objetos y sirven como conductores de la actividad humana orientada a objetos externos (BALLESTERO 2007).

De esta manera, durante el proceso de internalización, la relación entre el sujeto y el objeto de conocimiento está mediada por la actividad que el sujeto realiza sobre el

objeto con el uso de los signos, los que constituyen instrumentos socioculturales que permiten relacionar el medio social externo con los procesos mentales humanos internos. Esta relación está representada por el “otro social”, que en el caso particular de la educación es el profesor y por todos los elementos culturales, las herramientas.

Es evidente la importancia del medio sociocultural y de los instrumentos de mediación para la autoformación y evolución de los procesos psicológicos superiores como son el pensamiento, la capacidad de análisis-síntesis, la argumentación, la reflexión, la abstracción, entre otros.

Con relación a las matemáticas, los conceptos son uno de los componentes claves de su estructura, debido a que en muchos problemas de la realidad objetiva existen objetos reales que después de un proceso de abstracción y generalización se representan como objetos matemáticos (HERNÁNDEZ, R. 2000; BLANCO 2001; GONZÁLEZ, F. 2005). Estos juegan un papel muy importante en el desarrollo de los estudiantes y son considerados parte esencial de su conocimiento de ahí que pedagogos como Almeida, Ballester y Torres (2000) lo consideren como una situación típica en la enseñanza de esta ciencia.

Los trabajos de estos autores reconocen que el conocimiento de los objetos matemáticos incluye un aprendizaje conceptual. Esto responde a que las matemáticas trabajan esencialmente con abstracciones, es decir, con reflejos en la conciencia del hombre de la realidad objetiva y no con sus objetos directos, de ahí la imposibilidad para tratar de conocerlos a partir de lo sensorial. De esta manera no es posible tener una sensación, una percepción o una noción de algún objeto matemático.

Lo anterior no significa que en las primeras etapas de su enseñanza no se intente concretar esas abstracciones para lograr una mejor comprensión inicial, y aunque esas etapas específicas se van superando, en la escuela las mismas no se desvinculan del origen práctico de los conceptos ni de las relaciones que se estudian. Se inicia así el aprendizaje a nivel empírico y a partir del mismo se van creando las bases para una actividad mental más sofisticada de generalización teórica (BLANCO 2001).

En Cuba el trabajo con los conceptos matemáticos tiene una relevancia significativa en la obra “El transcurso de las líneas directrices en los programas de matemática y la planificación de la enseñanza”, donde se dispone un ordenamiento del contenido matemático según la línea directriz “Técnicas de la actividad mental y práctica”, al realizarse una panorámica del trabajo conceptual desde el inicio de la enseñanza en la escuela primaria (BALLESTER, S. 2002).

Las matemáticas utilizan distintos tipos de lenguajes para representar los conceptos abstractos que le son propios, debido a que los objetos matemáticos no pueden ser percibidos u observados de forma directa. Para ello se emplean las representaciones semióticas tratando de suplir la ausencia de su aspecto material y de esta forma poder realizar actividades sobre estos.

Según Duval (1998), para tener acceso al conocimiento matemático es necesario representar el concepto en diversos registros de representación, definiendo estos como un medio de expresión que se caracteriza por sus signos propios y la forma en que se organizan. Para este autor, una palabra escrita, una notación, un símbolo o una gráfica representan a un objeto matemático. Asimismo, un registro está constituido por signos tales como símbolos, iconos o trazos, es decir, son medios de representación semiótica.

Godino y Font (2010) definen las representaciones matemáticas externas como aquellas que comprenden los sistemas simbólicos convencionales de las matemáticas, entre las cuales se encuentran las notaciones algebraicas, la recta real, la representación en coordenadas cartesianas, las palabras y expresiones del lenguaje ordinario. Una representación externa es un signo o una configuración de signos, caracteres u objetos, los que pueden ponerse en lugar de algo distinto, donde el objeto representado varía según el contexto o el uso de la representación. Estas ideas están en plena correspondencia con las desarrolladas por Vigotsky.

Las representaciones internas son definidas por Godino y Font (2010) como los constructos de simbolización personal de los estudiantes, es decir las asignaciones de significados a las nociones matemáticas.

Vanegas y Escalona (2010) consideran las representaciones externas como los medios usados para expresar un concepto. La creación de una representación no solo sirve como un medio o vehículo mediante el cual se exteriorizan las

concepciones sino que también proporciona al individuo una información sobre sus capacidades para plasmar ideas referentes a los conocimientos interiorizados.

El concepto de función en particular, puede representarse por medio de una tabla, como un conjunto de pares ordenados, por una gráfica o por una expresión algebraica. Todas estas representaciones definen la misma idea aunque visualmente parezcan diferentes, siendo importante porque a través de ellas el concepto de función puede ser captado a través de la visión, lo que inicialmente resulta intangible. Además, cada una de estas representaciones ofrece información sobre diferentes aspectos del objeto que representa, según las posibilidades ligadas a su sistema semiótico (REY et al. 2009), por lo que se considera como absolutamente necesaria la interacción entre diferentes representaciones para la formación del concepto.

Acerca de este aspecto tanto Flórez (2001) como González (2003) resaltan que es importante para la comprensión de la función, pasar del contexto geométrico al algebraico y viceversa, desarrollar la habilidad de graficación de funciones y analizar los efectos que ocasiona en las gráficas un cambio en los parámetros de su expresión algebraica. Según este autor el profesor debe organizar la enseñanza de manera que el estudiante pueda pasar de una a otra representación cuando sea posible y necesario, logrando una concepción más plena del concepto de función.

Mosquera (2011) también considera que debe estructurarse la enseñanza de este concepto utilizando las dos formas de expresión en la búsqueda de la definición de la función, debido a que la relación entre la representación algebraica de una función y su representación gráfica son pares de contrarios que se contraponen en la expresión de un mismo fenómeno, aunque existen como unidad porque uno conduce al otro.

En la escuela cubana el tratamiento didáctico del concepto de función está encaminado a su comprensión como correspondencia entre dos conjuntos y como conjunto de pares ordenados, a sus diferentes formas de representación, al desarrollo de habilidades en su representación gráfica y al dominio de sus propiedades y la relación entre el gráfico y dichas propiedades, así como también a la resolución de problemas vinculados con la vida práctica (RODRÍGUEZ, J.B. 2003).

De las distintas formas en que puede representarse el concepto de función, la gráfica es la que permite conocer rápida y visualmente las características globales y locales de la función como son: las variaciones de las magnitudes que la función relaciona, cuáles son los intervalos de crecimiento, cuáles de decrecimiento, la continuidad, la concavidad, los máximos y los mínimos, en general cuál es la tendencia del fenómeno que la función describe, de ahí su importancia y la necesidad de reconocer e interpretar sus características principales. A decir de Flores (2009) esta se revela como una de las estrategias más fecundas para el análisis de las funciones en contextos matemáticos y extramatemáticos. En cambio, cuando se necesita obtener resultados precisos y manipularlos cuantitativamente se utiliza la expresión algebraica o fórmula de la función.

Teniendo en cuenta los argumentos planteados por los autores anteriores sobre la importancia de la asociación entre estas dos formas de representación para la comprensión del concepto de función, se hace necesario establecer un cierto ordenamiento sobre los pasos a seguir para obtener la representación gráfica de una función determinada a partir de su representación algebraica y así poder realizar el estudio de la misma. Con este propósito fueron tomados como referencia los criterios de los autores reseñados en la tabla 1, los cuales proponen entre los aspectos que deben considerarse para obtener la representación gráfica de una función aquellos puntos o intervalos donde esta tiene un comportamiento especial.

Autor/ Aspectos	Dominio	Interceptos	Simetría	Periodicidad	Signos	Asíntotas	Extremos	Monotonía	Puntos de Inflexión	Curvatura
Suvorov (1973)	x					x	x	x	x	x
Piskunov (1977)	x		x		x	x	x	x	x	x
Baldor (1978)	x	x	x			x	x	x	x	x
Claro (1986)	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Begoña (2001)	x	x	x	x		x	x	x	x	x
Müller(2008)	x	x	x			x	x	x	x	x
Fortuny (2012)		x				x	x		x	x

Tabla 1. Pasos para obtener la representación gráfica de una función según diferentes autores.

1.2 Problemas relacionados con el concepto de función y sus representaciones.

La literatura abordada en el epígrafe anterior reconoce los aportes de diferentes autores para el tratamiento de conceptos en la enseñanza de las matemáticas y en especial el de función. Sin embargo, numerosas investigaciones (FLÓREZ 2001; RODRÍGUEZ, J.B. 2003; GARCÍA et al. 2004; CASTILLO 2009; REY et al. 2009; SÁNCHEZ 2009; ÁLVAREZ 2011; CARRILLO 2013; DEL CASTILLO /s.a/) dan cuenta de que existen dificultades en la mayoría de los estudiantes que ingresan a las universidades con relación al pasaje entre los sistemas gráfico y simbólico de la representación de funciones, así como en el trabajo dentro de una misma representación.

En la tesis titulada “Estrategia Didáctica para la sistematización del concepto función real de una variable real en el primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica”, el autor revela que la mayoría de los estudiantes no reconocen el concepto de función representado de una forma diferente a la analítica, así como tampoco reconocen las características fundamentales en dichas correspondencias funcionales, tales como dominio, imagen, inyectividad, paridad, simetría y monotonía. Ello provoca que no puedan determinar el gráfico correspondiente a funciones dadas por sus ecuaciones, así como que desconozcan la influencia que tienen en sus gráficos las transformaciones algebraicas que las mismas pueden sufrir (ÁLVAREZ 2011).

Sobre los problemas que se presentan con la graficación de funciones, Rodríguez (2003) es del criterio de que en este aspecto influye desfavorablemente la utilización de medios de enseñanza e instrumentos de dibujo que no propician el trabajo con la celeridad y exactitud necesarias.

Otro estudio reportado muestra que existe en los estudiantes que inician la universidad dificultades relacionadas con la visualización a través de la gráfica del valor del vértice de la función cuadrática, así como la identificación de la concavidad y las intercepciones con los ejes. Además que no relacionan la representación gráfica con la analítica y trabajan en general con algoritmos o fórmulas memorizadas (CARRILLO 2013).

Los resultados obtenidos en Castillo (2009) evidencian que a pesar de que el concepto de función es estudiado al menos en cuatro cursos diferentes en la

Facultad de Ingeniería de la Universidad de San Carlos de Guatemala, las concepciones que de él elaboran los estudiantes son locales e incompletas, descubriéndose dificultades para transitar entre sus diferentes dominios de representación. Se considera en este trabajo que los estudiantes deben enfrentarse a suficientes problemas de conversión entre las distintas representaciones semióticas del concepto de función para que logren dar sentido a la noción de este.

El término “concepción” es utilizado por Castillo (2009) a fin de establecer una distinción entre el objeto matemático que es único y las diversas significaciones que pueden ser asociadas por los alumnos.

Entre las concepciones de los alumnos que entorpecen el proceso de aprendizaje del concepto matemático de función se encuentra que estos pueden dar la definición conjuntista (como conjunto de pares ordenados) de la noción de función y no reconocen como función una correspondencia entre dos conjuntos o viceversa. De igual manera se niegan a considerar como iguales, funciones matemáticamente iguales, pero definidas por procesos diferentes, por ejemplo: dadas por una tabla, por una gráfica, como un conjunto de pares ordenados o definida por una expresión algebraica (FLÓREZ 2001).

En la investigación “Dificultades en el aprendizaje del concepto de función en estudiantes de ingeniería” realizada por García, Vázquez e Hinojosa (2004), se reportan algunas dificultades en el aprendizaje del concepto de función. Este grupo diseña una experiencia con 433 estudiantes de ingeniería de segundo a cuarto semestre.

Las preguntas de la prueba aplicada incluyen los registros gráfico y algebraico, así como el pasaje entre estos, demostrándose insuficiencias en la transferencia entre registros semióticos, motivado según los autores, por las dificultades que se presentan en la interpretación del gráfico, empleado solo como soporte. Es significativo señalar que en esta investigación se reconoce la importancia que para la enseñanza de las matemáticas tiene la confrontación del registro gráfico con otros registros de representación para el desarrollo de habilidades del pensamiento.

En Sánchez (2009) se menciona la presentación realizada por Guzmán (1998) sobre el aprendizaje por parte de los estudiantes de nociones relativas a funciones y el sentido que cobran en ellos, utilizando un enfoque cognitivo sustentado en registros

de representación semiótica y su incidencia en el aprendizaje de las propiedades de las funciones. De esta manera pone en evidencia el hecho de que no se ha dado suficiente importancia a la relación existente entre las diversas formas en que es posible representar una función. Caracteriza a los estudiantes como “monoregistros”, dado que sus respuestas están dadas en el registro en que es formulada la pregunta, algunas veces recurren al algebraico, pero en la mayoría de los casos no coordinan dos o más. También detectó la dificultad para realizar los traslados del registro gráfico al algebraico.

Rey (2009) y del Castillo (/s.a/) también coinciden en que la articulación entre los contextos gráfico y algebraico resulta en general la más compleja para los alumnos, debido a que en la enseñanza se ha privilegiado el pasaje de la representación algebraica de una función a la representación gráfica y es poco frecuente que se consideren actividades del pasaje inverso. Para del Castillo (/s.a/), esto se debe a que se ha limitado el tratamiento en el registro gráfico a una aprehensión perceptiva, razón por la cual en la enseñanza se acude a algoritmos más fáciles de gestionar.

Además, la lectura de representaciones gráficas involucra una interpretación global, porque se trata de discriminar variables visuales y percibir las variaciones correspondientes en los símbolos de la escritura algebraica (REY et al. 2009).

Se reconoce por parte de todos los autores investigados una alta complejidad en el aprendizaje del concepto de función, debido a la multiplicidad de sus registros representativos, a la gran variedad de contextos en los que puede aplicarse y a los distintos niveles de abstracción y generalización que involucra. Esto provoca que aparezcan obstáculos en el momento de modelar y luego graficar, con el propósito de integrar los dominios algebraico y geométrico.

Todos estos trabajos evidencian que estas dificultades no han podido ser resueltas debido a que no se plantean situaciones didácticas orientadas a la construcción paso a paso del concepto de función y al manejo simultáneo de sus diferentes formas de representación.

Los autores Mazón y Fabelo (1991) ofrecen una solución a esta problemática, al plantear que para que el aprendizaje de un concepto sea duradero, este ha de ser significativo. En sentido general, un aprendizaje significativo es aquel que partiendo de conocimientos, actitudes, motivaciones, intereses y experiencia previa del

estudiante hace que el nuevo conocimiento se integre de manera armónica, propiciando vivencias enriquecedoras.

El aprendizaje significativo potencia el establecimiento de relaciones: entre aprendizaje, entre los nuevos contenidos y lo afectivo y motivacional de los estudiantes, entre los conceptos ya adquiridos y los nuevos conceptos que se forman, entre el conocimiento y la vida, entre la teoría y la práctica. A partir de esta relación, el contenido de los nuevos conceptos cobra un verdadero valor para la persona y aumenta las posibilidades de que dicho aprendizaje sea duradero, recuperable, generalizable y transferible a nuevas situaciones, así como de pasar a formar parte de un sistema de convicciones del sujeto (MAZÓN and FABELLO 1991).

Se considera por parte de la autora de este trabajo, que los argumentos anteriormente señalados pueden lograrse a través de la utilización de un software educativo que permita a los estudiantes adquirir un aprendizaje significativo del concepto de función.

1.3 La computadora como medio de enseñanza en las matemáticas.

El avance actual de la tecnología y el desarrollo alcanzado por la informática a nivel mundial, ha introducido en las escuelas y universidades modificaciones en las formas tradicionales de enseñar y aprender, exigiendo por parte de la sociedad la capacidad de dar respuesta a estos nuevos retos y la demanda de formación de nuevas capacidades mentales para enfrentarlos. Estas técnicas van dirigidas hacia la utilización de medios modernos de enseñanza proporcionando ventajas tanto a los docentes como a los estudiantes.

Los medios pueden definirse como los elementos utilizados para impartir y asimilar la materia de enseñanza. Bravo (1999) considera que los medios de enseñanza son componentes del proceso pedagógico que pueden ser utilizados por profesores y estudiantes, con el empleo o no de variados mecanismos y recursos, que partiendo de una relación orgánica con los objetivos y métodos sirven para facilitar el proceso de construcción del conocimiento, su control, el desarrollo de hábitos, habilidades y la formación de valores.

Según el criterio de los docentes Ginoris, Addine y Turcaz (2006), son los facilitadores del proceso y están formados por un conjunto, donde los objetos reales,

sus representaciones e instrumentos sirven de apoyo material para el logro de los objetivos. Esta definición da a los medios un carácter de sistema, donde la función que algunos no pueden cumplir por sus características estructurales y la propia información que transmiten, es complementada por otros medios del sistema.

La autora de esta tesis considera que para estructurar adecuadamente el proceso de enseñanza-aprendizaje deben integrarse diferentes medios. El profesor debe tener claro qué medios utilizar y cómo incorporarlos a la enseñanza, con el objetivo de alcanzar solidez en los conocimientos.

La importancia que juegan los medios en el proceso de enseñanza-aprendizaje consiste en que estos influyen en la organización y dirección del proceso pedagógico por parte del profesor. Ellos guardan una estrecha relación de coordinación con los métodos, al ser el soporte material de estos y servir de apoyo para la apropiación del contenido, complementando al método para la consecución de los objetivos (BRAVO 1999; GINORIS et al. 2006).

Este criterio también es compartido por Sarmiento (2007) al expresar que: “Tal importancia concedida a los medios está dada en que estos condicionan y modulan el establecimiento del resto de los componentes curriculares, tales como: objetivos, contenidos, estrategias, actividades, entre otras, y a la vez estos componentes permiten seleccionar los medios adecuados que posibilitan su definición y alcance”.

Los medios deben poseer un sistema de símbolos, es decir, deben representar algo distinto de sí mismo. Estos sistemas simbólicos son atributos de los medios que le permiten organizar y presentar los mensajes. Los atributos causan efectos cognitivos cuando ocurre la interacción con el medio debido a que los alumnos no son simples receptores, más bien “son procesadores activos y conscientes de la información y de los estímulos que les presenta el medio” (SARMIENTO, M. 2007).

