

*Universidad de Matanzas
Facultad de Ciencias Técnicas*



**DISEÑO DE ELEMENTOS DE HORMIGÓN ARMADO
SOMETIDOS A FLEXOCOMPRESIÓN UNIAxIAL A
PARTIR DEL EMPLEO DE DIAGRAMAS DE
INTERACCIÓN**

Trabajo de Diploma en Ingeniería Civil

Autor: Yenier de Armas Gago

Tutor(es): Ing. *Limnavel Pestana Morejón*

Ing. *Alejandro Hernández Hernández*

Matanzas, 2018

DECLARACIÓN DE AUTORIDAD

Por medio de la presente declaro que soy el único autor de este trabajo de diploma y, en calidad de tal, autorizo a la Universidad de Matanzas a darle el uso que estime más conveniente.

Pensamiento

“Cuando menos lo esperamos, la vida nos coloca delante un desafío que pone a prueba nuestro coraje y nuestra voluntad de cambio”

Pablo Coelho

DEDICATORIA

A mis padres que siempre me han brindado su apoyo incondicional en cada paso que he dado en la vida, a ustedes debo todo lo que soy hoy, son la inspiración y fortaleza para cumplir mis metas.

AGRADECIMIENTOS

Le doy gracias a mis padres, Gladys Gago Trujillo y Alfredo de Armas Guerra ya que sin su apoyo, sacrificio incondicional y constancia no hubiera llegado a culminar este gran paso en mi vida profesional.

A mi hermana Yanaikys de Armas Gago que siempre estuvo ahí para alentarme a estudiar y hacerme de un título universitario.

A mi familia en general que siempre estuvo al tanto de cada paso que daba y se enorgullecían con mis triunfos, por confiar, creer en mí, y por ser de una forma u otra participes de mis logros.

A mi novia Rachel García Hernández por estar siempre a mi lado con amor y paciencia tanto en los momentos buenos como en los malos.

A mis mejores amigos, Manuel Alejandro Troya (Troya) y Wendy Martínez Carballo (Rosi) que juntos somos los tres mosqueteros, gracias a ustedes por todos esos buenos e inolvidables momentos de fiestas, por aguantarme mis resabios, por apoyarme con esas asignaturas de letras, gracias por hacerme creer que la amistad existe de verdad.

A mi madrina Yunersy que desde mi infancia fue como mi segunda mamá, siempre estuvo al tanto de mis estudios y me brindó su amor y cariño.

A todos los que contribuyeron de una forma u otra con la realización de este trabajo de diploma, en especial a mis tutores que sin ellos no hubiese sido posible llegar al final.

RESUMEN

Las columnas son unos de los elementos estructurales más complejos en lo que respecta a su diseño debido a que están sometidas generalmente a más de una sollicitación, lo que genera complejidad en su análisis, debido a ello es que primeramente se realiza toda una serie de estudios acerca de las columnas solicitadas a flexocompresión, así como el empleo de los diagramas de interacción. Posteriormente a este estudio se elabora una programación en Matlab para obtener diagramas de interacción dimensionales que permiten un análisis conciso y claro con resultados exactos y precisos en un tiempo considerablemente corto, facilitando la revisión de dichos elementos por proyectistas y diseñadores; para ello son tratadas con cuidado las diferentes ecuaciones y factores que entran en juego en el diseño de dichos elementos, como lo son el coeficiente reductor de la resistencia, la entrada en fluencia o no de los aceros ordinarios y la resistencia del hormigón; teniendo como base fundamental el libro de Hormigón Armado Diseño por Estados Límites tomo II de los autores Hernández y Hernández, que se basa en el código de la ACI 318-05. Después de realizado todo lo anterior se valida lo elaborado en Matlab a partir de trabajos de otros autores, mediante la comparación de diagramas de interacción, obteniéndose muy buenos resultados, lo que permite obtener diagramas de interacción para diferentes casos de estudio.

Palabras claves: Flexocompresión uniaxial, flexocompresión biaxial, diagramas de interacción, validación.

ABSTRACT

Columns are one of the most complex structural elements in regard to their design because they are generally subject to more than one solicitation, which generates complexity in their analysis, due to which that is first a series of studies is carried out. About the columns requested to Flexocompresión, as well as the use of interaction diagrams. After this study a Matlab programming is developed to obtain dimensional interaction diagrams that allow a concise and clear analysis with accurate and precise results in a considerably short time, facilitating the review of said elements by designers and designers; For this purpose, the different equations and factors that come into play in the design of said elements, such as the reducing coefficient of the resistance, the entrance in flow or not of the ordinary steels and the resistance of the concrete, are treated with care. Having as fundamental base the book of Reinforced Concrete Design by States Limits volume II of the authors Hernández and Hernández, that is based on the code of the ACI 318-05. After all the above is done, Matlab's work is validated from the work of other authors, by comparing interaction diagrams, obtaining very good results, which allows obtaining interaction diagrams for different case studies.

Keywords: Uniaxial flexo-compression, biaxial flexo-compression, interaction diagrams, validation.

TABLA DE CONTENIDO

Introducción	1
Capítulo 1 Estado del arte del diseño de columnas empleando diagramas de interacción .	6
1.1 Características de los materiales	6
1.1.1 Hormigón	6
1.1.1.1 Diagrama tensión-deformación del hormigón.....	7
1.1.2 Acero.....	8
1.1.2.1 Diagrama tensión deformación del acero natural.....	9
1.1.3 Hormigón armado	10
1.2 Las columnas de hormigón armado	12
1.2.1 Columnas rectangulares	13
1.2.2 Columnas circulares.....	14
1.3 Esbeltez en columnas	15
1.4 Recubrimientos relativos.....	16
1.5 Flexión compuesta.....	16
1.5.1 Flexión compuesta Uniaxial	17
1.5.2 Flexión compuesta Biaxial.....	19
1.6 Diagramas de interacción	21
1.7 Software Matlab	24
1.8 Conclusiones del capítulo.....	25
Capítulo 2 Materiales y métodos para la obtención de los diagramas de interacción	26
2.1 Hipótesis para el cálculo	26
2.1.1 Diagramas de dominios.....	28
2.2 Aspectos a tener en cuenta en el diseño.....	30
2.2.1 Etapas de la vida de la sección en los diagramas de interacción	30
2.2.1.1 Agotamiento de la sección	30
2.2.1.2 Fluencia del acero	31
2.2.1.3 Fisuración del hormigón	31
2.2.2 Resistencia del hormigón.....	31
2.2.3 Resistencia del acero de refuerzo.....	32
2.2.4 Coeficiente reductor Φ	32
2.2.5 Análisis del diagrama rectangular del hormigón	35
2.2.6 Ecuaciones generales de compatibilidad y equilibrio.....	36
2.2.6.1 Secciones rectangulares sometidas a Flexocompresión Uniaxial	37
2.2.6.2 Secciones circulares	39
2.3 Resistencia de diseño máxima a carga axial	46
2.4 Obtención de los diagramas de interacción.....	47
2.4.1 Procedimiento para la Flexocompresión Uniaxial en secciones rectangulares	47
2.4.2 Procedimiento para la Flexocompresión Uniaxial en secciones circulares	48
2.5 Conclusiones del capítulo.....	49
Capítulo 3 Validación de la programación mediante bibliografía consultada.....	50

3.1 Validación de la Flexocompresión uniaxial.....	50
3.1.1 Validación mediante el libro HORMIGÓN ESTRUCTURAL. Diseño por Estados Límites. Parte II.....	50
3.1.2 Validación mediante la tesis del Ing. Carlos Rodríguez García (Diseño de columnas rectangulares).....	52
3.1.3 Validación mediante el Trabajo de diploma del Ing. Carlos Rodríguez García (Diseño de columnas rectangulares).....	55
3.2 Casos de estudios	58
3.2.1 Caso 1.....	59
3.2.2 Caso 2.....	60
3.2.3 Caso 3.....	61
3.2.4 Caso 4.....	62
3.3 Conclusiones del capítulo.....	62
Conclusiones	63
Recomendaciones	64
Referencias Bibliográficas	65
Anexos	66
Anexo 1 Programación (Sección rectangular)	66
Anexo 2 Programación (Sección circular).....	69

INTRODUCCIÓN

Las columnas son elementos estructurales que se encuentran presentes en casi todo tipo de edificaciones, son estas las encargadas de soportar y transmitir las cargas del resto de los elementos como vigas, losa y muros, que son necesarios para cubrir los espacios y transmitir dichos esfuerzos hacia la superficie de apoyo.

Las columnas de hormigón armado trabajan a esfuerzos de carga axial, sin embargo al mismo tiempo se presentan momentos flectores en una o dos direcciones, a dicho estado se le conoce como flexocompresión y el mismo puede estar originado por la hiperestaticidad de una estructura, debido a que la carga no se encuentra en el eje centroidal del elemento y al efecto que producen las cargas laterales.

La Flexocompresión se puede presentar en dos casos diferentes, si la flexión combinada se presenta en un solo eje se le llamará Flexocompresión Uniaxial y cuando ocurra en los dos ejes le corresponderá la Flexocompresión Biaxial.

A partir de la elaboración de gráficos denominados diagramas de interacción, los cuales son encargados de representar todas las posibles combinaciones de cargas que puede soportar una sección específica de dichos elementos, resulta más fácil realizar el diseño o revisión de dicho elemento.

La presencia de las columnas en casi todas las edificaciones, la gran variedad de combinaciones de cargas a las que pueden estar sometidas las mismas y la necesidad que de encontrar la sección racional con el objetivo de disminuir costos constructivos y mantener los aspectos de seguridad estructural que establecen las normas, es que radica la importancia de estudiar dicho proceso de cálculo.

Situación problémica

El estudio de la Flexocompresión resulta muy complejo debido a las numerosas combinaciones de fallo que pueden originarse, el desconocimiento del dominio de fallo en el que se encuentra dicha sollicitación, el sinnúmero de combinaciones de momento y

carga axial que pueden originarse, y agregando a todo esto lo complejo que pueden ser los sistemas de ecuaciones para dichos casos de fallo.

Por lo que las condiciones antes expuestas permiten plantear como problema científico: ¿Es posible elaborar un algoritmo de cálculo para el diseño de columnas mediante el empleo de nuevas técnicas computacionales?

En consecuencia con lo expresado se plantea como hipótesis: con la utilización del software Matlab y usando como referencia las normas es posible elaborar un algoritmo de cálculo para el diseño de columnas empleando diagramas de interacción.

De la misma se derivan las siguientes variables de la investigación:

- Variable independiente: El proceso de diseño de columnas
- Variable dependiente: Diagramas de Interacción

Siendo el objetivo general elaborar un algoritmo de cálculo en Matlab para columnas sometidas a Flexocompresión Uniaxial a partir del empleo de diagramas de interacción, teniendo en cuenta como objetivos específicos analizar el estado del arte relacionado con el empleo de los diagramas de interacción en el diseño de columnas sometidas a flexocompresión, elaborar programación en Matlab para la obtención de diagramas de interacción de columnas sometidas a Flexocompresión Uniaxial y aplicar la programación elaborada a los diferentes casos de estudio.

En esta investigación se tiene como objeto la Flexocompresión Uniaxial en columnas de hormigón armado.

Como campo de acción el diseño de columnas sometidas a Flexocompresión Uniaxial.

La novedad científica de este trabajo radica en la creación de una interfaz sencilla y asequible que englobe todo el sistema de variables y conocimientos teóricos para el diseño y revisión de columnas de hormigón armado sometidas a Flexocompresión Uniaxial, la que contiene en su programación las especificaciones pertenecientes a la norma ACI-318-05. La misma presenta un alto nivel de especialización en el tema en

comparación con otros softwares profesionales por lo que ofrece numerosos resultados que son muy útiles emplear tanto por parte de los estudiantes de posgrado como por ingenieros de empresas de proyecto.

A partir del cumplimiento de los objetivos trazados al final de la investigación se obtiene como resultado la elaboración de un algoritmo de cálculo que posibilita la creación de diagramas de interacción que conllevan al diseño eficiente de columnas de hormigón armado.

Se elabora un algoritmo de cálculo acerca del diseño y revisión de columnas sometidas a esfuerzos de Flexocompresión Uniaxial. Todo esto de forma tal que los usuarios obtengan toda la información teórica y demás elementos necesarios para dominar la temática a todos los niveles por ellos demandados, lo que representa el valor metodológico de dicho trabajo.

La misma aporta como valor práctico la posibilidad de que dicho algoritmo sea empleado por diferentes ingenieros que laboran en empresas de proyectos y los propios estudiantes de posgrado pues permite realizar análisis comparativos donde se puedan evaluar las variables más influyentes en el diseño y tantear las diversas invariantes que modificándolas den como resultado secciones racionales.

De la misma manera, la posibilidad de contar con este algoritmo, permite una reducción importante en cuanto al tiempo de trabajo de un proyectista a la hora de darle solución a un diseño determinado y da la seguridad de emplear un diseño racional, lo que conlleva a un claro ahorro de recursos garantizando siempre la seguridad; por lo que he aquí el valor económico que representa la misma.

Para poder cumplir con los objetivos trazados se hace necesario plantear las tareas principales de la investigación:

- Estudio del estado del arte relacionado con el empleo de los diagramas de interacción en el diseño de columnas sometidas a flexocompresión

- Elaboración de un algoritmo de cálculo que posibilita la obtención de diagramas de interacción en 2D
- Validación de dicha programación a partir de la bibliografía consultada
- Aplicar la programación elaborada a los diferentes casos de estudios

Los métodos a utilizar dependen del objeto de investigación y de sus objetivos. En la misma se utilizaron del tipo teórico los siguientes:

Análisis y síntesis: permite como método analizar la situación problemática y buscar la información necesaria para establecer el problema y la hipótesis de la investigación.

Hipotético-deductivo: permite, a partir de la hipótesis asumida, elaborar conclusiones partiendo del análisis del conjunto de datos y de principios más generales, los resultados de la investigación.

Estructura del trabajo de diploma:

Resumen

Introducción: fundamentación teórica de la investigación, explicando los métodos, herramientas y técnicas empleadas.

Capítulo I: estudio del Estado del Arte relacionado con las características de los materiales que componen el hormigón armado, los elementos a tener en cuenta en el diseño de columnas, así como la definición y principales aspectos que se tienen en cuenta en el estudio de la Flexocompresión y el empleo de los diagramas de interacción como una solución más factible para diseñar dichos elementos.

Capítulo II: está relacionado con todos los aspectos que se tienen que tener en cuenta en cuanto al diseño de columnas lo que permite la elaboración de una programación en Matlab para la obtención de diagramas de interacción en 2D de diferentes secciones de este tipo de elemento.

Capítulo III: en este capítulo valida la programación elaborada en el Capítulo II mediante la bibliografía consultada y se aplica la misma a los diferentes casos de estudio.

Conclusiones

Recomendaciones

Bibliografía

Anexos

CAPÍTULO 1 ESTADO DEL ARTE DEL DISEÑO DE COLUMNAS EMPLEANDO DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN

En este capítulo se aborda de manera precisa todo lo relacionado con las propiedades y características de los materiales tanto del hormigón como del acero, los que posteriormente se emplean en conjunto y dieron paso al surgimiento del hormigón armado. Se aborda la necesidad de diseñar las columnas, se exponen sus principales tipologías, cómo es posible diferenciarlas y que aspectos de importancia hay que tener en cuenta en su diseño. Se realiza además un análisis de la flexocompresión y del procedimiento a seguir para la obtención de los diagramas de interacción.

1.1 Características de los materiales

1.1.1 Hormigón

El hormigón, conocido también en algunas regiones de habla hispana como “concreto” por su traducción del inglés, “concrete”, es un material artificial de origen pétreo que se obtiene de la mezcla cuidadosamente proporcionada de diferentes materiales en los que se incluyen, básicamente, áridos finos y gruesos (arena y grava de diferentes tamaños), un aglutinante(a base de cemento Portland), agua, y en ocasiones algún aditivo o adición, encargados de modificar favorablemente algunas de sus propiedades en estado fresco.(Hernández and Hernández, 2010)

Un ajuste adecuado de las proporciones de los materiales constitutivos trae consigo que se puedan obtener hormigones en un amplio rango de propiedades. Un rango aún más amplio de propiedades puede a obtenerse mediante la utilización de cementos especiales (cementos de alta resistencia inicial), agregados especiales(los diversos agregados ligeros y pesados), aditivos (plastificantes y agentes incorporados de aire, microsílíce o cenizas volantes) y mediante métodos especiales de curado (curado al vapor).(Nilson et al., 2004)

Estas propiedades dependen en gran medida de las proporciones de la mezcla, del cuidado con el cual se mezclan los diferentes materiales constitutivos, y de las condiciones de humedad y temperatura bajo las cuales se mantenga la mezcla desde el

momento en que se coloca en el molde hasta que se encuentra totalmente endurecida. El proceso de control de estas condiciones se conoce como curado.(Nilson et al., 2004)

Para evitar la producción de hormigones de bajos estándares se requiere un alto grado de supervisión y control por parte de las personas con experiencia durante todo el proceso.

1.1.1.1 Diagrama tensión-deformación del hormigón

Conocer y comprender las propiedades del hormigón resulta mucho más fácil mediante curvas de comportamiento del mismo que se muestran a continuación.

En la figura 1.1 se muestra el gráfico de las cualidades más distintivas de las leyes tenso-deformaciones, partiendo de la relación en σ_c' y ϵ_c' del hormigón sometido a compresión axial.

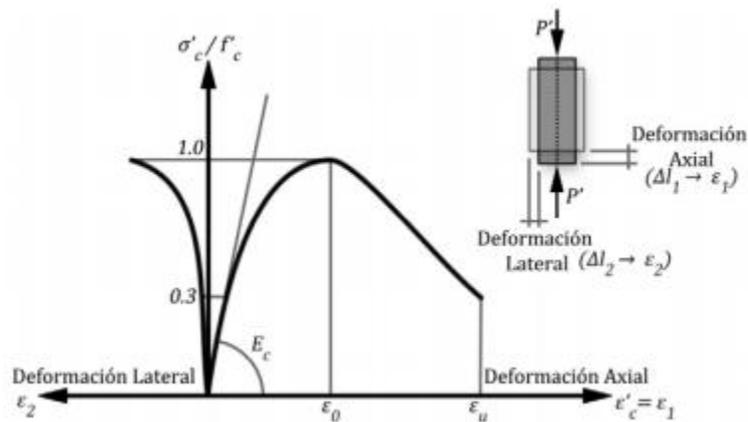


Figura 1.1 Diagrama tensión-deformación del hormigón(Hernández and Hernández, 2010)

La rama ascendente presenta una respuesta prácticamente lineal hasta una tensión del orden del 30% de la máxima resistencia a compresión que se llega a alcanzar en el ensayo, es decir, para tensiones en el orden de $\sigma_c' = 0.30f_c'$ mientras que para tensiones que superen este límite comienza a desarrollarse un incremento gradual de la curvatura hasta tensiones próximas al intervalo $(0.75f_c' \leq \sigma_c' \leq 0.90f_c')$, aproximadamente. A partir de este momento el incremento de la curvatura es más significativo hasta que se arriba al punto de máxima tensión f_c' .(Hernández and Hernández, 2010)

En la figura se observa el carácter elástico-plástico del material, registrándose para tensiones pequeñas una respuesta cuasi elástica y posteriormente plástica.

