

*Universidad de Matanzas  
Facultad de Ciencias Técnicas*



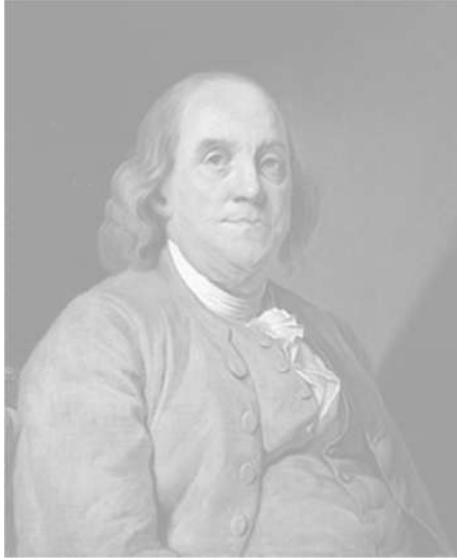
**INFLUENCIA DE LA TENSIÓN REAL DEL ACERO SUPERIOR EN EL  
DISEÑO DE VIGAS DE HORMIGÓN ARMADO.**

**Trabajo de Diploma en Ingeniería Civil**

**Autora: Xiomara de la Caridad Canito Garciarena**

**Tutor: Ing. Carlos Rodríguez García**

*Matanzas, 2018*



## *Pensamiento*

*“El camino hacia la riqueza depende fundamentalmente de  
dos palabras: trabajo y ahorro”*

*Benjamín Franklin*

## **DECLARACIÓN DE AUTORIDAD**

Yo, Xiomara de la Caridad Canito Garciarena por medio de la siguiente tesis, declaro que soy la única autora de este trabajo de diploma titulado: “Influencia de la tensión real del acero superior en el diseño de vigas de hormigón armado.”, y en calidad de tal, cedo el derecho de copia de la misma a la Universidad de Matanzas y la autorizo a la darle el uso que estime más conveniente.

Matanzas 18 de junio

Xiomara de la Caridad Canito Garciarena

## **DEDICATORIA**

### **A mis padres**

Por convertirme en lo que soy, por confiar en mí y por haber sabido guiarme por el camino correcto.

### **A mis tíos**

Gran parte de esto se los debo a ustedes por haber estado siempre para mí cuando los necesité.

### **A mis amigos**

Por haberme apoyado en todas las decisiones y aconsejarme en cada una de ellas.

### **A mi pareja**

Por ser aquella persona que además de iluminar mi vida y darme toda la paz del universo, me apoyó y aconsejó en cada una de mis decisiones.

## **AGRADECIMIENTOS**

Quisiera agradecer a todo el que ha contribuido con la realización de esta investigación, quisiera empezar por mi tutor Ing. Carlos García Rodríguez, el mismo fue de gran ayuda y apoyo para la confección de este trabajo, sin él nada de esto hubiese sido posible, a mis padres Juana Rosa Garcarena Cabrera y Esteban Eusebio Canito Castro que fueron la fuente de inspiración y la fuerza que me impulsaba a seguir adelante cada día, a mis tíos que son más que familia, ellos me han dado todo el apoyo que he necesitado en diversas situaciones de mi vida, a mis profesores que nunca dejarán de serlo, a mis amigos Alexis Manuel Pascual Aguirre y Yohanis Pasos Falcón por ayudarme incondicionalmente en especial a Jose Ismel Vidal, no me alcanzan las palabras para expresar mis agradecimientos hacia él, pues él es más que un amigo, es familia, a mi hermosísima pareja Lismary de la Caridad Almeida Placeres que fue fuente de inspiración para seguir adelante, aquel apoyo íntegro sin esperar nada a cambio.

## RESUMEN

Las vigas son elementos sometidos generalmente a flexión, esta sollicitación genera un estado deformacional del acero más comprimido o menos traccionado del cual se desconoce si está fluyendo o no en cualquiera de los dominios. El comportamiento de vigas específicas de secciones variadas de hormigón armado es descrito muy claramente mediante sistemas de ecuaciones que se producen generalmente en el dominio 2 y 3 del Diagrama de dominio. Para la realización de este trabajo primeramente se ha hecho un estudio del diseño de vigas sometidas a flexión y el empleo de los sistemas de ecuaciones para hallar el valor real de la tensión del acero. Además, se muestra un proceso para hallar dicha tensión, el cual está dado por la implementación del método de Newton-Raphson para sistemas de ecuaciones no lineales. Este método numérico facilita la resolución y reduce la complejidad que imponen los sistemas que se generan, y el mismo se implementa en el software Matlab que es un programa apto para este tipo de método, además de tenerlo implementado en su lenguaje de programación. Después de realizado todo lo anteriormente expuesto se hace una comparación entre este método y el método directo para validar el primero.

Palabras claves: Flexión; deformación del acero; sistemas de ecuaciones; método de Newton-Raphson; Matlab; hormigón; hormigón armado.

## **ABSTRACT**

The beams are generally subjected to bending, this stress generates a deformational state of the more compressed or less tractioned steel of which it is unknown if it is flowing or not in any of the domains. The behavior of specific beams of varied sections of reinforced concrete is described very clearly by systems of equations that are generally produced in domain 2 and 3 of the domain diagram. For the realization of this work, a study of the design of beams subjected to bending and the use of the systems of equations to find that real value of the tension of the steel has been made. In addition, a process to find this tension is shown, which is given by the implementation of the Newton-Raphson method for systems of nonlinear equations. This numerical method facilitates the resolution and reduces the complexity imposed by the systems that are generated, and it is implemented in Matlab software, which is a suitable program for this type of method, in addition to having it implemented in its programming language. After all of the above is done, a comparison is made between this method and the direct method to validate the first one.

**Keywords:** Flex; distortion of the steel; equation systems; Newton-Raphson method; Matlab; concrete; reinforced concrete.

## TABLA DE CONTENIDO

Introducción .....	1
Capítulo 1 ESTADO DEL CONOCIMIENTO RELACIONADO CON EL EMPLEO DE LOS MÉTODOS NUMÉRICOS.....	6
1.1 Refuerzo doble en elementos de hormigón armado sometidos a flexión simple.....	7
1.2-Entrada en fluencia de los aceros en flexión simple de Hormigón Armado. ....	8
1.2.1- Sistemas de ecuaciones.....	10
1.3-Métodos numéricos para solucionar sistemas de ecuaciones .....	11
1.4-Métodos numéricos aplicados en Matlab .....	17
Capítulo 2: ALGORITMO PARA LA OBTENSIÓN DEL VALOR REAL DE LA TENSIÓN DEL ACERO.....	18
2.1- Recomendaciones de diseño para vigas rectangulares. ....	18
2.1.1- Resistencia especificada a la fluencia del acero de refuerzo ( $f_y$ ).....	18
2.1.2- Resistencia especificada a la compresión del hormigón ( $f'_c$ ). ....	19
2.1.3- Cuantías mínimas ( $A_{s,min}$ y $A'_{s,min}$ ) .....	20
2.1.4- Diagrama de dominios.....	21
2.2- Algoritmo general de diseño de vigas a flexión .....	26
2.2.1- Área de acero mínima.....	29
2.2.2- Tensión del acero comprimido o menos traccionado ( $N_c$ ).....	29
2.3- Funcionamiento del método de Newton-Raphson para sistemas de ecuaciones no lineales. ....	31
2.3.1- Implementación del método de Newton-Raphson para resolver sistemas de ecuaciones no lineales en Matlab.....	32
Capítulo 3 VALIDACIÓN DEL DISEÑO MEDIANTE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON.....	35
3.1- Secciones utilizadas para el diseño.....	35
3.1.1 Dimensiones de secciones rectangulares .....	35
3.1.2 Calidad de los materiales .....	36
3.1.3- Recubrimiento mecánico de las armaduras. ....	36
3.1.4- Secciones desarrolladas en la investigación. ....	37
3.2- Comparación de los resultados de las variantes A (1A y 2A).....	38
3.3- Comparación de los resultados de las variantes B (3B y 1B).....	39
Conclusiones .....	41
Recomendaciones .....	42
Referencias Bibliográficas .....	43
Anexos .....	44

## INTRODUCCIÓN

Las vigas son elementos estructurales que se encuentran presente en casi todas las edificaciones de hoy día, en estas la longitud predomina sobre las otras dos dimensiones, estos elementos son las encargadas de soportar los esfuerzos que provienen de la losa para ser transmitidos a los restantes elementos de la edificación.

Las vigas de hormigón armado son sometidas, por lo general, a esfuerzos de flexión, este esfuerzo provoca tensiones de tracción y compresión, produciéndose las máximas en la parte inferior y en la parte superior respectivamente. Los aceros en tracción y en compresión se deforman y experimentan lo que se denomina fluencia.

La fluencia del acero es la deformación irrecuperable del material, a partir de la cual sólo se recuperará la parte de su deformación correspondiente a la deformación elástica, quedando una deformación irreversible. Conocer el valor exacto de la tensión del acero comprimido y si se encuentra en fluencia o no para determinar el valor real, trae consigo saber cuánto varía el diseño final, lo cual hace complejo el análisis mediante métodos analíticos.

Como solución a esta problemática compleja es necesario implementar los denominados sistemas de ecuaciones que nos posibiliten conocer el valor real o aproximado de esa tensión del acero. Una de las vías para solucionar estos sistemas de ecuaciones es la implementación de los métodos numéricos. Los métodos numéricos son un procedimiento mediante el cual se obtiene, (casi siempre de manera aproximada), la solución numérica a ciertos problemas, realizando evaluaciones de funciones y operaciones aritméticas elementales. Son técnicas mediante las cuales es posible formular problemas matemáticos de tal forma que puedan resolverse usando operaciones aritméticas, aunque hay muchos tipos de métodos numéricos, comparten una característica común: invariablemente se debe realizar un buen número de tediosos cálculos aritméticos. No es raro que con el desarrollo de computadoras digitales, eficientes y rápidas, el papel de los métodos numéricos en la solución de problemas de ingeniería haya aumentado en forma considerable en los últimos años.