Los elementos teóricos abordados anteriormente permiten a la autora de esta tesis considerar a los medios como recursos para aproximar o facilitar los conocimientos, mediar en las experiencias de aprendizaje y desarrollar procesos cognitivos. Los medios de enseñanza son apropiados para reducir el camino hacia el objetivo o enriquecerlo en relación con su contenido, apoyados en sus facilidades para la transmisión de información, representación, demostración y aproximación a la realidad.

Dentro de los múltiples medios que se emplean en la actualidad resulta de especial interés para esta investigación la computadora, debido fundamentalmente a las posibilidades que en su calidad de medio ponen al servicio de la educación y a la mejora de los procesos de enseñanza- aprendizaje, a su capacidad como mediadora y facilitadora de la comunicación y a su carácter innovador, motivador y favorecedor de la enseñanza.

Por otra parte, mucho se ha debatido desde el surgimiento de la enseñanza programada acerca del impacto que esta herramienta trae en el diseño de funciones de enseñanza con el objetivo de estimular la creatividad, el interés por el aprendizaje, la apropiación de los conocimientos y fomentar el desarrollo intelectual.

Es por ello que el empleo de la computadora como medio didáctico ha sido motivo de investigación por varios autores, los que serán analizados posteriormente, llevando a la valoración y reflexión no solo de sus posibilidades para mejorar la enseñanza, sino preservar, al mismo tiempo, sus posibles efectos negativos.

No son pocos los que defienden el criterio de que el lugar que actualmente ocupan las nuevas tecnologías en la educación no logra aún un carácter innovador. Al respecto Gil (1993) afirma:

“Creemos necesario llamar la atención contra visiones simplistas que ven en el uso de las nuevas tecnologías el fundamento de renovaciones radicales de la enseñanza/aprendizaje. [...] amplios sectores del profesorado e incluso autoridades académicas contemplan la introducción de la informática como una posible solución a los problemas de la enseñanza, como una auténtica tendencia innovadora”.

Otros comparten la opinión de que la incorporación de estas tecnologías a la enseñanza:

“... ha respondido más a criterios de "marketing educativo" o moda pedagógica que a una innovación real. Muchas instituciones educativas y por ende sus docentes, se ven forzados a incorporar un discurso de “modernización” de sus prácticas con el objetivo de conquistar a un “mercado potencial” de estudiantes que encuentran sumamente atractivas estas nuevas tecnologías” (KOZAK 2002).

“... el computador está en el centro del debate sobre el empleo de las nuevas tecnologías en la educación. Estas se presentan como símbolo de modernidad y, muchas veces, son utilizadas como elemento diferenciador de calidad por el marketing de las escuelas, con el objetivo de conquistar nuevos estudiantes Estas tecnologías

sólo son instrumentos pedagógicos y didácticos y como tales, pueden ser utilizados teniendo como base, moderna o antigua, los paradigmas educacionales” (OLIVEIRA 2002).

Por su parte Torres (2010) considera que:

“... subordinar el uso de la computación en la enseñanza, al desarrollo de una óptima y segura teoría de aprendizaje, conduce a un problema sin solución a corto plazo, e impide la realización de experiencias que permitan modificar las condiciones actuales en que transcurre el proceso de enseñanza-aprendizaje...”

Los criterios anteriores son compartidos por la autora de esta tesis, quien considera que el uso de las tecnologías en la enseñanza no supone una oferta segura, puesto que por sí mismas no ofrecen automáticamente transformaciones, innovaciones y mejoras en las prácticas educativas.

En este sentido, la forma en que se utilice, la motivación a proporcionar, el ajuste a las necesidades educativas, entre otros aspectos, es lo que propiciará un mejor aprendizaje.

Aún cuando se reconoce que las tecnologías no son una fuerza conductora del aprendizaje, ofrecen posibilidades a los procesos de enseñanza-aprendizaje y son susceptibles de generar, cuando se explotan adecuadamente, es decir, cuando se utilizan en determinados contextos de uso, mejoras imposibles o muy difíciles de conseguir en su ausencia.

Según Coll (2009) el argumento fundamental para seguir manteniendo un elevado nivel de expectativas en el potencial educativo de las TIC, pese a lo limitado de los efectos que han podido documentarse hasta el momento, se debe a que son consideradas como herramientas para pensar, sentir y actuar solos y con otros, es decir, como instrumentos psicológicos en el sentido vigotskiano de la expresión.

La novedad de las nuevas tecnologías, para este autor, no reside en su naturaleza de tecnologías “para” la información y la comunicación, debido a que los seres humanos han utilizado siempre diversas tecnologías para transmitir información, comunicarse y expresar ideas, sentimientos, emociones y deseos.

La novedad de las TIC, en opinión de Coll (2009), radica en el hecho de que las tecnologías, apoyadas en su naturaleza simbólica, permiten crear entornos que integran los sistemas semióticos conocidos y amplían hasta límites insospechados la

capacidad humana para (re)presentar, procesar, transmitir y compartir grandes cantidades de información con cada vez menos limitaciones de espacio y de tiempo, de forma casi instantánea y con un coste económico cada vez menor.

En esta investigación se asume a la computadora como un instrumento mediador cognitivo y afectivo en el proceso de enseñanza-aprendizaje, en consideración con la “ley de la doble formación” formulada por Vigotsky acerca de la estructura mediatizada de las funciones psicológicas superiores.

La computadora como herramienta técnica (instrumentos, aparatos, tecnologías) actúa como mediador en el plano externo y los recursos semióticos (letras y textos escritos, imágenes fijas o en movimiento, lenguaje oral, sonidos, datos numéricos, gráficos, entre otros) que se encuentran en las pantallas de las mismas son los signos que actúan en el plano interno, y que al mismo tiempo son los medios básicos utilizados para dominar y dirigir las funciones psíquicas superiores.

De esta manera, la computadora dentro del conjunto de tecnologías vinculadas a las actividades de enseñanza-aprendizaje es, en el modelo sociocultural de Vigotsky, una de las herramientas externas de mayor versatilidad creada por la cultura, que prestan apoyo a los procesos psicológicos, constituyendo uno de los útiles con que el hombre construye realmente su representación externa que más tarde incorporará mentalmente, se interiorizará.

Los conocimientos estructurados con ayuda de los mediadores (“herramientas y “símbolos”) generan en el alumno la mencionada “zona de desarrollo potencial”. Esta permite acceder a nuevos aprendizajes, creándose así un cierto grado de autonomía e independencia para aprender a aprender más.

La computadora se convierte en una poderosa y versátil herramienta que transforma a los alumnos de receptores pasivos de la información en participantes activos, en un enriquecedor proceso de aprendizaje en el que desempeña un papel primordial la facilidad de relacionar sucesivamente distintos tipos de información, personalizando la educación pues permite a los estudiantes avanzar según su propia capacidad aún cuando las herramientas informáticas para una individualización a mayor nivel no están listas para este empeño.

Hasta el momento las posiciones de los autores con relación a la inclusión de las computadoras en el sistema educativo le confieren a estos medios el importante rol

de instrumento de ayuda para la adquisición de conocimientos, para lo cual será necesario la utilización de un software previamente elaborado y que será ofrecido al alumno para alcanzar un objetivo determinado, dando surgimiento a una nueva definición dentro del campo de la tecnología educativa: el software educativo.

Existen diversas definiciones de software educativo a las que se han arribado luego de múltiples trabajos de investigación desarrollados a lo largo del tiempo:

- “Con la expresión “software educativo” se representa a todos los programas educativos y didácticos creados para computadoras con fines específicos de ser utilizados como medio didáctico, para facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje” (MARQUÉS 1996).
- Para Cataldi (2000) son “los programas de computación realizados con la finalidad de ser utilizados como facilitadores del proceso de enseñanza” y consecuentemente de aprendizaje, con algunas características particulares tales como: la facilidad de uso, la interactividad y la posibilidad de personalización de la velocidad de los aprendizajes.
- “Un software educativo es una aplicación informática, que soportada sobre una bien definida estrategia pedagógica, apoya directamente el proceso de enseñanza-aprendizaje constituyendo un efectivo instrumento para el desarrollo educacional del hombre del próximo siglo” (RODRÍGUEZ, R. 2000).
- Cova y Arrieta (2006) lo definen como un producto tecnológico que se utiliza en contextos educativos, este o no específicamente diseñado para este uso, concebido como uno de los materiales que emplea quien enseña y quien aprende para alcanzar determinados propósitos. Adicionalmente, es un medio de presentación y desarrollo de contenidos educativos como lo puede ser un libro o un video (HERNÁNDEZ, V. 2007).
- Careaga Butter (2001) considera que: “Es un programa o conjunto de programas computacionales que se ejecutan dinámicamente según un propósito determinado. Se habla de software educativo cuando los programas incorporan una intencionalidad pedagógica, incluyendo uno o varios objetivos de aprendizaje” (PIZARRO 2009).

En estas definiciones de software educativo se reiteran aspectos que a consideración de la autora de este trabajo son esenciales, el enfoque didáctico que sistematizan y la intencionalidad pedagógica previa a su concepción. Es por ello que Marqués (1996) no considera dentro de esta categoría a los programas que hayan sido concebido para actividades más bien empresariales (procesadores de textos, planillas de cálculos, entre otros), pero que también se utilizan en ámbitos educativos con fines didácticos. Tal es el caso de la definición de Cova y Arrieta (2006), con la cual esta autora no está de acuerdo, pues estos materiales no disponen de orientación pedagógica, didáctica, ordenamiento de los contenidos a tratar según programas de estudio, y otros muchos aspectos pedagógicos que no permiten catalogarlos dentro de los tipos de software educativos.

De la revisión bibliográfica realizada se obtuvieron las siguientes ventajas asociadas al uso educativo de la computadora y por ende de los software educativos:

- *Posibilidades de interacción y toma de decisiones. El sistema se diseña de forma que ofrezca una respuesta inmediata como respuesta ante la actuación sobre un objeto determinado (MARQUÉS 1996; RODRÍGUEZ, R. 2000; RODRÍGUEZ, J.B. 2003; SORDO 2005) .*

Las posibilidades que brinda la interactividad, es uno de los aspectos esenciales en la valoración que se hace actualmente del uso del software educativo, ya que permite que el estudiante regule su propio proceso de enseñanza-aprendizaje (HURTADO et al. 2009).

- *Es posible programar la computadora para tomar decisiones respecto a la estrategia de aprendizaje más adecuada en función de las necesidades e intereses de cada alumno. Permite la graduación de la autorregulación del estudiante, es decir puede aprender a su propio ritmo, pues el programa se va ejecutando en dependencia del avance del estudiante por el mismo (RODRÍGUEZ, R. 2000; HURTADO et al. 2009; TORRES and GILBERT 2010).*

El software educativo puede cambiar la manera como se aprende. “La tecnología de computadores puede hacer que la atención individualizada sea una realidad, los computadores tienen la habilidad de presentar a los estudiantes tareas que ellos están interesados en hacer. Puede ofrecerle al estudiante la posibilidad de ser

inquisidor, la posibilidad de exploración y la posibilidad de cometer errores y reponerse de estos, sin sentirse mal por ello” (RODRÍGUEZ, J.B. 2003), todo ello en función del desarrollo de la esfera afectiva.

- *Permiten centrar la atención del alumno en la parte más racional del conocimiento: en la interpretación del problema, el establecimiento de nexos entre los conceptos, relaciones o procedimientos estudiados; proporcionando, además, tiempo para la realización de una mayor cantidad de ejercicios (TORRES and GILBERT 2010; DA COSTA 2011).*
- *Favorece la simulación de fenómenos de la realidad, ayudan y motivan a un trabajo más creativo en el aula al utilizarlas para formular conjeturas, buscar soluciones y explorar patrones. La computadora permite crear y recrear situaciones que el estudiante no puede vivir, analizar, modificar, repetir dentro de una perspectiva conjetural en la que es posible generar y someter a prueba sus propios patrones de pensamiento (CATALDI 2000; RODRÍGUEZ, R. 2000; RODRÍGUEZ, J.B. 2003).*
- *La posibilidad de equivocarse en la resolución de un ejercicio en la máquina e intentar llegar a la respuesta tantas veces como sea necesario, sin estar sometidos a la crítica colectiva, favorece el desarrollo de la perseverancia, cualidad de gran importancia en la formación como investigadores y propicia la autovaloración, al reflexionar sobre el proceso de aprendizaje (RODRÍGUEZ, J.B. 2003).*
- *Contribuye al desarrollo de una actividad constante del alumno, de la voluntad, de la constancia, de la autoconfianza, de la capacidad de elección, de decisión, de respuesta, de la memoria, imaginación y creatividad (HURTADO et al. 2009).*

Por otra parte es indiscutible la atracción que a primera vista provocan las computadoras en los estudiantes, afinidad que se puede trabajar en función de potenciar la motivación, para obtener una mayor implicación, participación y compromiso por parte de estos en el proceso educativo. Compartiendo el juicio de Rodríguez (2003), a autora infiere que la tecnología es intrínsecamente un inductor motivacional, debido a que es en sí misma divertida y motivadora. Para Canales (2006) esto puede deberse a que los estudiantes se ilusionan e involucran cuando

se integran a la educación recursos que acostumbran relacionar con contextos no escolares y que son de su satisfacción. Este autor ve en la motivación por utilizar las TIC un valor agregado, una ventaja de tipo socio – afectivo que es necesario aprovechar en beneficio del aprendizaje.

La motivación está relacionada también con las posibilidades que ofrecen las computadoras para la participación protagónica del estudiante permitiéndole disfrutar de libertad en el momento, lugar, y hasta en el cómo estudiar. La interactividad de los contenidos y la creatividad en las técnicas utilizadas para la creación de los mismos posibilita bloquear el aburrimiento de los métodos tradicionales de enseñanza.

De todo lo anterior se evidencia que no existen conclusiones determinantes respecto a la utilización de software educativo como medio didáctico, aunque la mayoría apunta hacia la conveniencia de su utilización, criterio que esta autora defiende. También coincide con los autores Canales (2006) y Marqués (1996) en que es difícil que estos recursos, por sí solos, logren efectos en los procesos de enseñanza-aprendizaje si no está presente la figura del profesor, desempeñándose como guía y mediador que facilita los instrumentos (en este caso la tecnología por medio del software educativo) para que el alumno genere su propio aprendizaje. El nuevo rol del profesor asociado con las nuevas tecnologías debe ser el de “un facilitador que se traduce en el esfuerzo permanente por mantener activo a los estudiantes en su búsqueda de significado, favorecer las conexiones significativas entre el conocimiento previo, el nuevo conocimiento y los procesos implicados en el aprendizaje, presentando tareas que los estudiantes puedan desempeñar solos o con asistencia gradualmente controlada, siempre dentro de la zona de desarrollo próximo de cada estudiante” (CANALES 2006).

En Cuba se ha creado una red de Laboratorios de Tecnología Educativa, con vistas a satisfacer las necesidades que genera el proyecto de Informática del Ministerio de Educación Superior, como parte del programa de informatización de la sociedad cubana. En la UMCC se ha creado uno de estos centros con el objetivo de desarrollar investigaciones relacionadas con la informática educativa.

La inclusión de las nuevas tecnologías en el ámbito educativo ha revolucionado la enseñanza de las matemáticas, provocando numerosos cambios, propiciados por las

experiencias educativas y las investigaciones que se han realizado. Esta, como ninguna otra ciencia, ha estado relacionada con la enseñanza de las matemáticas, a partir del reemplazo de las tablas impresas utilizadas en la resolución de cálculos, por la incorporación de calculadoras graficadoras y computadoras.

Aún cuando coexisten diferentes criterios relacionados con la aplicación de las computadoras y los programas diseñados para la enseñanza de las matemáticas la generalidad aboga por su utilización, debido a los múltiples beneficios que los diferencian de los sistemas tradicionales de enseñanza.

Para Bishop (1989) las habilidades de visualización mental y la comprensión de ideas algebraicas son estimuladas al poder generar y manipular imágenes por medio de la computadora (HERNÁNDEZ, E. J. 2005). En tal sentido, autores como Santandreu (2005), Sordo (2005) y Pizarro (2009) consideran que la computadora hace posible que los conceptos puedan ser ampliamente visualizados, debido a que ofrecen la posibilidad de representar los objetos en diferentes sistemas de representación, permitiendo el pasaje de una representación a otra y con ello desarrollar actividades no solo desde el enfoque algebraico sino donde logren visualizar el concepto desarrollado.

La visualización, en el sentido de ilustrar el objeto matemático desde sus diferentes representaciones, puede ser entendida como la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende (GUEVARA and LARIOS 2010). En el trabajo “El grado de visualización. Un indicador del desarrollo del pensamiento visual”, los autores asumen que la visualización es un proceso cognitivo que tiene una función sinóptica, es decir, la visualización permite ofrecer una configuración completa de las relaciones contenidas en una representación (DÍAZ and DIRCIO 2010).

A partir del análisis de estos criterios, la autora considera que las representaciones visuales, que por medio de los gráficos ofrecen las computadoras, contribuyen de manera directa a la adquisición de conocimientos por parte de los estudiantes y en particular a la comprensión de los objetos matemáticos. Además coincide con Balacheff (1997) “... en que los entornos informáticos permiten a los usuarios manipular de forma más directa los objetos matemáticos y sus relaciones,

concretando de alguna manera los conceptos matemáticos abstractos” (GÓMEZ 2002).

Esta idea es esencial en el desarrollo de un software educativo para la representación gráfica del concepto de función, pues indica que este debe ser capaz de obtener la representación gráfica de cualquier función introducida, desarrollándola mediante un conjunto de acciones que son presentadas al estudiante.

Los instrumentos tecnológicos son considerados como instrumentos de mediación en la construcción y estructuración del conocimiento matemático. Los significados de los objetos y las acciones se manipulan y modifican mediante un proceso interpretativo que es desarrollado por las personas. Cuando el alumno trabaja con una herramienta tecnológica está orientando su trabajo atendiendo al significado que le adjudica a los objetos y acciones que se representan en la pantalla. De esta manera, el significado se deriva o surge como consecuencia de la interacción entre el individuo, su experiencia y el instrumento utilizado (SANTANDREU 2005).