El módulo de elasticidad, E_s , para el hormigón de refuerzo puede tomarse como $E_c = 4700 \sqrt{f'_c}$.(ACI-318-08, 2008)

Quizás la mayor singularidad de este material artificial es la existencia en él de dos estados disímiles con propiedades diferentes en cada uno: inicialmente un estado plástico que le permite adaptarse con facilidad a las diferentes formas de los moldes en que se vierte y, luego de endurecido, un estado sólido en el que se modifican sus propiedades. A causa de la baja resistencia que presenta a los esfuerzos de tracción debido a su origen pétreo, lo que quizás represente su principal debilidad, se embebe en su masa algún refuerzo (más frecuentemente acero) que obliga también a estudiar las propiedades de este segundo material.(Hernández and Hernández, 2010)

1.1.2 Acero

El acero es un material artificial que se consigue, básicamente, a partir de la combinación de hierro (Fe) y carbono (C), con otras sustancias alternativamente añadidas como el fósforo, azufre, nitrógeno, cromo, molibdeno, vanadio, etc. Además para conseguirlo se sigue un proceso industrial que puede ser por una de las dos vías siguientes: laminado en caliente, o estirado (trefilado) en frío. Llama la atención la influencia, lo mismo de la composición química que del proceso de fabricación que se siga, en las cualidades del acero que se fabrica y que a los fines del refuerzo del hormigón, pueden ser clasificados en aceros naturales u ordinarios y aceros de alto límite elástico.(Hernández and Hernández, 2011)

En tiempos más recientes se ha logrado la producción de aceros cuya resistencia a la fluencia es del orden de cuatro y más veces que la de los aceros comunes de refuerzo, a costos relativamente bajos. Asimismo, ahora es posible producir hormigones con resistencias a la compresión cuatro a cinco veces mayores que los hormigones comunes. Estos materiales de alta resistencia ofrecen ventajas que incluyen la posibilidad de

emplear elementos con secciones transversales más pequeñas disminuyendo las cargas muertas y logrando luces más largas.

1.1.2.1 Diagrama tensión deformación del acero natural.

Los aceros naturales u ordinarios, generalmente empleados en hormigón armado, presentan muy bien definido su escalón de fluencia, y se obtienen mediante procesos de laminado en caliente. Poseen además un bajo contenido de carbono y en consecuencia menor resistencia pero mayor ductilidad.(Hernández and Hernández, 2010)

Partiendo de esto se muestra en la figura 1.2 un gráfico típico de tensión-deformación de este tipo de acero en el que quedan definidos dos puntos importantes. El primero se relaciona con f_{su} que no es más que la máxima capacidad a tensión que puede soportar una barra luego de su entrada en la fluencia, y el otro punto f_y , el cual enmarca el comienzo de la entrada en fluencia de dichos aceros, que no es más que la capacidad máxima a tensión que puede soportar dicho material sin que se produzcan deformaciones plásticas.

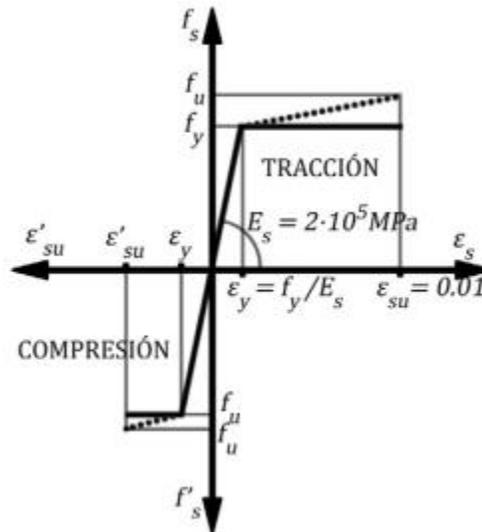


Fig. 1.2 Diagrama típico tensión-deformación del acero(Hernández and Hernández, 2010)

El módulo de elasticidad, E_s , para el acero de refuerzo puede tomarse como 200 000 MPa.(ACI-318-08, 2008)

La baja resistencia del hormigón a tracción es una de las principales causas que limita el empleo del hormigón en masa, y para dotar a los elementos estructurales de suficiente capacidad resistente a esfuerzos de tracción directa o inducida, es que se emplean fundamentalmente las armaduras de acero.(Hernández and Hernández, 2010)

En su texto Caneiro y Santana, 2010, exponen algunas de las funciones del acero:

- Incrementar la capacidad de carga a compresión (columnas, vigas de peralte restringido, etc.)
- Resistir los esfuerzos de tracción diagonal originados por el cortante
- Reducir la esbeltez de otras barras de acero sometidas a compresión, mediante el empleo de cercos
- Para la distribución de cargas
- Para resistir tensiones de tracción originadas por la retracción, fluencia, variación de la temperatura, etc

La resistencia útil tanto a tracción como a compresión de los aceros comunes, es decir, la resistencia a la fluencia, es aproximadamente quince veces la resistencia a la compresión del hormigón estructural común y más de 100 veces su resistencia a la tracción. Por otro lado, el acero es un material mucho más costoso que el hormigón. De esto resulta que los dos materiales se emplean mejor en combinación si el hormigón se utiliza para resistir los esfuerzos de compresión y el acero los esfuerzos de tracción.(Nilson, 2001)

1.1.3 Hormigón armado

En algunos países de habla hispana se conoce como hormigón armado y en otros como concreto reforzado. Se reconoce a los franceses Monier y Coignet como los pioneros del hormigón armado, quienes en 1861 ofrecieron diversos criterios para la fabricación de

diferentes elementos con el empleo de este novedoso material para la época: tubos, vigas, bóvedas, etc.(Hernández and Hernández, 2010)

Para contrarrestar la limitación de la poca resistencia a la tracción del hormigón, en la segunda mitad del siglo XIX se consideró factible utilizar acero para reforzarlo debido a su alta resistencia a la tracción, principalmente en aquellos sitios donde la baja resistencia a la tracción del hormigón limitaría la capacidad portante del elemento. El refuerzo, conformado usualmente por barras circulares de acero con deformaciones superficiales apropiadas para proporcionar adherencia, se coloca en los moldes o encofrados antes de vaciar el hormigón. Una vez las barras estén completamente rodeadas por la masa de hormigón endurecido, comienzan a formar parte integral del elemento. La combinación resultante de los dos materiales, conocida como hormigón armado, combina muchas de las ventajas de cada uno: el costo relativamente bajo, la buena resistencia al clima y al fuego, la buena resistencia a la compresión y la excelente capacidad de moldeo del hormigón con la alta resistencia a la tracción y la aún mayor ductilidad y tenacidad del acero. Es precisamente esta combinación la que permite el casi ilimitado rango de usos y posibilidades del hormigón armado en la construcción de edificios, puentes, presas, tanques, depósitos y muchas otras estructuras.(Nilson et al., 2004)

El hormigón es bueno en cuanto a esfuerzos de compresión, mas no para los de tracción y es esa la razón por la que se combina con el acero: en aquellas zonas donde esta traccionado se le suministran barras d refuerzo, de manera que en la sección el hormigón se encargue de los esfuerzos de compresión y el acero de los de tracción (y de compresión en caso de ser necesario).(Cruz, 2008)

No se debe entender el hormigón armado sólo como la combinación de hormigón y acero, es eso pero asegurando además que ese refuerzo de acero trabaje integrado al hormigón y para lograrlo debe encontrarse debidamente adherido a él. Si no se desarrolla esa adherencia entre ambos materiales, se modifica apreciablemente la forma conjunta de trabajo de ambos.(Hernández and Hernández, 2010)

Las estructuras de hormigón armado son estructuras heterogéneas producto de la combinación o mezcla de materiales con características diferentes como son el hormigón

y el acero de refuerzo, los procedimientos de diseño para estas estructuras consideran las propiedades de estos materiales en sus planteamientos. El uso del hormigón armado comenzó en la segunda mitad del siglo XIX, desde los inicios de su empleo hasta la actualidad, la calidad de ambos materiales se ha incrementado, también las tecnologías de construcción y los procedimientos de diseño han avanzado de manera que las estructuras de hormigón armado son de reconocida importancia en los ámbitos arquitectónico e ingenieril. Principalmente, en las décadas recientes los avances en el conocimiento sobre el comportamiento de los materiales y las estructuras de hormigón armado han sido importantes.(López, 2007)

El conocimiento de la forma de trabajar del hormigón estructural hace que el ingeniero o arquitecto pueda emplear el hormigón, un material frágil cuya resistencia a tracción es muy pequeña, para construir elementos estructurales resistentes y dúctiles. Debido al avance que han experimentado las posibilidades de cálculo, las tablas y manuales han sido sustituidos por programas informáticos. Estos medios han permitido al ingeniero mayor capacidad y libertad en el diseño estructural. Por otra parte, los tipos de hipótesis en el análisis se han visto incrementados: análisis no lineal, análisis dinámico, etc. Esta mayor capacidad hace que los técnicos tengan necesidad de un conocimiento más profundo de las hipótesis y los modelos empleados en el hormigón estructural y una menor preocupación en relación a los métodos de cálculo numérico.(Montes and Martín, 2007)

1.2 Las columnas de hormigón armado

Las columnas son elementos estructurales sometidos principalmente a carga axial y momento flector, además de sollicitación por cortante y torsión. En cuanto a la torsión, estas finalmente se toman como un incremento de los esfuerzos de tensión diagonal que introduce la fuerza cortante en la sección.(Zúñiga, 2005)

Las columnas mixtas son una combinación de hormigón y acero, reuniendo las ventajas de ambo tipos de elementos. Estas columnas mixtas tienen una mayor ductilidad que las de hormigón y se pueden construir uniones siguiendo las técnicas de la construcción con acero. El relleno de hormigón no solo proporciona una capacidad de soportar cargas

mayores que las de las columnas de acero sino que también potencia la resistencia al fuego.(Wight and MacGregor, 2012)

En la mayoría de las estructuras aperticadas las columnas son elementos que deben aportar una gran capacidad resistente, las mismas en la mayoría de los casos son sometidas a carga axial (tracción o compresión) y momento flector (Uniaxial o Biaxial).

En otros casos, aunque teóricamente la columna esté sujeta únicamente a carga axial, por problemas de control de calidad en la etapa constructiva se generan desviaciones en el dimensionamiento y distribución de las secciones transversales, provocando excentricidad de la carga axial respecto al eje del elemento, lo que genera momento flector a considerar en el diseño de dicho elemento.(Montes and Martín, 2007)

En general, las columnas de hormigón armado, ya sea en estructuras de edificaciones están sometidos a una sollicitación de flexocompresión con excentricidades desiguales en los extremos como resultado de su posición en la estructura, la forma de la sección o la naturaleza de las acciones exteriores. Además, dependiendo de la distribución de carga en la estructura de la cual forma parte el soporte y de las condiciones de apoyo en los extremos del mismo, las excentricidades de la carga axial aplicada en extremos pueden ser iguales en dirección, magnitud y sentido, o desiguales tanto en la magnitud como en la dirección o el sentido.(Leite et al., 2012)

Dicho elemento presenta de acuerdo a su sección transversal numerosas clasificaciones dentro de las que se encuentran las siguientes:

- Secciones rectangulares
- Secciones circulares
- Secciones circulares o rectangulares ahuecadas

1.2.1 Columnas rectangulares

Las columnas son elementos complejos que deben ser diseñados para resistir las cargas axiales que sean provocadas por cargas mayoradas de todos los entrespisos o cubierta, y el momento máximo debido a dichas cargas, y principalmente la condición que establece la máxima relación que exista entre el momento y la carga axial.

Las columnas rectangulares rellenas de hormigón armado son las más empleadas en Cuba, principalmente en estructuras aporricadas donde dichos elementos tienen que soportar una gran variedad de combinaciones de carga lo que hace que su diseño sea tan complejo.

1.2.2 Columnas circulares

Las columnas circulares han sido una solución muy recurrida en las construcciones, principalmente en la antigüedad, donde eran fabricadas a base de materiales pétreos, con gran sección y básicamente para soportar grandes cargas con excentricidades pequeñas. Sin embargo el desarrollo del hormigón armado y sobre todo de la prefabricación, ha ido relegando el empleo de este tipo de sección a casos muy particulares y con fines ornamentales.(Hernández and Hernández, 2011)

Estas razones produjeron que en los principales autores cubanos y de la docencia universitaria desapareciera el tratamiento teórico y práctico a este tipo de sección encontrándose los proyectistas desorientados y obligados a recurrir a la literatura extranjera donde no existía un tratamiento ordenado. Lo anterior unido al uso en pilotes, pilas de puentes, fustes en tanques elevados, etc. Han hecho creciente la necesidad de contar con un enfoque integral para abordar el diseño y comprobación de secciones circulares.(Hernández and Hernández, 2011)

Cuando las excentricidades de la carga son pequeñas, las columnas circulares presentan mayor tenacidad, es decir, mayor ductilidad, que las columnas rectangulares debido a que están reforzadas espiralmente, aunque esta diferencia desaparece a medida que se incrementa la excentricidad. (Nilson et al., 2004)

La ductilidad se puede definir como la propiedad de los materiales de experimentar deformaciones sin llegar a romperse debido a la aplicación de una carga mantenida en el tiempo.(Rodríguez, 2015, Rifaii, 2016)

Debido a esto la norma ACI 318-05 asegura que la seguridad para ambos tipos de columnas sea el mismo y es debido a esto que plantea que $\Phi=0,70$ para columnas

circulares (refuerzo transversal en espiral) y $\Phi=0,65$ para columnas rectangulares (otro tipo de refuerzo transversal).

1.3 Esbeltez en columnas

Las columnas pueden dividirse en dos grandes categorías: las columnas cortas, en las cuales la resistencia se rige por la resistencia de los materiales y por la geometría de la sección transversal, y las columnas esbeltas en las cuales la resistencia puede reducirse en forma significativa por las deflexiones laterales. Aunque las columnas esbeltas son ahora más comunes por el uso generalizado de materiales de alta resistencia y por el mejoramiento en los métodos para calcular las dimensiones de los elementos, resulta aún válido que, en la práctica corriente, la mayor parte de las columnas pueden considerarse columnas cortas.(Nilson et al., 2004)

La esbeltez en columnas trae como consecuencia la aparición de momentos de segundo orden que disminuyen su capacidad resistente, lo que representa un factor importante a tener en cuenta en el diseño de este tipo de elementos.

Para tomar en cuenta la variabilidad de las propiedades reales de los elementos y del análisis, las propiedades de los elementos usados en el análisis deben ser multiplicados por un factor de reducción de la rigidez ϕ_k .(ACI-318-05, 2005)

La ACI-318-05, 2005 plantea como procedimiento aproximado de diseño el empleo de un magnificador de momento para tomar en cuenta los efectos de esbeltez. El mismo plantea que los momentos calculados de primer orden tienen que ser multiplicados por un “**magnificador de momento**”, el cual está en función de la fuerza axial mayorada P_u y de la carga crítica de pandeo P_c de la columna.

Debido a que para la ejecución de dicho procedimiento son innumerables los casos que pueden presentarse para una columna determinada, en función de la rigidez de la misma, por lo que dichos factores se tienen en cuenta por el proyectista a la hora de determinar la solicitaciones reales de dicho elemento a verificar o diseñar, y partiendo de dichos datos se pasa a la elaboración de los respectivos diagramas de interacción para saber si el elemento analizado es capaz de resistirlas o no.

1.4 Recubrimientos relativos

El recubrimiento relativo es la distancia medida desde la fibra extrema de la sección de hormigón hasta el centroide de los aceros de refuerzo ubicados en esa zona, denotándose como d_s .(Rodríguez, 2011)

Partiendo de que para la obtención de los diagramas de interacción se cuenta con todos los datos de la sección transversal brindados por el proyectista no es necesario realizar un análisis profundo del recubrimiento relativo.

1.5 Flexión compuesta

Los elementos sometidos a la acción de la flexión compuesta son aquellos donde se combinan las acciones de cargas axiales (a compresión o tracción) con momentos flectores, a estas combinaciones se les llama Flexo Compresión o Flexo Tracción en función del tipo de carga axial actuante. Esto los diferencia de la flexión pura en una viga donde solo exista momento flector, o de columnas o tensores solo con carga axial y momento flector cero, casos que se convierten en particulares de la Flexión Compuesta. Para aquellos casos en que la acción de la flexión combinada se presente en un solo eje se le llamará Flexión Combinada Recta o Uniaxial; si se presenta en los dos ejes entonces se le denominará como Flexión Combinada Biaxial o Esviada.(Hernández and Hernández, 2011)

Incluso cuando los cálculos de diseño demuestren que un elemento está cargado axialmente, las imperfecciones inevitables de la construcción causarán excentricidades y la consecuente flexión en el elemento construido. Por esta razón, los elementos que deben diseñarse para compresión y flexión simultáneas son muy frecuentes en casi todos los tipos de estructuras de hormigón.

En resumen, se concluye que la flexión combinada está originada por la acción de una carga axial, ya sea a tracción o a compresión, situada a una excentricidad tal que si se encuentra en un solo eje se está en presencia de la Flexión Combinada Recta o Uniaxial y si se encuentra en ambos ejes se denomina Flexión Combinada Esviada o Biaxial.