Dentro de los métodos numéricos podemos encontrar: interpolación (polinomios de Lagrange e interpolación lineal), aproximación (Mínimos cuadrados y transformada rápida de Fourier), raíces de ecuaciones (método de punto fijo, método de Newton-Raphson y método de la secante), sistemas de ecuaciones no lineal (método de Newton-Raphson multidimensional, algoritmo de iteración funcional), diferenciación numérica (diferencias finitas), integración numérica (método de los trapecios), ecuaciones diferenciales con valor inicial (método de Euler y método de Runge-Kutta de cuarto orden), métodos iterativos en álgebra matricial (método iterativo de Jacobi y método iterativo de Gauss-Seidel)

### **Situación problémica:**

El estudio de la tensión real del acero más comprimido o menos traccionado resulta muy complejo si se realiza analíticamente, para ello se implementan los métodos numéricos pues estos son los encargados de darle solución al problema resolviendo el sistema de ecuaciones que se genera en los dominios 2 y 3, donde se desconoce el valor de la tensión del acero y la profundidad del bloque de compresión. Por lo general para el cálculo de estructuras de hormigón (vigas) se fija su valor basado en criterios y teorías, el desconocimiento de su valor real y su influencia en la economía nos permite plantear como **problema científico:**

No se conoce la incidencia de la tensión real del acero más comprimido o menos traccionado en la racionalidad o seguridad del diseño en las vigas de secciones variadas.

En consecuencia con lo expresado se plantea como **hipótesis:** Con la aplicación de los métodos numéricos adecuados para los cálculos pertinentes en el análisis de la tensión del acero más comprimido o menos traccionado, se puede conocer el valor real que tendrá dicha tensión.

De la misma se derivan las siguientes **variables de investigación:**

- **Variable independiente:** Métodos numéricos.

- **Variable dependiente:** Tensión del acero más comprimido o menos traccionado en vigas de secciones variadas.
- **Variables intervinientes:** Normativas de diseño estructurales de los elementos componentes de la estructura.

Siendo el objetivo general analizar la influencia de la tensión real del acero más comprimido o menos traccionado a través de métodos numéricos en racionalidad o seguridad de diseño en vigas de secciones variadas, teniendo en cuenta como objetivos específicos analizar el estado del arte relacionado con el empleo de los métodos numéricos en el diseño de vigas de secciones variadas doblemente reforzadas sometidas a flexión simple, algoritmizar la obtención del valor real de la tensión del acero en las vigas de secciones variadas doblemente reforzadas, analizar los resultados arrojados en la incidencia de valores reales de la deformación del acero más comprimido o menos traccionado.

Esta investigación tiene como objeto la tensión del acero en las vigas doblemente reforzadas de secciones variadas de hormigón armado.

Como campo de acción diseño de vigas de hormigón armado comúnmente utilizadas sometida a flexión en la provincia de Matanzas.

La novedad científica del trabajo radica en la creación de una programación sencilla y asequible que abarque todo el sistema de conocimientos teóricos para comprender el funcionamiento de la tensión real del acero más comprimido o menos traccionado en las distintas vigas de hormigón armado doblemente reforzadas sometidas a flexión simple, la cual tendrá todas las especificaciones pertinentes a normativas cubanas y extranjeras.

A medida que se cumplan los objetivos trazados en el trabajo se espera que al concluir la investigación la misma arroje como resultado garantizar la realización de un algoritmo de cálculo que permita el conocimiento del valor real de la tensión del acero más comprimido o menos traccionado en las vigas de secciones variadas doblemente reforzadas sometidas a flexión simple, que conlleven al diseño más eficiente y racional para contribuir así con el ahorro de acero en el país.

Se elaborará un algoritmo de cálculo acerca del diseño de las vigas de secciones variadas doblemente reforzadas sometidas a flexión simple para el conocimiento del valor real de la tensión del acero en la parte más comprimida o menos traccionada. Todo esto de forma tal que los usuarios obtengan toda la información teórica y demás elementos necesarios para dominar la temática a todos los niveles, lo que representa el **valor metodológico** de dicho trabajo.

La misma brinda como **valor práctico** la posibilidad de que dicho algoritmo sea empleado por diferentes ingenieros que laboran en empresas de proyectos y los propios estudiantes de posgrado pues permite realizar análisis comparativos donde se puedan evaluar las variables más influyentes en el diseño y tantear las diversas invariantes que modificándolas den como resultado secciones óptimas.

De la misma manera, la posibilidad de contar con este algoritmo, permite una reducción importante en cuanto al tiempo de trabajo de un proyectista a la hora de darle solución a un diseño determinado y da la seguridad de emplear el diseño más racional posible, contribuyendo de esta manera con la economía del país, lo que conlleva a un gran ahorro de recursos garantizando siempre la seguridad; por lo que se evidencia aquí el **valor económico** que representa la misma.

Para poder cumplir con los objetivos trazados se hace necesario plantear las **tareas principales de la investigación**:

- Estudio del estado del arte relacionado con el empleo de métodos numéricos en el diseño de vigas de secciones variadas doblemente reforzadas sometidas a flexión simple.
- Investigación acerca de las secciones de vigas más empleadas en la construcción en la provincia de Matanzas.
- Elaboración de un algoritmo de cálculo que posibilite la obtención del valor real de la tensión del acero en la parte más comprimida o menos traccionada de las vigas de secciones variadas.

- Obtención de algoritmos correspondientes a las secciones de vigas más utilizadas en la construcción en nuestro país.
- Comparación del método de Newton-Raphson con el método directo

## **CAPÍTULO 1 ESTADO DEL CONOCIMIENTO RELACIONADO CON EL EMPLEO DE LOS MÉTODOS NUMÉRICOS.**

En todo el devenir de la historia el hombre ha utilizado varios materiales de construcción, entre los que se encuentran (madera, piedra, agua, concreto, entre otros), siempre partiendo de premisas que mantenemos hasta la actualidad, la cercanía de las fuentes, la economía, la resistencia y la tecnología con que se cuenta. En la actualidad se ha incluido además el tema del impacto ambiental en la producción de los mismos.

El hormigón es el segundo material más usado por el hombre, después del agua. Se estima que por cada habitante del planeta se producen como promedio 3 toneladas de hormigón cada año; esto representa el 57 % de todas las producciones antropogénicas, excluyendo los combustibles fósiles y los flujos de desechos. Debido a su relativo bajo costo de producción y versatilidad, no se visualiza en el futuro cercano el remplazo del concreto por ningún otro material.

En la actualidad el hormigón armado es el material de construcción más utilizado, empleado en diversas construcciones, ya sea en edificaciones, obras industriales, puentes, obras hidráulicas y hasta carreteras.

En las edificaciones tienen un papel decisivo las vigas, estas constituyen el soporte de todas las fuerzas transmitidas desde la losa para posteriormente ser transmitidas a las columnas y así hacia los demás elementos de las edificaciones.

Debido a su función, la flexión es la sollicitación que más afecta a las mismas por ser elementos alargados. Por lo general todas son doblemente reforzadas, pues cuando no se le coloca el acero de refuerzo por cálculo se le coloca por especificación.

En la provincia de Matanzas existen varias empresas constructoras que realizan la fabricación de vigas de secciones variadas pero siempre respetando las normativas del diseño y sus especificaciones.

## **1.1 Refuerzo doble en elementos de hormigón armado sometidos a flexión simple.**

La flexión es la deformación que experimentan los elementos alargados en toda su longitud, los elementos estructurales sometidos a flexión, son principalmente las vigas y losas, en este caso en particular, tomaremos las vigas de secciones variadas como referencia para posteriores análisis.

Cuando en las vigas el momento actuante que debe resistir la sección es mayor que el momento que es capaz de soportar la sección previamente diseñada, se procede a colocar acero en la parte más comprimida o menos traccionada para que el momento que tiene que soportar la sección aumente y pueda absorber al momento actuante. Este tipo de vigas se les conoce como vigas doblemente reforzadas, las mismas se proponen cuando por razones de proyecto arquitectónico o estructural, se fijan las dimensiones de la viga siendo necesario colocar acero de refuerzo en la zona más comprimida o menos traccionada.

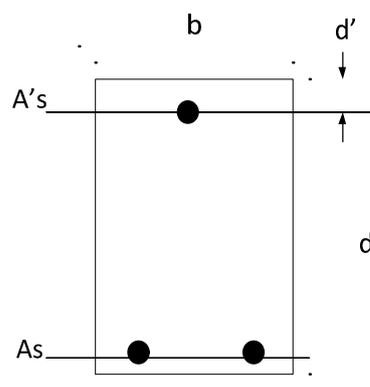
La utilización de la armadura doblemente reforzada puede ser usada para reducir la deflexión de las vigas bajo cargas de servicio (deformación a largo plazo). El acero en compresión en las vigas podrá utilizarse también para aumentar la ductilidad en la resistencia a flexión, debido a que cuando hay acero en compresión en una sección la profundidad del eje neutro es menor porque la compresión será compartida por el acero y el concreto. Por último el acero superior es usado también para satisfacer los requerimientos de momentos mínimos o para sujeción de los estribos. (Park & Paulay, 1988)

El acero en ambas zonas (tracción y compresión) podrá alcanzar o no su límite de fluencia, sin embargo, el cálculo según el diseño plástico es suponer primero que todo el acero está fluyendo y en caso contrario, hacer la modificación en los cálculos del acero que no se encuentran en condiciones de fluencia. (Park & Paulay, 1988)

## 1.2-Entrada en fluencia de los aceros en flexión simple de Hormigón Armado.

La fluencia del acero es la deformación irrecuperable del material a partir de la cual sólo se recuperará la parte de su deformación correspondiente a la deformación elástica, quedando una deformación irreversible. En las vigas doblemente reforzadas puede fluir o no el acero en la zona más comprimida o menos traccionada. Si la cuantía de acero a tensión ( $P$ ) en una viga doblemente reforzada es igual o menor que ( $P_b$ ) la resistencia de la viga puede calcularse dentro de límites aceptables, sin tener en cuenta las barras a compresión. La resistencia de una viga así reforzada va a estar controlada por la fluencia a tensión, y en general, la presencia de las barras a compresión va afectar muy poco el brazo o palanca del momento resistente. Si la cuantía de acero a tensión es mayor que  $P_b$  se requiere un análisis un poco más elaborado. (Nilson, 1999)