Lo anteriormente planteado es posible debido a que la computadora, al ser una poderosa herramienta de cálculo y facilitar las construcciones y representaciones visuales de los objetos, ofrece a los estudiantes acceso a contenidos matemáticos y a contextos que de otro modo serían para ellos muy difíciles de explorar. Además, permite aumentar el rango de situaciones problemáticas o tipos de problemas al que pueden enfrentarse, facilitando el logro de una variedad de categorías de aprendizaje de orden superior tales como: reflexión, razonamiento, planteamiento de problemas, solución de problemas y toma de decisiones (RODRÍGUEZ, E. C. and ANSOLA 2010).

De esta manera la computadora se convierte en un medio de enseñanza importante en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas ya que a diferencia de otros materiales didácticos, esta permite proponer ejercicios más complejos, pero más apegados a la realidad, en ambientes más realistas.

Con relación a la representación gráfica del concepto de función la tecnología ayuda a desarrollar una comprensión más global de este al permitir elaborar y manipular gráficas de funciones de forma rápida, flexible y dinámica. La visualización de gráficas permite establecer relaciones entre estas y las funciones correspondiente. A

su vez, los registros gráfico y numérico adquieren un nuevo status, pues los alumnos comprenden que los problemas algebraicos se pueden resolver gráfica o numéricamente tan bien como con la manipulación algebraica (FERRARI 2001). Además, no hay mucha dificultad para transferir una función algebraica a una representación gráfica pero no resulta fácil hacerlo a la inversa. Este problema se facilita con el uso de la tecnología debido a que se incrementa la fluidez entre los dos escenarios (TORRES and GILBERT 2010).

La computadora ofrece a los estudiantes facilidades para la adquisición de conocimientos matemáticos, en especial los relacionados con la representación gráfica del concepto de función. Para ello se apoya en sus capacidades gráficas, ofreciendo, por medio de la visualización, el manejo de diferentes representaciones de un objeto.

Se reconoce de esta manera por parte de la autora de este trabajo las indiscutibles facilidades en lo que se refiere a nuevas formas de aprender y trabajar el conocimiento, no obstante también coincide en que la computadora, por si sola no es capaz de lograr aprendizajes de conceptos matemáticos, por lo que comparte la opinión de Sordo (2005) de que “la naturaleza de la herramienta no explica o justifica su resultado, más bien el uso que se ha hecho del instrumento; más que el medio o herramienta en sí, son los contextos y el uso de los recursos quienes determinan el efecto que estos causan sobre el pensamiento de quienes los utilizan”.

Es necesario para obtener de esta los mejores resultados que el profesor elabore propuestas guiadas, especialmente diseñadas para el aprendizaje de conceptos, de forma que pueda lograr sus objetivos y que el aprendizaje deje de ser puramente memorístico, sin verdadera comprensión, derivando en aplicaciones mecánicas que no tienen gran valor.

Esto es posible ya que la computadora permite tener un medio integrador, donde pueden proponerse actividades más amplias y profundas. Con ella el alumno construye nuevos conocimientos y los consolida provocando un pensamiento activo. Permite ejecutar con rapidez y manipular con eficacia sus pensamientos, recibiendo en todo momento respuestas interactivas a través del sistema, viéndose favorecidos los procesos de ensayo y error en la búsqueda de la solución de los problemas.

Conclusiones del capítulo.

Este capítulo es expresión de las consideraciones teóricas que pueden ser utilizadas en la realización de un software educativo para la enseñanza de las matemáticas, en especial con relación a la representación gráfica del concepto de función. En este sentido se deriva que:

1. A pesar de que se ha investigado sobre el concepto de función persisten problemas en los estudiantes debido al tratamiento dado a las diferentes representaciones que se emplean en el proceso de enseñanza-aprendizaje de este concepto.

2. La mayoría de los autores coinciden en las ventajas que ofrece la utilización del software educativo en la educación, en especial para la enseñanza de las matemáticas, estimulando la motivación, la facilidad para la realización de cálculos y la visualización.

Capítulo 2. Descripción de la solución propuesta.

En este capítulo se realiza el diagnóstico y caracterización del estado actual del objeto de estudio en los estudiantes de Ingeniería Informática de la UMCC, con el propósito de identificar las dificultades que estos presentan al ingresar a la carrera. A partir de estas dificultades y los fundamentos teóricos- metodológicos expresados en el primer capítulo de esta tesis, se describen los aspectos considerados en el desarrollo del software educativo que contribuya a la representación gráfica del concepto de función y se ofrece una descripción de sus características, teniendo en cuenta su ejecución e interacción con el usuario.

2.1 Caracterización del estado actual sobre la representación gráfica del concepto de función en el primer año de la carrera Ingeniería Informática de la UMCC.

Las numerosas investigaciones que se han realizado en Cuba relacionadas con el concepto de función (RODRÍGUEZ, J.B. 2003; ÁLVAREZ 2011; MOSQUERA 2011) evidencian que aún cuando este constituye el núcleo central de la línea directriz “Correspondencia, transformaciones y funciones” y su tratamiento ocurre a lo largo de todos los programas de Matemática, desde la enseñanza primaria hasta la enseñanza superior, son considerables las dificultades que presentan los estudiantes en este tema al arribar a la universidad. Esta situación también se ha comprobado a través de los diagnósticos iniciales aplicados en todas las carreras de la UMCC a partir del curso escolar 2008- 2009 hasta el presente.

Los diagnósticos iniciales comienzan a realizarse por el Departamento de Matemática de esta universidad, debido a los bajos resultados de los exámenes parciales y finales de las asignaturas de matemáticas del primer año y con el objetivo de determinar el nivel de desarrollo de las habilidades en los estudiantes y la solidez con que los conocimientos perduran en ellos, para así poder establecer un sistema de trabajo diferenciado que permita conocer las insuficiencias de estos (JORGE 2012).

Los contenidos evaluados en estos exámenes (anexos 1 y 2) fueron incluidos a partir, no solo, de los criterios de los expertos consultados por Jorge (2012) sobre los contenidos matemáticos que deben estar presentes en un diagnóstico inicial de

matemáticas para este nivel, sino también partiendo del conocimiento de los programas de matemáticas para el nivel medio superior, y teniendo en cuenta los contenidos que necesita el estudiante para transitar con éxito por una carrera de ciencias técnicas. Entre los de mayor incidencia se destaca el referido a las **funciones elementales fundamentales**. Un primer diagnóstico realizado en el curso 2008- 2009, mostró con relación a este contenido, las siguientes deficiencias (JORGE 2012):

- Desconocimiento de la aplicación de los métodos a la determinación de propiedades de las funciones.
- Dificultades en la representación gráfica de funciones elementales fundamentales a partir de sus propiedades y los movimientos en el plano.
- No reconocimiento del concepto de función como correspondencia, y su interpretación como conjunto de pares ordenados.

También se conoció, por medio del informe de los resultados del diagnóstico inicial del curso 2013- 2014 en la Universidad de Matanzas (MATEMÁTICA 2013b), que en la actualidad las dificultades relacionadas con el tema de las **funciones elementales fundamentales** continúan siendo un obstáculo para los estudiantes que arriban a la universidad, las que en este caso se manifestaron con relación a:

- Identificar propiedades fundamentales de una función elemental.
- Determinar la ecuación de una función, conocido algunos elementos.
- Representar gráficamente funciones elementales.

Al respecto se recoge en Jorge (2012) criterios de estudiantes por medio de encuestas sobre la preparación matemática necesaria para su carrera, donde el 100% de ellos refiere que no cuentan con los contenidos del nivel precedente que se necesita para transitar con éxito por las asignaturas de la Disciplina Matemática. Reconocen que es insuficiente el conocimiento que tienen sobre el concepto de función y que el tratamiento dado a las funciones elementales básicas en el preuniversitario no es el más adecuado para la comprensión de las nuevas asignaturas.

De todo lo anteriormente expuesto no se encuentra exenta la carrera de Ingeniería Informática de la UMCC, mostrándose en la tabla 1 los resultados obtenidos (en %

de aprobados) en cada uno de los cursos en los que se ha aplicado el diagnóstico inicial de Matemática.

Carrera	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Informática	51,9	18,1	16,4	27,7	34,1	27,6

Tabla 1. Resultados de los diagnósticos iniciales a la carrera de Ingeniería Informática ((MATEMÁTICA 2013b)).

Aún cuando es cierto que la universidad no es responsable de esta situación, no puede mirar con indiferencia los problemas académicos que ella provoca, fundamentalmente en el primer año de muchas carreras, entre la que se encuentra Ingeniería Informática de la UMCC. La Educación Superior Cubana se ha propuesto, como una vía para resolver esta deficiencia, la determinación del nivel real con que ingresan los estudiantes y su solución desde el contenido mismo de los planes y programas de estudio debido a que los currículos diseñados hasta el momento no tienen en cuenta que no todos los estudiantes dominan los contenidos del nivel precedente, aún cuando esta realidad está demostrada en la práctica pedagógica (HORRUITINER 2008).

En tal sentido Jorge (2012) coincide y plantea que “es necesario buscar nuevas vías en la que los estudiantes de las carreras de ciencias técnicas en la enseñanza universitaria logren niveles superiores de asimilación con respecto a los que obtuvieron en la enseñanza precedente y construyan su propio aprendizaje”.

Como parte de la estrategia de permanencia, la cual busca propiciar mejores niveles de estabilidad de los estudiantes en las aulas universitarias, se introduce en el Plan de Estudios D una etapa introductoria previa al inicio del primer año, dirigida a afrontar las dificultades que presentan los estudiantes en su nivel de preparación con relación a las asignaturas de ese año, con énfasis en Matemática. Esta asignatura tiene como objetivos fundamentales: Activar conocimientos y habilidades matemáticas básicas e importantes para facilitar la comprensión en la continuidad temática de la asignatura Matemática I y Álgebra Lineal, así como contribuir a reactivar o desarrollar procedimientos para la solución de problemas y razonamiento en matemáticas para iniciar los estudios de ingeniería (MES 2007).

Se realiza un diagnóstico final para la evaluación de los contenidos impartidos al finalizar el Curso Introductorio, mostrándose en la tabla 2 los resultados (en % de aprobados) correspondientes a la carrera Ingeniería Informática. En ellos se comprueba que si bien se obtienen % de aprobados superiores a los obtenidos en el

diagnóstico inicial, ello no permite asegurar que todas las dificultades han podido ser resueltas, quedando estudiantes con insuficiencias en cuanto a las habilidades que han sido evaluadas.

Carrera	Diagnóstico	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Informática	Inicial	51,9	18,1	16,4	27,7	34,1	27,6
	Final	84,6	24,07	75,9	53,7	3,03	64,6

Tabla 2. Resultados de los diagnósticos finales a la carrera de Ingeniería Informática (MATEMÁTICA 2013a).

Los informes de los resultados alcanzados en el Curso Introductorio en la asignatura Matemática Básica, durante los tres últimos cursos (MATEMÁTICA 2011; 2012; 2013a), reflejan los mismos problemas de ausencia de solidez en los conocimientos referidos fundamentalmente al tema de **funciones elementales fundamentales**, lo que permite asegurar que esta situación aún se mantiene.

Con el objetivo de diagnosticar los errores más característicos que tienen los estudiantes relacionados con las **funciones elementales fundamentales**, se realizó un análisis detallado de las respuestas dadas por cada uno de ellos en el diagnóstico final aplicado en el curso 2013-2014.

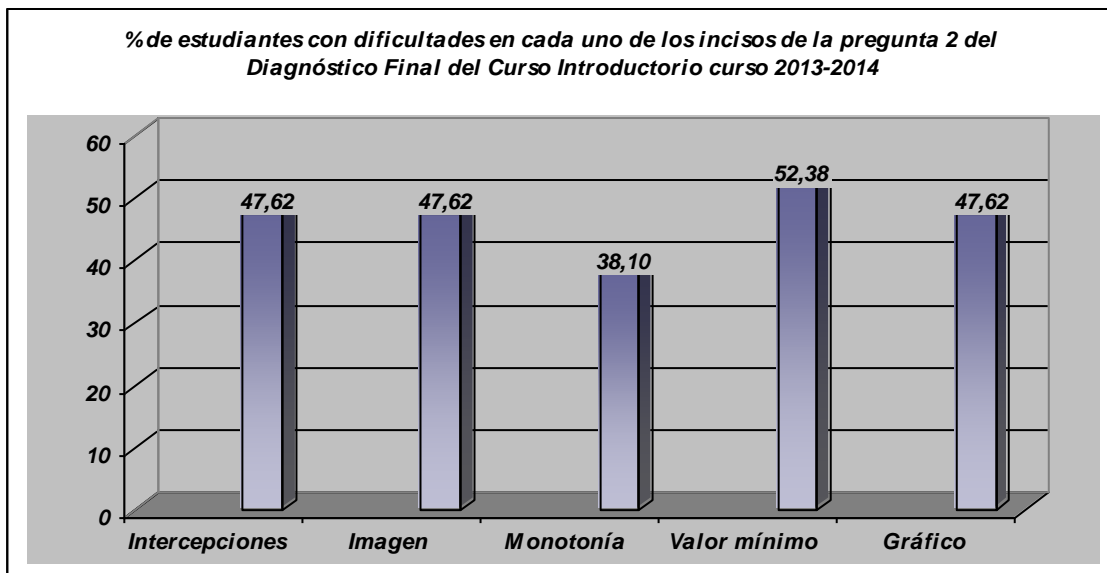
La evaluación estuvo compuesta por cinco preguntas (anexos 3 y 4), de las cuales dos están relacionadas con las **funciones elementales fundamentales**, en las que se incluyeron las siguientes actividades:

1. Determinar los interceptos con los ejes de coordenadas, la imagen, la monotonía y el valor mínimo, a partir de la expresión algebraica.
2. Construir el gráfico a partir de la expresión algebraica aplicando las propiedades fundamentales.
3. Determinar la expresión algebraica de una función a partir de su representación gráfica.
4. Evaluar la expresión algebraica.
5. Determinar valores a partir de la representación gráfica.

El ejercicio 2 del diagnóstico aplicado incluye, para el análisis de la función, actividades donde los estudiantes deben determinar algunas de sus propiedades y a partir de estas realizar el pasaje de la representación algebraica a la representación gráfica.

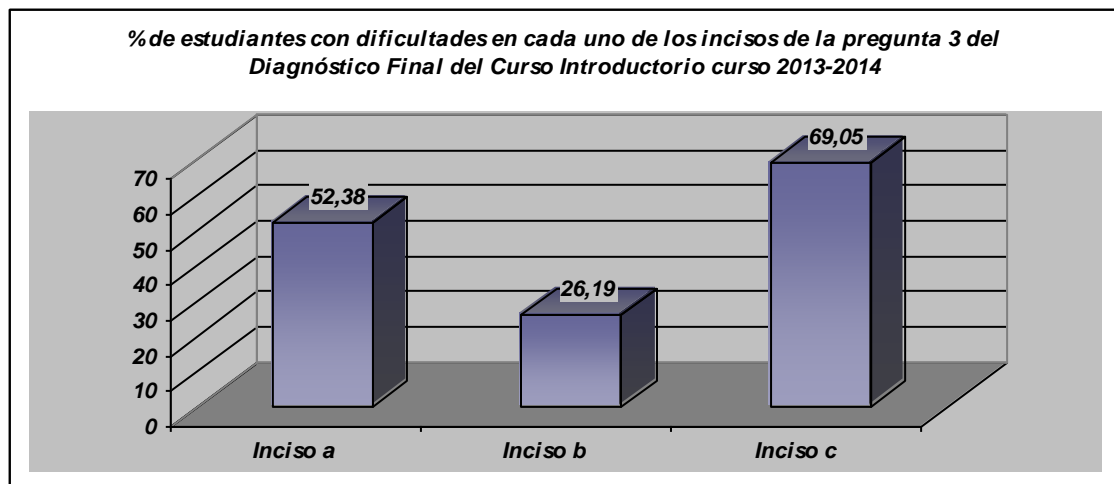
De un total de 42 estudiantes presentados 20 muestran deficiencias en determinar las intercepciones con los ejes de coordenadas (siendo mayor para el caso de encontrar la intersección con el eje Y), 20 en hallar la imagen, 16 en determinar la monotonía y 22 en calcular el valor mínimo (asociando este con el valor más bajo de la función, es decir con la idea de altura), lo que está en correspondencia con las dificultades detectadas por Jorge (2012) y enunciadas anteriormente. Solamente el 23,8% de los estudiantes fueron capaces de responder todos los incisos, lo que llama la atención debido a la cantidad de ejercicios similares que se han realizado durante el Curso Introductorio.

Este hecho (determinar incorrectamente las propiedades de la función) los limita al realizar la gráfica correctamente, razón por la cual el 47,6 % de los estudiantes cometen errores en el último inciso del ejercicio (determinar el gráfico correspondiente a partir de las propiedades de la ecuación de la función). Solamente obtuvieron la gráfica, a partir de los valores correctos de las propiedades determinadas, el 45 % de los estudiantes, presentando el resto errores en algunas de las propiedades, pero siendo consecuentes con estas en el momento de representar gráficamente. El gráfico siguiente refleja esta información.



El ejercicio 3 es un caso de resolución de problemas utilizando funciones. En este se proponen actividades a partir de la representación gráfica, es decir en el sentido inverso a las actividades propuestas en el ejercicio 2.

En cuanto al inciso a, donde deben determinar la expresión algebraica de una función que modela un fenómeno (es decir obtener la representación algebraica a partir de la gráfica) solamente 20 estudiantes logran hallarla. Se observa también que la mayor cantidad de respuestas correctas se da en el inciso b, en el cual no es necesario realizar tareas sobre las representaciones gráfica y algebraica, sino hallar valores a partir de la representación gráfica. En este caso 31 estudiantes fueron capaces de determinar el valor solicitado. Por último, logran resolver el inciso c únicamente 13 estudiantes, es decir que escriben la expresión general de la función lineal pero no calculan correctamente los parámetros 7 estudiantes. Esta situación puede estar dada debido a que son mayores las actividades propuestas durante los cursos en donde deban graficar funciones conociendo la ecuación. El gráfico siguiente refleja esta información.