En su trabajo la autora (Sotolongo, 2016) plantea diferentes situaciones en las cuales la compresión está acompañada por flexión simultánea con respecto a los dos ejes principales de la sección. A continuación se muestran dichas situaciones:

- En secciones que por su forma no presenten un plano de simetría, como las secciones “T” de lados desiguales
- En aquellas secciones que, siendo simétricas en cuanto a la forma, están armadas asimétricamente respecto a su plano de simetría
- En aquellas secciones que siendo simétricas por su forma y armaduras, están sometidas a una solicitación que no está contenida en el plano de simetría

1.5.1 Flexión compuesta Uniaxial

La flexión compuesta uniaxial se pone de manifiesto cuando la flexión está presente respecto a uno de los ejes principales, es decir cuando solo actúa la combinación de carga axial con un solo momento flector.

Los autores Montes and Martín, 2007 plantean que la flexión compuesta Uniaxial se presenta cuando la sección está solicitada a flexión pura o simple, más un esfuerzo axial. El estudio del agotamiento de una sección sometida a flexión compuesta Uniaxial se puede plantear desde dos puntos de vista: el problema de comprobación y el problema de dimensionamiento, esquematizados de la siguiente forma en la Figura 1.3:

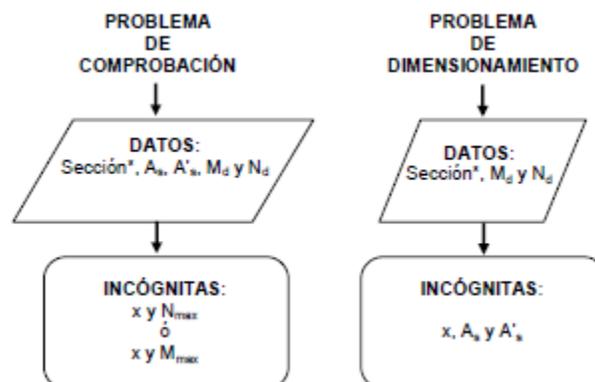


Figura 1.3 Flexión compuesta uniaxial (Montes and Martín, 2007)

Los autores plantean en el caso del problema de la comprobación, que partiendo de las características de la sección analizada se llega a la obtención de las combinaciones de momento y carga axial que pueden ser resistidos por la misma; ya en el caso es necesario la obtención de las áreas de acero tanto en tracción como en compresión puesto que son elementos necesarios y básicos en cuanto a la obtención de diagramas de interacción.

Como procedimiento según (Hernández and Hernández, 2011) plantean que para la obtención del Diagrama de Interacción debe trabajarse en:

- 1) Definir las deformaciones del acero u hormigón que provocan el estado analizado (Agotamiento, Fluencia ó Fisuración)
- 2) Variar la profundidad de la línea neutra c y obtener para cada una, la combinación de carga axial y momento flector.

Este procedimiento resulta muy engorroso de tener que realizarse a mano, de ahí la importancia de contar con un computador y una programación que permitan la obtención de diagramas de interacción en poco tiempo, permitiendo el análisis de resultados.

Según (Hernández and Hernández, 2011) puede plantearse que los Diagramas de Interacción se construyen para secciones de cualquier tipo sometidas a flexión combinada, representando las cargas P (carga axial a tracción o compresión) en las ordenadas y el momento flector en las abscisas. Lo más común es obtener el Diagrama de Interacción que indique la máxima capacidad resistente de la sección, o sea las combinaciones de P_n y M_n y para el Estado Límite Último. Planteándose las siguientes generalidades:

- La capacidad última de la sección viene dada por infinitas combinaciones de P_n y M_n , por lo que una sección soportará sin fallar todas las combinaciones de cargas que caigan dentro del Diagrama
- La compresión y tracción Axial, $e_0=0$, para secciones simétricas, son casos peculiares de la flexión combinada y representan las máximas cargas a compresión y tracción que puede soportar la sección

- La flexión simple, $P=0$, es también un caso particular de la flexión combinada pero no representa el máximo momento flector capaz de soportar la sección, valor que se localiza en la cercanía del fallo balanceado cuando $P_n=P_b$
- El punto de fallo balanceado, marca una frontera importante en el Diagrama de Interacción, al producirse un cambio en el comportamiento de la capacidad resistente de la sección
- Para cargas menores que P_b el fallo se produce por las zonas traccionadas, refuerzo A_s , trabajando a su máxima resistencia y por tanto un incremento de la magnitud de la carga axial favorece la capacidad resistente de la sección
- Para cargas mayores que P_b el fallo se produce por la zona comprimida, el refuerzo A_s no se agota, y por tanto en la medida que aumenta el valor a la carga axial disminuye la capacidad resistente de la sección
- La excentricidad de la carga e_0 se representa por una recta que pasa por el origen y con pendiente M_n/P_n , para una excentricidad dada, la sollicitación de fallo se encuentra cuando esta recta intercepta al DI $(M_n; P_n)$

1.5.2 Flexión compuesta Biaxial

La flexión compuesta biaxial se pone de manifiesto en aquellas situaciones en las que la carga axial esté acompañada por la acción de momento respecto a los dos ejes principales de la sección.

Los autores Hernández Santana y Hernández Caneiro, 2011 plantean que esta sollicitación se produce en columnas de entramados donde en el pórtico secundario las cargas provocan excentricidades sobre estos debido a la propia concepción del esqueleto o por asimetrías en la acción de las cargas. Es típico en columnas de esquinas y estructuras especiales en las que las combinaciones de cargas produzcan excentricidades respecto a ambos ejes de sección transversal del elemento.

El análisis de la Flexión Compuesta biaxial o Esviada se ilustra en la figura 1.4, donde la sección está sometida a una carga descentrada ya sea en el eje x como en el eje y; siendo e_x y e_y sus excentricidades respectivamente. En dicha figura se destacan los diagramas de interacción obtenidos para la flexocompresión recta en ambos ejes y esviada que ocurre en un ángulo respecto al eje x este ángulo puede determinarse por:

$$\lambda = \tan^{-1} \left(\frac{M_{ny}}{M_{nx}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{P_n e_x}{P_n e_y} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{e_x}{e_y} \right)$$

El diagrama obtenido para el caso recoge todas las combinaciones de carga axial y momentos flectores en ambos ejes que limitan la resistencia de la sección. También se destaca en la figura una superficie resistente para una carga P_n dada, conocida como Contorno de Carga.

El problema fundamental radica en poder determinar cuál es la inclinación de la línea neutra θ , debido a que no es posible obtener una semejanza entre λ y θ , pues como regla no son iguales, ni se relacionan, como se muestra en la figura 1.4.(Hernández and Hernández, 2011)

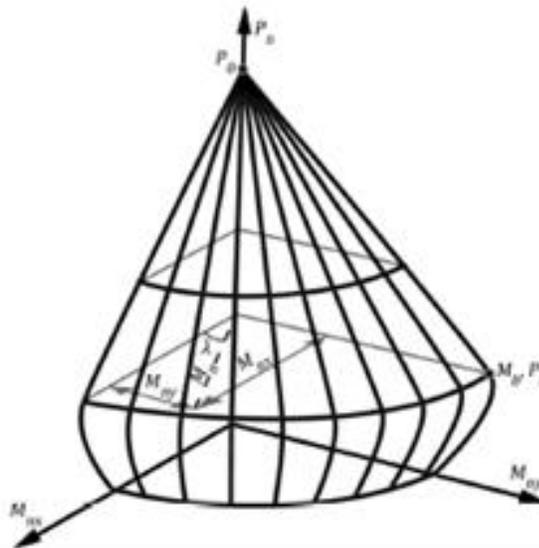


Figura 1.4 Diagrama de interacción (Caneiro and Santana, 2011)

Para lograr un Diagrama de Interacción para un λ dado, el procedimiento se basa en la calcular la inclinación de la línea neutra θ , para cada valor de c , pues esto decide el aporte resistente del hormigón y de cada refuerzo.(Hernández and Hernández, 2011)

Resumiendo se logra plantear que la elaboración de un diagrama de interacción de una sección sometida a Flexión Biaxial resulta aún más complejo que para la Flexión Uniaxial, ratificando la necesidad de emplear programaciones que resuelvan por si solas dichos problemas tan engorrosos de realizar manualmente con alto riesgo de que se produzcan errores de cálculo debido al sinnúmero de iteraciones que deben ejecutarse para obtener los mismos.

1.6 Diagramas de interacción

El comportamiento de secciones específicas de columnas de hormigón armado es descrito más claramente mediante gráficos denominados curvas o **diagramas de interacción**. Sobre el eje vertical se dibujan las cargas axiales resistentes y sobre el eje horizontal se representan los correspondientes momentos flectores resistentes, medidos con relación a un eje principal centroidal de la sección transversal de la columna.(Marcelo Romo Proaño)

En la revista de ingeniería los autores(Fenollosa and Cabrera, 2012) exponen un método para la obtención de diagramas de interacción a partir de 5 puntos básicos como se muestra en la figura:

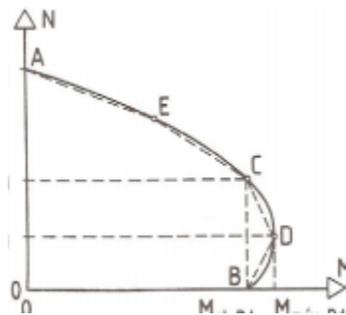


Figura 1.5 Diagrama de interacción para compresión y flexión monoaxial (Fenollosa and Cabrera, 2012)

- El punto A: corresponde al agotamiento de la sección en compresión, en donde $M=0$ y la profundidad de la línea neutra se encuentra en el infinito
- El punto B: corresponde al agotamiento de la sección por flexión pura donde $N=0$
- El punto C: su abscisa es la misma que la del punto B, con la línea neutra situada a la misma distancia del eje de simetría de la sección
- El punto D: corresponde a una posición de la fibra neutra que coincide con el centro de gravedad de la sección completa
- El punto E: la fibra neutra se sitúa entre el punto C y la arista de la sección

Los diagramas de interacción no son más que gráficos que recogen todas las combinaciones de momento flector y carga axial a las que puede estar sometida una sección específica de hormigón armado.

En la figura 1.6 se pueden apreciar dos diagramas de interacción, uno para cuando la sección es capaz de resistir las sollicitaciones y otro cuando sucede todo lo contrario.

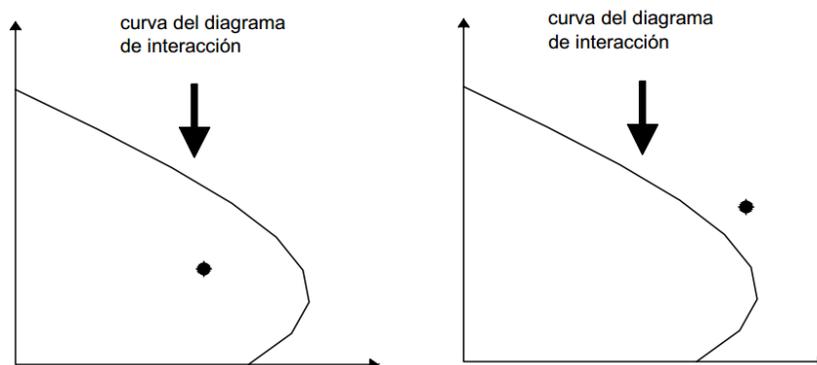


Figura 1.6 Diagramas de interacción con una combinación de carga real (Elaborado por el autor)

Se denomina *diagrama de interacción* a un gráfico de momento (Mn) y carga axial (Pn) donde están representados todos los pares ($Pn; Mn$) que producen planos de rotura. El diagrama de interacción es un gráfico cerrado donde los pares ($Pn; Mn$) que quedan fuera de él no podrán ser resistidos por la sección considerada (cada sección tiene un diagrama de interacción propio) mientras que los pares del interior sí podrán ser resistidos por la sección. (Montes and Martín, 2007)

De lo anterior se concluye que todas aquellas combinaciones de momento y carga axial que se encuentren en el interior de la curva que se genera en diagrama de interacción podrán ser resistidas por dicha sección específica, y de no encontrarse en su interior se producirá lo contrario.

En la construcción de un diagrama de interacción los autores (Hernández and Hernández, 2011), exponen que deben tomarse en cuenta los siguientes aspectos:

- Determinar si se empleará de refuerzo simétrico o asimétrico
- Determinar si se construirá para las cargas nominales o las de cálculo. Para este último caso deben tomarse en cuenta los criterios que se establecen por seguridad mediante los coeficientes Φ y α

El empleo de refuerzo simétrico tiene a su favor la sencillez en la fabricación y el montaje del elemento y es favorable emplearlo debido a la posibilidad de inversión de momentos.

La inversión de momento es producida cuando los momentos flectores actúan en los dos sentidos, esto puede ser dado por la acción del viento o el sismo.(Hernández and Hernández, 2011)

Respecto a lo planteado anteriormente se concluye que en este trabajo se empleará el refuerzo simétrico como una de las bases del diseño.

Como se muestra en la figura 1.7, existen tres puntos importantes que definen las características de resistencia en el diagrama de interacción de una columna. El punto A localizado donde el diagrama intersecta al eje vertical, corresponde a una columna sujeta únicamente a carga axial. El punto B representa el estado de falla denominado "falla balanceada", en el cual la deformación unitaria última en el hormigón a compresión se alcanza, al mismo tiempo que el acero de refuerzo fluye a tracción. Al momento flector y carga axial representativos de este punto se les llama momento y carga balanceada. El diagrama de interacción se intersecta con el eje horizontal en el punto que representa al elemento en flexión pura, representando obviamente el momento de falla por flexión

uniaxial. La determinación del punto de la falla balanceada es importante desde el punto de vista de los reglamentos para diseño estructural, porque para elementos cuya excentricidad sea menor que la excentricidad balanceada (eb), antes que el acero de refuerzo longitudinal fluya por tracción se presenta la falla por aplastamiento en el hormigón sujeto a esfuerzos de compresión, denominándose a este rango de "falla por aplastamiento" (fallo frágil). Si la excentricidad en el elemento es mayor que la balanceada, se encuentra en el rango de "falla por tracción" (falla con características dúctiles). (López, 2007)

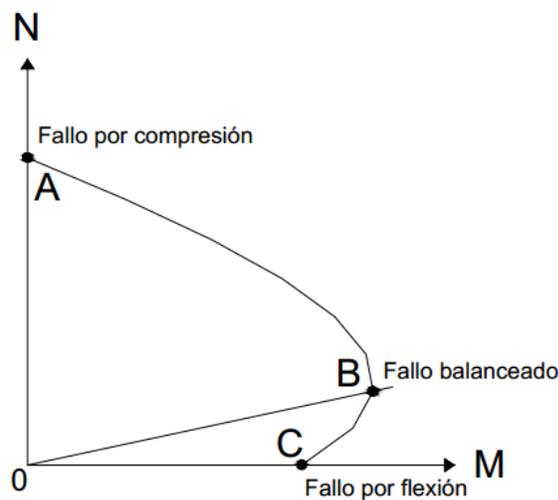


Figura 1.7 Puntos representativos del diagrama de interacción. (Elaborado por el autor)

1.7 Software Matlab

El nombre del software Matlab proviene de las palabras en inglés "Matrix Laboratory". Es un programa muy potente el cual puede realizar cálculos numéricos con vectores y matrices, trabajar con números escalares, tanto reales como complejos y utilizar una amplia variedad de gráficos en dos y tres dimensiones, el mismo contiene un lenguaje propio de programación. (Hernández and Rodríguez, 2015a)

Matlab es un lenguaje de alto rendimiento para cálculos técnicos, es al mismo tiempo un entorno y un lenguaje de programación. Uno de sus puntos fuertes es que

permite construir nuestras propias herramientas. Podemos crear fácilmente nuestras propias funciones y programas especiales conocidos como script que son guardados en archivos .m expresado así como código de Matlab. (Hernández and Rodríguez, 2015b)

1.8 Conclusiones del capítulo

En este apartado se determinaron los materiales de los que está compuesto el hormigón armado así como fueron definidas las principales características de cada uno de ellos. Posteriormente fueron establecidas las columnas más empleadas en Cuba y con ello se analizaron las sollicitación a las que son sometidas ya sea Flexocompresión Uniaxial o Biaxial, y de las mismas fueron puntualizados los aspectos que permiten diferenciarla una de otra. También fueron analizados los diagramas de interacción como una alternativa eficiente en cuanto al diseño de columnas de columnas se refiere, puesto que a partir de los mismos su diseño es mucho más fácil y se realiza en un corto período de tiempo.

CAPÍTULO 2 MATERIALES Y MÉTODOS PARA LA OBTENCIÓN DE LOS DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN

En este capítulo se realiza todo un análisis de los aspectos que se tienen en cuenta en el diseño de columnas, y se establece todo el procedimiento analítico que debe seguirse para lograr la obtención de los diagramas de interacción, así como las hipótesis que se adoptan y con todo ello elaborar una programación en Matlab que permita la obtención de los mismos de forma fácil y rápida.