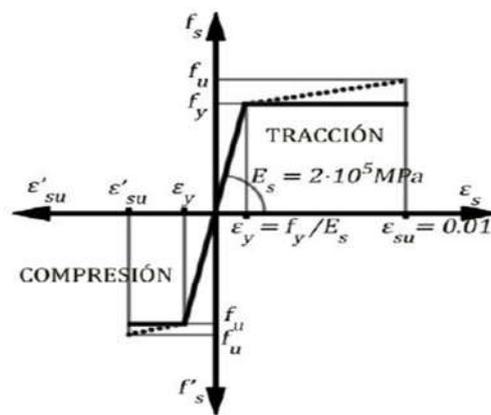
En la figura 1 aparece la sección transversal de una viga rectangular con acero en compresión ( $A's$ ) localizada a una distancia  $d'$  desde la cara de compresión y con un acero a tensión ( $A_s$ ) al nivel de la altura efectiva  $d$ , se supone que inicialmente tanto ( $A_s$ ), como ( $A's$ ) alcanzan el esfuerzo de fluencia ( $f_y$ ) en el momento de la falla. (Nilson, 1999)



*Figura 1.2.1 Viga rectangular doblemente reforzada. (Elaborado por la autora)*

El límite elástico del acero es la máxima tensión que puede soportar el material sin que se produzcan deformaciones plásticas o remanentes. Este límite, para los aceros naturales de características dúctiles, se encuentra entre los límites de proporcionalidad y de fluencia, y

muy próximo a estos. Como la determinación del límite elástico es difícil y la diferencia de tensión es muy pequeña, para los aceros naturales o estirados en caliente, las normas permiten tomar como límite elástico el que corresponde al límite de fluencia o corrimiento, de más fácil determinación en el ensayo y se le denomina límite elástico comercial o límite elástico aparente. La Norma Cubana permite simplificar la curva tensión-deformación de los aceros laminados en caliente o aceros naturales, mediante dos líneas rectas, la primera que parte del origen con pendiente igual al módulo de elasticidad, hasta el límite de fluencia o corrimiento, y la segunda horizontal hasta una deformación unitaria de una centésima, 1%. (Medina & Ruiz, 2008)



*Figura 1.2.2 Diagrama característico para los aceros naturales. (Hernández & Hernández, 2013)*

Los límites de rotura deben ser mayores que los límites elásticos para garantizar que exista un margen apreciable de seguridad, entre las tensiones que determinan un comportamiento plástico del acero, con grandes deformaciones sin incremento de tensiones apreciables, y las tensiones en las cuales se produce el fallo total por rotura del acero. (Medina & Ruiz, 2008)

La deformación unitaria es una característica de la ductilidad de los aceros. Una deformación unitaria grande sin rotura, es decir una gran ductilidad es una propiedad generalmente ventajosa, pues la ductilidad permite un mejor trabajo conjunto del hormigón y del acero, muy especialmente en las redistribuciones de plásticas de las

tensiones; un mejor y más fácil doblado de las barras, la utilización de los ganchos, etc.; la ductilidad, las deformaciones de las barras sin que se produzca su rotura, determina por ejemplo, un incremento probable de la abertura de las fisuras en el hormigón, sin rotura del acero, lo que permite su observación y la aplicación de las medidas correspondientes. Por lo anterior las normas fijan valores mínimos de deformación unitaria, no obstante como deformación real del acero de diseño, no puede ser excesiva por su afectación a la durabilidad del hormigón, de la estructura, debido a la deformabilidad y fisuración que provoca el elemento donde se presenta dicho exceso. La Norma Cubana, por los motivos anteriores fija un valor máximo de 1%.(Medina & Ruiz, 2008)

El módulo de elasticidad ( $E$ ) de los distintos tipos de aceros es prácticamente constante, independiente de las resistencias y métodos de fabricación. El módulo de elasticidad se define gráficamente por la pendiente de la línea recta de la curva tensión-deformación como se ve en la figura 2 o por la tangente del ángulo. (Medina & Ruiz, 2008)

El análisis de la fluencia puede parecer sencillo según desde el punto en que se observe, si siempre se asume que fluye y su valor es 1, es relativamente fácil, pero, qué sucede cuando no se sabe si fluye o no el acero más comprimido o menos traccionado. En este caso se analiza a través de los dominios, cada uno con sus respectivas ecuaciones, aunque el dominio 2 y 3 tiene gran relevancia en el análisis de este aspecto y para el análisis final para saber cuál es el valor real de la tensión del acero para ver cuánto varía en el diseño final, se forma un sistema de ecuaciones muy complejo que analíticamente son muy difíciles de hallarle la solución.

### **1.2.1- Sistemas de ecuaciones**

Los sistemas de ecuaciones son un conjunto de dos o más ecuaciones con varias incógnitas que conforman un problema matemático y consiste en encontrar los valores de las incógnitas que satisfacen dichas ecuaciones. En un sistema de ecuaciones algebraicas las incógnitas son valores numéricos, mientras que en una ecuación diferencial las incógnitas son funciones o distribuciones de un cierto conjunto definido de antemano. (Reyes, 2011) y (Álvarez & Martínez, 2010)

Dentro de la clasificación de los sistemas de ecuaciones tenemos:

► Sistema compatible: cuando admite alguna solución que a su vez pueden subdividirse en:

- Sistemas compatibles indeterminados cuando existe un número infinito de soluciones que conforman una variedad continua.
- Sistemas compatibles determinados cuando admiten un conjunto finito de soluciones, o un conjunto infinito de soluciones aisladas sin puntos de acumulación.

Si bien para los sistemas de ecuaciones lineales existen multitud de técnicas del álgebra lineal, para los sistemas de ecuaciones no lineales el problema es teóricamente bastante más difícil. En el momento de aplicar las matemáticas a situaciones del mundo real nos encontramos a menudo con problemas que no pueden ser resueltos analíticamente o de manera exacta y cuya solución debe ser abordada con ayuda de algún procedimiento numérico. Por tales razones, dichos sistemas de ecuaciones serán resueltos mediante métodos numéricos, los cuales permitirán la solución a la interrogante. (Vásquez, 2002)

### **1.3-Métodos numéricos para solucionar sistemas de ecuaciones**

Los métodos numéricos son una rama de las matemáticas encargada de diseñar algoritmos para, a través de números y reglas matemáticas simples, simular procesos matemáticos más complejos aplicados a procesos del mundo real. Es una disciplina en gran crecimiento gracias al avance tecnológico en las Ciencias Computacionales. Día tras día es más común el estudio de los Métodos Numéricos en estudiantes de Matemáticas, Ciencias e Ingeniería ya que su desarrollo es una consecuencia natural de las necesidades que surgen al resolver problemas que tienen aplicación práctica en la vida real en áreas como análisis financiero, ecuaciones diferenciales, estadística y probabilidades, geometría computacional, geometría de curvas y superficies, inteligencia artificial y redes neuronales, investigación operativa y simulación de sistemas, teoría de colas y de optimización, tratamiento de imágenes en la robótica, ingeniería estructural o la aerodinámica de aviones, en la biología y medicina, entre otros típicos de la matemática aplicada. Mediante estas técnicas de aproximación es posible formular problemas para resolver operaciones aritméticas de computadoras y simplificar el número de tediosos

cálculos. Es por ello que la informática es una herramienta fundamental que nos facilita el uso y desarrollo de los métodos numéricos, basándose en procedimientos matemáticos expresados algorítmicamente en algún software disponible que permitan su simulación. (González, 2011) y (Vásquez, 2002)

Según (Chapra, 2007) las soluciones a tipos de problemas que se analizan mediante los métodos numéricos son:

- Ecuaciones no lineales de una variable
- Sistemas de ecuaciones lineales y no lineales
- Interpolación y aproximación polinomial
- Integración
- Ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales

Conocer los métodos numéricos es de vital importancia ya que son herramientas poderosas en la resolución de problemas que son imposibles o muy difíciles de resolver analíticamente. Aunque muchos paquetes de software disponen de herramientas de métodos numéricos, el uso inteligente de estos programas depende del conocimiento de la teoría básica en que se basan los métodos. Además, en los paquetes de software disponibles, no necesariamente están todos los métodos implementados y el problema a resolver puede formar parte de un programa de computación y necesita resolverse exclusivamente por métodos numéricos. (Chapra, 2007)

Según (Payares) dentro de los métodos numéricos podemos encontrar:

## **1. INTERPOLACIÓN**

1.1. Polinomios de Lagrange

1.2. Interpolación lineal

## **2. APROXIMACIÓN**

2.1. Mínimos cuadrados

2.2. Transformada rápida de Fourier

### **3. RAÍCES DE ECUACIONES**

3.1. Método de punto fijo

3.2. Método de Newton-Raphson

3.3. Método de la secante

### **4. SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES**

4.1. Método de Newton-Raphson multidimensional

4.2. Métodos de iteración funcional.

### **5. DIFERENCIACIÓN NUMÉRICA**

5.1. Diferencias finitas

### **6. INTEGRACIÓN NUMÉRICA**

6.1. Método de los trapecios

### **7. ECUACIONES DIFERENCIALES CON VALOR INICIAL**

7.1. Método de Euler

7.2. Método de Runge-Kutta de cuarto orden

### **8. METODOS ITERATIVOS EN ÁLGEBRA MATRICIAL**

8.1 Método iterativo de Jacobi

8.2 Método iterativo de Gauss-Seide

### **Polinomios de Lagrange:**

El método de Lagrange brinda un algoritmo eficiente para hallar el polinomio interpolador, pero, además, permite encontrar el valor interpolado para una específica sin necesidad de hallar la expresión analítica del polinomio interpolador. (M. Blanco, Guerra, & Lau, 2004) y (Payares)

### **Interpolación lineal**

La interpolación lineal es la más utilizada en el manejo de datos de tablas. Consiste en trazar un recta entre cada par de los puntos de datos, razón por la cual también es llamada interpolación por trazadores lineales de primer orden. Hay que tener en cuenta que la interpolación lineal se hace por pedazos y no entrega un solo polinomio para todo el conjunto de datos como en el caso de los polinomios de Lagrange. (Payares)

### **Mínimos cuadrados**

Los mínimos cuadrados es un método basado en minimizar el error entre los datos y la función de aproximación. En este método para un conjunto de datos se tiene la función de aproximación, la cual presenta una suma de los cuadrados con su correspondiente error, el mismo debe minimizarse en dependencia de los que se analice y cumplir así cierto requisito, de ahí que se forme el sistema de ecuaciones lineal. (Payares)

### **Transformada rápida de Fourier**

Las series de Fourier son útiles para representar cualquier onda como una sumatoria de senos y cosenos. Una aplicación útil de la transformada rápida de Fourier es el análisis de espectros de frecuencias, que son gráficas de la amplitud total de la onda en función del armónico o la frecuencia. (Payares)