Del análisis de estas respuestas es posible concluir que el Curso Introductorio resulta insuficiente para mejorar el aprendizaje de las **funciones elementales fundamentales**, por lo que se hace necesario buscar nuevas vías para lograr niveles de asimilación superiores a los obtenidos hasta el momento y que de esta forma los estudiantes comprendan la riqueza de sus aplicaciones.

Además, estas dificultades limitan posteriormente el estudio de la diferenciación, integración, series, ecuaciones diferenciales y otros temas relacionados con las funciones correspondientes a la Educación Superior y que permiten afrontar con éxito, no solo la disciplina Matemática Básica, sino otras disciplinas específicas del campo profesional de la especialidad.

De acuerdo con Horruitiner (2008) le corresponde a la universidad, ante esta realidad, trabajar por eliminar rápidamente la brecha entre el nivel real de los estudiantes y el contenido de los programas de estudio de primer año, de ser posible en el propio primer año. De esta manera puede asegurarse un mejor aprovechamiento de las disciplinas previstas en el plan de estudio, y por consiguiente se lograría una mayor calidad en el proceso de formación.

Es por ello que en esta investigación se propone la realización de un software educativo con el objetivo de mejorar el aprendizaje del concepto de función, desde su representación gráfica. Ello no constituye un problema en la institución por poseer esta la base tecnológica necesaria y aceptarse en los más recientes planes de estudio los laboratorios como una forma organizativa fundamental de la clase de Matemática en este nivel.

2.2 Descripción del funcionamiento del software.

El software educativo desarrollado en este trabajo surge ante la necesidad de solucionar los problemas descritos anteriormente relacionados con la representación gráfica que es utilizada para expresar el concepto de función.

Debido al importante papel que juega en la construcción de este concepto la asociación entre las representaciones gráfica y algebraica, el software se estructura de manera que integre estas dos formas de representación, las cuales, según los autores consultados son impostergables en la enseñanza del tema debido a la información que brindan sobre diferentes aspectos del objeto matemático que representa. Para ello implementa los elementos necesarios para que el estudiante pueda transitar al contexto geométrico, en función de la información que la expresión algebraica proporciona, así como también pueda identificar la función correspondiente a partir de su representación gráfica, logrando la representación del concepto de función por medio de estas dos formas de expresión.

Interacción entre el software educativo y los usuarios

El primer elemento a tener en cuenta para la interacción del estudiante con el software es el sistema de acciones a ejecutar para representar gráficamente una función, el que se recoge en los apartados presentes en el esquema de la figura 1 y

que fueron obtenidos a partir de los criterios recogidos en la tabla 1 del primer capítulo de esta tesis.

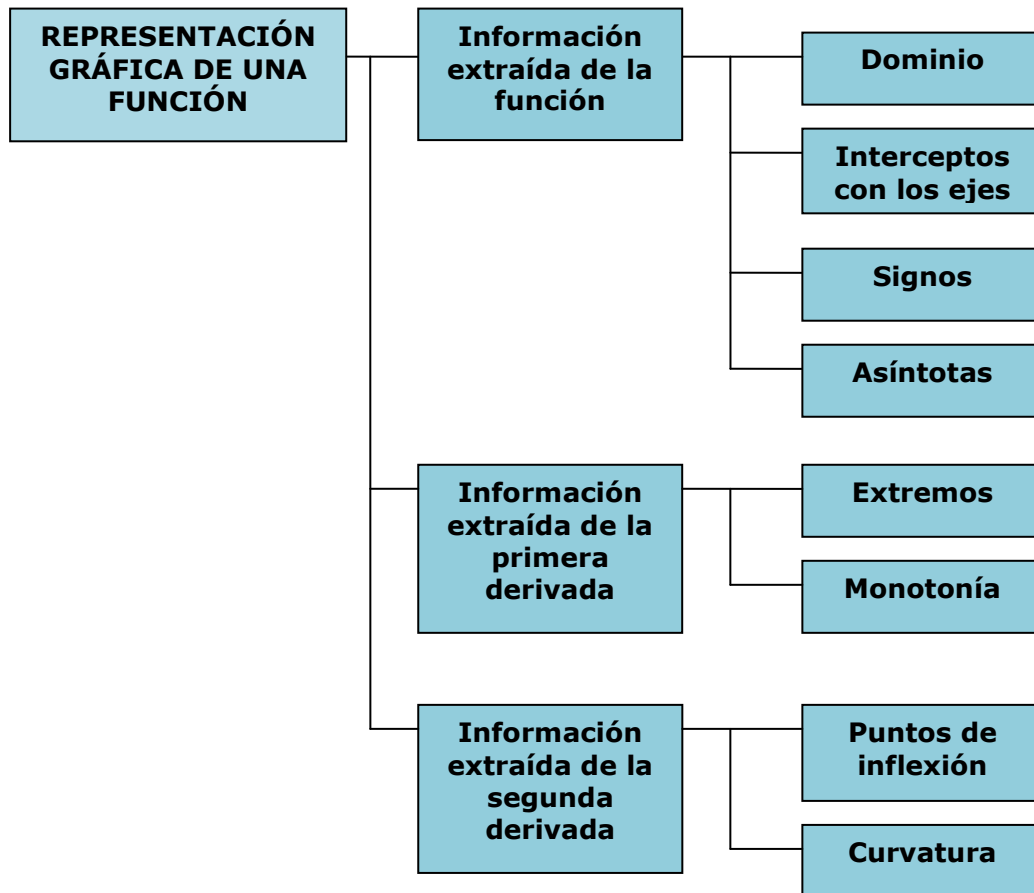


Figura 1. Pasos para la representación gráfica de una función a tener en cuenta en el software educativo.

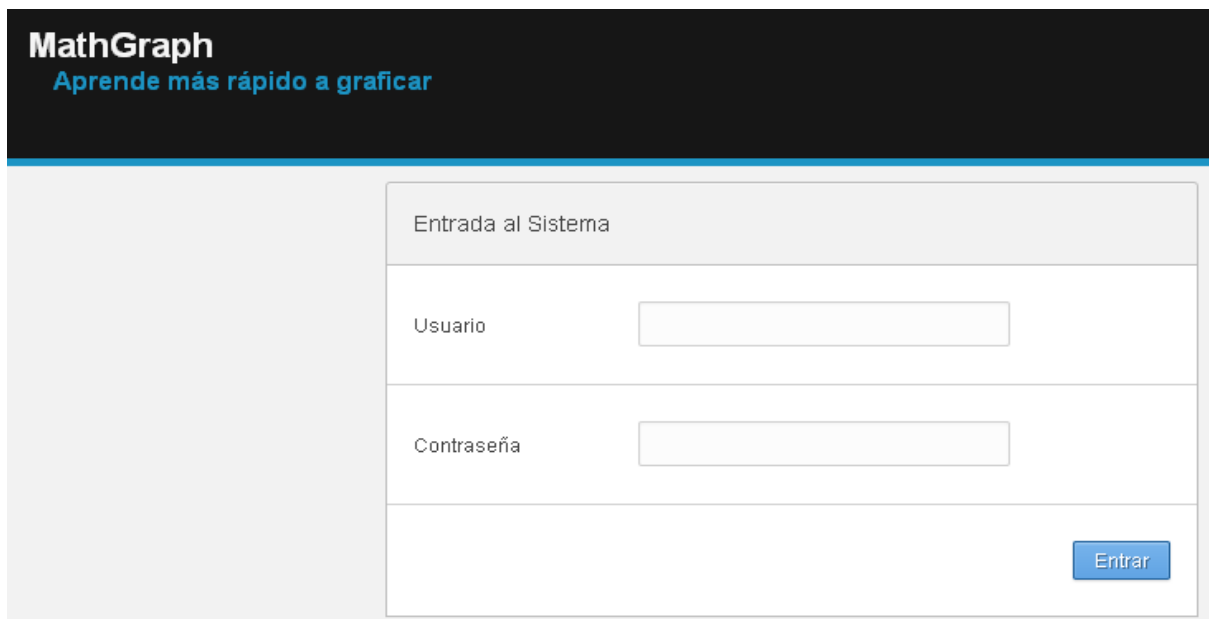
En los resultados de los diagnósticos analizados en el epígrafe anterior no se detectaron dificultades relacionadas con las asíntotas, los extremos, los puntos de inflexión y la curvatura de la función, debido a que son aspectos que no son estudiados en los niveles precedentes al nivel superior. No obstante fueron tenidos en consideración para la elaboración del software educativo debido a que estos conocimientos son abordados específicamente en las asignaturas de Matemática que se imparten en la universidad (aplicaciones de los límites y de las derivadas) y una vez estudiados posibilitan el estudio y la representación gráfica de funciones más complejas que las que el estudiante ha visto con anterioridad.

Por otra parte no se ha tenido en cuenta para la representación gráfica de la función la periodicidad y la simetría, debido a que en la revisión de planes de clases y programas así como en libros de textos del preuniversitario no se evidencia que estos aspectos se estudien con demasiada frecuencia. El análisis de la periodicidad

queda prácticamente restringido a funciones de tipo trigonométrico, tales como sen, cos, tan. Además, no constituyen problemas frecuentes en las aplicaciones informáticas del concepto de función, por lo cual el estudio y profundización de estos elementos pudiera causar más problemas posteriormente.

Una vez considerados los aspectos que deben estar presentes en la elaboración de un software educativo que contribuya a la representación gráfica del concepto de función en la carrera Ingeniería Informática de la UMCC, se describirán las características del mismo durante su ejecución y su interacción con los usuarios.

Primeramente, para la utilización del software educativo se dispone de una pantalla (figura 2), que corresponde a la página de presentación, por medio de la cual este es iniciado. Esta pantalla tiene como objetivo que los usuarios estudiantes, profesores y administradores puedan acceder a sus respectivas opciones, las que son enunciadas a continuación:



The image shows a login interface for 'MathGraph'. At the top, there is a dark blue header with the text 'MathGraph' in white and 'Aprende más rápido a graficar' in a lighter blue. Below this is a light gray rectangular box with the title 'Entrada al Sistema'. Inside this box, there are two input fields: one labeled 'Usuario' and one labeled 'Contraseña'. At the bottom right of the box is a blue button with the text 'Entrar'.

Figura 2. Pantalla correspondiente a la página de presentación del software educativo.

Usuario Administrador: Es el encargado en el software de gestionar (crear, modificar y eliminar) los usuarios (profesor y/o administrador).

Las figuras 3 y 4 muestran las pantallas mediante las cuales el usuario Administrador puede realizar estas operaciones.

Usuarios				
<input type="checkbox"/>	Agregar	Eliminar		
10				Buscar: <input type="text"/>
<input type="checkbox"/>	Usuario	Nombre	Rol	Opciones
<input type="checkbox"/>	admin	admin	Administrador	<input type="button" value="Editar"/> <input type="button" value="Eliminar"/>
<input type="checkbox"/>	h	h	Profesor	<input type="button" value="Editar"/> <input type="button" value="Eliminar"/>
<input type="checkbox"/>	liana	liana	Profesor	<input type="button" value="Editar"/> <input type="button" value="Eliminar"/>
<input type="checkbox"/>	yaudi	Yaudi	Profesor	<input type="button" value="Editar"/> <input type="button" value="Eliminar"/>

Mostrando del 1 al 4, de 4 resultados

Figura 3. Pantalla para gestionar los usuarios (profesor y/o administrador).

Por medio de la opción Agregar presente en la figura 3 se puede crear un nuevo usuario (profesor y/o administrador), siempre no esté registrado previamente en el software. Para ello se deben llenar los datos que se solicitan en la figura 4 y que corresponden a:

Nombre: El nombre por el que se conocerá a cada usuario.

Usuario: El identificador único de cada usuario.

Contraseña: La contraseña única de cada usuario.

Rol: El rol que tendrá cada usuario (profesor o administrador).

Formulario para agregar un usuario. Campos: Nombre, Usuario, Contraseña, Rol (Administrador). Botones: Aceptar, Cerrar.

Figura 4. Pantalla para crear un nuevo usuario (profesor y/o administrador).

Usuario Profesor: Es el encargado en el software de gestionar (crear, modificar y eliminar) los usuarios (estudiante). Además puede llevar un control de los errores cometidos por sus estudiantes en la realización de las actividades, así como también insertar funciones para que el estudiante determine a partir de la representación gráfica su expresión algebraica.

El profesor puede, a través de pantallas similares a las de gestionar usuario (profesor y/o administrador) por parte del Administrador, gestionar usuario (estudiante) siempre que este no exista previamente en el software (figura 5).

Alumnos			
Agregar	Eliminar		
10	▼	Buscar:	<input type="text"/>
<input type="checkbox"/>	Usuario	Nombre	Opciones
<input type="checkbox"/>	julian	Julián	Editar Eliminar

Mostrando del 1 al 1, de 1 resultados

Figura 5. Pantalla para gestionar usuario (estudiante).

También debe, tal como se muestra en la figura 6, introducir para la creación de un nuevo estudiante, los datos referentes al nombre del usuario, el identificador único de este y su contraseña

Agregar Alumno

Nombre

Usuario

Contraseña

Aceptar Cerrar

Figura 6. Pantalla para crear un nuevo usuario (estudiante).

El software cuenta además con una base de datos para almacenar los errores cometidos por los estudiantes en cada una de las acciones que se realizan para obtener la representación gráfica. Estos errores pueden obtenerse en un rango de fechas seleccionado por el profesor, por medio de un selector de fechas como se muestra en las figuras 7 y 8. El control de manera automatizada de estos ofrece una apreciación objetiva de las dificultades que se presentan, para de esta forma poderles ofrecer a los estudiantes un tratamiento adecuado y personalizado (figura 8).

Errores

Desde Hasta

Feb 2014

Do	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	

Figura 7. Pantalla para seleccionar el rango de fechas en que se desea mostrar los errores cometidos por los estudiantes.

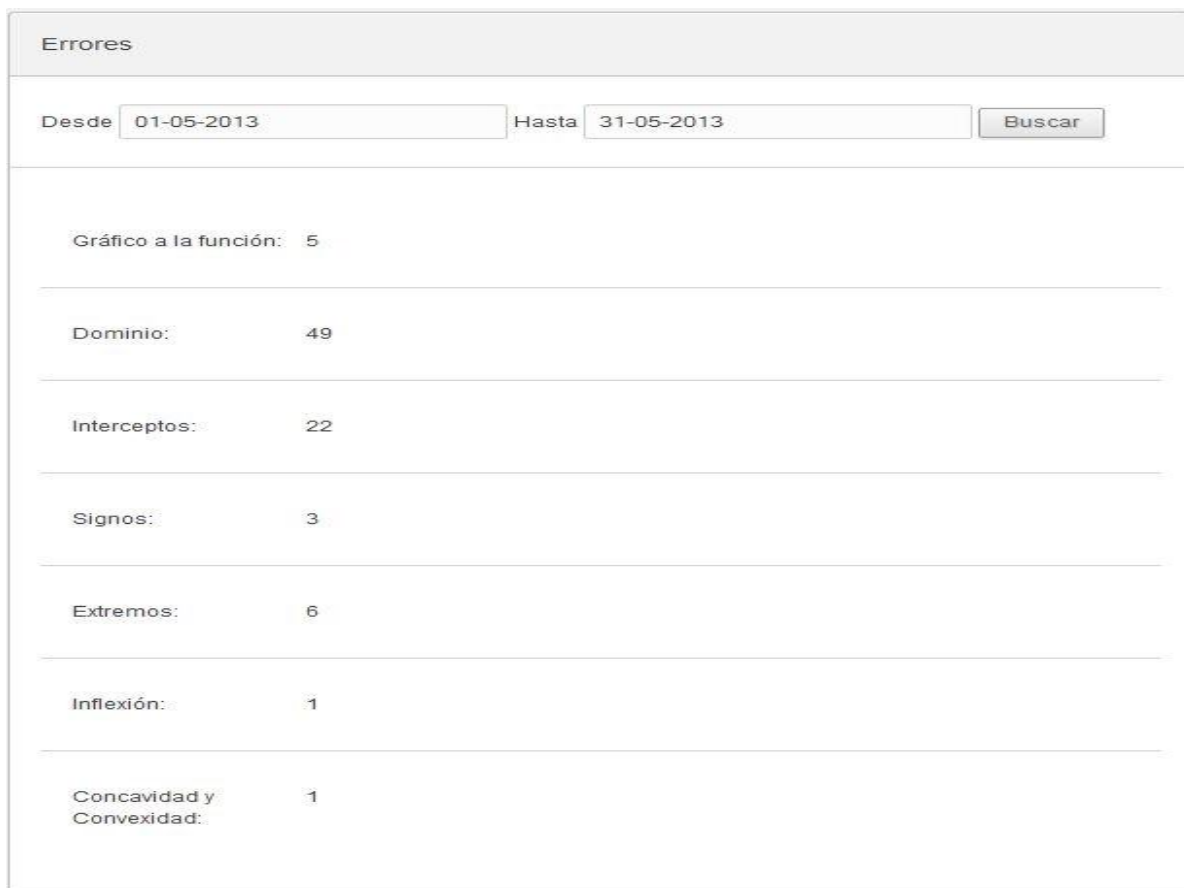


Figura 8. Pantalla que muestra la cantidad de errores cometidos por los estudiantes en cada uno de los pasos, en el rango de fechas seleccionado

Por último, el profesor puede insertar funciones en el software para que los estudiantes, desde su sección, realicen actividades donde obtengan a partir de la representación gráfica de estas, su expresión algebraica. Una vez insertadas las funciones, es posible modificarlas o eliminarlas de la base de datos donde son almacenadas (figura 9). Para adicionar nuevas funciones debe introducirse además de la función, una descripción de la misma (figura 10).

Agregar	Eliminar		
10	▼	Buscar:	<input type="text"/>
<input type="checkbox"/>	Funcion	Descripción	Opciones
<input type="checkbox"/>	$(x^2)/(x^2-8)x$	Función polinómica	<input type="button" value="Ver"/> <input type="button" value="Editar"/> <input type="button" value="Eliminar"/>
<input type="checkbox"/>	$\log_{0.6}(x)$	Función logarítmica	<input type="button" value="Ver"/> <input type="button" value="Editar"/> <input type="button" value="Eliminar"/>
<input type="checkbox"/>	$\text{sen}(x)$	Función seno	<input type="button" value="Ver"/> <input type="button" value="Editar"/> <input type="button" value="Eliminar"/>
Mostrando del 1 al 3, de 3 resultados			<input type="button" value="◀"/> <input type="button" value="▶"/>

Figura 9. Pantalla para gestionar funciones.