2.1 Hipótesis para el cálculo

A partir de un profundo análisis Hernández Santana y Hernández Caneiro, 2011 exponen las principales hipótesis para el diseño y comprobación de secciones sometidas a solicitaciones normales, enunciando las mismas:

- a) La deformación en el hormigón y el acero se suponen directamente proporcional a la distancia desde el eje neutro
- b) La deformación máxima para la fibra extrema a compresión del hormigón será igual a 0.003
- c) Los esfuerzos en los aceros naturales por debajo de la resistencia de fluencia f_y para el grado de acero utilizado se determinará como E_s veces la deformación del acero. Para los casos en que la deformación sea mayor que la de la fluencia f_y , el esfuerzo en el acero se considerará independiente de la deformación e igual a f_y
- d) La relación entre la distribución de tensiones del hormigón en compresión y su deformación, se supone que es rectangular
- e) Se supone un esfuerzo de compresión equivalente que queda limitada por el perímetro de la sección transversal del elemento y una línea recta paralela a su eje neutro, a una distancia a medida a partir de la fibra de deformación unitaria de máxima compresión tal que:

$$c \leq \frac{h_t}{\beta_1} \dots \dots \dots a = \beta_1 c \quad (2.1)$$

$$c > \frac{h_t}{\beta_1} \dots \dots \dots a = h_t \quad (2.2)$$

Donde:

- c : Profundidad de la línea neutra en cm
- h_t : Peralto de la columna en cm
- β_1 : Factor que relaciona la profundidad del bloque de compresión del hormigón con la profundidad de la línea neutra
- a : Profundidad del bloque de compresión del hormigón en cm

Dichas hipótesis adoptadas previamente conducen a que se obtengan una familia de estados de deformaciones últimos que provocan el fallo por resistencia o deformación plástica excesiva de la sección. A dicha familia de infinitos estados de deformaciones últimos se la llama Diagrama De Dominios y se esquematiza en la siguiente figura 2.1:

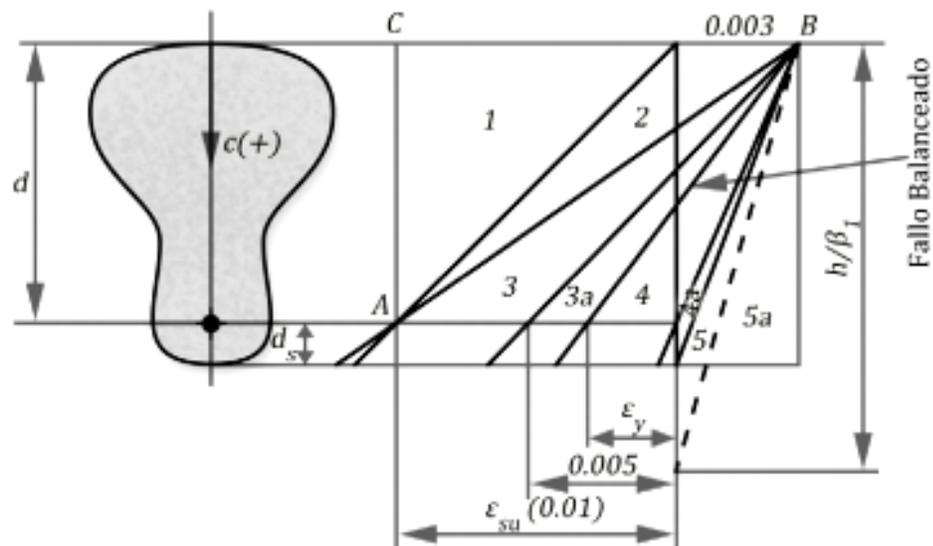


Figura 2.1 Diagrama de dominios. (Hernández and Hernández, 2010)

El diagrama de deformaciones se subdivide en dominios que se caracterizan por las deformaciones del hormigón en la fibra más comprimida y a nivel del centroide del acero

en la zona traccionada o menos comprimida; también puede definirse mediante la posición relativa de la línea neutra $k=c/d$.

Esto conlleva a que las soluciones sean más complejas debido a que las ecuaciones tanto de compatibilidad como de equilibrio no sean las mismas para dichos dominios.

2.1.1 Diagramas de dominios

Dominio 1: tracción simple o compuesta. Toda la sección se encuentra en tracción, y el acero alcanza en tracción la máxima deformación ($\epsilon_s=0,01$). La profundidad de la línea neutra toma valores que se encuentran entre $-\infty$ y 0, lo por lo que para este dominio el hormigón no aporta casi nada.

En este dominio ($-\infty < c < 0$) ó también ($-\infty < k < 0$).

Dominio 2: Flexión simple o compuesta con tracción controlada. Para este dominio la deformación del hormigón ϵ_c' toma valores desde 0 hasta 0,003 y la deformación del acero en tracción ϵ_s es de 0,01. La profundidad de la línea neutra toma valores que se encuentran desde 0 hasta $0,231d$, lo que define que el hormigón comienza aportar resistencia a compresión, aunque la profundidad del bloque de compresiones no sea elevada se comienza a ver su aporte a la capacidad resistente de la sección.

En este dominio ($0 < c < 0,231d$) ó también ($0 < k < 0,231$).

Dominio 3: Flexión simple o compuesta con tracción controlada. El hormigón alcanza su deformación máxima a compresión $\epsilon_c' = 0,003$, mientras que la deformación del acero en tracción, toma valores entre 0,005 y 0,01, por lo que se garantiza que alcancen la resistencia de fluencia siempre y cuando se trate de aceros con resistencia a la fluencia inferior a 1000 MPa, que son en realidad los que se comercializan en Cuba. En este dominio la profundidad de la línea neutra toma valores desde $0,231d$ hasta $0,375d$, generando que cada vez sea mayor el aporte a compresión del hormigón, debido a que su bloque de compresiones alcanza valores significativos.

En este dominio ($0,231d < c < 0,375d$) ó también ($0,231 < k < 0,375$).

Dominio 3a: Flexión simple o compuesta en la zona de transición. La deformación máxima del hormigón a compresión continúa siendo $\epsilon_c' = 0,003$ y la deformación del acero traccionado varía entre el valor de fluencia ϵ_y y $0,005$, por lo cual trabaja a la resistencia nominal de fluencia, por lo que, tanto el hormigón como el acero se encuentran trabajando al máximo de su capacidad resistente.

En este dominio ($0,375d < c < c_b$) ó también ($0,375 < k < k_b$).

Dominio 4: Flexión simple o compuesta con compresión controlada. La deformación máxima del hormigón a compresión continúa siendo de $0,003$ y la deformación del acero traccionado varía entre cero y el valor de fluencia (ϵ_y), por lo cual trabaja a valores menores que su resistencia nominal de fluencia. El hormigón continúa trabajando a su máxima capacidad, mientras que el acero no aporta mucho a la capacidad resistente de la sección.

En este dominio ($c_b < c < d$) ó también ($k_b < k < 1$).

Dominio 4a: Flexión compuesta con compresión controlada. La deformación máxima del hormigón a compresión se mantiene en $\epsilon_c' = 0,003$ y la deformación del refuerzo, en la zona menos comprimida es menor que $0,003$.

En este dominio ($d < c < h$) ó también ($1 < k < 1 + d_s/d$).

Dominio 5: Compresión simple o compuesta con compresión controlada. Toda la sección se encuentra en compresión. La deformación del hormigón en la zona más comprimida es $\epsilon_c' = 0,003$. El máximo valor que alcanza la profundidad de la línea neutra dentro de este dominio queda definida para valores de c que se sitúen en el siguiente rango ($h < c < h / \beta_1$).

Dominio 5a: Compresión simple o compuesta con compresión controlada. Toda la sección se encuentra en compresión. La deformación del hormigón en la zona más comprimida continúa siendo $\epsilon_c' = 0,003$. El refuerzo en la zona menos comprimida aumenta pudiendo alcanzar el valor de $0,003$ cuando ($h / \beta_1 \leq c \leq +\infty$).

2.2 Aspectos a tener en cuenta en el diseño

La flexocompresión en cualquiera de sus dos casos ya sea Uniaxial o Biaxial resulta un estado complejo en cuanto a su análisis debido a que una misma sección generalmente está sometida a dos sollicitaciones, una de momento, que puede ser en uno o en dos de sus ejes y otra de carga axial ya sea a compresión o tracción. Una sección específica de una columna de hormigón armado puede soportar un sinnúmero de combinaciones de momentos y cargas axiales. Poder determinar esta variedad de sollicitaciones mediante la obtención de diagrama de interacción facilita el diseño de las columnas por los proyectistas, puesto que cuando una determinada combinación real de momento y carga axial se encuentra dentro de la curva que genera el diagrama, no se provoca un estado que sobrepase lo establecido y la sección resulta adecuada, de estar por fuera dicha combinación del diagrama representaría todo lo contrario, lo que requeriría de nuevos análisis.

2.2.1 Etapas de la vida de la sección en los diagramas de interacción

Los diagramas de interacción (DI) pueden ser analizados para diferentes etapas de la vida de la sección:

- Agotamiento de la sección
- Fluencia del acero
- Fisuración del hormigón

2.2.1.1 Agotamiento de la sección

En esta etapa se obtienen todas las combinaciones de momento y carga axial para una deformación del hormigón de $\epsilon_c' = 0,003$, y el los aceros pueden o no entrar en fluencia, de modo que para tensiones mayores a la de fluencia se tomara la de fluencia y en caso contrario será tomada la real obtenida.

2.2.1.2 Fluencia del acero

Este diagrama indica todas las combinaciones de M y P cuando el refuerzo menos comprimido se alarga a la deformación de fluencia, es decir $\epsilon_s = \epsilon_y$, lo que resume que el mismo solo sea válido para cargas inferiores a P_b , es decir para el fallo balanceado, y la deformación del hormigón será de 0,000375.

2.2.1.3 Fisuración del hormigón

En esta etapa ocurre un proceso similar al anterior, se considera el aporte del hormigón a tracción, por lo que se toma como la deformación máxima del mismo de 0,0001. Para que dicha sección no se agriete tendrá que estar sometida a cargas con excentricidades pequeñas, donde las tensiones a las que está sometido el refuerzo son muy pequeñas a tracción o a compresión.

En este trabajo solo se abordará la etapa del agotamiento de la sección en cuanto a la obtención de los diagramas de interacción.

2.2.2 Resistencia del hormigón

El hormigón constituye un material con una buena resistencia a la compresión, sin embargo no sucede igual con la de tracción, que del orden del 10% de la resistencia a la compresión, de ahí que no se tenga en consideración el aporte de la misma en el presente trabajo.

Los diagramas de interacción se crearán para cualquier valor de resistencia del hormigón, esto posibilita que tanto los proyectistas como diseñadores no encuentren en ello una restricción en cuanto al diseño se refiere, representando así una gran ventaja, debido a que en la realidad puede darse el caso que la resistencia de una columna a revisar sea de un valor intermedio, generado por errores cometidos en cuanto a la elaboración de la mezcla o su proceso de ejecución.

2.2.3 Resistencia del acero de refuerzo

La baja resistencia a la tracción del hormigón es una de las principales causas que provocaron el empleo de acero como refuerzo en elementos de hormigón, que eran pobres en cuanto a la resistencia a la tracción, aspecto que el acero supera pues el mismo aporta tanto a compresión como a tracción.

Para el diseño se emplean diferentes grados de aceros que podrán ser seleccionados por los proyectistas:

- G-40.....(300 MPa)..... $e_y=0,0015$
- G-60.....(420 MPa)..... $e_y=0,0021$

El diseño de secciones transversales con igual área de acero en ambas caras viene dado, por la posibilidad de que ocurra una inversión de momentos o por el hecho de que resulta más fácil constructivamente. Por ello es preferible colocar igual cuantía de acero tanto en tracción como en compresión lo cual está tanto más justificado cuanto menor sea la excentricidad de la carga, ya que es cuando las áreas de acero por cálculo son similares. (Rodríguez, 2011)

2.2.4 Coeficiente reductor Φ

La resistencia de diseño proporcionada por un elemento, sus conexiones con otros elementos, así como sus secciones transversales, en términos de flexión, carga axial, cortante y torsión, deben tomarse como la resistencia nominal calculada de acuerdo con los requisitos y suposiciones de este reglamento, multiplicada por los factores ϕ de reducción de resistencia. (ACI-318-05, 2005)

La resistencia de diseño de un elemento es la resistencia nominal calculada de acuerdo con las disposiciones y suposiciones establecidas en este reglamento, multiplicada por un factor de reducción de resistencia Φ que siempre es menor que uno.

La ACI 318-05 plantea como propósitos del factor de reducción de resistencia Φ los siguientes:

- Tomar en consideración la probabilidad de la existencia de elementos con una menor resistencia, debida a variación en la resistencia de los materiales y las dimensiones
- Tomar en consideración las inexactitudes de las ecuaciones de diseño
- Reflejar el grado de ductilidad y la confiabilidad requerida para el elemento bajo los efectos de la carga bajo consideración
- Reflejar la importancia del elemento en la estructura

La ACI-318-05 define que el coeficiente Φ toma diferentes valores que van desde 0,65 hasta 0,9, los que se adoptan en dependencia de la situación en la que se encuentra la zona analizada: para las zonas que se encuentran en compresión controlada toma un valor fijo de 0,65(para otros elementos reforzados) y de 0,7(elementos con refuerzo en espiral), de aquí pasa a tomar valores entre 0,65 y 0,9 que pertenecen a una zona de transición hasta llegar a un valor fijo de 0,9 para la tracción controlada. En la siguiente figura se puede apreciar claramente dicha variación:

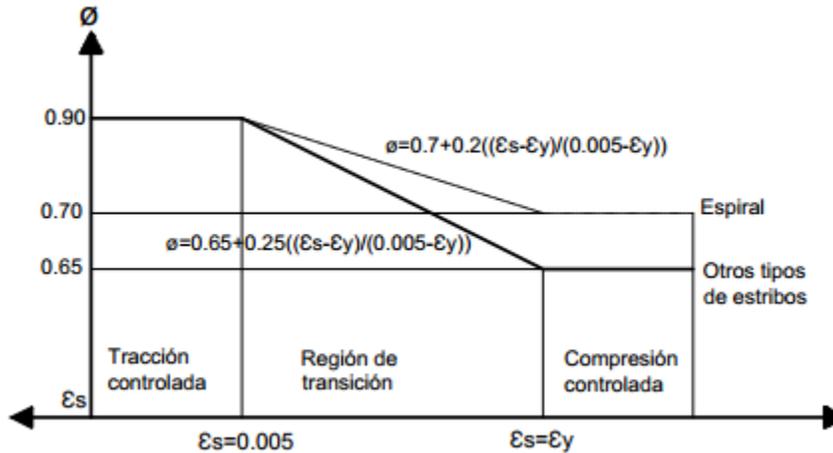


Figura 2.2 Variación del coeficiente reductor de la resistencia. (Hernández and Hernández, 2011)

Debido a dicho desconocimiento se adoptan los siguientes intervalos determinados a partir de los diagramas de dominios para conocer si dicha sección se encuentra en tracción controlada, en la zona de transición o en compresión controlada.

Partiendo que:

$$k = \frac{c}{d} \tag{2.3}$$

$$k_b = \frac{0.003}{(e_y + 0.003)} \tag{2.4}$$

Donde:

- k : Profundidad relativa de la línea neutra en cm
- d : Peralto efectivo de la sección en cm
- e_y : Deformación unitaria del acero en la fluencia
- k_b : Profundidad relativa de la línea neutra para el fallo balanceado en cm

Se logran obtener los siguientes intervalos:

$$k \leq 0.375 \dots \dots \dots \Phi = 0.9 \tag{2.5}$$

$$0.375 < k \leq k_b \dots \dots \dots 0.65 \leq \Phi \leq 0.9 \tag{2.6}$$

$$k > 0.375 \dots \dots \dots \Phi = 0.65 \tag{2.7}$$

Al desconocer el valor que se toma de dicho coeficiente para la zona de transición los autores Caneiro y Santana, 2011, exponen la siguiente tabla como ayuda para el cálculo:

Tabla 2.1 Valores del factor reductor de la resistencia Φ . (Hernández and Hernández, 2011)

	Grado	ϵ_y	$\Phi=f(\epsilon_s)$	$\Phi=f(c)$
<u>estribos</u>	G-40	0,0015	0,543+71,4 ϵ_s	0,329+0,214/(c/d)
	G-60	0,0021	0,469+86,2 ϵ_s	0,21+0,259/(c/d)
<u>espirales</u>	G-40	0,0015	0,614+57,1 ϵ_s	0,443+0,171/(c/d)
	G-60	0,0021	0,555+69 ϵ_s	0,348+0,207/(c/d)

La variación del coeficiente reductor de la resistencia Φ da al traste que se produzcan cambios significativos en la curva del diagrama de interacción, como se aprecia en la figura 2.3:

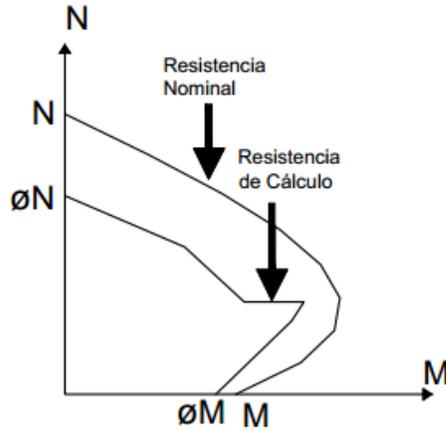


Figura 2.3 Diagrama de interacción para la resistencia nominal y la de diseño.
(Elaborado por el autor)

2.2.5 Análisis del diagrama rectangular del hormigón

Los autores Caneiro y Santana, 2011 suponen un esfuerzo de compresión uniforme del hormigón igual a $0,85 \cdot f'_c$ distribuida en una zona a compresión equivalente que queda limitada por el perímetro de la sección transversal del elemento y una línea recta paralela a su eje neutro, a una distancia a medida a partir de la fibra de deformación unitaria de máxima compresión tal que:

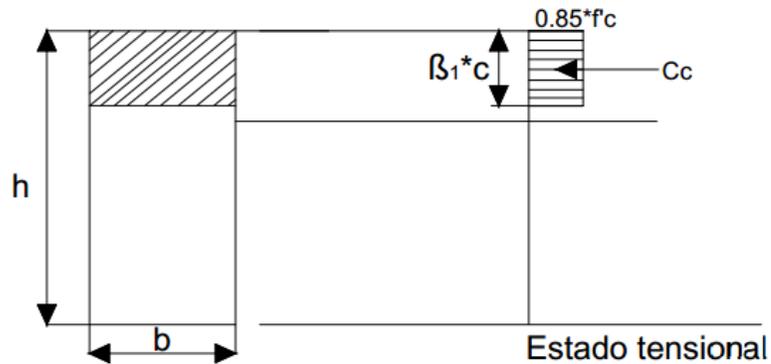


Figura 2.4 Diagrama rectangular del hormigón. (Elaborado por el autor)

$$c \leq \frac{h_t}{\beta_1} \dots \dots \dots a = \beta_1 c \quad (2.8)$$

$$c > \frac{h_t}{\beta_1} \dots \dots \dots a = h_t \quad (2.9)$$

La distancia c medida desde la fibra de deformación unitaria máxima hasta el eje neutro, se evalúa en dirección perpendicular a dicho eje.

Cuando la profundidad de la línea neutra medida a partir de la fibra de máxima compresión de la sección cumple la condición $c \leq h/B1$, el factor $B1$ deberá tomarse como 0.85 para resistencias características del hormigón hasta 30 MPa. Para resistencias superiores a este valor, $B1$ se irá disminuyendo uniformemente a una razón de 0.008 por cada MPa de incremento sobre los 30 MPa, aunque sin llegar a ser menor que 0.65.