### **Método de Punto Fijo**

Este método consiste en una forma iterativa de resolver una ecuación de la forma  $f(x) = x$ . El método consiste en elegir una aproximación inicial y realizar la iteración

hasta que la diferencia sea muy cercana a cero, para lo cual se establece una tolerancia a criterio del usuario. (Payares)

### **Método de Newton-Raphson para raíces de ecuaciones**

Este importante método numérico puede concebirse como una forma sistemática de aplicar el método iterativo de manera que se obtenga una rápida convergencia, se utiliza para resolver ecuaciones de la forma  $f(x)=0$ . El método consiste en elegir una aproximación inicial y realizar la iteración hasta que la diferencia sea muy cercana a cero, para lo cual se establece una tolerancia a criterio del usuario. (M. Á. Blanco, Hernández, & Fernández, 2004) (Payares)

### **Método de la secante**

El método de la secante es una modificación del método de Newton Raphson dirigida a eliminar la necesidad de utilizar la función derivada. Para ello, se sustituye la pendiente de la recta tangente o la pendiente de una recta secante a la gráfica de  $f(x)$ . El método de las secantes requiere de dos aproximaciones iniciales de la raíz  $r$ , ya que una secante se determina por dos puntos de la curva. (M. Blanco et al., 2004)

### **Método de los trapecios**

El método de los trapecios se basa en la idea de dividir el intervalo de integración en varios subintervalos ( $n$ ) de una amplitud ( $h$ ) mediante un conjunto de puntos y descomponer la integral en  $n$  integrales. (M. Á. Blanco et al., 2004)

Luego, cada una de las integrales resultantes se aproximan sustituyendo en integrando  $f(x)$  por un polinomio interpolador de grado 1. (M. Á. Blanco et al., 2004)

### **Método de Euler**

El método de Euler consiste en aproximar la derivada de la ecuación  $f(t,y)$  por diferencias finitas. El método de Euler tiene la desventaja de que se vuelve inestable y la solución diverge si el tamaño de paso de tiempo es muy grande. (Payares)

### **Método de Runge-Kutta de cuarto orden**

Es uno de los métodos más utilizados para resolver numéricamente problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones iniciales de cuarto orden, el cual proporciona un pequeño margen de error con respecto a la solución real del problema y es fácilmente programable en un software para realizar las iteraciones necesarias. Hay variaciones en el método de Runge-Kutta de cuarto orden pero el más utilizado es el método en el cual se elige un tamaño de paso y un número máximo de iteraciones. (Payares)

Los métodos numéricos expuestos anteriormente son procesos que en muchos casos suponen la realización de varias iteraciones de un mismo algoritmo de trabajo. Llevarlos a cabo manualmente resultaría muy engorroso y frecuentemente se cometerían errores de cálculo. Para una computadora resultaría muy sencillo realizar estas operaciones. Para ello ha de diseñarse el algoritmo a seguir en algún lenguaje de programación. Dentro de los lenguajes más utilizados se encuentran: C++, Java, Ruby, C#, PHP, Perl, Python y Matlab. Cada uno ofrece diferentes herramientas que facilitan o no la tarea a realizar.

En primera instancia, para lograr que un software de cómputo sea realmente eficiente, el usuario debe tener un profundo conocimiento de su forma de operación. (Benítez & Quiza, 2009)

Luego, cabría cuestionar la necesidad de utilizar un software de cómputo ya que, a primera vista, pudiera parecer que el uso de un lenguaje de programación convencional es capaz de resolver todos los problemas de la ingeniería – o, al menos, todos los problemas algoritmizables. Esto, en principio, es cierto, pero en la práctica el uso de lenguajes de programación de propósito general requiere de un gran esfuerzo adicional para la implementación de tipos de datos y estructuras para manejar entidades específicas del cálculo de ingeniería, tales como vectores, matrices o tensores. Este inconveniente puede atenuarse con el uso de bibliotecas existentes, pero el bajo grado de estandarización de estos recursos hace que su uso se dificulte notablemente. Otra desventaja es que, al usar lenguajes de programación convencionales, una parte importante del tiempo del programador se invierte en la implementación de interfaces que permitan la entrada y

salida de datos. Ambas limitaciones son superadas por la mayoría de los programas de cómputo. Éstos usualmente cuentan con una amplia gama de tipos de datos y funciones nativos para las más diversas entidades y operaciones matemáticas. También ofrecen una interfaz de usuario ya diseñada, que permite la entrada y salida de datos con comodidad. Adicionalmente, los programas de cómputo son extensibles, ya que ofrecen la posibilidad de agregarle estructuras de datos y subrutinas que aumenten sus capacidades y permitan resolver problemas específicos. (Benítez & Quiza, 2009)

Hoy en día, existe una extensa gama de software de cómputo disponible. No obstante, MATLAB sigue ocupando un lugar destacado, manteniéndose como la herramienta de cómputo más utilizada por los ingenieros. (Benítez & Quiza, 2009)

#### **1.4-Métodos numéricos aplicados en Matlab**

El lenguaje de programación que se utilizará es MATLAB. Se ha elegido este por estar especialmente orientado al cálculo científico y ser en la actualidad el software más utilizado por estudiantes y profesores universitarios. En el texto se va introduciendo este lenguaje de programación a través de funciones que resuelven completamente el método numérico adecuado para dicha aplicación práctica.

MATLAB es el nombre abreviado de MATrix LABoratory, un programa desarrollado por Mathworks, originalmente para el cálculo con matrices y vectores, pero que ha ido aumentando sus capacidades hasta cubrir perfectamente todo el amplio espectro de los cálculos ingenieriles contemporáneos. MATLAB se compone de un núcleo de código básico y un gran conjunto – por lo demás, extensible – de librerías especializadas, llamadas toolboxes. En la actualidad, MATLAB permite realizar prácticamente todas las operaciones del álgebra vectorial y matricial, operaciones de análisis matemático, solución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones tanto algebraicas como diferenciales, aplicación de métodos de cálculo numérico, optimización, análisis estadístico, generación de gráficos en dos y tres dimensiones y otras muchas tareas de cómputo. Tampoco puede ser pasado por alto que MATLAB cuenta con una gran comunidad de usuarios, muchos de ellos pertenecientes a entornos académicos, por lo cual existe una enorme cantidad de código disponible para las más disímiles funciones, mucho del cual es accesible, gratuitamente, a través de Internet. (Benítez & Quiza, 2009)

Matlab posee diversos comandos para la implementación de cada uno de los métodos numéricos. Payares en su libro sobre métodos numéricos aplicados en Matlab, explica los códigos de programación para cada uno de los métodos numéricos mencionados anteriormente en el capítulo.

## **CAPÍTULO 2: ALGORITMO PARA LA OBTENSIÓN DEL VALOR REAL DE LA TENSION DEL ACERO.**

Cada país posee normativas por las cuales regirse para el diseño de elementos estructurales, dichas normas son aprobadas, en el caso de Cuba, por la Oficina Nacional de Normalización. Estas recogen todas las recomendaciones para diseñar los elementos estructurales para una óptima realización del mismo, obviamente con las especificaciones que le impongan cada región.

Todos los elementos estructurales, en este caso específico las vigas, poseen un algoritmo de trabajo para cometer el diseño. Los procedimientos no necesariamente son los mismos pues estos varían en dependencia de lo impuesto por el elemento analizado.

En este capítulo se hace importante hincapiés en el algoritmo para la obtención del valor real de la tensión del acero, pues se presenta el método de Newton-Raphson para sistemas de ecuaciones no lineales como solución a esta incógnita.

### **2.1- Recomendaciones de diseño para vigas rectangulares.**

A continuación se destacan brevemente algunos elementos necesarios a tener en cuenta en el cálculo de vigas de hormigón armado de secciones rectangulares.

#### **2.1.1- Resistencia especificada a la fluencia del acero de refuerzo ( $f_y$ ).**

Es frecuente identificar el límite elástico aparente de un acero por su Grado. En Cuba se producen actualmente tres Grados diferentes: G-34, G-40 y G-60. Las propiedades mecánicas de cada uno de ellos se exponen en la Tabla 2.2.1. A medida que crece la resistencia del acero, disminuye su ductilidad. Por eso el acero G-60 es más resistente que el G-34, pero a la vez menos dúctil. Existen países que producen aceros naturales con

límites elásticos superiores a los de producción nacional, por ejemplo, en España se comercializa el acero B 500 S con  $f_y = 500\text{MPa}$  ( $f_y$  resistencia específica del acero de refuerzo en MPa), es decir, de mayor resistencia que el G-60 pero de una ductilidad reducida. (Hernández & Hernández, 2013)

*Tabla 2.1.1 Límite Elástico Aparente de las barras de producción nacional. (Elaborado por la autora)*

<b>Grado</b>	<b>Límite Elástico Aparente (<math>f_y</math>)</b>		
	<b>lb/in2</b>	<b>kg/cm2</b>	<b>MPa</b>
<b>G-34</b>	34000	2400	<b>240</b>
<b>G-40</b>	40000	3000	<b>300</b>
<b>G-60</b>	60000	4200	<b>420</b>

### 2.1.2- Resistencia especificada a la compresión del hormigón ( $f'_c$ ).

Con el propósito de incrementar la durabilidad del hormigón y la protección del refuerzo se han establecido restricciones más severas a los valores mínimos de resistencia del hormigón a emplear, las que están en dependencia de las características de la zona donde se construya el elemento. Estas disposiciones para piezas de hormigón armado a flexión según (Hernández & Hernández, 2013) son:

*Tabla 2.1.2 Valores mínimos de resistencia del hormigón para elementos en flexión. (Elaborado por la autora)*

	<b>NIVEL DE AGRESIVIDAD DEL MEDIO</b>			
	<b>MUY ALTO</b>	<b>ALTO</b>	<b>MEDIO</b>	<b>BAJO</b>
$f'_c$ (MPa)	30	30	25	20

### 2.1.3- Cuantías mínimas ( $A_{s,\min}$ y $A'_{s,\min}$ )

El ACI establece la necesidad de colocar valores de acero mínimos para el refuerzo a tracción para evitar fallos frágiles de secciones débilmente armadas. Se considera que esta armadura debe resistir más que lo que resistiría a tracción la misma sección de hormigón simple. Para cumplir este requisito (Hernández & Hernández, 2013) recomienda que:

$$A_{s,\min} = 0,24 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \quad \text{siempre mayor que} \quad \frac{1,4}{f_y} b_w d$$

Donde las resistencias de los materiales se expresan en MPa. Sobre estos requerimientos Nilson realiza un análisis que puede resumirse en los criterios siguientes:

- La segunda expresión obedece a razones históricas y representa valores de cuantías geométricas de aproximadamente 5%. Predomina para valores de  $f'_c \geq 35MPa$ .
- Para una sección rectangular puede admitirse que  $\frac{h}{d} = 1,1$  y el brazo del par resistente es de  $0,95d$ , entonces para la resistencia de tracción del hormigón reconocida se obtiene que el área mínima necesaria será:

$$A_{s,\min} = 0,15 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d$$

En Cuba, según (Hernández & Hernández, 2013) se han empleado desde hace muchos años dos criterios para fijar el valor del acero mínimo en tracción.