Agregar Función

Función

Descripción

Figura 10. Pantalla para crear una nueva función.

Usuario Estudiante: Puede realizar en el software actividades relacionadas con el pasaje entre las representaciones gráfica y algebraica.

Para realizar estas actividades el estudiante puede seleccionar por medio de la pantalla que se muestra en la figura 11 las opciones **Graficar** y **Funciones** respectivamente.

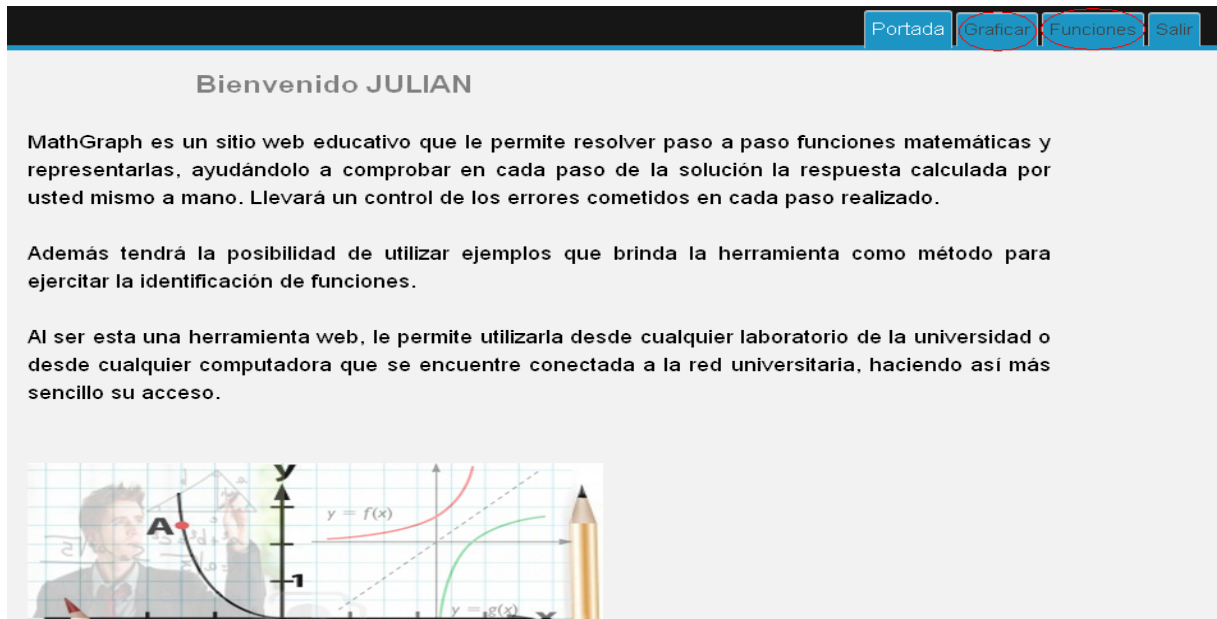


Figura 11. Pantalla que contiene las opciones a las que puede tener acceso el usuario Estudiante en el software.

Representación gráfica de funciones

La opción **Graficar** permite al estudiante obtener la representación gráfica de una función a partir de su expresión algebraica. Para lograr el pasaje entre estos dos contextos se desarrolló el software de forma que permitiera, desde la ecuación, construir paso a paso su gráfica con los elementos identificados anteriormente para representar gráficamente una función.

Teniendo en cuenta las insuficiencias detectadas en la literatura revisada en esta investigación y que fueron corroboradas en el diagnóstico analizado anteriormente, el estudiante puede mediante esta opción, reconocer a partir de la expresión algebraica de una función elementos como: dominio, interceptos con los ejes coordenados, monotonía, concavidad, entre otros. Además la construcción paso a paso de la representación gráfica de la función favorece la visualización a través de la gráfica de cada uno de los elementos, así como también contribuye al análisis de la función al mostrar la influencia de cada uno de estos en la formación del gráfico.

Al seleccionar la opción **Graficar** se inicia una nueva pantalla (figura 12), la que contiene los elementos para representar gráficamente una función. También cuenta con un editor de funciones para insertarlas, garantizado que los paréntesis utilizados queden bien colocados tanto en funciones sencillas como en las más complejas.

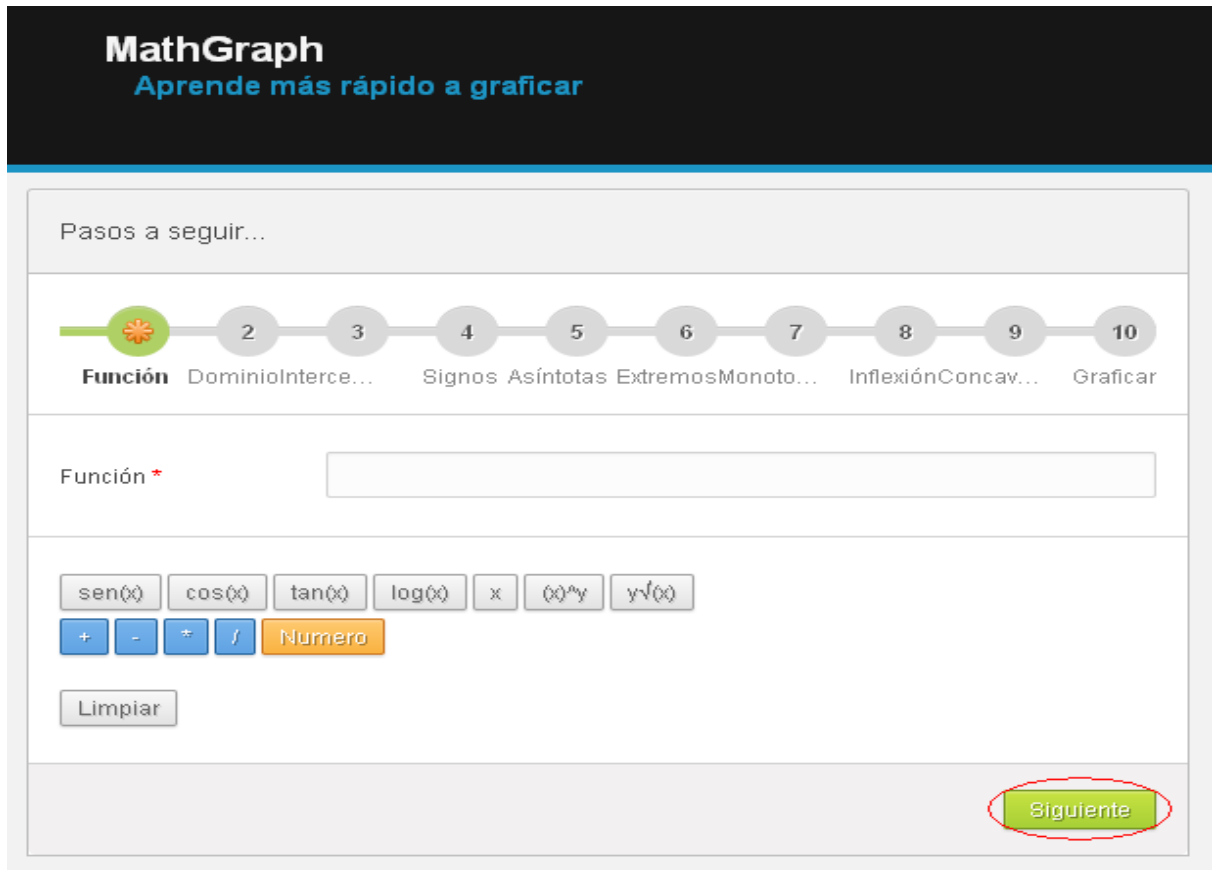


Figura 12. Pantalla principal de la opción Graficar (Contiene: editor de funciones para insertar una función, pasos correspondientes a los diferentes elementos de la función y botón Siguiente para comprobar los valores de los elementos de la función).

Mediante el botón Siguiente de esta pantalla el estudiante puede comprobar los valores calculados para cada uno de los elementos de la función, introduciendo la respuesta que considere correcta tantas veces como sea necesario. De ser incorrectos los valores introducidos, el software responde al estudiante con diferentes mensajes de error, correspondiente al paso donde se produjo (figura 13). Luego, haciendo clic sobre el botón Aceptar, podrá subsanar el problema ocasionado, cambiando los valores ingresados. De esta forma el estudiante puede comprobar sus resultados en el software educativo, valiéndole de autocontrol en su actuación durante el aprendizaje.

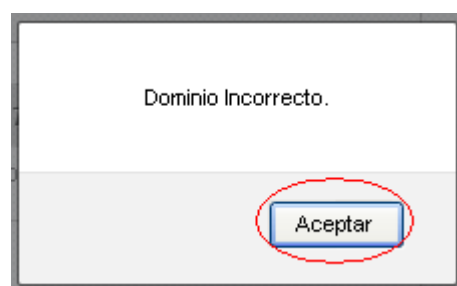


Figura 13. Pantalla que informa del error cometido.

En caso de que los valores introducidos sean correctos serán visualizados en la gráfica que se encuentra en la parte derecha de la pantalla, tal como se muestra en la figura 14, al mismo tiempo que será habilitada la comprobación del siguiente paso. De no existir algunos de los elementos de la función, por ejemplo: interceptos, asíntotas (en cualquiera de sus variantes), puntos extremos, puntos de inflexión y concavidad, el software indicará que no existen estos valores.

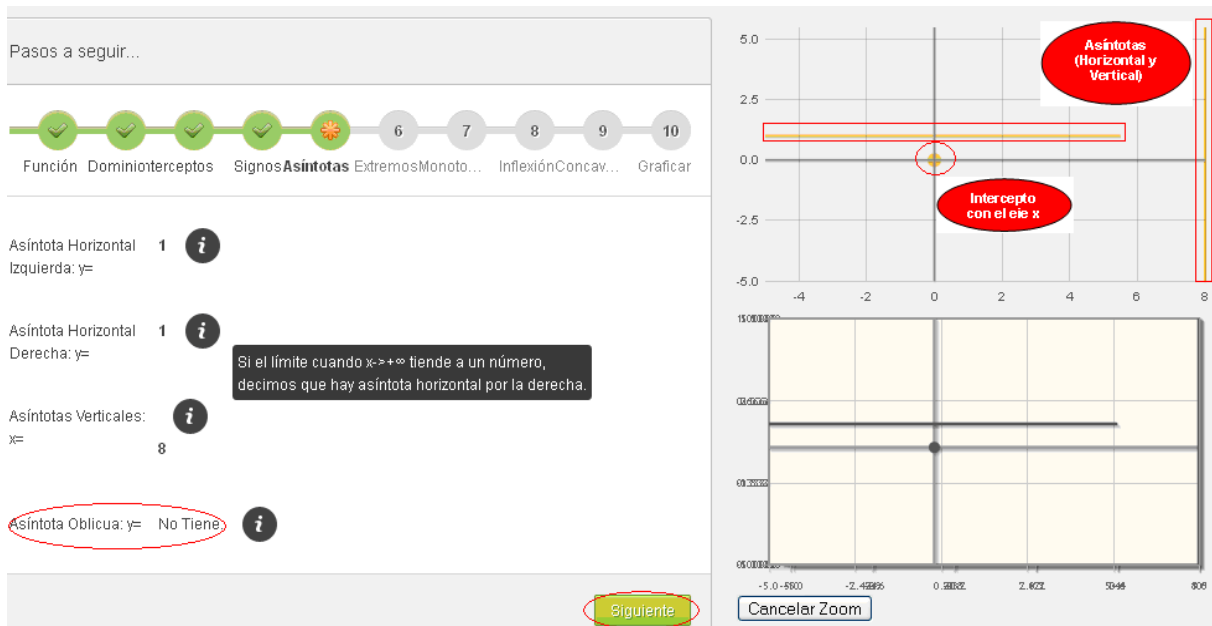


Figura 14. Pantalla que muestra como se va obteniendo la representación gráfica de la función a partir de los valores de cada uno de los elementos de la función.

Los estudiantes pueden establecer la escala que deseen para la representación de la gráfica de la función. También, a través del gráfico que se encuentra en la parte inferior de la pantalla, es posible obtener la función ajustada a los intervalos seleccionados para cada uno de los ejes coordenados, observando así las características particulares de la función que se representa (figura 15).

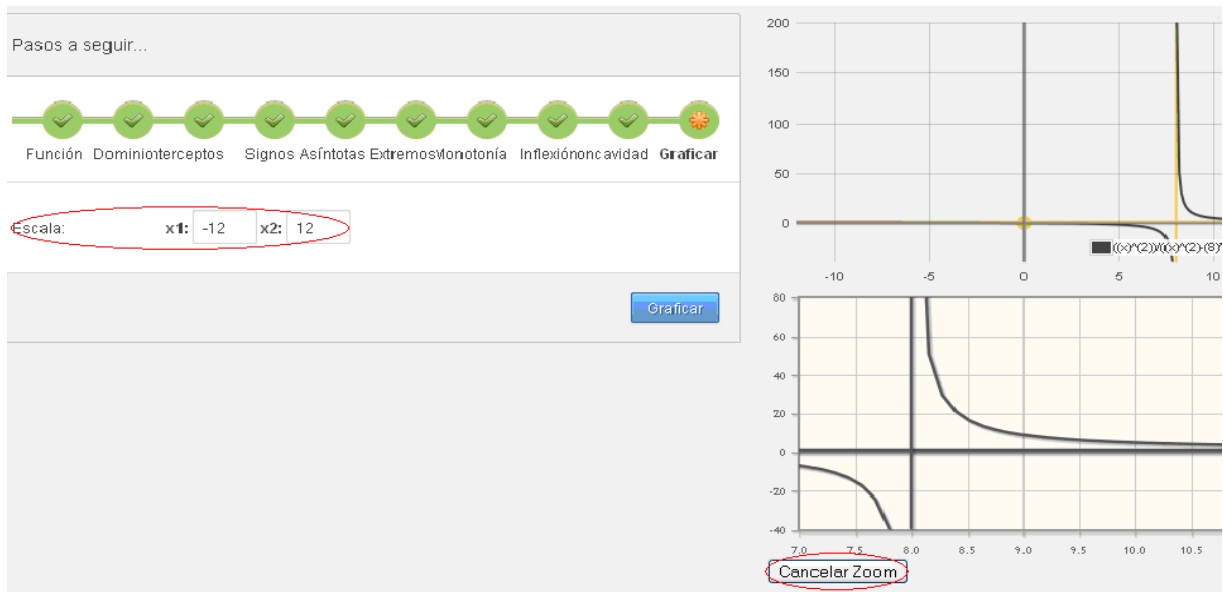


Figura 15. Pantalla que muestra las características de la gráfica en el intervalo seleccionado.

Representación algebraica de funciones

Debido a que la transferencia del registro gráfico al algebraico es señalada por varios autores como una de las deficiencias más grandes relacionadas con las representaciones del concepto de función, el software cuenta con actividades en las cuales el estudiante debe discriminar variables visuales que le ofrezcan una interpretación global del comportamiento de la misma.

Por medio de la opción **Funciones** puede acceder a las diferentes funciones que han sido añadidas previamente por el profesor en el software desde su sesión (figura 16). Al hacer clic sobre la función seleccionada se mostrará la representación gráfica de la misma (figura 17).

De igual manera que en la opción **Graficar**, el estudiante puede personalizar las gráficas determinando los intervalos de representación sobre cada uno de los ejes coordenados por medio de la escala o la gráfica que se encuentra en la parte inferior de la pantalla.

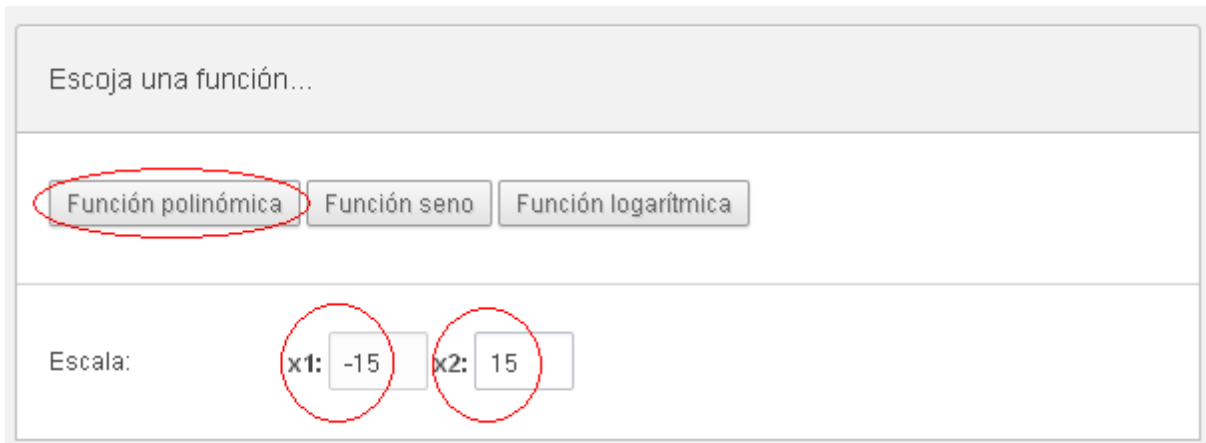


Figura 16. Pantalla para la selección de la función de la cual se identificará su expresión algebraica.