En resumen:

$$\beta_1 = 0.85 \dots \dots \dots f'_c \leq 30 \text{ MPa} \quad (2.10)$$

$$\beta_1 = 1.09 - \frac{f'_c}{125} \geq 0.65 \dots \dots \dots f'_c > 30 \text{ MPa} \quad (2.11)$$

Donde:

- f'_c : Resistencia a compresión del hormigón en MPa

2.2.6 Ecuaciones generales de compatibilidad y equilibrio

En la obtención de la capacidad resistente de la sección transversal en los elementos de hormigón armado sometidos a flexocompresión entran a jugar un papel fundamental los sistemas de ecuaciones de compatibilidad y equilibrio los que están conformados por:

- Ecuaciones de compatibilidad de las deformaciones
- Ecuaciones físicas o constitutivas de los materiales

2.2.6.1 Secciones rectangulares sometidas a Flexocompresión Uniaxial

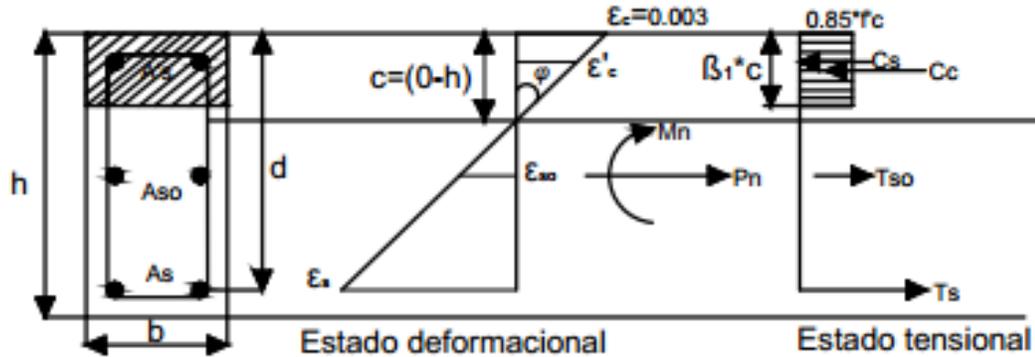


Figura 2.5 Análisis del estado deformacional y tensional de una sección rectangular de hormigón armado. (Hernández and Hernández, 2011)

Partiendo del análisis de la figura 2.5 se obtiene que:

$$\frac{\varepsilon'_c}{c} = \frac{\varepsilon'_s}{c-d'} = \frac{\varepsilon_s}{d-c} \quad (2.12)$$

$$\varphi_n = \frac{\varepsilon'_c}{c} \quad (2.13)$$

Donde:

- ε'_c : Deformación unitaria del hormigón en la fibra extrema de la sección
- ε'_s : Deformación unitaria del acero ordinario más comprimido
- ε_s : Deformación unitaria del acero ordinario menos traccionado
- φ_n : Relación entre la deformación y la profundidad de la línea neutra
- $d' = d$: Peralto efectivo de la sección

Se simplifican dichas ecuaciones a las siguientes:

$$\varepsilon'_s = \varphi_n(c - d') \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_s = \varphi_n(d - c) \quad (2.15)$$

$$\varepsilon_{so} = \varphi_n\left(\frac{h}{2} - c\right) \quad (2.16)$$

Y con ello se logra obtener la deformación real del acero en dependencia de la profundidad de la línea neutra c para así conocer realmente la entrada o no en fluencia de los aceros:

$$\varepsilon'_s \geq \varepsilon_y \dots \dots \dots \varepsilon_y \quad (2.17)$$

$$\varepsilon'_s < \varepsilon_y \dots \dots \dots \varepsilon'_s \quad (2.18)$$

$$f'_s = \varepsilon'_s E_s \quad (2.19)$$

Donde:

- f'_s : Tensión del acero más comprimido en MPa
- E_s : Módulo de elasticidad del acero en MPa

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_y \dots \dots \dots \varepsilon_y \quad (2.20)$$

$$\varepsilon_s < \varepsilon_y \dots \dots \dots \varepsilon_s \quad (2.21)$$

$$f_s = \varepsilon_s E_s \quad (2.22)$$

Donde:

- f_s : Tensión del acero más traccionado en MPa

$$\varepsilon_{so} \geq \varepsilon_y \dots \dots \dots \varepsilon_y \quad (2.23)$$

$$\varepsilon_{so} < \varepsilon_y \dots \dots \dots \varepsilon_{so} \quad (2.24)$$

$$f_{so} = \varepsilon_{so} E_s \quad (2.25)$$

Donde:

- f_{so} : Tensión del acero en MPa
- Ecuaciones de equilibrio para una determinada sección

$$\sum F = 0$$

$$P_n = C_c \pm C_s \mp T_s \quad (2.26)$$

$$P_n = 0,85f'_c b a \pm A'_s f'_s \mp A_s f_s \quad (2.27)$$

$$P_u = \phi P_n \quad (2.28)$$

Donde:

- C_c : Aporte del hormigón en compresión
- C_s : Aporte del acero más comprimido
- T_s : Aporte del acero más traccionado
- P_n : Valor de carga axial nominal
- P_u : Valor de carga axial de diseño
- ϕ : Coeficiente reductor de la resistencia
- A'_s : Área de acero más comprimido
- A_s : Área de acero más traccionado

$$\sum M = 0$$

$$M_n = P_n e_o = C_c \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) \pm C_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) \mp T_s \left(\frac{h}{2} - ds \right) \quad (2.29)$$

$$M_u = \phi M_n \quad (2.30)$$

Donde:

M_n : Valor de momento nominal

M_u : Valor de momento de diseño

2.2.6.2 Secciones circulares

La complejidad de las ecuaciones en secciones circulares prácticamente obliga a la búsqueda de soluciones que excluyan el manejo de las mismas. Por esta razón los Diagramas de Interacción se encuentran entre las variantes de cálculos más extendidas y

que ofrecen, soluciones para el diseño y la revisión de secciones de forma rápida y confiable.(Hernández and Hernández, 2011)

Dichos autores plantean que para la confección de los diagramas se manejan dos alternativas:

- Considerar las barras en su posición y número exacto. Esta variante permite mayor precisión, pero obligan a tener diagramas cada vez que se cambien la cantidad y distribución de las barras en la sección
- Sustituir las barras por un anillo virtual equivalente de espesor que hace más universal a los diagramas

De esta manera (Hernández and Hernández, 2011) exponen que a partir de los trabajos realizados por E. Valdés y Jiménez Montoya sobre dicho tema y por las ventajas prácticas que ofrece, se escoge la segunda vía en donde las ecuaciones quedan definidas de la siguiente forma:

$$A_t = n_b A_b \quad (2.31)$$

$$\delta = \frac{A_t}{2\pi R} \quad (2.32)$$

$$r_1 = \frac{D}{2} \quad (2.33)$$

$$R = r_1 - d' \quad (2.34)$$

Donde:

- n_b : Número de barras
- A_b : Área de cada barra
- A_t : Área total de acero
- δ : Espesor virtual equivalente del anillo

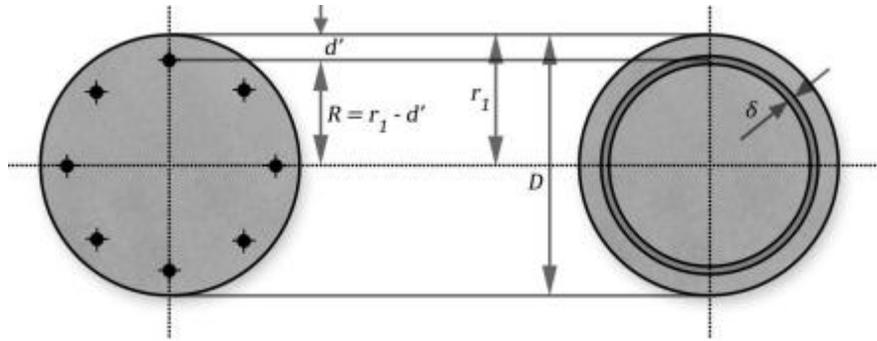


Figura 2.10 Lámina virtual equivalente. (Hernández and Hernández, 2011)

A partir de dicho análisis previo de la figura anterior se muestra a continuación un caso práctico del diagrama de deformaciones, tensiones y fuerzas para una sección circular, lo que permite luego de su análisis la obtención de sus respectivas ecuaciones. Se hace énfasis en que en el análisis de la lámina virtual se divide la misma en cuatro secciones. Como se muestra en la figura 2.11:

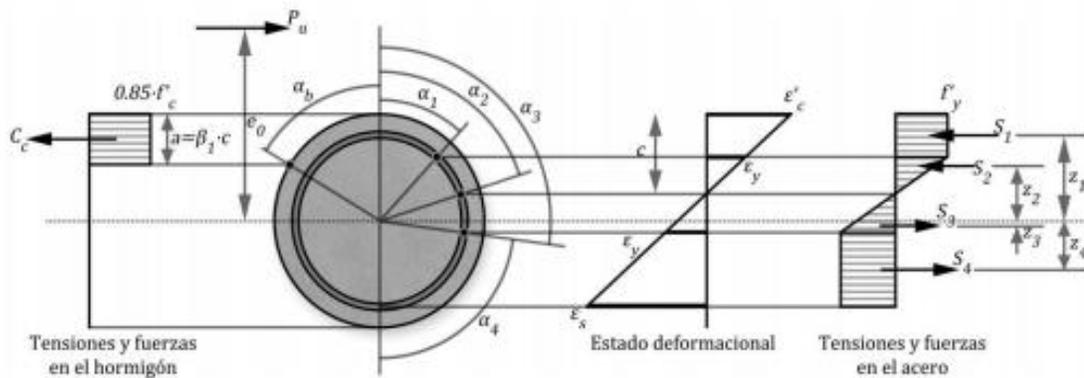


Figura 2.11 Sección circular bajo flexión compuesta Caso general. (Hernández and Hernández, 2011)

- Ecuaciones de compatibilidad de las deformaciones
- Ecuaciones físicas o constitutivas de los materiales

Aporte del hormigón

Partiendo del análisis de la figura anterior se logra determinar el aporte del hormigón:

$$C_c = 0,85f'_c A' \left[\frac{D^2}{8} (2a_b - \sin 2a_b) \right] \quad (2.35)$$

Donde:

- D : Diámetro de la sección transversal
- f'_c : Resistencia a compresión del hormigón
- C_c : Aporte del hormigón en compresión

Partiendo de ello se plantea las siguientes ecuaciones:

$$A' = \left[\frac{D^2}{8} (2a_b - \sin 2a_b) \right] \quad (2.36)$$

$$a_b = \cos^{-1} \left(1 - \frac{a}{r_1} \right) = \cos^{-1} \left(1 - \frac{\beta_1 c}{r_1} \right) \quad (2.37)$$

Donde:

- a : Profundidad del bloque de compresiones
- r_1 : Mitad del diámetro de la sección transversal

Para el cálculo de z_b :

$$z_b = \frac{\frac{D^3}{12} \sin^3 a_b}{A'} \quad (2.38)$$

Donde:

- z_b : Brazo de momento del bloque de compresiones

Por lo que queda de la manera siguiente:

$$C_c z_b = 0,85f'_c \frac{D^3}{12} \sin^3 a_b \quad (2.39)$$

Aporte del acero

De manera general se tiene que Si = $A_i f_s i$ situada a una distancia z_i del centro de la sección como se muestra en la figura 2.12.

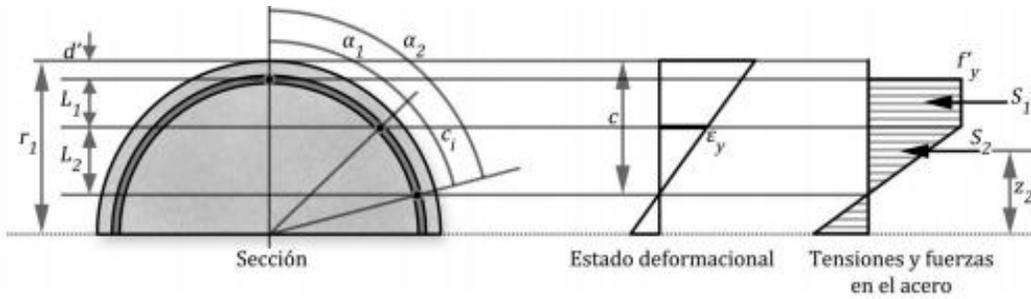


Figura 2.12 Aporte de la lámina de acero. (Hernández and Hernández, 2011)

Partiendo de lo anterior se resume las secciones circulares se analizan por sectores, los que nos brindan el aporte de los aceros, dividiéndose específicamente en 4 sectores a los que se les resumen sus respectivas ecuaciones.

Sector	L_i	α_i	z_i	ϵ_{si}
1	Dom 2 $c - d' - \frac{\epsilon_y}{0,01}(D - d' - c)$ Dom 3 $\left(1 - \frac{\epsilon_y}{0,003}\right)c - d'$	$\cos^{-1}\left(\frac{R - L_1}{R}\right)$	$R \frac{\sin \alpha_1}{\alpha_1}$	$\geq \epsilon_y$ a compresión
2	$c - d' - L_1$	$\cos^{-1}\left(\frac{r_1 - c}{R}\right)$	$R \frac{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)}{\alpha_2 - \alpha_1}$	$\frac{z_2 - r_1 + c}{c} 0,003$
3	Si $\epsilon'_s < \epsilon_y$ $\frac{\epsilon_y}{0,003}c$ Si $\epsilon'_s \geq \epsilon_y$ L_2	$\pi - \alpha_4$	$R \frac{\sin(\alpha_3 - \alpha_2)}{\alpha_3 - \alpha_2}$	$\frac{r_1 - c - z_3}{c} 0,003$
4	$D - 2d' - L_1 - 2L_2$	$\cos^{-1}\left(\frac{L_2 + d - r_1}{R}\right)$	$R \frac{-\sin \alpha_4}{\alpha_4}$	$\geq \epsilon_y$ a tracción

Figura 2.13 Términos de L_i , α_i , z_i , ϵ_{si} . (Hernández and Hernández, 2011)

Por lo que quedan establecidas las siguientes ecuaciones para cada sector de la lámina virtual:

S_i = fuerza del sector

$$S_1 = f_y A_1 \text{ (Fuerza para el primer sector)} \quad (2.40)$$

$$S_2 = f_{s2} A_2 \text{ (Fuerza para el segundo sector)} \quad (2.41)$$

$$S_3 = f_{s3}A_3 \text{ (Fuerza para el tercer sector)} \quad (2.42)$$

$$S_4 = f_y A_4 \text{ (Fuerza para el cuarto sector)} \quad (2.43)$$

Donde:

$$A_1 = 2\delta R a_1 \quad (2.44)$$

$$A_2 = 2\delta R (a_2 - a_1) \quad (2.45)$$

$$A_3 = 2\delta R (a_3 - a_2) \quad (2.46)$$

$$A_4 = 2\delta R a_4 \quad (2.47)$$

Para el cálculo de las tensiones de los sectores 2 y 3 se acude a las siguientes ecuaciones de compatibilidad:

$$\epsilon'_{s2} = \frac{z_2 - r_1 + c}{c} 0,003 \quad (2.48)$$

$$\epsilon_{s3} = \frac{r_1 - c - z_3}{c} 0,003 \quad (2.49)$$

$$f'_{s2} = \epsilon'_{s2} E_s \quad (2.50)$$

$$f_{s3} = \epsilon_{s3} E_s \quad (2.51)$$

L_i = proyección sobre el eje z del arco c_i

$$L_1 = c - d' - \frac{\epsilon_y}{0,01} (D - d' - c) \dots \dots \dots \text{dominio 2} \quad (2.52)$$

$$L_1 = \left(1 - \frac{\epsilon_y}{0,003}\right) c - d' \dots \dots \dots \text{dominio 3} \quad (2.53)$$

$$L_2 = c - d' - L_1 \quad (2.54)$$

$$L_3 = \frac{\epsilon_y}{0,003} c \dots \dots \dots \epsilon'_s < \epsilon_y \quad (2.55)$$

$$L_3 = L_2 \dots \dots \dots \epsilon'_s \geq \epsilon_y \quad (2.56)$$

$$L_4 = D - 2d' - L_1 - 2L_2 \quad (2.57)$$

a_i = ángulo del sector

$$a_1 = \cos^{-1} \left(\frac{R-L_1}{R} \right) \quad (2.58)$$

$$a_2 = \cos^{-1} \left(\frac{r_1-c}{R} \right) \quad (2.59)$$

$$a_3 = \pi - a_4 \quad (2.60)$$

$$a_4 = \cos^{-1} \left(\frac{L_2+d-r_1}{R} \right) \quad (2.61)$$

z_i = posición del centroide respecto al sector

$$z_1 = R \frac{\sin a_1}{a_1} \quad (2.62)$$

$$z_2 = R \frac{\sin(a_2-a_1)}{a_2-a_1} \quad (2.63)$$

$$z_3 = R \frac{\sin(a_3-a_2)}{a_3-a_2} \quad (2.64)$$

$$z_4 = R \frac{-\sin a_4}{a_4} \quad (2.65)$$

- Ecuaciones de equilibrio para una determinada sección

$$\sum F = 0$$

$$P_n = C_c + S_1 + S_2 - S_3 - S_4 \quad (2.66)$$

$$P_u = \emptyset P_n \quad (2.67)$$

$$\sum M = 0$$

$$P_n e_0 = C_c z_b + S_1 z_1 + S_2 z_2 + S_3 z_3 + S_4 z_4 \quad (2.68)$$

$$M_u = \emptyset M_n \quad (2.69)$$

2.3 Resistencia de diseño máxima a carga axial

La capacidad resistente máxima a carga axial se basa en el cálculo de la resistencia a compresión de la sección cuando esta se encuentra trabajando a su capacidad máxima. Para ello se debe considerar el trabajo conjunto de la sección de hormigón cuando la línea neutra ocupa todas sus dimensiones, excluyendo el área de acero dispuesta dentro del bloque comprimido.