- Para prevenir efectos desfavorables de retracción se establece para la zona superior que:

$$A_{s,\min} = 0,002b \cdot d$$

- Previendo un fallo frágil y dificultades con la fisuración en elementos con alta ductilidad se recomienda para el acero traccionado:

$$A_{s,\min} = 0,04 \frac{f'_c}{f_y} b \cdot d$$

### 2.1.4- Diagrama de dominios

En una viga de sección cualquiera la tensión del acero más comprimido o menos traccionado puede presentarse o no. Para hacer la correcta realización de conocer si se encuentran esos aceros fluyendo o no, se auxilia de los denominados diagramas de dominios donde se encuentran dichos aceros y los límites que abarcan  $c$  (profundidad de la línea neutra) y profundidad relativa de la línea neutra ( $k$ ).

Por otra parte, en el tratamiento de la ductilidad se establece el valor de  $\epsilon_s \geq 0.005$  como una solución deseable. Por tanto resulta una frontera de referencia en el diseño y la comprobación y resulta un criterio clave en la determinación del nivel de seguridad de la sección. La hipótesis adoptada conduce a obtener una familia de estados de deformaciones últimos que provocan el fallo por resistencia o deformación plástica excesiva de la sección. A la familia de los infinitos estados de deformaciones últimos se la llama diagramas de dominios. El diagrama de deformaciones se subdivide en dominios que se caracterizan por las deformaciones del hormigón en la fibra más comprimida y a nivel del centroide del acero en la zona traccionada o menos comprimida; también puede definirse mediante la posición relativa de la línea neutra  $k = \frac{c}{d}$ . (Hernández & Hernández, 2013)

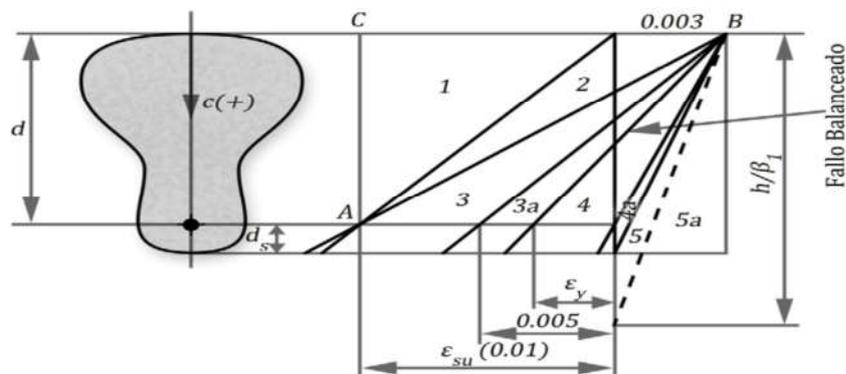


Figura 2.1.4.1 Diagrama de dominios. (Hernández & Hernández, 2013)

**DOMINIO 1: Tracción simple o compuesta.** Toda la sección está a tracción. El agotamiento se produce por deformación plástica excesiva al alcanzar el acero en tracción la máxima deformación ( $\varepsilon_s = 0.01$ ). La recta AC corresponde al caso límite de tracción centrada. En este dominio ( $-\infty < c < 0$ ) o también ( $-\infty < k < 0$ ).

**DOMINIO 2: Flexión simple o compuesta con tracción controlada.** Para este dominio  $0 < \varepsilon'_c < 0.003$  y la deformación del refuerzo traccionado, a partir del estado de referencia, continúa siendo  $\varepsilon_s = 0.01$ . En este dominio ( $0 < c < 0,231d$ ) o

$\left(\frac{1 + \frac{d_s}{d}}{\beta_1} \leq k \leq +\infty\right)$  también  $0 < k < 0.231$ .

**DOMINIO 3: Flexión simple o compuesta con tracción controlada.** El hormigón alcanza su deformación máxima a compresión  $\varepsilon'_c = 0.003$ , mientras que la deformación del refuerzo traccionado, a partir del estado de referencia, tiene valores entre **0.005** y **0,01** por lo que tratándose de aceros con resistencia a la fluencia inferior a **1000 MPa**, que son en realidad los que se comercializan, se garantiza que alcanzan su resistencia de fluencia. En este dominio ( $0,231d < c < 0,375d$ ) o también ( $0,231 < k < 0,375$ ).

**DOMINIO 3a: Flexión simple o compuesta en la zona de transición.** La deformación máxima del hormigón a compresión continúa siendo  $\varepsilon'_c = 0,003$  y la deformación del acero traccionado varía entre el valor de fluencia E y **0.005**, por lo cual trabaja a la resistencia nominal de fluencia. En este dominio ( $0,375d < c < c_b$ ) o también ( $0,375 < c < k_b$ ).

**DOMINIO 4: Flexión simple o compuesta con compresión controlada.** La deformación máxima del hormigón a compresión vuelve a ser  $\varepsilon'_c = 0,003$  y la deformación del acero traccionado varía entre cero y el valor de fluencia ( $\varepsilon_y$ ), por lo cual trabaja a valores menores que su resistencia nominal de fluencia. En este dominio ( $c_b < c < d$ ) o también ( $k_b < k < 1$ ).

**DOMINIO 4a: Flexión compuesta con compresión controlada.** La deformación máxima del hormigón a compresión se mantiene en  $\varepsilon'_c = 0,003$  y la deformación del refuerzo, en la zona menos comprimida es de acortamiento, con un valor menor que **0,003**. En este dominio ( $d < c < h$ ) o también ( $1 < k < 1 + d_s / d$ ).

**DOMINIO 5: Compresión simple o compuesta con compresión controlada.** Toda la sección está a compresión. La deformación del hormigón en la zona más comprimida es  $\varepsilon'_c = 0,003$ . El refuerzo en la zona menos comprimida aumenta su deformación, pero de acortamiento. El máximo valor que alcanza la profundidad de la línea neutra dentro de este dominio queda definido para asegurar que la distribución de tensiones del hormigón en compresión y su deformación, se puede suponer rectangular en la altura  $\beta_1 c$ , o sea,

para valores de  $c$  que se sitúen en el rango ( $h < c < \frac{h}{\beta_1}$ ) o también ( $1 + \frac{d_s}{d} < k < \frac{1 + \frac{d_s}{d}}{\beta_1}$ ).

DOMINIO 5a: Compresión simple o compuesta con compresión controlada. Toda la sección está a compresión. La deformación del hormigón en la zona más comprimida continúa siendo  $\varepsilon'_c = 0,003$ . El refuerzo en la zona menos comprimida aumenta progresivamente su deformación (acortamiento) pudiendo alcanzar el valor de 0,003 cuando se trate de la compresión teóricamente centrada, o sea, ( $\frac{h}{\beta_1} \leq c \leq +\infty$ ) o también

$$\left( \frac{1 + \frac{d_s}{d}}{\beta_1} \leq k \leq +\infty \right)$$

Las fronteras entre los diferentes dominios se adoptan como profundidad relativa de la línea neutra, los siguientes valores: (Hernández & Hernández, 2013)

- Frontera entre 1 y 2:  $\frac{c}{d} = k = 0$

- Frontera entre 2 y 3:  $\frac{c}{d} = k = 0,231$  (Fallo simultáneo)

- Frontera entre 3 y 3a:  $\frac{c}{d} = k = 0,375$  (Frontera para  $\varepsilon_s = 0,005$ )
- Frontera entre 3a y 4:  $\frac{c}{d} = k = k_b$  (Fallo balanceado)
- Frontera entre 4 y 4a:  $\frac{c}{d} = k = 1$
- Frontera entre 4a y 5:  $\frac{c}{d} = k = 1 + \frac{d_s}{d}$
- Frontera entre 5 y 5a:  $\frac{c}{d} = k = \frac{1 + \frac{d_s}{d}}{\beta_1}$

Dentro de los dominios utilizados en el trabajo para buscar el valor real de la fluencia del acero se encuentran el dominio 2 y 3, por ser aquellos donde más posibilidades hay de que fluya dicho refuerzo.

**Dominio 2:** en este dominio los estados deformacionales giran alrededor del punto A, como se muestra en la figura 2.1.4.2, solo que la armadura situada hacia la zona comprimida de la sección, de existir, podrá trabajar a compresión (siempre que  $c > d'$ ) o a tracción (cuando  $c < d'$ ), mientras que el otro refuerzo estará sujeto a la máxima deformación.

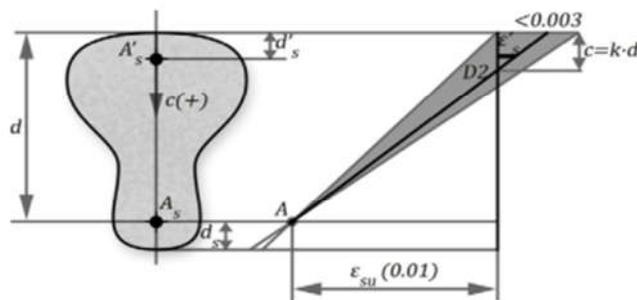


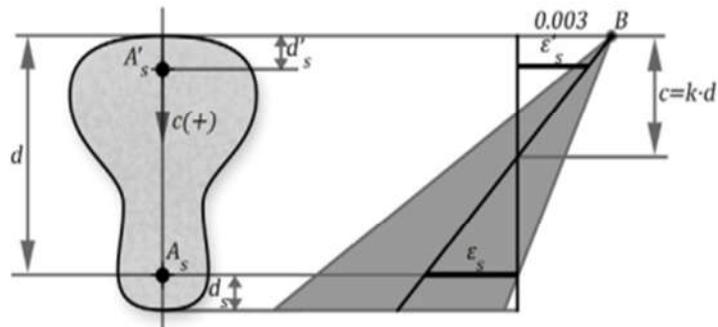
Figura 2.1.4.2 Estado deformacional correspondiente al dominio 2. (Hernández & Hernández, 2013)

**Refuerzo  $A_s$ :**  $\varepsilon_s = 0,01$

**Refuerzo  $A'_s$ :**  $\varepsilon'_s = 0,01 \left( \frac{c-d'}{c+d} \right)$   $\varepsilon'_s = 0,01 \left( \frac{k - \frac{d'}{d}}{1+k} \right)$

### Dominio 3

Este dominio gira alrededor del punto B como se muestra en la figura 2.1.4.3, es decir, la deformación que se registra en la fibra más comprimida de la sección es la máxima (0,003), mientras que de existir en la armadura en la zona de compresión de la sección y tratándose del caso de refuerzo con los recubrimientos usualmente empleados, dicha armadura trabajara generalmente a compresión. La otra armadura se encuentra siempre en tracción.