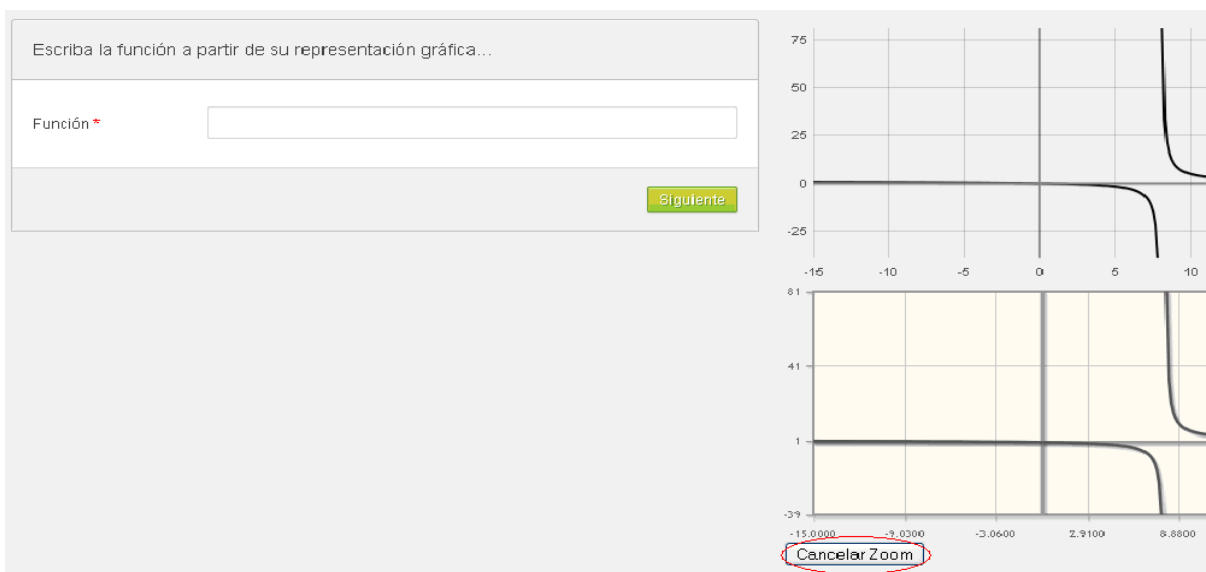


Figura 17. Pantalla que muestra la gráfica de la función seleccionada para obtener su expresión algebraica.

Una vez identificada la expresión algebraica correspondiente a la gráfica es posible comprobar mediante la pantalla de la figura 17 si esta es correcta o no (figura 18).

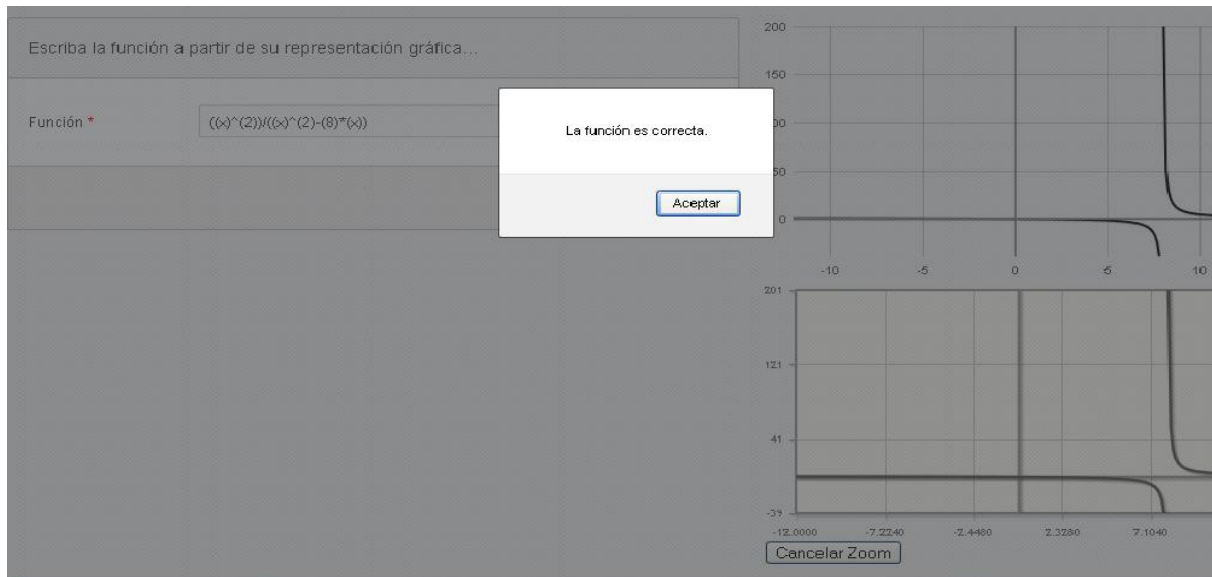


Figura 18. Pantalla que muestra la comprobación de la expresión algebraica identificada a partir de la gráfica representada.

Características del software educativo

Dentro de las ventajas que ofrece el software educativo desarrollado en este trabajo y que contribuyen a la representación gráfica del concepto de función, se encuentra la amplia interacción que se establece entre el software y el usuario, la que se da en diferentes momentos de su utilización.

Esta cualidad permite que el trabajo de los alumnos se individualice, ya que cada uno tendrá su propio ritmo de aprendizaje, más allá del ritmo que desarrolle el resto de la clase, no significando esto una presión adicional y permitiendo que puedan regular sus propios procesos de enseñanza-aprendizaje de las funciones. De esta manera, en lugar de forzar los ritmos, estilos y estrategias de aprendizajes de los estudiantes, se ajusta a ellos de tal manera que se propicia el trabajo independiente y la búsqueda activa de diversas funciones y su representación por parte de estos.

Otra de las características de este software educativo es su facilidad de uso, ya que los requerimientos para su operación son mínimos. Su acceso puede realizarse por medio de la web, resultando esta posibilidad más atractiva debido a que es posible acceder a este de forma inmediata, al no ser necesario tener instalado ningún software adicional en las computadoras.

Con su introducción será posible incrementar el número de experiencias personales del alumno en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones, ya que podrá

resolver personalmente gran cantidad de ejercicios y profundizar en su estudio e interpretación, facilitando la adquisición de conocimientos. Además, permite el tratamiento de disímiles funciones, entrenándolo en las acciones que en las que se revelan mayores dificultades.

En cualquier momento de la ejecución del software el alumno puede recurrir a la ayuda (figura 19), la que incluye la información necesaria para determinar los valores correspondientes a cada uno de los pasos. Esto se tuvo en cuenta para facilitar el uso de este software educativo.

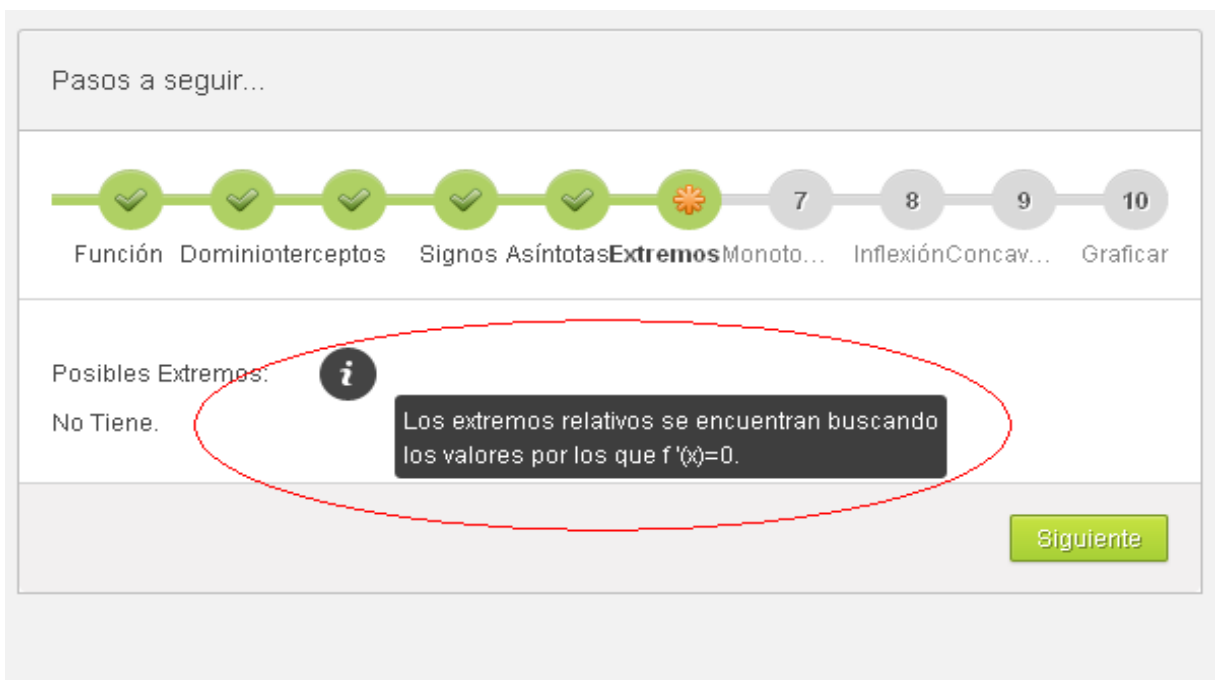


Figura 19. Pantalla que muestra la información brindada por el software sobre la determinación de cada paso.

También es posible retornar a los pasos anteriores, haciendo clic en uno de los iconos correspondiente a los elementos para obtener la representación gráfica de la función.

En correspondencia con los fundamentos teóricos analizados en esta investigación, el software educativo que se presenta es asumido como un instrumento material, por medio del cual el estudiante puede realizar acciones mediadas a través de los signos presentes en las representaciones gráfica y algebraica, sobre el objeto que representa al concepto de función, con el propósito de profundizar en el conocimiento de este. De esta manera, el objeto que resulta imposible conocer debido a su naturaleza abstracta, se materializa en el pensamiento del estudiante.

Conclusiones del capítulo.

Del análisis de los diagnósticos realizados en el Curso Introductorio a la carrera Ingeniería Informática de la UMCC, así como de la literatura revisada en esta investigación, se obtuvieron los elementos que deben estar presentes en la elaboración de un software educativo que contribuya a la representación gráfica del concepto de función. Estos fueron de gran importancia, ya que permitieron guiar su implementación.

Capítulo 3. Validación del software educativo.

En este capítulo se describe la aplicación del software educativo elaborado, por medio de un cuasi-experimento, a una muestra de alumnos de primer año de la carrera Ingeniería Informática de la UMCC durante el curso 2013-2014. Los resultados obtenidos en este cuasi-experimento son objeto de análisis para determinar, como último paso, la validez del software y diagnosticar su influencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto de función.

3.1 Aplicación del cuasi-experimento y análisis de sus resultados.

Con el objetivo de obtener resultados que permitan valorar la efectividad del software educativo diseñado para contribuir a la representación gráfica del concepto de función en los estudiantes de la carrera Ingeniería Informática de la UMCC fue aplicado un cuasi-experimento como modelo de diseño experimental.

No se utilizó un experimento verdadero debido a que no es posible realizar aleatoriamente la asignación de los estudiantes a los grupos, tomándose para ello los grupos intactos de acuerdo a la distribución que posee la carrera. Con relación al empleo de un pre-experimento, se tuvo en consideración el criterio de Ruiz (/s.a./) de que este presenta menos validez interna que las investigaciones cuasi-experimentales y la posibilidad de arribar a conclusiones fiables por medio de estos son muy cuestionables.

Para el cuasi-experimento se tomó como muestra los dos grupos de primer año de la carrera Ingeniería Informática durante el actual curso 2013-2014, los que constituyen la totalidad de la población de esta carrera.

El cuasi-experimento fue aplicado en la asignatura “Matemática I” con el objetivo de verificar la significación estadística de los cambios producidos en el contexto educativo en que fue estudiado el comportamiento de la variable dependiente, en este caso la representación gráfica del concepto de función en la carrera Ingeniería Informática de la UMCC.

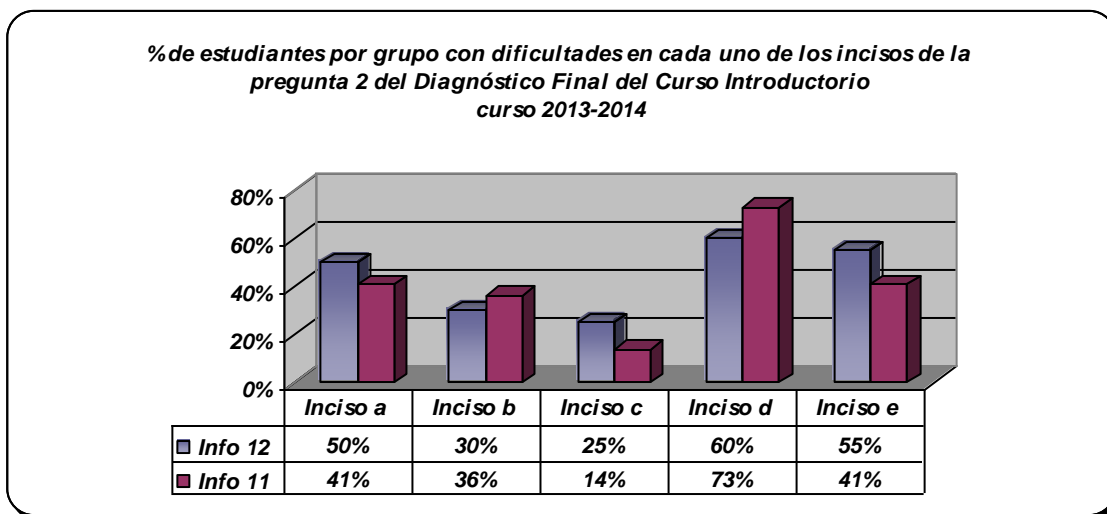
En su aplicación se distinguen tres momentos fundamentales: comprobación inicial, aplicación de la variable independiente y control.

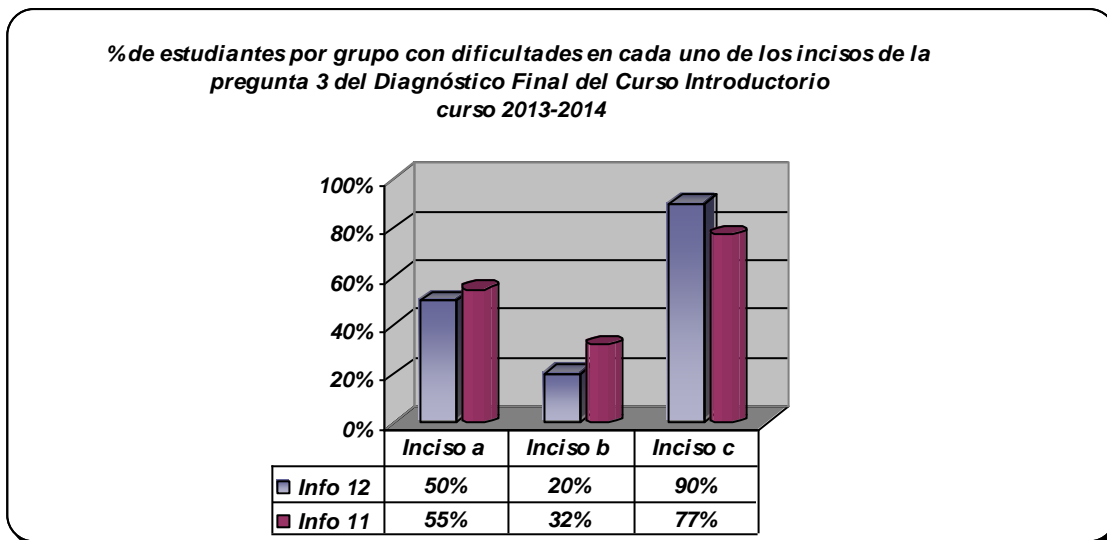
El primer momento tiene como propósito caracterizar a los alumnos participantes en el cuasi-experimento con relación al desarrollo alcanzado en el aprendizaje de las funciones elementales, especialmente con relación al tránsito de la representación gráfica a la representación algebraica y viceversa.

Para explorar el nivel de partida de los estudiantes no se consideró necesario realizar un diagnóstico inicial, ya que al iniciar el cuasi-experimento, se había realizado el examen final para la evaluación de los temas impartidos durante el Curso Introdutorio, considerándose los resultados obtenidos en este como comprobación inicial.

Estos resultados fueron expresados en el primer epígrafe del capítulo anterior de esta tesis, no obstante, para la selección del grupo experimental y el grupo de control las dificultades descritas anteriormente no resultaron suficientes, siendo necesario relacionarlas por grupo e identificar de esta forma el comportamiento de cada uno.

De los 42 estudiantes presentados 22 corresponden al grupo Info 11 y 20 al grupo Info 12. Los resultados de este análisis se resumen para cada una de las preguntas relacionadas con el tema, en los siguientes gráficos:





Al realizar un análisis cualitativo de estos resultados pudo comprobarse que ambos grupos manifiestan un comportamiento similar con relación a las funciones elementales fundamentales, por lo que se optó por seleccionar finalmente al grupo Info 12 como grupo experimental, y el grupo Info 11 como grupo de control, teniendo en cuenta además que el primero de estos posee menor matrícula que el segundo.

Una vez conocido los resultados de la comprobación inicial y por tanto el estado actual de los alumnos participantes en el cuasi-experimento, así como también identificado el grupo de control y el experimental, se procedió a aplicar en este último un proceso de enseñanza basado en la utilización del software educativo elaborado para contribuir a la representación gráfica del concepto de función. Por su parte al grupo de control se le aplicó un proceso de enseñanza tradicional.

En la experiencia aplicada, para los dos grupos, se controlaron las siguientes variables ajenas:

1. Relación de cantidad de estudiantes por computadora.

Se dispuso de 10 computadoras ubicadas en los laboratorios de la carrera y conectadas a la red para que los estudiantes hicieran uso del software. Esta cantidad permitió disponer de una computadora por cada dos estudiantes participantes en el cuasi-experimento, logrando que este equilibrio también se mantuviera en las actividades independientes, por lo que no existieron limitaciones en cuanto a la disponibilidad de computadoras para el uso de los estudiantes, así como tampoco con relación a los requerimientos de hardware para su funcionamiento.

2. Similar horario docente para la asignatura “Matemática I” en los grupos de control y experimental.

En el programa analítico de la asignatura “Matemática I” para el curso 2013-2014 solo se encuentran planificadas dos horas de laboratorios. Debido a ello se les orientó a los estudiantes el empleo del software para la realización del estudio independiente, pudiendo ser utilizado no solo en los laboratorios de la carrera sino en cualquier computadora de la universidad conectada a la red.