Según la ACI-318-05 dicha capacidad resistente según la debe ser afectada por un 15% para elementos no preesforzados con refuerzo en espiral y un 20% para elementos no preesforzados con estribos. (Sotolongo, 2016)

De lo anterior se resumen las siguientes ecuaciones:

$$P_{n(max)} = 0.65 * 0.80(0.85f'_c(A_g - A_{st}) + f_y A_{st}) \dots \text{estribos de refuerzo} \quad (2.70)$$

$$P_{n(max)} = 0.65 * 0.85(0.85f'_c(A_g - A_{st}) + f_y A_{st}) \dots \text{espirales de refuerzo} \quad (2.71)$$

2.4 Obtención de los diagramas de interacción

2.4.1 Procedimiento para la Flexocompresión Uniaxial en secciones rectangulares

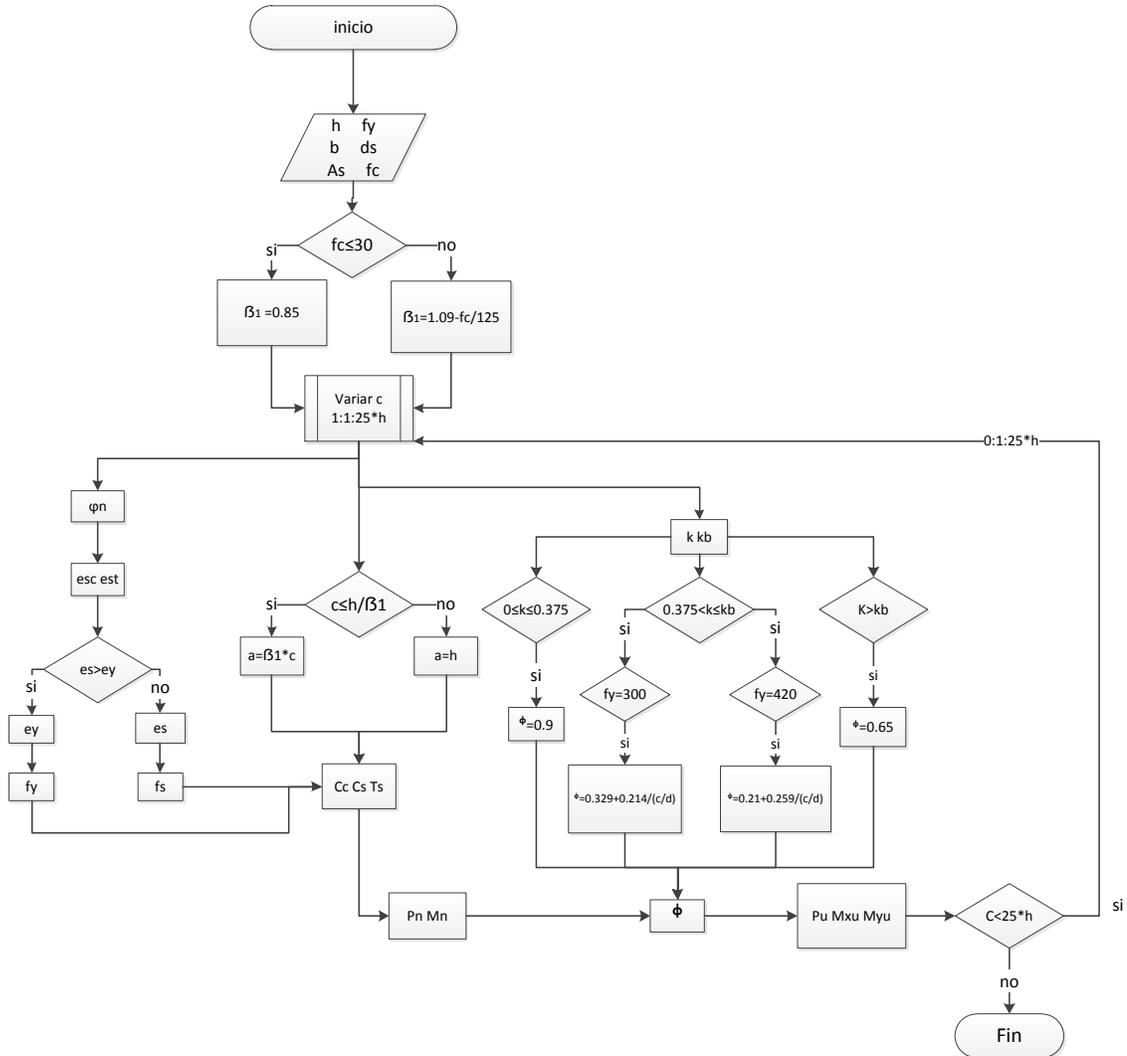


Figura 2.14 Diagrama de flujo (Flexocompresión Uniaxial) (Elaborado por el autor)

2.4.2 Procedimiento para la Flexocompresión Uniaxial en secciones circulares

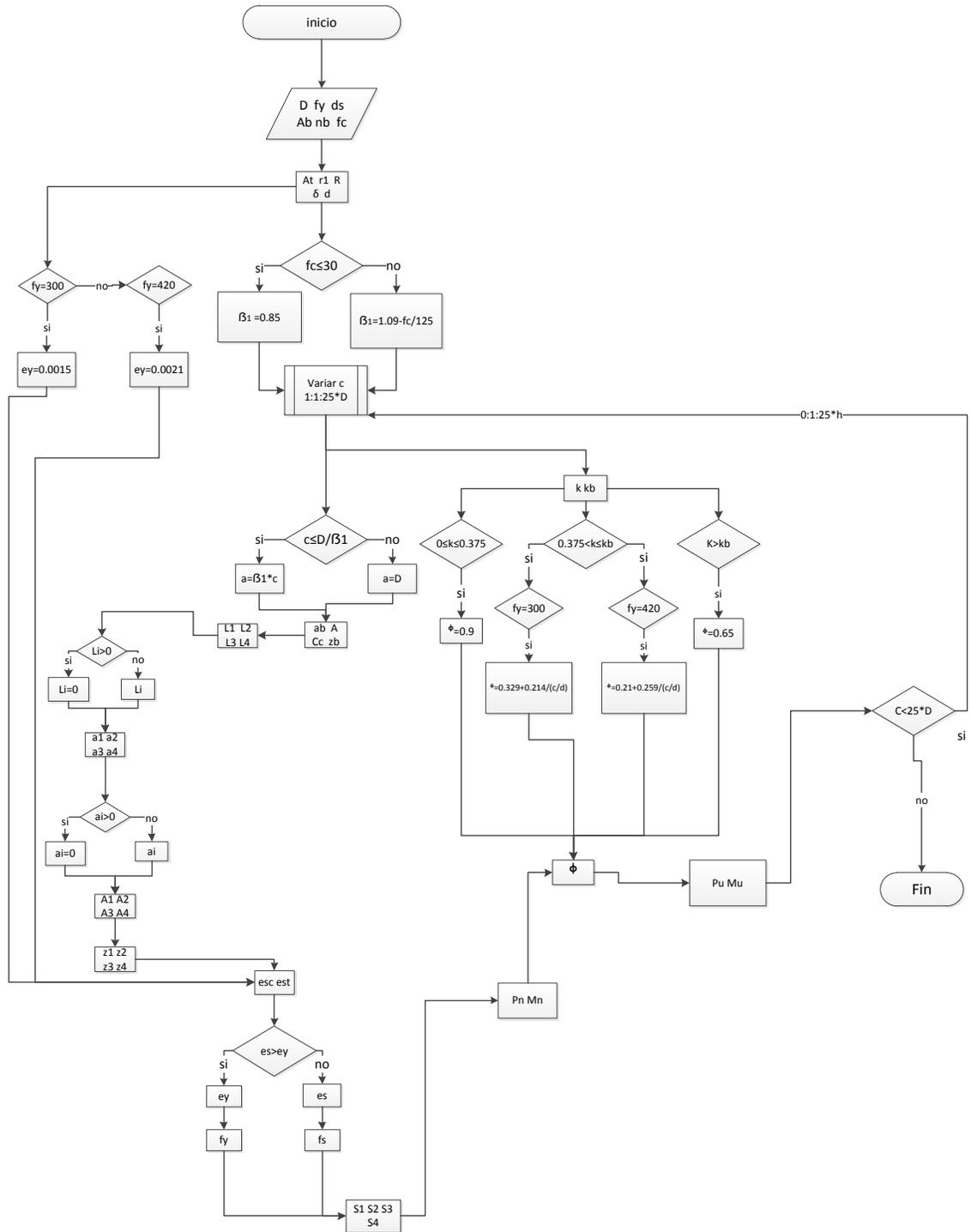


Figura 2.15 Diagrama de flujo (Flexocompresión Uniaxial) (Elaborado por el autor)

2.5 Conclusiones del capítulo

En este capítulo se abordaron todos los elementos que se tienen que tener en cuenta en cuanto al diseño de columnas, tanto rectangulares como circulares se refiere. Se analizaron los casos de la Flexocompresión Uniaxial partiendo de las hipótesis asumidas y del empleo de las ecuaciones de compatibilidad y equilibrio, permitiendo la elaboración de diagramas de flujo como ayuda para la programación obtenida en Matlab. Partiendo de todo lo anterior analizado se logró elaborar las respectivas programaciones de los casos enunciados.

CAPÍTULO 3 VALIDACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN MEDIANTE BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

En el siguiente capítulo se realiza la validación de la programación elaborada en Matlab con el objetivo de comparar los resultados obtenidos mediante la misma con los de otros autores. Partiendo de haber probado la programación se exponen un grupo de diagramas de interacción de diferentes secciones de columnas que son las más utilizadas.

3.1 Validación de la Flexocompresión Uniaxial en columnas rectangulares

3.1.1 Validación mediante el libro HORMIGÓN ESTRUCTURAL. Diseño por Estados Límites. Parte II

Partiendo del ejercicio 10.3 de la página 62 del libro de (Hernández and Hernández, 2011) se pretende validar la programación realizada en Matlab para la obtención de diagramas de interacción en las columnas sometidas a flexocompresión uniaxial.

Ejercicio 10.3:

Datos de partida:

Tabla 3.1 Datos de partida (Hernández and Hernández, 2011)

b=30cm	ds=7cm	f'c=20MPa
h=55cm	As=20,4cm ²	fy=300MPa

A partir del empleo de las ecuaciones de equilibrio, las de compatibilidad y las físicas antes expuestas, los autores presentan en la tabla un resumen de los valores obtenidos de diferentes parámetros para distintos valores de *c* (profundidad de la línea neutra).

Tabla 3.2 Valores del libro (Hernández and Hernández, 2011)

valores del Lt									
c(cm)	εs'	Es	fs'(MPa)	fs(MPa)	Pn(kN)	Mn(kN)	φ	Pu(kN)	Mu(kN)
0	-0,01000	-0,01000	-300	-300	-1224,00	0	0,9	-1101,6	0
5	-0,00120	-0,02580	-240	-300	-884,85	80,09	0,9	-796,37	72,08
10	0,00090	-0,01140	180	-300	188,70	301,52	0,9	169,83	271,37

14	0,00150	0,00729	300	-300	606,90	381,71	0,9	546,21	343,54
18	0,00183	-0,00500	300	-300	780,30	405,81	0,9	702,27	365,23
25	0,00216	-0,00276	300	-300	1083,75	433,8	0,7399	801,84	320,96
40	0,00248	-0,00060	300	-120	2101,20	357,71	0,65	1365,78	232,51
45	0,00253	-0,00020	300	-40	2481,15	305,56	0,65	1612,75	198,62
48	0,00256	0,00000	300	0	2692,80	273,2	0,65	1750,32	177,58
65	0,00268	0,00078	300	156,92	3749,87	56,31	0,65	2095,08	36,06

Tabla 3.3 Valores obtenidos según Matlab. (Elaborado por el autor)

valores de Matlab									
c(cm)	ϵ_s'	Es	fs'(MPa)	fs(MPa)	Pn(kN)	Mn(kNm)	ϕ	Pu(kN)	Mu(kNm)
0							0,9		
5	-0,0012	0,0015	-240	300	-884,85	80,092313	0,9	-796,365	72,083081
10	0,0009	0,0015	180	300	188,7	301,52475	0,9	169,83	271,37228
14	0,0015	0,0015	300	300	606,9	381,70695	0,9	546,21	343,53626
18	0,0015	0,0015	300	300	780,3	405,80955	0,9	702,27	365,2286
25	0,0015	0,0015	300	300	1083,75	433,80281	0,73988	801,84495	320,96203
40	0,0015	0,0006	300	120	2101,2	357,714	0,65	1365,78	232,5141
45	0,0015	0,0002	300	40	2481,15	305,56331	0,65	1612,7475	198,61615
48	0,0015	0	300	0	2692,8	273,1968	0,65	1750,32	177,57792
65	0,0015	-0,00078	300	-156,9231	3737,12	59,834769	0,65	2059	38,8926

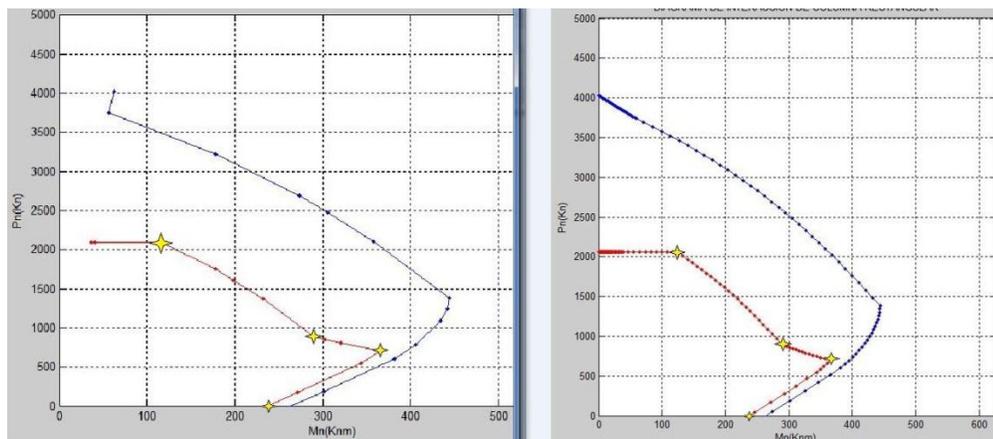


Figura 3.1 Validación de la programación mediante (Hernández and Hernández, 2011).

(Elaborado por el autor)

En las tablas 3.2 y 3.3 y la figura 3.1 se demuestra que la programación realizada es correcta pues los valores obtenidos tanto de momentos como de carga axial, ya sea para la resistencia nominal o la de diseño, son iguales para diferentes valores de la profundidad de la línea neutra, lo que pasa igual para el coeficiente reductor de la resistencia ϕ . En el único caso que no se cumple lo anterior es para las deformaciones de los aceros, puesto que los autores Caneiro y Santana exponen en sus resultados los valores reales que alcanzan de deformación dichos aceros ya sea en tracción o en compresión, mientras que los obtenidos en Matlab corresponden a los valores reales que fueron empleados en el cálculo de la posterior fluencia del acero, partiendo de que cuando la deformación real es mayor a la de fluencia se toma el valor de la fluencia y no el anterior. Con lo anterior expuesto queda demostrado que la programación realizada fue satisfactoria.

3.1.2 Validación mediante la tesis del Ing. Carlos Rodríguez García (Diseño de columnas rectangulares)

Partiendo de la tesis del Ing. Carlos Rodríguez García (Diseño de columnas rectangulares), se pretende validar la programación realizada en Matlab teniendo como base la comparación de los resultados obtenidos en ambas.

Según unos de los casos de estudio que presenta dicho autor en su trabajo se tienen como datos de partida los siguientes:

Tabla 3.4 Datos de partida (Rodríguez, 2011)

Datos de Entrada		
B	(cm)	25
h	(cm)	40
f'c	(MPa)	20
Fy	(MPa)	300
ds	(cm)	6
As 1	(cm ²)	20.40

Tabla 3.5 Valores del Trabajo de diploma del Ing. Carlos Rodríguez(Rodríguez, 2011)

Punto	k	f	M	P	fM	fP
0	0.239	0.9	178.8	0	161	0
01	0.239	0.9	178.84	0.00	161	0
02	0.239	0.9	178.84	0.00	161	0
03	0.239	0.9	178.84	0.00	161	0
A	0.239	0.9	178.84	0.0	161	0
A1	0.273	0.9	200.0	155.0	180	139
A2	0.307	0.9	217.1	284.9	195	256
A3	0.341	0.9	231.5	397.1	208	357
B	0.375	0.9	238.5	460.6	215	415
B1	0.447	0.808	245.7	548.4	198.6	443
B2	0.518	0.742	251.0	636.2	186	472
B3	0.590	0.692	254.5	724.1	176	501
C	0.667	0.65	256.2	819.2	167	533
C1	0.75025	0.65	227.1	1126.0	148	732
C2	0.834	0.65	201.4	1391.2	131	904
C3	0.917	0.65	177.3	1626.8	115	1057
D	1	0.65	153.8	1840.3	100	1196
D1	1.044118	0.65	141.4	1946.2	92	1265
D2	1.088	0.65	128.9	2047.9	84	1331
D3	1.132	0.65	116.2	2145.9	76	1395
E	1.18	0.65	103.33	2240.60	67	1456
E1	1.211	0.65	93.0	2312.7	60	1503
E2	1.246	0.65	82.4	2339.2	54	1520
E3	1.281	0.65	71.5	2339.2	46	1520
E4	1.316	0.65	60.4	2339.2	39	1520
E5	1.351	0.65	49.1	2339.2	32	1520
F	1.384	0.65	38.13	2339.20	25	1520
G		0.65	0	2924.00	0.0	1520
PM		0.65	0	2339.2		

De los valores anteriores se obtienen los siguientes diagramas de interacción mostrados en la figura 3.2, el izquierdo corresponde al obtenido por Carlos en su tesis y el de la derecha el obtenido por el autor mediante Matlab.

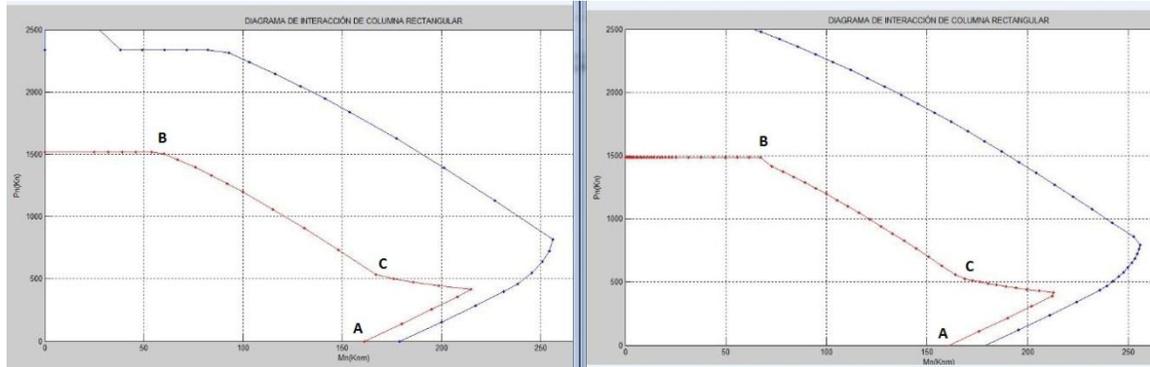


Figura 3.2 Validación de la programación mediante el Trabajo de diploma del Ing. Carlos Rodríguez. (Elaborado por el autor)

En la figura se aprecia la igualdad o similitud que existe entre ambos diagramas, para ello se analizan los puntos característicos del mismo. El primero corresponde cuando la sección está sometida a flexión pura (punto A), para el mismo el valor de momento alcanzado es de 161 kNm, valor que es igual para ambos diagramas analizados, otro punto importante a comparar es para el cual se obtiene la máxima carga axial (punto B), que ocurre para valores cercanos a 1000 kN, lo que se aprecia es igual en ambos. El último punto a analizar es para cuando se produce el fallo balanceado (punto C) que ocurre para la coordenada (167;533).