*Figura 2.1.4.3 Estado deformacional correspondiente al dominio 3. (Hernández & Hernández, 2013)*

**Refuerzo  $A_s$ :**  $\varepsilon_s = 0,003 \frac{d-c}{c}$   $\varepsilon_s = 0,003 \frac{1-k}{k}$

**Refuerzo  $A'_s$ :**  $\varepsilon'_s = 0,003 \left( \frac{c-d'}{c} \right)$   $\varepsilon'_s = 0,003 \left( \frac{k - \frac{d'}{d}}{k} \right)$

Tabla 2.1.4.1 Ecuaciones que rigen la deformación de las armaduras a tracción y compresión para el dominio 2 y 3. (Hernández & Hernández, 2013)

<b>LEYES DE DEFORMACION DEL REFUERZO</b>			
<b>Dominio</b>	<b>Deformación de As</b>	<b>Deformación de A's</b>	<b>Observaciones</b>
<b>2</b>	$\varepsilon_s = 0,01$	Para $c < d'$ $\varepsilon'_s = 0,01 \left( \frac{d'-c}{d-c} \right)$	Ambas armaduras se encuentran en tracción.
		Para $c > d'$ $\varepsilon'_s = 0,01 \left( \frac{c-d'}{c+d} \right)$	La armadura As se encuentra en tracción mientras que A's se encuentra en compresión.
<b>3</b>	$\varepsilon_s = 0,003 \left( \frac{c-d}{c} \right)$	$\varepsilon'_s = 0,003 \left( \frac{c-d'}{c} \right)$	Para el fallo balanceado. $\varepsilon_s = \varepsilon_y$ y $k = k_{lim}$

## 2.2- Algoritmo general de diseño de vigas a flexión

Posteriormente a la entrada de datos iniciales y determinación de  $\beta_1$ , se hace necesario determinar algunos valores, como peralte efectivo ( $d$ ), momento nominal ( $Mn$ ), áreas de acero mínimas ( $Asmin$ ,  $A'smin$ ), profundidad relativa de la línea neutra para el fallo balanceado ( $kb$ ), momento balanceado ( $Mb$ ) y valor de momento correspondiente a la frontera de tracción controlada ( $Mt$ ).

$$d = h_t - d_s \quad (2.2.1)$$

$$M = \frac{Mn}{\phi} \quad (2.2.2)$$

A pesar del reglamento permitir diseños con deformaciones del acero más traccionado menores que 0.005, se decide limitar los diseños a este valor de deformación, por lo que están siempre en tracción controlada. Esto está justificado bajo criterios de economía y

seguridad. Por esto se hace necesario conocer el valor del momento ( $M_t$ ) resistido por la sección para este punto específico, denominado a partir de aquí como “Frontera de Tracción Controlada”.

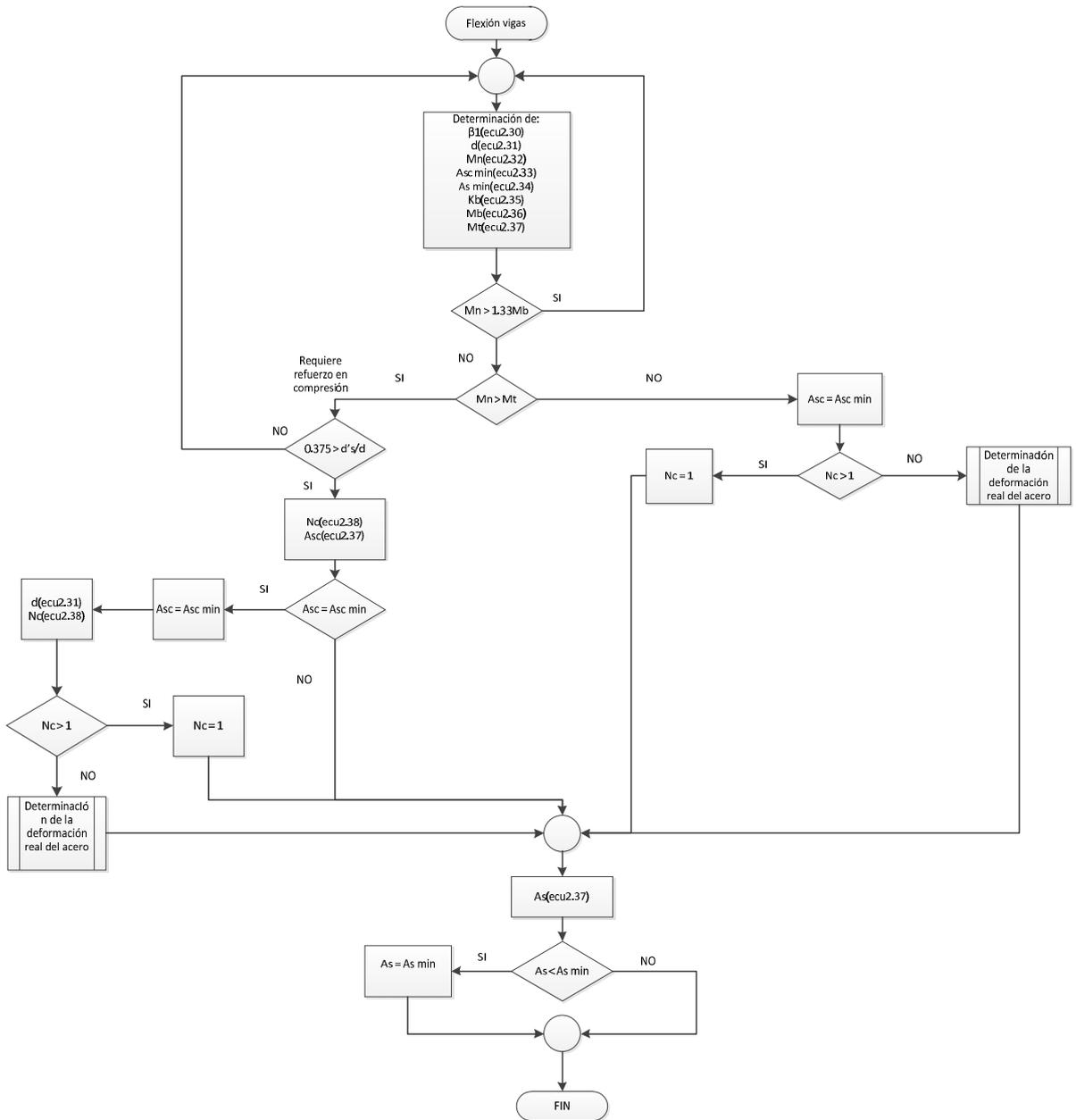


Figura 2.2.1 Algoritmo general del diseño de las vigas a flexión (Rodríguez & Lima, 2017)

$$M_t = 0.85 \cdot f'_c \cdot b \cdot 0.375 \cdot d \cdot \beta_1 \cdot \left( d - \frac{0.375 \cdot d \cdot \beta}{2} \right) \quad (2.2.3)$$

A medida que disminuye el peralte en vigas, y con esto la rigidez, aumenta entonces las deformaciones. Se establece como limitación para la colocación de refuerzo en compresión en secciones de hormigón armado que el momento no sobrepase en más del 33 % al momento balanceado ( $M_b$ ).

$$M_n < 1.33 M_b \quad (2.2.4)$$

Donde el momento balanceado se obtiene:

$$M_b = 0.85 \cdot f'_c \cdot b \cdot k_b \cdot d \cdot \beta_1 \cdot \left( d - \frac{k_b \cdot d \cdot \beta}{2} \right) \quad (2.2.5)$$

El término  $k_b$  corresponde con la profundidad relativa de la línea neutra para el fallo balanceado, cuando el hormigón presenta una deformación máxima de 0.003 y el acero más traccionado una correspondiente a su deformación en el límite de fluencia ( $\epsilon_y$ ). En Cuba se producen 3 tipos de calidades de acero (NC7, 2013), G.34, G.40 y G.60, apreciándose en la siguiente tabla los valores correspondientes de  $k_b$  para cada una de estas calidades.

*Tabla 2.2.1 Valores de  $k_b$  en dependencia de la calidad del acero. (Elaborado por la autora)*

<b>Calidad</b>	<b>Tensión en el límite de fluencia (<math>f_y</math>)</b>	<b>Deformación de fluencia</b>	<b><math>k_b</math></b>
G.34	240 MPa	0.0012	0.714
G.40	300 MPa	0.0015	0.667
G.60	420 MPa	0.0021	0.588

### 2.2.1- Área de acero mínima

Según (Hernández & Hernández, 2013) la expresión propuesta por ACI 318 es válida para secciones T y notablemente conservadora para secciones rectangulares no recomendando su empleo.

En Cuba se han empleado desde hace muchos años dos criterios para fijar el valor del acero mínimo en tracción:

Para prevenir efectos desfavorables por la retracción se establece que:

$$A_{s,\min} = 0.002 \cdot b_w \cdot d \quad (2.2.6)$$

Previendo un fallo frágil y dificultades con la fisuración en elementos con alta ductilidad se recomienda:

$$A_{s,\min} = 0.04 \cdot \frac{f'_c}{f_y} \cdot b_w \cdot d \quad (2.2.7)$$

Se toma la primera para el acero en la zona superior y la segunda para el acero traccionado. Siguiendo criterios prácticos se establecen además un área de acero mínima de 0.71 cm<sup>2</sup> (barra No 10) para el acero en la zona superior y 1.29 cm<sup>2</sup> (barra No 13) para el acero más traccionado.