En la primera parte de la actividad se instruyó a los estudiantes en el uso del software, de forma tal que pudieran utilizar sin dificultad cada una de las opciones presentes en el mismo, en cualquier momento. La profesora se desempeñó básicamente como una conductora, interviniendo solamente para contestar algunas preguntas cuando le eran requeridas o para hacer preguntas que propiciaran que los estudiantes encontraran por sí solos los resultados correctos.

Por otra parte se pudo comprobar, por medio de la opción para controlar los errores que los estudiantes van teniendo en cada uno de los pasos para obtener la representación gráfica de la función a partir de su expresión algebraica, que estos emplearon el software educativo en las actividades orientadas de estudio independiente. De esta forma se tuvo un conocimiento preciso de la evolución de cada alumno en el transcurso del experimento.

Al finalizar los temas correspondientes a ser evaluados en el primer examen parcial se aplicó el mismo (Anexo 5), el que será valorado como diagnóstico final para comparar los resultados del grupo experimental al emplear el software educativo con los del grupo de control.

La pregunta 2 del examen incluye actividades donde los estudiantes deben determinar algunas de las propiedades de la función (dominio, imagen, interceptos con los ejes de coordenadas, intervalo de crecimiento y de decrecimiento) y a partir de estas representarla gráficamente.

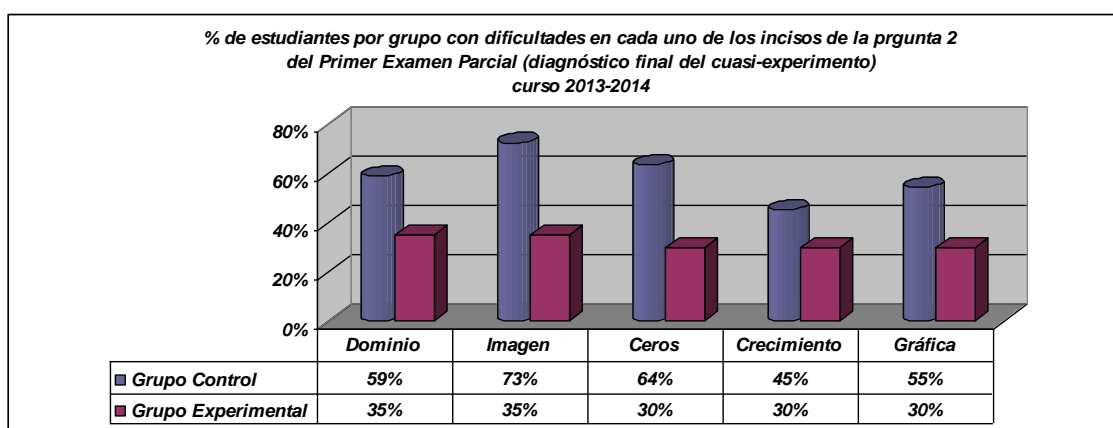
A continuación se resumen los resultados cuantitativos obtenidos luego de efectuar el primer examen parcial:

- Con relación al primer inciso, determinar el dominio de la función, 13 alumnos muestran deficiencias en el grupo de control para un 59% del total y 7 en el grupo experimental lo que representa el 35% del total.

- Con relación al segundo inciso, determinar la imagen de la función, 16 alumnos muestran deficiencias en el grupo de control para un 72,7% del total y 7 en el grupo experimental lo que representa el 35% del total.
- Con relación al tercer inciso, determinar los interceptos con los ejes de coordenadas de la función, 14 alumnos muestran deficiencias en el grupo de control para un 63,6% del total y 6 en el grupo experimental lo que representa el 30% del total.
- Con relación al cuarto inciso, determinar el intervalo de crecimiento y de decrecimiento de la función, 10 alumnos muestran deficiencias en el grupo de control para un 45,4% del total y 6 en el grupo experimental lo que representa el 30% del total.
- Con relación al quinto inciso, representar gráficamente la función, 12 alumnos muestran deficiencias en el grupo de control para un 54,5% del total y 6 en el grupo experimental lo que representa el 30% del total.

Estos resultados, los que además se reflejan en el gráfico siguiente, permiten expresar que:

1. Los estudiantes del grupo experimental muestran avances en comparación con los resultados obtenidos en el diagnóstico inicial del cuasi-experimento, lo que argumenta la influencia de la aplicación del software educativo.
2. La cantidad de estudiantes con insuficiencias expresadas en porciento en el grupo experimental es inferior que en el grupo de control.



Para realizar valoraciones acerca de la significación de los cambios operados en la variable dependiente a partir del control efectuado mediante la medición de sus indicadores se aplicó la prueba estadística de Mann-Whitney.

Las hipótesis estadísticas son las siguientes:

$$H_0 = Me_{11} \geq Me_{12}$$

$$H_1 = Me_{11} < Me_{12}$$

Mediante esta prueba (anexo 6) fue posible valorar, que aún cuando persisten problemas en algunos de los estudiantes sometidos a un proceso de enseñanza-aprendizaje utilizando el software educativo para contribuir a la representación gráfica del concepto de función, de forma general los pertenecientes al grupo experimental obtuvieron un rendimiento académico superior a los del grupo de control.

Conclusiones del capítulo.

A partir de los resultados obtenidos en el cuasi-experimento se afirma que se logró implementar de manera adecuada el software educativo y que este posee un conjunto de atributos que permiten un uso eficiente del mismo, debido a que se evidencia que el rendimiento académico de los alumnos se elevó significativamente. Los resultados de la experiencia de su utilización muestran que el software resulta una herramienta útil en el proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto de función y permite desarrollar habilidades de forma independiente.

Conclusiones generales.

Los resultados alcanzados en esta investigación permiten arribar a las siguientes conclusiones:

1. De la sistematización teoría realizada sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto de función, en especial de las representaciones empleadas para expresarlo, fue posible obtener los referentes teóricos-metodológicos necesarios para la elaboración del software educativo propuesto.
2. Los estudiantes que se forman como futuros profesionales informáticos en la UMCC no están lo suficientemente preparados para el trabajo con las funciones elementales fundamentales. Esta situación se refleja en los diagnósticos y exámenes finales aplicados en el Curso Introductorio durante los últimos años, donde se detectan dificultades con relación al pasaje entre los sistemas gráfico y simbólico de la representación de funciones, así como en el trabajo dentro de una misma representación.
3. El desarrollo del software educativo requirió que se asumieran importantes criterios sobre la utilización de las TIC en la enseñanza de las matemáticas. Se tuvo en cuenta la presencia de elementos visuales en estas, que permiten a las funciones ser vistas no solo como un objeto sino que pueda transitar entre los contextos algebraico y geométrico.
4. La aplicación del cuasi-experimento permitió comprobar la validez del software educativo, demostrando que el mismo contribuye al aumento del rendimiento académico de los estudiantes de primer año de Ingeniería Informática de la UMCC en la asignatura “Matemática I”, con relación a la solución y representación gráfica de funciones.
5. El software educativo propuesto permite entre sus principales ventajas incentivar el estudio independiente por parte de los alumnos, la motivación y creatividad en el aula, facilitando el trabajo de los profesores y permiten junto a otros medios educativos tradicionales mejorar el aprendizaje de la representación gráfica de las funciones. Con ello se da respuesta al problema planteado y cumplimiento al objetivo de esta tesis.

Recomendaciones.

1. Planificar para los próximos cursos mayor frecuencia de clases de laboratorio en el Programa Analítico de la asignatura “Matemática I”, en los cuales pueda hacerse uso del software educativo propuesto en este trabajo, con la finalidad de solventar las dificultades que aún presentan los estudiantes con relación a la representación gráfica del concepto de función.
2. Utilizar el software educativo durante las clases teóricas de este tema, las cuales actualmente son de carácter expositivas y se desarrollan con apoyo de la pizarra. Para ello debe incorporarse una computadora y un proyector, de forma que toda la clase visualice los diferentes ejemplos desarrollados con la aplicación del software educativo. De esta manera el profesor puede ampliar sus explicaciones con nuevos ejemplos, rápidamente y por medio del uso de la computadora.
3. Discutir en los colectivos de disciplina y asignatura la utilidad del empleo del software educativo.
4. Divulgar y socializar a partir de diferentes vías los resultados teóricos, metodológicos y prácticos del trabajo expuesto en la presente tesis.

Referencias bibliográficas.

- ÁLVAREZ, A. *Estrategia Didáctica para la sistematización del concepto función real de una variable real en el primer año de la carrera Ingeniería Eléctrica*. Centro de Estudios de las Ciencias de la Educación "Enrique José Varona". Camagüey, Universidad de Camagüey, 2011. 116. p.
- ÁLVAREZ DE ZAYAS, C. *La escuela en la vida*. La Habana, Editorial Pueblo y Educación, 1999. p.
- BALDOR, D.; M. MÁRQUEZ, *et al.* *Análisis Matemático I*. 1978. p.
- BALLESTER, S. *Aplicaciones de las funciones matemáticas en la vida real y otras áreas. Innovación y experiencias educativas*. Granada, 2009.
- . *El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la planificación de la enseñanza*. La Habana, 2002. p.
- BALLESTER, S.; B. ALMEIDA, *et al.* *Metodología de la enseñanza de la matemática*. Ciudad de La Habana, Editorial Pueblo y Educación, 2000. p. 959-13-0621-0
- BALLESTERO, E. *Instrumentos psicológicos y la teoría de la actividad instrumentada: fundamento teórico para el estudio del papel de los recursos tecnológicos en los procesos educativos. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*. Universidad Nacional, 2007. Año 3: 125-137.
- BEGOÑA, M. and V. MUTO. *Fundamentos matemáticos de la ingeniería*. 2001. p. 84-8373-369-2
- BLANCO, R. *Presupuestos de Vigotsky y la formación de conceptos*, 2001.
- BRAVO, C. *Un sistema multimedia para la preparación docente en medios de enseñanza, a través de un curso a distancia*. Ciudad de La Habana, Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona", 1999. 161 p.
- CANALES, R. *Identificación de factores que contribuyen al desarrollo de actividades de enseñanza y aprendizaje con apoyo de las TIC, que resulten eficientes y eficaces. Análisis de su presencia en tres centros docentes*. APLICADA, D. D. P. Barcelona Universidad Autónoma de Barcelona, 2006. 413.
- CARRILLO, F. I. *Un estudio de las organizaciones matemáticas del objeto función cuadrática en la enseñanza superior*. Lima, Pontificia Universidad Católica del Perú, 2013. 147. p.
- CASTILLO, M. V. *Un estudio de concepciones del concepto de función en estudiantes de ingeniería*. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 2009. 22.
- CATALDI, Z. *Metodología de diseño, desarrollo y evaluación de software educativo*. Argentina, Universidad Nacional de La Plata, 2000. 75. p.
- CLARO, M. S.; P. LEYVA, *et al.* *Matemática Superior*. Ciudad de La Habana, 1986. p.
- COLL, C. *Aprender y enseñar con las TIC: expectativas, realidad y potencialidades. Los desafíos de las TIC para el cambio educativo*. España, 2009.

- DA COSTA, A. M. *O desenvolvimento de representações gráficas em software educativo para facilitar significativa e colaborativamente a construção do conceito de funções matemáticas*. Centro de Ciências. Fortaleza, Universidade Federal do Ceará, 2011. 141 p. p.
- DEL CASTILLO, A. G. *El concepto de función: una manera de explorar la conversión del registro gráfico al algebraico con Cabré*, Universidad de Sonora, /s.a/.
- DÍAZ, M. and L. G. DIRCIO. *El grado de visualización. Un indicador del desarrollo del pensamiento visual. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. México, 2010. 23: 360-367.
- DUVAL, R. *Registros de presentación semiótica y funcionamiento cognitivo de pensamiento. Investigaciones en Matemática Educativa II*, Grupo Editorial Iberoamérica, 1998. 173-207.
- ENGELS, F. *Anti-Dühring*. La Habana, 1975 p.
- FERRARI, M. *Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo*. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN. México, 2001. p.
- FLORES, C., SUÁREZ, L. *Uso de las gráficas en una situación de modelación de movimiento. Variaciones de primer y segundo órdenes. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 2009. 22.
- FLÓREZ, A. La ingeniería didáctica. en: *Tendencias Iberoamericanas en la Educación Matemática*. SINALOA, U. A. D. México, Enero, 2001. 1era edición.p.
- FORTUNY, P. *Curso de Cálculo para ¿ingenieros?* , 2012. p.
- GARCÍA, L.; R. A. VÁZQUEZ, et al. *Dificultades en el aprendizaje del concepto de función en estudiantes de ingeniería. Ingenierías*, 2004. Vol.VII: 27-34.
- GIL, D. and M. DE GUZMÁN. ¿Las nuevas tecnologías como base de la renovación de la enseñanza? en: *Enseñanza de las ciencias y la matemática. Tendencias e innovaciones*. España, Editorial Popular s.a., 1993. 33-35.p.
- GINORIS, O.; F. ADDINE, et al. *Curso Didáctica General. Material básico para la maestría en educación*. Cuba, 2006. p.
- GODINO, J. D. and V. FONT. *The theory of representations as viewed from the onto-semiotic approach to mathematics education. Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 2010. 189-210.
- GÓMEZ, M. *Estudio teórico, desarrollo, implementación y evaluación de un entorno de enseñanza colaborativa con soporte informático (cscl) para matemáticas*. Departamento de Didáctica Organización Escolar. Madrid, Universidad Complutense de Madrid, 2002. 318 p.
- GONZÁLEZ, F. *Algunas cuestiones básicas acerca de la enseñanza de conceptos matemáticos. Fundamentos en Humanidades*. San Luis, Argentina, 2005. VII: 37-80.
- GONZÁLEZ, W. *Fundamentos para contribuir al desarrollo de la creatividad a través de la enseñanza de la Geometría Analítica en el onceno grado. Revista Enseñanza de las Ciencias*. Barcelona, España, Edición Especial, 2003. Diciembre 2003.

- GORSKI, D. P. *Lógica*. 1992. 316 p.
- GUEVARA, V. and V. LARIOS. *Desarrollo de aplicaciones informáticas con modelación matemática orientadas al aprendizaje del cálculo integral a nivel licenciatura*. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. México, 2010. 23: 1208-1216.
- HERNÁNDEZ, E. J. *Software educativo para el aprendizaje experimental de las matemáticas*. *Virtual Educa 2005*. México DF, Encuentro Internacional de Educación Superior 2005.
- HERNÁNDEZ, R. *Propuesta didáctica para identificar y resolver los problemas que requieren del cálculo de una integral definida o de la derivada de una función real en un punto* Matanzas, Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos", 2000. 223. p.
- HERNÁNDEZ, V. *Un modelo de evaluación de software educativo para la enseñanza de la matemática*, 2007.
- HORRUITINER, P. *La Universidad Cubana: el modelo de formación*. La Habana, Editorial Félix Varela, 2008. p.
- HURTADO, F. J.; O. COLOMA, et al. *El uso del software educativo en la escuela cubana y su impacto en el aprendizaje de los estudiantes*. *Curso No.40, PEDAGOGÍA 2009*, 2009. 77 p.
- JORGE, M. *Curso Básico de matemática para los estudiantes de Ciencias Técnicas en la Universidad de Matanzas*. Departamento de Matemática. Matanzas, Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos", 2012. p.
- . *El tratamiento diferenciado a los estudiantes de ciencias técnicas: una necesidad de la matemática en la educación superior*. MONOGRAFÍAS, C. D. Matanzas, Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos", 2009.
- KOPNIN, P. V. *Lógica Dialéctica*. Ciudad de La Habana, 1983. p.
- KOZAK, D. *Innovación pedagógica en la educación superior y nuevas tecnologías: entre hacer "más de lo mismo" o innovar de verdad*. *Segundo Congreso Internacional Docencia Universitaria e Innovación*. Tarragona, 2002. 19.
- KURSANOV, G. *Problemas fundamentales del Materialismo Dialéctico*. La Habana, Instituto Cubano del Libro, 1974. p.
- LA O, W. *Modelo para el tratamiento didáctico del concepto magnitud en el proceso de formación del profesional de la educación, especialidad Ciencias Exactas*. Departamento: Matemática - Física. Pinar del Río, Universidad de ciencias pedagógicas Rafael María de Mendive, 2009. p.
- MARQUÉS, P. *El software educativo*, Universidad Autónoma de Barcelona, 1996. [Disponible en: http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software/]
- MATEMÁTICA, D. D. *Resultados del Diagnóstico Final de Matemática Curso 2011 – 2012*, Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos", 2011.
- . *Resultados del Diagnóstico Final de Matemática Curso 2012 – 2013*, Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos", 2012.
- . *Resultados del Diagnóstico Final de Matemática Curso 2013 – 2014*, Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos", 2013a.

- . *Resultados del Diagnóstico Inicial de Matemática Curso 2013 – 2014*, Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos", 2013b.
- MAZÓN, A. and B. FABELLO. *Una propuesta para la asimilación de conceptos matemáticos a través del Aprendizaje Significativo*, 1991.
- MES. *Plan de Estudios D*, 2007.
- MOSQUERA, O. *El reconocimiento del concepto función en estudiantes de la carrera de Ingeniería Industrial. Matanzas*. Departamento de Matemática. Matanzas, Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos", 2011. 85. p.
- MÜLLER, D.; A. ENGLER, et al. *Una propuesta didáctica para el estudio de funciones con la utilización de un software. Acta Latinoamericana de Educación Matemática*. México, Grupo Editorial Iberoamérica, 2008. 21: 1015-1025.
- OLIVEIRA, M. *O uso do computador no ensino para formar, processar, gerenciar informações e construir conhecimento: visão diagnóstica*. Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2002. 78. p.
- PISKUNOV, N. *Cálculo Diferencial e Integral*. Moscú, 1977. p.
- PIZARRO, R. A. *Las TICs en la enseñanza de las Matemáticas. Aplicación al caso de Métodos Numéricos*. Facultad de Informática. La Plata, Universidad Nacional de La Plata, 2009. 110. p.
- QUALDING, D. A. *La importancia de las matemáticas en la enseñanza. Perspectivas*. Francia, Unesco, 1982. XII: 443- 452.
- REY, G.; C. BOUBÉE, et al. *Aportes didácticos para abordar el concepto de función. Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 2009. Vol. 20: 153-162.
- RODRÍGUEZ, E. C. and E. ANSOLA. *El currículo de matemática con tecnología en carreras de ingeniería. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. México, 2010. 23.
- RODRÍGUEZ, J. B. *Una propuesta metodológica para la utilización de las tecnologías de la información y las comunicaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones matemáticas*. Departamento de Matemática. Ciudad de La Habana, Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona", 2003. 155. p.
- RODRÍGUEZ, R. *Introducción a la Informática Educativa*. La Habana, Pueblo y Educación, 2000.
- RUIZ, A. *La investigación educativa. /s.a./*.
- SÁNCHEZ, B. I. *El concepto de función matemática entre los docentes a través de representaciones sociales*. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada. México, D.F. , Instituto Politécnico Nacional, 2009. 125 h.
- SANTANDREU, M. M. *La formació en tecnologies de la informació i la comunicació del professorat de matemàtiques*. Departament de Pedagogia. Tarragona, Universitat Rovira i Virgili, 2005. 624. p.