Debido a dicho análisis detallado se comprueba que la programación elaborada en Matlab brinda valores concretos en comparación con otros autores.

En la figura 3.2 el diagrama que se encuentra en la izquierda corresponde al obtenido por el Ing. Carlos Rodríguez García en su trabajo de diploma, el de la derecha al obtenido mediante la programación realizada, en ellos se puede apreciar a simple vista su igualdad y similitud, lo que demuestra que lo realizado fue correcto.

3.1.3 Validación mediante el Trabajo de diploma del Ing. Carlos Rodríguez García (Diseño de columnas rectangulares)

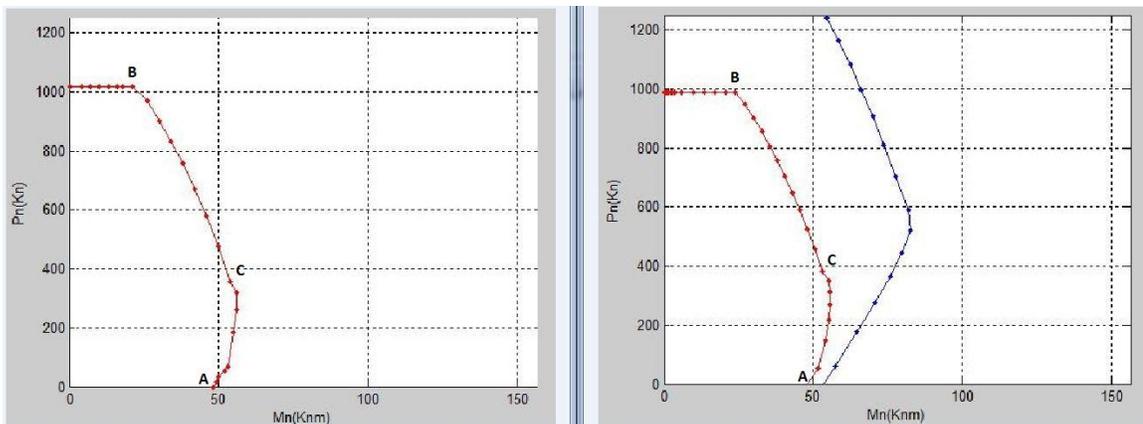
Tabla 3.6 Datos de partida (Rodríguez, 2011)

Datos de Entrada		
b_w	(cm)	20
h_t	(cm)	25
f_c	(MPa)	30
f_y	(MPa)	300
d_s	(cm)	6
A_{s1}	(cm ²)	11.36

Tabla 3.7 Valores del Trabajo de diploma del Ing. Carlos Rodríguez (Rodríguez, 2011)

Punto	K	ϕ	M	P	ϕM	ϕP
0	0.345	0.9	53.4	0	48	0
01	0.345	0.9	53.44	0.00	48	0
02	0.345	0.9	53.44	0.00	48	0
03	0.345	0.9	53.44	0.00	48	0
A	0.345	0.9	53.44	0.0	48	0
A1	0.352	0.9	54.7	19.8	49	18
A2	0.360	0.9	56.0	38.9	50	35
A3	0.367	0.9	57.2	57.6	52	52
B	0.375	0.9	58.4	75.7	53	68
B1	0.447	0.808	67.8	226.5	54.8	183
B2	0.518	0.742	74.9	351.9	56	261
B3	0.590	0.692	80.3	461.2	56	319
C	0.667	0.65	83.4	549.4	54	357
C1	0.75025	0.65	76.7	731.8	50	476
C2	0.834	0.65	70.6	891.2	46	579
C3	0.917	0.65	64.7	1034.0	42	672
D	1	0.65	58.6	1164.5	38	757
D1	1.078947	0.65	52.6	1279.3	34	832

D2	1.158	0.65	46.2	1387.4	30	902
D3	1.237	0.65	39.3	1490.0	26	969
E	1.32	0.65	31.84	1565.28	21	1017
E1	1.354	0.65	28.0	1565.3	18	1017
E2	1.393	0.65	24.0	1565.3	16	1017
E3	1.432	0.65	19.8	1565.3	13	1017
E4	1.471	0.65	15.5	1565.3	10	1017
E5	1.510	0.65	11.0	1565.3	7	1017
F	1.548	0.65	6.47	1565.28	4	1017
G		0.65	0	1956.60	0.0	1017
PM		0.65	0	1565.3		



*Figura 3.3 Validación mediante el Trabajo de diploma del Ing. Carlos Rodríguez
(Elaborado por el autor)*

Un caso variable en cuanto al comportamiento del diagrama de interacción, se presenta para aquellos casos en que la relación entre la sección transversal y el recubrimiento efectivo sea pequeña, es decir para secciones transversales pequeñas con recubrimientos efectivos grandes. En dichos casos el diagrama experimenta una retracción del máximo valor de momento flector, y para los casos en que la sección se encuentra en el fallo por flexión, no existe casi variación entre los valores de momento flector.

Debido a lo planteado anteriormente se pretende realizar una validación para un caso de este tipo en específico mediante el Trabajo de diploma del Ing. Carlos Rodríguez García.

3.2 Validación de la Flexocompresión Uniaxial en columnas circulares

3.1.1 Validación mediante el libro HORMIGÓN ESTRUCTURAL. Diseño por Estados Límites. Parte II

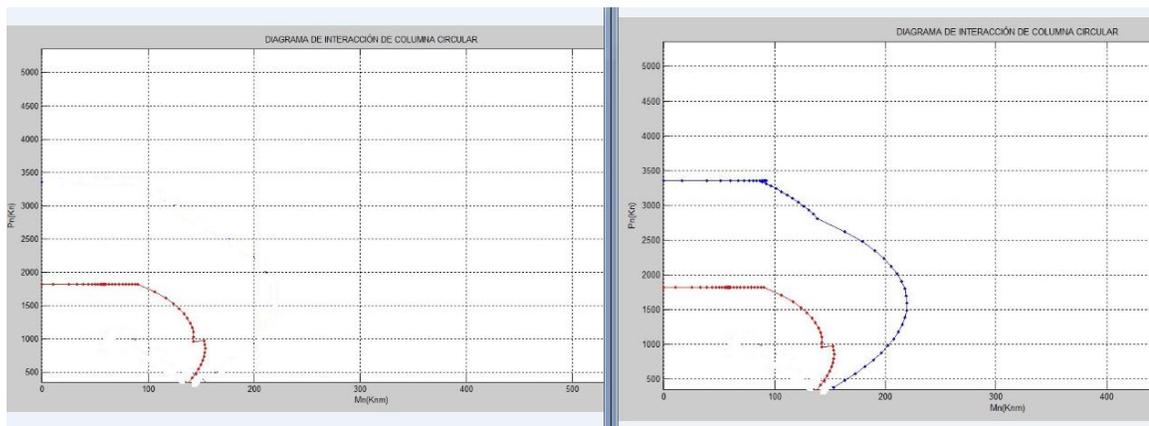
Partiendo del ejercicio 10.24 de la página 120 del libro de (Hernández and Hernández, 2011) se pretende validar la programación realizada en Matlab para la obtención de diagramas de interacción en las columnas circulares sometidas a flexocompresión uniaxial.

Ejercicio 10.3:

Datos de partida:

Tabla 3.8 Datos de partida (Hernández and Hernández, 2011)

D=40cm	ds=5.4cm	f'c=25MPa
	As=22.72cm ²	fy=300MPa



*Figura 3.4 Validación de la programación mediante (Hernández and Hernández, 2011).
(Elaborado por el autor)*

En la figura 3.4 se demuestra que la programación realizada es correcta pues los valores obtenidos tanto de momentos como de carga axial, para la resistencia de diseño, son

iguales para diferentes valores de la profundidad de la línea neutra. Con lo anterior expuesto queda demostrado que la programación realizada fue satisfactoria.

3.3 Casos de estudios

A continuación se muestran diferentes casos de estudios:

Datos de entrada generales:

Tabla 3.9 Combinaciones de carga (Elaborado por el autor)

No	Combinaciones de carga	
	P (kN)	M (kNm)
1	8000	500
2	50	200
3	500	50
4	1000	20
5	500	500

Tabla 3.10 Datos generales de partida (Elaborado por el autor)

<i>Datos de Entrada</i>		
f_c	(MPa)	30
f_y	(MPa)	300
d_s	(cm)	6

Tabla 3.11 Datos de los elementos (Elaborado por el autor)

Hotel	Elemento	Objeto de obra	Sección
Oasis	Caso 1	H2-Zona B	60x40 (5 ϕ 32) $A_s=40.95\text{cm}^2$
	Caso 2	H2-Zona B	40x40 (4 ϕ 16) $A_s=7.96\text{cm}^2$
	Caso 3	H2-Zona B	60x50 (8 ϕ 32) $A_s=65.52\text{cm}^2$
	Caso 4	H2-Zona 1	D=75 cm (9 ϕ 22) $A_s=34.83\text{cm}^2$

3.2.1 Caso 1

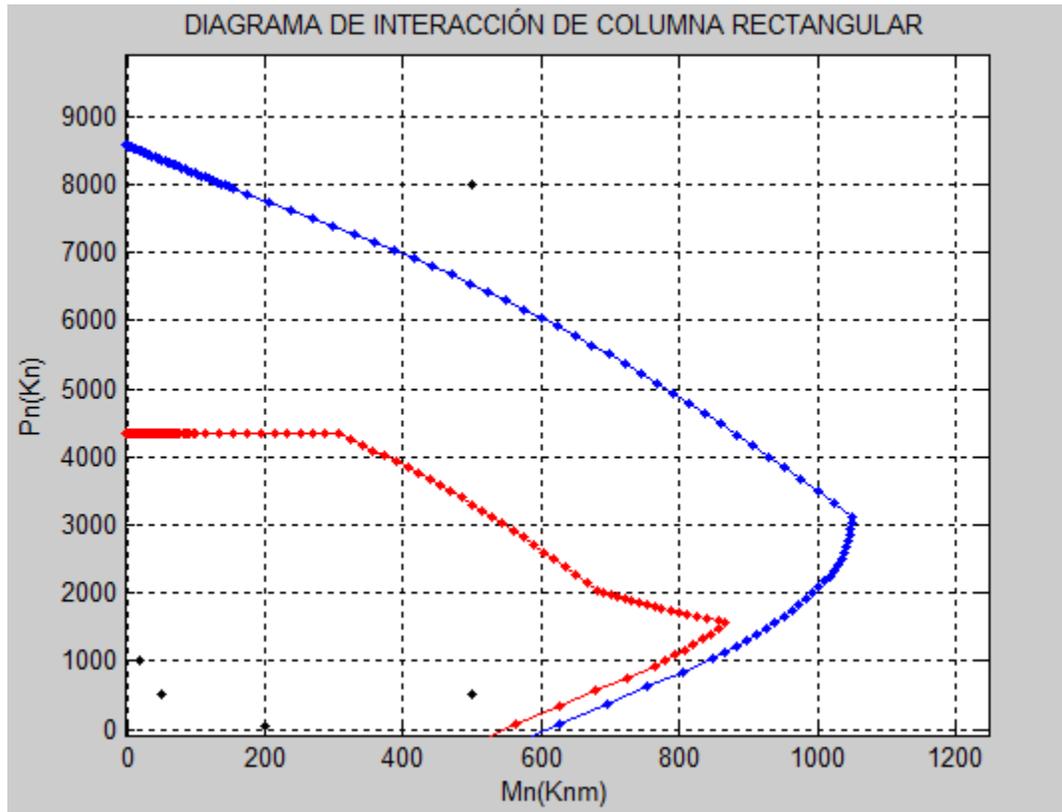


Figura 3.5 Caso de estudio 1 (Elaborado por el autor)

Para el caso de estudio 1 la sección es capaz de resistir de las solicitaciones expuestas 4 de ellas, siendo solo una la que se encuentra por fuera del diagrama.

3.2.2 Caso 2

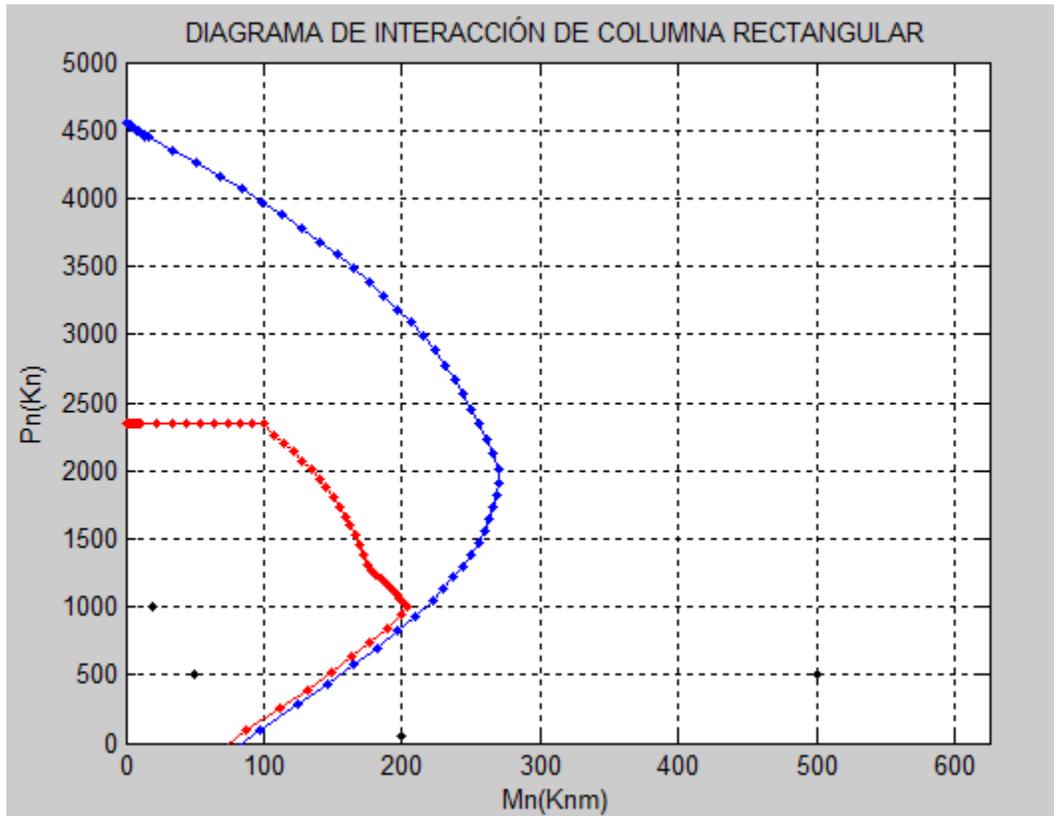


Figura 3.6 Caso de estudio 2 (Elaborado por el autor)

Para el caso de estudio 2 la sección es capaz de resistir de las solicitaciones expuestas 2 de ellas, siendo 3 las que se encuentran por fuera del diagrama.

3.2.3 Caso 3

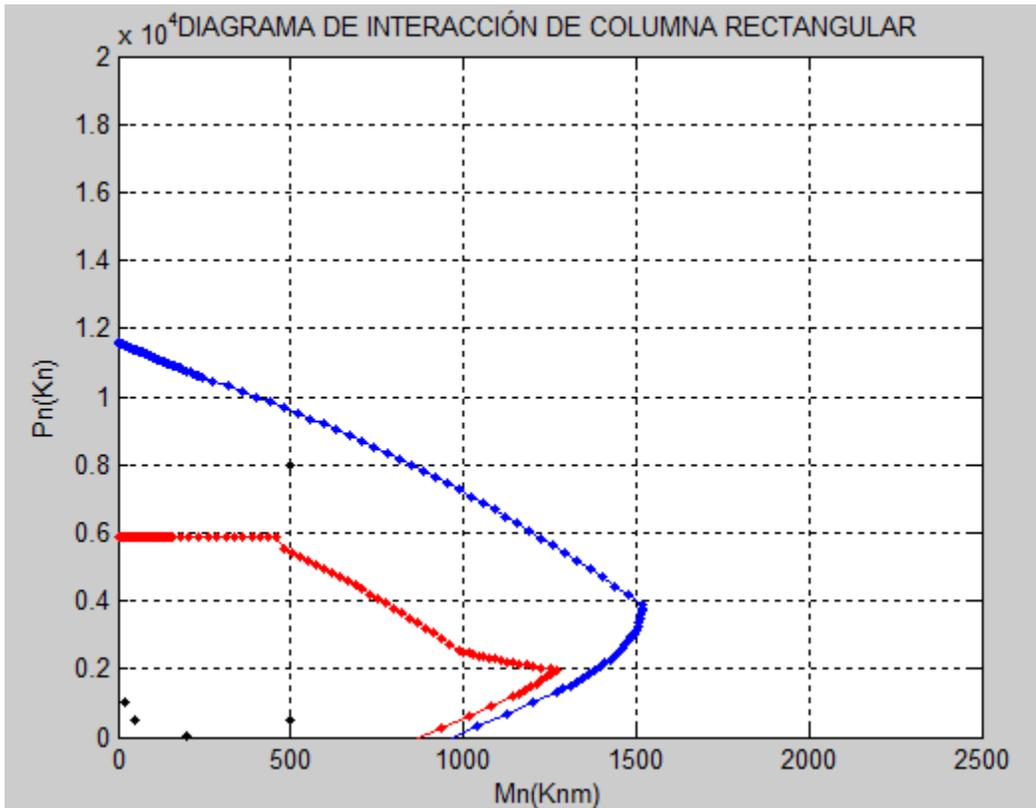


Figura 3.7 Caso de estudio 3 (Elaborado por el autor)

Para el caso de estudio 3 la sección es capaz de resistir de las solicitaciones expuestas 4 de ellas, siendo solo una la que se encuentra por fuera del diagrama de resistencia de diseño, que es por el cual se rige el diseño de una columna.