### 2.2.2- Tensión del acero comprimido o menos traccionado (Nc)

Es importante conocer el valor de la deformación real del acero más comprimido, y por ende su tensión y cuanto aporta realmente al diseño de la viga. Estos valores se obtienen aplicando las ecuaciones de compatibilidad de las deformaciones y considerando que se cumple la Ley de Hooke, siendo solo verdadero para el rango elástico ( $0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y$ ), o lo que es lo mismo, cuando el valor obtenido de Nc sea menor o igual que la unidad, por lo que este factor siempre tomará valores menores e iguales que uno.

Para definir estos valores es necesario conocer el dominio en que se encuentra el diseño, además del tipo de sollicitación del refuerzo, ya sea tracción o compresión. Se aceptará el diagrama de dominios expuestos por (Hernández & Hernández, 2013).

## **Dominio 2**

Acero superior en tracción

$$N_c = \frac{E_s}{f_y} \left( \frac{d's - c}{d - c} \right) 0.01 \quad (2.2.8)$$

Acero superior en compresión

$$N_c = \frac{E_s}{f_y} \left( \frac{c - d's}{d - c} \right) 0.01 \quad (2.2.9)$$

## **Dominio 3**

Acero superior en compresión

$$N_c = \frac{E_s}{f_y} \left( \frac{c - d's}{c} \right) 0.003 \quad (2.2.10)$$

Acero superior en tracción

$$N_c = \frac{E_s}{f_y} \left( \frac{d's - c}{c} \right) 0.003 \quad (2.2.11)$$

Un caso particular es cuando el acero en compresión se coloca por especificaciones, cuantía mínima, en el mismo, cuando el acero no fluye, se forma una ecuación de segundo grado, teniendo como variable al factor de tensión del acero superior ( $N_c$ ) y la profundidad del bloque de compresiones ( $c$ ).

### 2.3- Funcionamiento del método de Newton-Raphson para sistemas de ecuaciones no lineales.

Según (Payares) el método de Newton-Raphson puede ser extendido en varios sentidos, en este caso, la aplicación de dos o más sistemas de ecuaciones de la forma:

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \tag{2.3.1}$$

El método procede definiendo dos vectores  $x$  y  $F(x)$ , tal que:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}, \quad F(x) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_n \end{bmatrix} \tag{2.3.2}$$

Luego procede hallarse el jacobiano del sistema, siendo este definido como:

$$J_{i,j} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \tag{2.3.3}$$

Debe hacerse una aproximación inicial de la solución  $x_0$ , y luego se hace la iteración:

$$x_{i+1} = x_i - J(x_i)^{-1} F(x_i) \tag{2.3.4}$$

Hasta el valor  $\|x_{i+1} - x_i\|$  sea muy cercano a cero, para la cual se define una tolerancia a criterio del usuario. La iteración  $\left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x=x_i} \approx \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}$  es recomendable hacerla en dos pasos, primero resolviendo el sistema lineal:

$$J(x_i)y = F(x_i) \quad (2.3.5)$$

Y luego realizando la iteración:

$$x_{i+1} = x_i - y \quad (2.3.6)$$

### **2.3.1- Implementación del método de Newton-Raphson para resolver sistemas de ecuaciones no lineales en Matlab.**

Matlab posee un conjunto de comandos para efectuar determinadas operaciones y así hallar el valor de  $x_{i+1}$  para cada iteración del método. La función *fsolve* es la utilizada para la implementación del método de Newton-Raphson, esta resuelve sistemas de ecuaciones no lineales de varias variables. Esta permite la solución numérica de sistemas de ecuaciones algebraicas representadas de la forma  $f(x) = 0$ . Según el colectivo de autores (Martínez), (Karris, 2004), (Kiusalaas, 2005), (González, 2011), (M. Blanco et al., 2004), (Otto & Denier, 2005), (Yang, Cao, Chung, & Morris, 2005).

La sintaxis del comando es  $x = \text{fsolve}('FUN', x_0, \text{OPTIONS})$ , donde:

FUN: es el nombre de la función.

$x_0$ : vector que contiene el valor inicial para cada una de las variables para aplicar el método.

OPTIONS: visualización de los resultados de las iteraciones. El método de Newton-Raphson lo tiene implementado por defecto.

A continuación se muestra el esquema del algoritmo que sigue Matlab para la solución de las ecuaciones no lineales planteadas en dicho trabajo para hallar el valor real de la fluencia de los aceros en la parte más comprimida o menos traccionada.

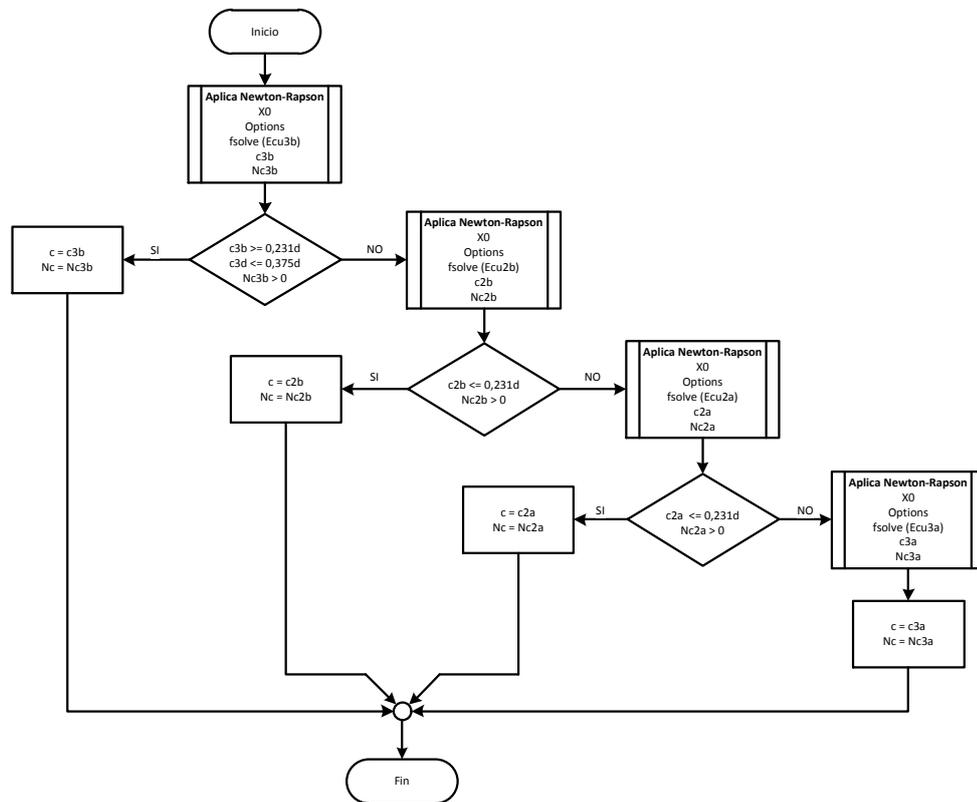


Figura 2.3.1.1 Diagrama de flujo de Newton-Raphson (Rodríguez & Lima, 2017)

A continuación se muestra el procedimiento de Newton-Raphson con el código de Matlab, dicho algoritmo es la programación que brinda respuesta a la interrogante planteada en toda la trayectoria del trabajo.

*Código 2.3.1.1 Newton-Raphson (Caso 3b).*

```

if Nc > 1
    Nc = 1;
else % Caso 3b
    x0=[0.375*d 1];
    options = optimset('Display', 'off', ...
        'TolFun', 1e-10);
    L=fsolve('ecudom3b',x0,options);
    c3b = L(:,1);
    Nc3b = L(:,2);
  
```

### *Código 2.3.1.2 Newton-Raphson (Caso 2b).*

```
if c3b >= 0.231*d && c3b <= 0.375*d && Nc3b > 0
    c = c3b;
    Nc = Nc3b;
    a = B1*c;
else % Caso 2b
    x0 = [0.231 1];
    options = optimset('Display', 'off', ...
        'TolFun', 1e-10);
    L = fsolve('@ecudom2b', x0, options);
    c2b = L(:,1);
    Nc2b = L(:,2);
```

### *Código 2.3.1.3 Newton-Raphson (Caso 2a).*

```
if c2b < 0.231*d && Nc2b > 0
    c = c2b;
    Nc = Nc2b;
    a = B1*c;
else % Caso 2a
    x0 = [dsc-1 1];
    options = optimset('Display', 'off', ...
        'TolFun', 1e-10);
    L = fsolve('@ecudom2a', x0, options);
    c2a = L(:,1);
    Nc2a = L(:,2);
```

### *Código 2.3.1.4 Newton-Raphson (Caso 3a).*

```
if c2a < 0.231*d && Nc2a > 0
    c = c2a;
    Nc = Nc2a;
    a = B1*c;
else %Caso 3a
    x0 = [dsc-1 1];
    options = optimset('Display', 'off', ...
        'TolFun', 1e-10);
    L = fsolve(@ecu3a, x0, options);
    c3a = L(:,1);
    Nc3a = L(:,2);
    c = c3a;
    Nc = Nc3a;
    a = B1*c;
```

## **CAPÍTULO 3 VALIDACIÓN DEL DISEÑO MEDIANTE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON.**

Ante las ya demostradas complejidades que se genera en el diseño a flexión de vigas para hallar el valor real de la fluencia del acero el método de Newton-Raphson surge como una opción muy viable. Para realizar la comparación de este diseño se resolverán ejemplos aplicando el método directo de diseño de vigas a flexión, apoyado por la metodología brindada por el libro Hormigón Estructural I de los autores Julio Hernández Caneiro y Juan José Hernández Santana, estos ejemplos serán aplicados para secciones variadas de vigas, además se explicará brevemente la forma de proceder para el diseño con la aplicación del método de Newton-Raphson.

### **3.1- Secciones utilizadas para el diseño**

En este epígrafe se explica las secciones comúnmente utilizadas, como se escogieron secciones de anchos, peraltos y resistencias a compresión diferentes.

#### **3.1.1 Dimensiones de secciones rectangulares**

El peralto total,  $h$ , puede fijarse según (Hernández & Hernández, 2013) atendiendo a las siguientes recomendaciones:

$$\frac{L}{15} \sim \frac{L}{20} \quad \text{para secciones entre apoyos}$$

$$\frac{L}{10} \quad \text{para voladizos}$$

Tomando en cuenta que el ancho,  $b$ , se fija considerando factores constructivos y como regla es mayor de 25cm, para determinar el peralto,  $d$ , se recomienda que la relación  $\frac{d}{b}$  oscile entre 2 y 3, nunca mayor de 4.