- SARMIENTO, M. *La enseñanza de las matemáticas y las NTIC. Una estrategia de formación permanente*. Universitat Rovira i Virgili,. Tarragona, Universitat Rovira i Virgili, 2007. 793. p.
- SARMIENTO, M. and J. MANZANILLA Unidad didáctica para la enseñanza-aprendizaje de funciones matemáticas con ayuda de maple *XIII CIAEM-IACME*, 2011: 12.
- SORDO, J. M. *Estudio de una estrategia didáctica basada en las nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría*. Departamento de Didáctica y Organización Escolar. Madrid, Universidad Complutense de Madrid, 2005. 628. p.
- SPIVAK, M. *Calculus*. Ciudad de La Habana, Pueblo y Educación, 1970.
- SUVOROV, I. *Curso de Matemáticas Superiores*. Moscú, 1973.
- TORRES, J. G. and R. GILBERT. *Empleo de la tecnología en la enseñanza del álgebra*. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. México, 2010. 23.
- VANEGAS, D. and M. ESCALONA. *Representaciones de funciones matemáticas de una variable*. *Omnia*. Venezuela, Universidad del Zulia, 2010. vol. 16: 101-122.
- VIGOTSKY, L. *Pensamiento y lenguaje*. Ciudad de La Habana, Editorial Pueblo y Educación, 1982.

Anexos.

Anexo 1. Diagnóstico inicial de Matemática aplicado a los estudiantes de Ingeniería Informática en el curso 2013-2014. (Batería A)

J. B. Mauid

Universidad de Matanzas
Diagnóstico Inicial de Matemática para Ciencias Técnicas.
Batería A

Nombre: _____ Grupo: _____ Calif: _____

1. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.

1.1. Se puede afirmar que:

a) $\frac{3}{4} \in \mathbb{Z}$ b) $\frac{1}{3} = 0,3$ c) $5 \in \mathbb{N}$ d) $2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

1.2 En un triángulo rectángulo, el lado mayor recibe el nombre de:

a) $\frac{3}{4}$ cateto b) $\frac{1}{3}$ base c) 5 hipotenusa

1.3 Una función f que satisface que $f(-x) = -f(x)$ para toda x de su dominio recibe el nombre de función:

a) $\frac{3}{4}$ inyectiva b) $\frac{1}{3}$ impar c) 5 par d) $2^{-\frac{1}{2}}$ inversa

2. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Escribe V o F en la línea dada. Justifica las que sean falsas.

a) $\frac{3}{4}$ Los ceros de la función $p(x) = \log_2 x^2 - 1$ son $x_0 = 1$ y $x_0 = -1$.

b) $\frac{1}{3}$ El dominio de la función $r(x) = \sqrt{\frac{1}{x} - 1}$ es $\{x \in \mathbb{R} : x < 0 \text{ ó } x \geq 1\}$

c) 5 La ecuación: $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$ es una circunferencia con centro en $(-3, 1)$ y radio 2.

3. Representa en un sistema de coordenadas la función $f(x) = x^2 - 3$

4. Sean $A = \frac{4x}{x^2 - 4}$ y $B = \frac{x}{x - 2}$

a) $\frac{3}{4}$ Determina $C = B - A$. Simplifica el resultado.

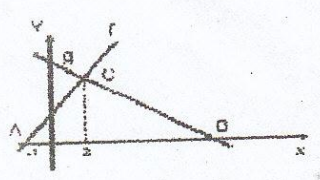
b) $\frac{1}{3}$ Halla los valores $x \in \mathbb{R}$ para los que $A < 0$.

5. En la gráfica están representadas las funciones f y g , y un triángulo ABC, cuya base \overline{AB} está sobre el eje de las abscisas.

a) $\frac{3}{4}$ Si $g(x) = -2x + 9$. Determina las coordenadas del punto B.

b) $\frac{1}{3}$ Calcula el área del triángulo ABC.

c) 5 Escribe la ecuación que define la función f



Anexo 2. Diagnóstico inicial de Matemática aplicado a los estudiantes de Ingeniería Informática en el curso 2013-2014. (Batería B)

J. B. Mañón

Universidad de Matanzas
Diagnóstico Inicial de Matemática para Ciencias Técnicas.
Batería B

Nombre: _____ Grupo: _____ Calif: _____

1. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X en la línea dada.

1.1. Se puede afirmar que:

a) $-\frac{1}{3} \in \mathcal{Q}_+$ b) $6^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{6}$ c) $\pi \in \mathcal{Q}$ d) $\pi = 3,14$

1.2 Si A y B son conjuntos, entonces A ∪ B es el conjunto:

a) unión b) diferencia c) intersección

1.3 Una función f que satisface que f(-x) = f(x) para toda x de su dominio recibe el nombre de función:

a) inyectiva b) impar c) par d) inversa

2. Clasifica las siguientes proposiciones en verdaderas o falsas. Escribe V o F en la línea dada. Justifica las que sean falsas.

a) Los ceros de la función $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 9}$ son $x_0 = 0$ y $x_0 = -3$.

b) La función real g definida en \mathcal{R} por la ecuación $g(x) = 2^x - \frac{1}{4}$ es negativa para todos los valores reales de x, tal que $x < 0$.

c) La ecuación: $x^2 + (y - 1)^2 = 4$ es una circunferencia con centro en (0, 1) y radio 2.

3. Representa en un sistema de coordenadas la función $f(x) = 1 - x^2$

4. Sean $A = \frac{6x}{x^2 - 9}$ y $B = \frac{x}{x + 3}$

a) Determina $C = A + B$. Simplifica el resultado.

b) ¿Para qué valores de $x \in \mathcal{R}$ está definida la fracción algebraica A?

5. En la figura aparecen representado en un sistema de coordenadas rectangulares, un triángulo MNL y la función f de ecuación $4y = -3x + 15$ cuyo gráfico contiene al lado NL.

a) Si M y N están sobre el eje x, determina las coordenadas del punto N.

b) Halla el área del triángulo MNL.

c) Escribe la ecuación que define la función definida por el segmento LM.

Anexo 3. Examen final del curso introductorio aplicado a los estudiantes de Ingeniería Informática en el curso 2013-2014. (Batería A)

Universidad de Matanzas: "Camilo Cienfuegos." *Jornada*
 Examen final del curso introductorio. curso 13-14.

1. Nombre: Livan Rodríguez Martínez Grupo: INFO-12 BA $\frac{86}{100}$

1. Lea detenidamente, analice y conteste.

1.1. Marque con una x la respuesta correcta.

a) $2 \notin \mathbb{N}$; b) $\pi \neq 3,14$; c) $\mathbb{R} \subset \mathbb{N}$; d) $\frac{1}{2} \in \mathbb{N}$

1.2. Coloque uno de los signos (\in ; \notin ; \subset ; \supset) de forma tal que obtenga una proposición verdadera.

a) $\mathbb{R} \subset \mathbb{Q}$; b) $2, 7, \dots \in \mathbb{I}$; c) $-\frac{3}{7} \in \mathbb{Q}$; d) $\mathbb{Q}_+ \subset \mathbb{Q}$

1.3. El resultado de calcular $\frac{\sqrt{18} + \sqrt{50}}{\sqrt{98}}$ es:

1.3.1 a) $\frac{34}{49}$; b) $\frac{8}{7}$; c) $-\frac{\sqrt{68}}{\sqrt{98}}$

1.3.2 $\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^0 + \left(\frac{4}{5}\right)^{-1}}$ es a) $\frac{9}{5}$; b) $\frac{3}{\sqrt{5}}$; c) $\frac{3}{2}$

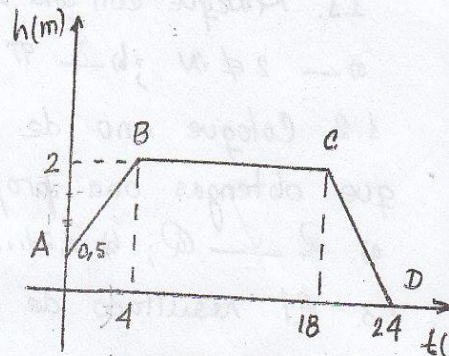
1.4. La solución de: $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x + 1} \leq 0$ es:

a) $\{x \in \mathbb{R} : x \leq -2; x \geq 2\}$; b) $\{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 2\}$
 c) $\{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 2; x \neq 1\}$; d) $\{x \in \mathbb{R} : x < -2; x > 2\}$

2. Dada la función $y = |x-1| - 4$

a) Determine los interceptos con los ejes coordenados
 b) Determine la imagen
 c) Determine la monotonía
 d) Determine el valor mínimo
 e) Haga un esbozo gráfico.

3. La siguiente gráfica muestra el proceso de llenado y vaciado de una piscina a partir de las 8:30 am., donde la altura del agua se mide en metros (m) y el tiempo t en horas h .



a). Determine la ecuación del proceso de llenado

b) ¿Durante que tiempo estuvo totalmente llena la piscina?

c) ¿A qué hora, durante el proceso de llenado, la profundidad del H_2O era de 1,5 m?

4. Dada la cónica $x^2 + y^2 + 6y = 16$ responda:

a). ¿Qué nombre recibe?

b) ¿Determine las coordenadas del centro?

c) Haga un esbozo gráfico.

Respuestas

$$1.3 \quad \frac{\sqrt{18} + \sqrt{50}}{\sqrt{98}} = \frac{\sqrt{3 \cdot 2} + \sqrt{5 \cdot 2}}{\sqrt{7 \cdot 2}} = \frac{3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}}{7\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{7\sqrt{2}} = \frac{8}{7}$$

$$1.3.2 \quad \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{45}} = \sqrt{\frac{46}{45}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$$

$$1.4 \quad \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x + 1} \leq 0 \quad \left\{ x \in \mathbb{R}; -2 \leq x \leq 2; x \neq 1 \right\}$$

$$\frac{(x+2)(x-2)}{(x-1)(x-1)} \leq 0$$

Las respuestas continúan en la otra página

Anexo 4. Examen final del curso introductorio aplicado a los estudiantes de Ingeniería Informática en el curso 2013-2014. (Batería B)

Universidad de Matanzas: "Camilo Cienfuegos" Ternavitz
 Examen final del curso introductorio, curso 13-14.
 Nombre: Emilio Diego Viera Torres Grupo I-12 B.B 89/100

1. Lea detenidamente, analice y conteste.

1.1. Marque con una x la respuesta correcta.

a) $3\frac{1}{2} \in \mathbb{N}$; b) $2 \subset \mathbb{R}$; c) $\sqrt{-2} \notin \mathbb{R}$; d) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}$

1.2. Coloque uno de los signos (\in ; \notin ; \subset ; $\not\subset$) de forma tal que obtengas una proposición verdadera.

a) $3,14\dots \in \mathbb{I}$; b) $\sqrt{5} \notin \mathbb{N}$; c) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$; d) $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$

1.3. El resultado de calcular 0.

1.3.1. $(\sqrt{75} - \sqrt{12}) 4\sqrt{3}$ es: $4\sqrt{63}$ 36
 $4\sqrt{189}$

1.3.2. $\sqrt{\frac{4^2 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^7}{64}}$ es: $\sqrt{3} \cdot 2^4$ $2\sqrt{2}$
 $\frac{\sqrt{19} \cdot 2^3}{8}$

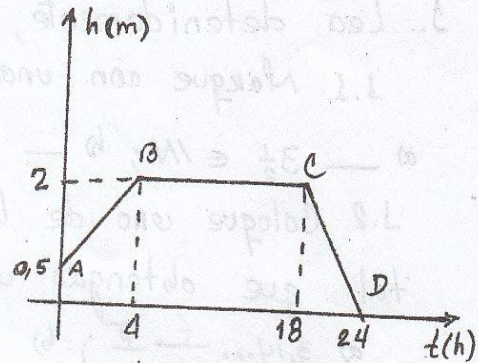
1.4. La solución de $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x - 3} \geq 0$ es:

$\{x \in \mathbb{R} : x \leq -1 ; 3 \leq x\}$
 $\{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 3 ; x \neq 2\}$
 $\{x \in \mathbb{R} : x \leq -1 ; 3 \leq x ; x = 2\}$
 $\{x \in \mathbb{R} : x < -1 ; 3 < x ; x = 2\}$

2. Dada la función $y = 2^{x-3} - 8$

a) Determine los interceptos con los ejes coordenados.
 b) Determine la imagen
 c) Determine la monotonía.
 d) Determine el valor mínimo
 e) Determine el esbozo gráfico.

3. La siguiente gráfica muestra el proceso de llenado y vaciado de una piscina a partir de las 8:30 am, donde la altura del agua se mide en metros (m) y el tiempo t en horas (h)



a) Determine la ecuación del proceso de vaciado.

b) ¿A qué hora se empezó a vaciar la piscina?

c) ¿A qué hora, durante el proceso de vaciado, la profundidad del H_2O era de 0,5 m?

4. Dada la cónica $2x^2 + 4x + y^2 = 2$ responda:

a) ¿Qué nombre recibe?

b) Determine las coordenadas del centro.

c) Haga un esbozo gráfico.

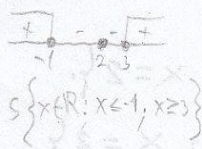
$$1.3.1 \quad 4\sqrt{3}(\sqrt{75} - \sqrt{12}) = 4\sqrt{3 \cdot 25} - 4\sqrt{3 \cdot 12} = 4\sqrt{75} - 4\sqrt{36} = 60 - 24 = 36$$

$$1.3.2 \quad \sqrt{\frac{6^2 + 3 \cdot 2^2}{64}} = \sqrt{\frac{36 + 12}{64}} = \sqrt{\frac{48}{64}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 16}{4 \cdot 16}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$1.4 \quad \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x - 3} \geq 0$$

$$CN: x = 2 \rightarrow \text{doble}$$

$$CD: x_1 = -1, x_2 = 3$$



$$2) \text{ eje } x: 0 = 2^{x-2} - 4$$

$$8 = 2^{x-2}$$

$$2^3 = 2^{x-2}$$

$$3 = x - 2$$

$$\boxed{x = 6}$$

$$(6, 0)$$

$$\text{eje } y: y = 2^{0-3} - 4$$

$$y = 2^{-3} - 4$$

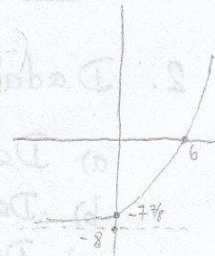
$$y = \frac{1}{8} - 4$$

$$(0, -\frac{31}{8})$$

$$b) \text{ Inj: } y \in \mathbb{R}; y \geq -8$$

$$c) \text{ Monotona creciente}$$

$$d) \text{ no tiene}$$



Anexo 5. Primer Examen Parcial aplicado a los estudiantes de Ingeniería Informática en el curso 2013-2014.

UNIVERSIDAD DE MALDEN "COMUNICACIONES"

ESPECIALIDAD: Ingeniería Informática

CURSO: 2013-2014

PRUEBA PARCIAL I Matemáticas I

NOMBRE Y APELLIDOS: Edmil Pérez Álvarez GRUPO: Inf112 FECHA: 1-11-2013

W. P. Pérez

Baterías A

3) DADO EL SIGUIENTE ENUNCIADO:

- 1.1. EXPRÉSELO EN EL LENGUAJE PROPOSICIONAL. M B
- 1.2. BUSQUE UNA EXPRESIÓN LÓGICAMENTE EQUIVALENTE A LO ANTES.
- 1.3. CONSTRUYA LA TABLA DE VALORES DE VERDAD ASOCIADO A LA PROPOSICIÓN DEL INCISO 1.1.

Si queremos llevar a cabo la construcción del socialismo, tenemos que elevar en primer lugar, la productividad del trabajo, si aplicamos conscientemente las leyes económicas.

4) DADA LA FUNCIÓN p DEFINIDA POR:

$$p(x) = \begin{cases} \frac{3}{x} & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ x+1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

DETERMINE:

- a) Dominio B
- b) Imagen B
- c) Ceros B
- d) Intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función.

2.1 REPRESENTÉLO GRÁFICAMENTE B

2.2 ANALICE EL COMPORTAMIENTO DE LA FUNCIÓN EN EL INFINITO.

2.3 CALCULE LOS SIGUIENTES LÍMITES:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan 2x}{\sin 3x}$ B
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2}$ B
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2}$ B

5) ANALICE LA CONTINUIDAD DE LA FUNCIÓN SIGUIENTE. EN CASO DE SER DISCONTINUA, CLASIFIQUE LA DISCONTINUIDAD.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{1+e^x} & \text{si } x < 0 \\ -2 & \text{si } x = 0 \\ 3x+2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Anexo 6. Resultados de la aplicación de la prueba de Mann-Whitney. Curso 2013-2014. Primer Examen Parcial. Grupo experimental y grupo control.

Comparison of Medians (Dócima no paramétrica)

Median of sample 1: 3,0

Median of sample 2: 4,0

Mann-Whitney (Wilcoxon) W test to compare medians

Null hypothesis: median1 = median2

Alt. hypothesis: median1 < median2

Average rank of sample 1: 20,5625

Average rank of sample 2: 29,26

W = 406,5 P-value = 0,0135182

The StatAdvisor

This option runs a Mann-Whitney W test to compare the medians of the two samples. This test is constructed by combining the two samples, sorting the data from smallest to largest, and comparing the average ranks of the two samples in the combined data. Since the P-value is less than 0,05, **the median of the first sample is significantly less than the median of the second at the 95,0% confidence level.**