3.2.4 Caso 4

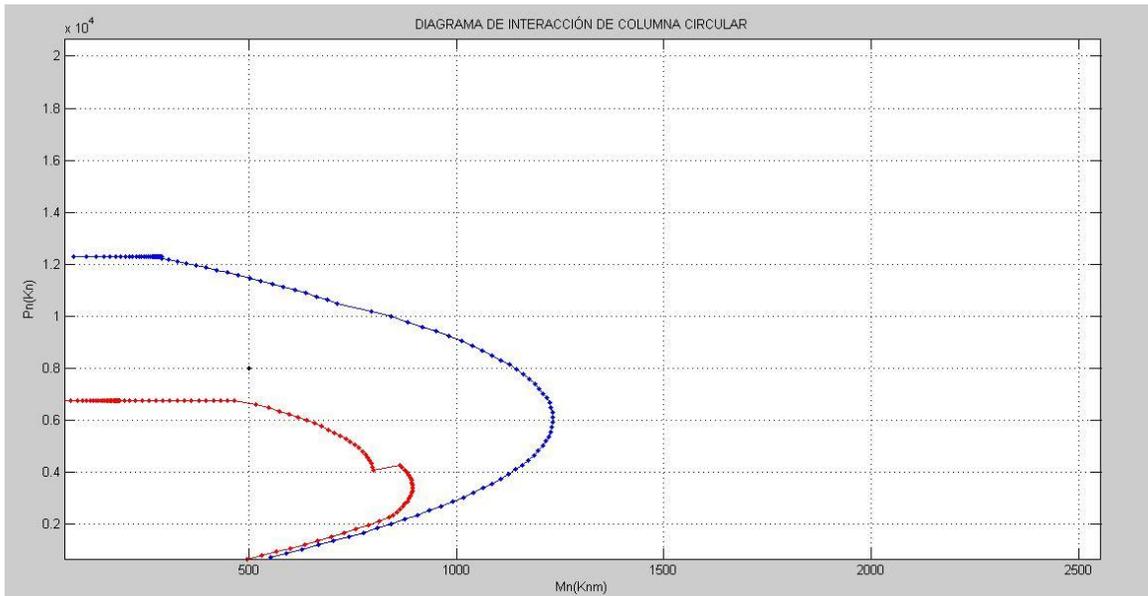


Figura 3.8 Caso de estudio 4 (Elaborado por el autor)

Para el caso de estudio 4 se considera que el predimensionamiento realizado no es válido puesto que la sección es capaz de resistir aún más que la combinación de carga actuante.

3.3 Conclusiones del capítulo

En este apartado se validó la programación elaborada en Matlab y la misma brindó muy buenos resultados lo que permite que la misma pueda ser empleada por diferentes entidades con el objetivo de revisar diseños de columnas propuestos de forma segura y en un corto período de tiempo. Se analizaron diferentes casos de estudio y se llegó a diversas conclusiones.

CONCLUSIONES

1. Las columnas son elementos que están sometidos a innumerables combinaciones de momento y carga axial lo que dificulta su diseño de ahí que sea necesario el empleo de una programación que se encargue de realizar el mismo sin margen de error y en un corto período de tiempo
2. La programación realizada en Matlab permite la obtención de diagramas de interacción para cualquier tipo de columna con la entrada de datos variables como: área de acero, resistencia a compresión del hormigón, recubrimiento, dimensiones variables en cuanto a la sección transversal
3. Los diagramas obtenidos fueron validados satisfactoriamente, lo que garantiza su correcto funcionamiento, pudiendo ser empleados posteriormente por proyectistas en el diseño de columnas sometidas a flexocompresión Uniaxial

RECOMENDACIONES

1. Se recomienda a los profesores de la Facultad de Ciencias Técnicas de la Universidad de Matanzas la elaboración de trabajos de diplomas que permitan la confección de diagramas de interacción para secciones anulares
2. Se recomienda a los profesores de la Facultad de Ciencias Técnicas de la Universidad de Matanzas la elaboración de trabajos de diplomas para elaborar una programación para el diseño de columnas sometidas a flexocompresión Biaxial
3. Se le recomienda a la Facultad de Ciencias Técnicas de la Universidad de Matanzas elaborar una programación que permita partiendo como base de la anterior expuesta la optimización del diseño de columnas

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACI-318-05 2005. REQUISITOS DE REGLAMENTO PARA CONCRETO ESTRUCTURAL
- ACI-318-08 2008. REQUISITOS DE REGLAMENTO PARA CONCRETO ESTRUCTURAL
- CRUZ, J. 2008. *Estructuras básicas para arquitectos*.
- FENOLLOSA, E. & CABRERA, I. 2012. Analysis of composite sections under axial compression and biaxial bending moments.
- HERNÁNDEZ, A. & RODRÍGUEZ, C. Nociones Básicas de Matlab para ingenieros. Introducción a Matlab, 2015a.
- HERNÁNDEZ, A. & RODRÍGUEZ, C. Nociones Básicas de Matlab para ingenieros. Programación, 2015b.
- HERNÁNDEZ, J. & HERNÁNDEZ, J. 2010. *Hormigón Estructural. Diseño por Estados Límites I*.
- HERNÁNDEZ, J. & HERNÁNDEZ, J. 2011. *Hormigón Estructural. Diseño por Estados Límites II*.
- LEITE, L., BONET, J., SOSA, P. & PALLARÉS, L. 2012. Estudio experimental de soportes de hormigón armado sometidos a flexo-compresión con excentricidades y ángulos de esviaje desiguales en los extremos. .
- LÓPEZ, O. 2007. *COMPORTAMIENTO Y DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO*.
- MARCELO ROMO PROAÑO, M. S. Temas de Hormigón Armado. Capítulo XII.
- MONTES, E. & MARTÍN, L. 2007. *HORMIGÓN ARMADO Y PRETENSADO*.
- NILSON, A. 2001. *DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO*.
- NILSON, A., DARWIN, D. & DOLAN, C. 2004. *DESIGN OF CONCRETE STRUCTURES*.
- RIFAIL, N. A. 2016. *INFLUENCIA DEL ESFUERZO CORTANTE EN LA DUCTILIDAD DE COLUMNAS CIRCULARES DE HORMIGÓN*.
- RODRÍGUEZ, C. 2011. *Diseño de columnas rectangulares mediante diagramas de interacción*. Universidad de Matanzas Camilo Cienfuegos.
- RODRÍGUEZ, S. 2015. Diagramas momento-curvatura para secciones de hormigón armado. Determinación del valor de ductilidad local de una sección de hormigón armado. Empleo del programa matlab en aplicaciones estructurales a nivel seccional (parte II). 1, 15.
- SOTOLONGO, C. 2016. *Ayudas de cálculo para columnas de hormigón armado bajo Flexión Compuesta Biaxial*. Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas.
- WIGHT, J. & MACGREGOR, J. 2012. *REINFORCED CONCRETE Mechanics and Design*.
- ZÚÑIGA, P. 2005. *Aplicaciones para análisis y diseño de elementos de concreto reforzado*.

ANEXOS

Anexo 1 Programación (Sección rectangular)

```
% PROGRAMA PARA DIBUJAR EL DIAGRAMA DE INTERACCIÓN DE UNA COLUMNA
% RECTANGULAR DE HORMIGON ARMADO

%ENTRADA DE DATOS
disp(' DIAGRAMA DE INTERACCIÓN EN 2D')
disp('INGRESO DE DATOS')
fc=input ('Resistencia del Hormigón en Mpa:');
fy=input ('Resistencia del Acero de 300 o 420 Mpa:');
b=input ('ancho de la columna en cm :');
h=input ('altura de la columna en cm :');
ds=input ('recubrimiento mecánico de la sección en cm :');
As=input ('área de acero en cm2 :');
Aso=input ('área de acero en el centro de la sección en cm2 (puede ser
cero)');
%combinaciones de carga
M1=input ('valor de momento real en KNm:');
P1=input ('valor de carga axial real en KN:');
M2=input ('valor de momento real en KNm:');
P2=input ('valor de carga axial real en KN:');
M3=input ('valor de momento real en KNm:');
P3=input ('valor de carga axial real en KN:');
M4=input ('valor de momento real en KNm:');
P4=input ('valor de carga axial real en KN:');
M5=input ('valor de momento real en KNm:');
P5=input ('valor de carga axial real en KN:');

%DISEÑO SIMÉTRICO
Asc=As;
dsc=ds;

disp('AGOTAMIENTO DE LA SECCIÓN')
d=h-ds;
Es=200000;
ecc=0.003;

if fc<=30
    B1=0.85;
else
    B1=1.09-fc/125;
end

if fy==300
    ey=0.0015;
elseif fy==420
    ey=0.0021;
end

%ITERACIONES PARA DIFERENTES VALORES DE LA PROFUNDIDAD DE LA LÍNEA
NEUTRA
```

```

for i=1:1:25*h
% ecuaciones de compatibilidad
c(i)=i;
On(i)=ecc/c(i);
esc(i)=On(i)*(c(i)-dsc);
if esc(i)>ey
    esc(i)=ey;
else
    esc(i);
end

est(i)=On(i)*(d-c(i));
if est(i)>ey
    est(i)=ey;
else
    est(i);
end

eso(i)=On(i)*(h/2-c(i));
if eso(i)>ey
    eso(i)=ey;
else
    eso(i);
end

% ecuaciones físicas
fsc(i)=esc(i)*Es;
    if fsc(i)>fy
        fsc(i)=fy;
    else
        fsc(i);
    end
fst(i)=est(i)*Es;
    if fst(i)>fy
        fst(i)=fy;
    else
        fst(i);
    end
fso(i)=eso(i)*Es;
    if fso(i)>fy
        fso(i)=fy;
    else
        fso(i);
    end

%coeficiente reductor fi
k(i)=c(i)/d;
kb=0.003/(ey+0.003);
if k(i)>=0 && k(i)<=0.375
    fi(i)=0.9;
elseif k(i)>0.375 && k(i)<=kb
    if fy==300
        fi(i)=0.329+0.214/(c(i)/d);
    elseif fy==420
        fi(i)=0.21+0.259/(c(i)/d);
    end
elseif k(i)>kb
    fi(i)=0.65;
end

```

```

end

if c(i)<=h/B1
    a(i)=B1*c(i);
elseif c(i)>h/B1
    a(i)=h;
end
% ecuaciones de equilibrio
Cc(i)=0.85*(fc/10)*b*a(i);
Cs(i)=(fsc(i)/10)*Asc;
Ts(i)=(fst(i)/10)*As;
Tso(i)=(fso(i)/10)*Aso;

% RESISTENCIA NOMINAL
% sumatoria de fuerzas
Pn(i)=Cc(i)+Cs(i)-Tso(i)-Ts(i);

% sumatoria de momentos
Mn(i)=(Cc(i)*(h/2-a(i)/2)+Cs(i)*(h/2-dsc)+Ts(i)*(h/2-ds))/100;

% RESISTENCIA CALCULO
Pc(i)=fi(i)*Pn(i);

%RESISTENCIA MÁXIMA DE DISEÑO
Pnd=0.65*0.80*(0.85*(fc/10)*((b*h)-
(Asc+Aso+As))+As*(fy/10)+Asc*(fy/10)+Aso*(fy/10));

if c(i)>=(h-1)
Pc(i)=Pnd;
else
    Pc(i);
end
Mc(i)=fi(i)*Mn(i);
end

plot(Mn,Pn,'b.-'); % Grafica El diagrama de Interacción
hold on
plot(Mc,Pc,'r.-');
plot(M1,P1,'k.-');
plot(M2,P2,'k.-');
plot(M3,P3,'k.-');
plot(M4,P4,'k.-');
plot(M5,P5,'k.-');
xlim([0 2500]);
ylim([0 20000]);
grid;
xlabel('Mn (Knm)');
ylabel('Pn (Kn)');

title('DIAGRAMA DE INTERACCIÓN DE COLUMNA RECTANGULAR');

```

Anexo 2 Programación (Sección circular)

```
% PROGRAMA PARA DIBUJAR EL DIAGRAMA DE INTERACCIÓN DE UNA COLUMNA
% CIRCULAR DE HORMIGÓN ARMADO

%ENTRADA DE DATOS
disp(' DIAGRAMA DE INTERACCIÓN EN 2D')
disp('INGRESO DE DATOS')
fc=input ('Resistencia del Hormigón en Mpa:');
fy=input ('Resistencia del Acero de 300 o 420 Mpa:');
D=input('Diámetro de la sección transversal en cm :');
At=input('área de acero total en cm2 :');
ds=input('recubrimiento efectivo en cm:');
%combinaciones de carga
M1=input ('valor de momento real en KNm:');
P1=input ('valor de carga axial real en KN:');
M2=input ('valor de momento real en KNm:');
P2=input ('valor de carga axial real en KN:');
M3=input ('valor de momento real en KNm:');
P3=input ('valor de carga axial real en KN:');
M4=input ('valor de momento real en KNm:');
P4=input ('valor de carga axial real en KN:');
M5=input ('valor de momento real en KNm:');
P5=input ('valor de carga axial real en KN:');

disp('AGOTAMIENTO DE LA SECCIÓN');
r1=D/2;
R=r1-ds;
e=At/(2*pi*R);

Es=200000;
ecc=0.003;
d=D-ds;

if fc<=30
    B1=0.85;
else
    B1=1.09-fc/125;
end

if fy==300
    ey=0.0015;
elseif fy==420
    ey=0.0021;
end

%ITERACIONES PARA DIFERENTES VALORES DE LA PROFUNDIDAD DE LA LÍNEA
NEUTRA
for i=1:1:(D*25)
    c(i)=i;
```

```

%Aporte del hormigón

if c(i)<=D/B1
    a(i)=B1*c(i);
elseif c(i)>D/B1
    a(i)=D;
end

ab(i)=acos(1-(a(i)/r1));
A(i)=((D^2)/8)*(2*ab(i)-sin(2*ab(i)));
Cc(i)=0.85*(fc/10)*A(i);
zb(i)=((D^3)/12)*((sin(ab(i)))^3)/A(i);

X(i)=Cc(i)*zb(i);

%Aporte del acero
if c(i)<=0.231*d
    L1(i)=c(i)-ds-(ey/0.01)*(D-ds-c(i));
else
    L1(i)=(1-ey/0.003)*c(i)-ds;
end

if L1(i)<0
    L1(i)=0;
else
    L1(i)=L1(i);
end

L2(i)=c(i)-ds-L1(i);

if L2(i)<0
    L2(i)=0;
else
    L2(i)=L2(i);
end

a1(i)=(acos((R-L1(i))/R));

if c(i)<ds
    a2(i)=0;
else
    a2(i)=(acos((r1-c(i))/R));
end

a4(i)=(acos((L2(i)+d-r1)/R));
a3(i)=pi-a4(i);

if a1(i)<0
    a1(i)=0;
else
    a1(i)=a1(i);
end

```

```

if a2(i)<0
    a2(i)=0;
else
    a2(i)=a2(i);
end

if a3(i)<0
    a3(i)=0;
else
    a3(i)=a3(i);
end

if a4(i)<0
    a4(i)=0;
else
    a4(i)=a4(i);
end

A1(i)=2*e*R*a1(i);
A2(i)=2*e*R*(a2(i)-a1(i));
A3(i)=2*e*R*(a3(i)-a2(i));
A4(i)=2*e*R*a4(i);

z1(i)=R*(sin(a1(i)))/a1(i);
z2(i)=R*(sin(a2(i)-a1(i)))/(a2(i)-a1(i));
z3(i)=R*(sin(a3(i)-a2(i)))/(a3(i)-a2(i));
z4(i)=R*(-sin(a4(i)))/a4(i);

es1(i)=ey;
es2(i)=(z2(i)-r1+c(i))/c(i)*0.003;
es3(i)=(r1-c(i)-z2(i))/c(i)*0.003;
es4(i)=ey;

if abs(es2(i))>ey
    es2(i)=ey;
    fs2(i)=fy;
else
    es2(i);
    fs2(i)=es2(i)*Es;
end

if abs(es3(i))>ey
    es3(i)=ey;
    fs3(i)=fy;
else
    es3(i);
    fs3(i)=es3(i)*Es;
end

fs1(i)=es1(i)*Es;
fs4(i)=es4(i)*Es;

```

```

L3(i)=(ey/0.003)*c(i);

if es2(i)<ey
    L3(i)=L3(i);
elseif es2(i)>=ey
    L3(i)=L2(i);
end

if L3(i)<0
    L3(i)=0;
else
    L3(i)=L3(i);
end

L4(i)=D-2*ds-L1(i)-2*L2(i);

if L4(i)<0
    L4(i)=0;
else
    L4(i)=L4(i);
end

S1(i)=(fs1(i)/10)*A1(i);
S2(i)=(fs2(i)/10)*A2(i);
S3(i)=(fs3(i)/10)*A3(i);
S4(i)=(fs4(i)/10)*A4(i);

%coeficiente reductor fi
k(i)=c(i)/d;
kb=0.003/(ey+0.003);
if k(i)>=0 && k(i)<=0.375
    fi(i)=0.9;
elseif k(i)>0.375 && k(i)<=kb
    if fy==300
        fi(i)=0.329+0.214/(c(i)/d);
    elseif fy==420
        fi(i)=0.21+0.259/(c(i)/d);
    end
elseif k(i)>kb
    fi(i)=0.65;
end

%ecuaciones de equilibrio
Pn(i)=Cc(i)+S1(i)+S2(i)-S3(i)-S4(i);
Pc(i)=fi(i)*Pn(i);

Mn(i)=(Cc(i)*zb(i)+S1(i)*z1(i)+S2(i)*z2(i)+S3(i)*z3(i)+S4(i)*z4(i))/100
;
Mc(i)=fi(i)*Mn(i);

end

```

```
plot(Mn,Pn,'b.-'); % Grafica El diagrama de Interacción
hold on
plot(Mc,Pc,'r.-');
plot(M1,P1,'k.-');
plot(M2,P2,'k.-');
plot(M3,P3,'k.-');
plot(M4,P4,'k.-');
plot(M5,P5,'k.-');
xlim([0 2500]);
ylim([0 20000]);
grid;
xlabel('Mn (Knm) ');
ylabel('Pn (Kn) ');
title('DIAGRAMA DE INTERACCIÓN DE COLUMNA CIRCULAR');
```