Los anchos comúnmente utilizados son 10cm, 15cm, 20cm, 25cm y 30cm y los peraltos de 20-60cm, nunca con relación de peralto mayor que  $\frac{1}{3}$ .

### **3.1.2 Calidad de los materiales**

Con el fin de aumentar la durabilidad del hormigón y la protección del acero de refuerzo, se han hecho restricciones a los valores mínimos de resistencia del hormigón, (Hernández & Hernández, 2013), así también con el refuerzo de acero. En este trabajo las resistencias utilizadas son de 20, 25, 30 y 35 MPa para los distintos ambientes de agresividad. En la (NC 120, 2014) la tabla 11 muestra el nivel de agresividad en dependencia del tipo de hormigón. Para el Hormigón Armado con agresividad muy alta (35MPa), alta (30MPa), media (25MPa) y baja (20MPa).

Calidad del acero: G-40 y G-60 con una resistencia de 300 MPa y 420 MPa respectivamente.

### **3.1.3- Recubrimiento mecánico de las armaduras.**

Un aspecto clave para garantizar la adherencia entre el hormigón y el acero son los recubrimientos y separación entre barras. A los recubrimientos mínimos establecidos por las disposiciones de durabilidad en la NC 250: 05 debe sumarse, para obtener el recubrimiento mecánico de las armaduras, el diámetro del estribo y el del refuerzo principal; lo que provoca que este sea viable. (Hernández & Hernández, 2013)

Como simplificación necesaria para determinar los recubrimientos mecánicos del refuerzo  $d's$  y  $d_s$  se adoptan los siguientes valores:

- para una camada                      7cm
- para dos camadas                      9cm
- para tres camadas                      11cm

Para calcular el número de camadas en que pueden colocarse las barras calculadas, deben respetarse la especificación mínima tomándose el mayor de estos valores:

- 2cm
- el diámetro de la barra mayor
- el tamaño máximo del árido

### **3.1.4- Secciones desarrolladas en la investigación.**

En el trabajo fueron corridas en la programación de Matlab más de 1000 secciones de vigas, estas con diferentes dimensiones de ancho y peralto: 10 x 25 cm, 15 x 25 cm, 15 x 30 cm, 15 x 40 cm, 20 x 30 cm, 25 x 35 cm, 25 x 40 cm, 30 x 40 cm y 30 x 60 cm.

De todas estas secciones corridas, fueron seleccionadas una muestra de 162 secciones de vigas, pues no todas cumplían con tener el área de acero en compresión por especificación o el área de acero en compresión por cálculo que finalmente se colocara por especificación, pues el valor calculado era menor que el mínimo permisible ( $A's_{min}=2,58cm^2$ ) recomendaciones de diseño según (Rodríguez & Lima, 2017)

Para las variantes 1A y 2A fueron seleccionadas 116 secciones de vigas, en este caso las variantes del tipo A fueron aquellas secciones que solo llevan acero en compresión por especificación. Para las variantes 1B, 2B y 3B fueron seleccionadas las restantes, 46 secciones, que fueron a diferencia de las variantes A, las que llevan acero en compresión por cálculo que luego se coloca por especificación pues el valor del área calculada resulta menor que el área mínima.

Con las 162 secciones se confeccionaron varias tablas, las mismas con funciones diferentes. En el anexo 1 aparecen las tablas que contienen los datos tanto de las variantes A como la B, en estas aparecen los datos iniciales de cada sección como son: ancho (b), peralto (h), resistencia especificada a la compresión del hormigón ( $f'c$ ), resistencia especificada a la fluencia del acero de refuerzo ( $f_y$ ), recubrimiento mecánico de las armaduras en compresión (dsc), recubrimiento mecánico de las armaduras en tracción (dst) y el momento impuesto a cada sección. En el anexo 2 se encuentran las tablas resultados, dichas tablas contienen los valores arrojados de la programación de cada variante, mostrándose en estas: área de acero en compresión ( $A_{sc}$ ), área de acero en

compresión mínima ( $A_{scmin}$ ), área de acero en tracción ( $A_{st}$ ), área de acero en tracción mínima ( $A_{stmin}$ ), fluencia ( $N_c$ ), profundidad del bloque de compresión ( $c$ ), profundidad relativa de la línea neutra ( $k$ ) y las observaciones, que las mismas reflejan el caso en que se encuentra cada sección.

### 3.2- Comparación de los resultados de las variantes A (1A y 2A).

A continuación se muestra el gráfico obtenido de la comparación entre las variantes 1A y 2A.

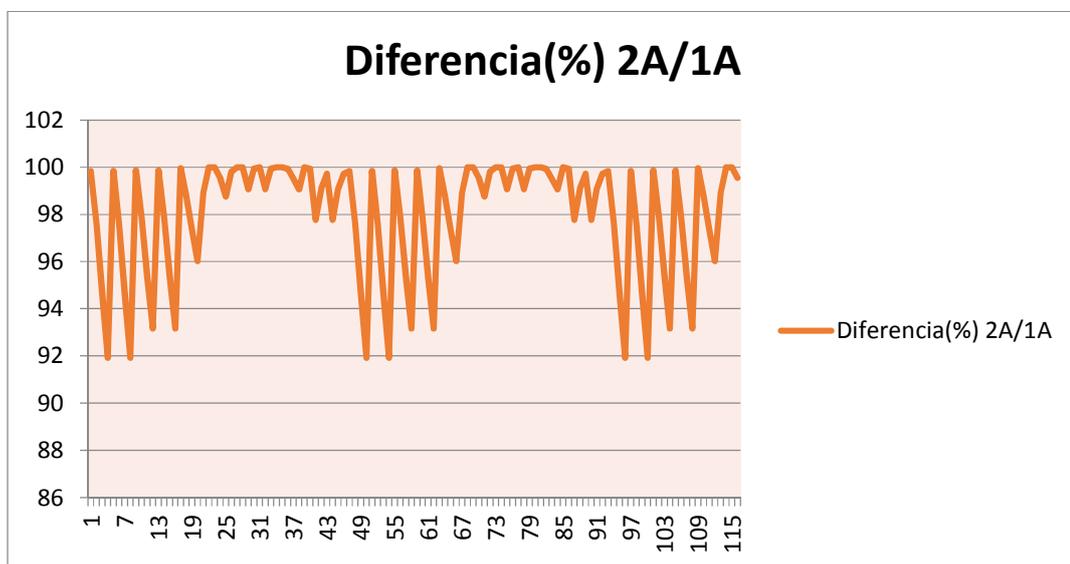


Figura 3.2.1 Diferencia en porcentaje entre la variante 1A y 2A.

En el gráfico anterior se muestra como las diferencias entre las áreas en tracción de la variante 1A y 2A fluctúan entre 91 y 100%, siendo la variante 2A menor o igual que la 1A en cada caso.

En todos los casos A la diferencia es un tanto mayor del método directo con respecto al método numérico, pudiéndose obtener así zona 2a, 2b, 3a y 3b por lo que se justifica el método numérico. En la tabla del anexo 2 se muestran los resultados de las comparaciones entre las variantes A, tomando especial relevancia el área de acero en tracción ( $A_{st}$ ).

### 3.3- Comparación de los resultados de las variantes B (3B y 1B).

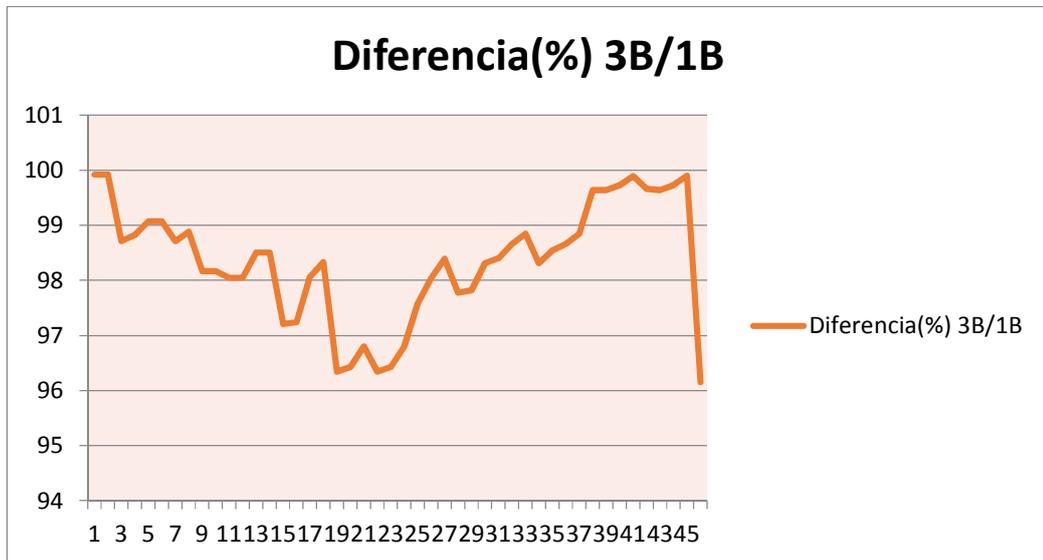


Figura 3.2.1 Diferencia en porciento entre la variante 3B y 1B.

En el gráfico anterior se muestra como las diferencias entre las áreas en tracción de la variante 3B y 1B fluctúan entre 96 y 100%, siendo la variante 3B menor que la 1B en cada caso.

La variante 2B y 3B hasta cuatro lugares después de la coma son exactamente iguales, con la desventaja de que la variante 2B se aplica solo para aquellas secciones que requieran acero por cálculo que finalmente se coloca el refuerzo por especificación pues el  $A'_{sc} < A_{sc \text{ min}}$ , es decir, para las secciones que se encuentren en el caso 3b. Aunque esta variante se aplique solo para el caso 3b, es muy difícil que la sección cuando requiera acero por cálculo que finalmente se coloque por especificación se halle en otro caso que no sea el 3b, pues el bloque de compresión tendría que variar a un valor considerable.

En las variantes B la diferencia entre 1B y 2B, 3B son tan pequeñas que no justifican el gasto computacional que posee el método numérico.

Las variantes B (1B, 2B, 3B) todas se localizan en el caso 3b.

En la tabla del anexo 2 se muestran los resultados de las comparaciones entre las variantes B, tomando especial relevancia el área de acero en tracción ( $A_{st}$ ).

El método numérico empleado (Newton-Raphson) da buenos resultados, debido a que es la variante más exacta de todas.

## **CONCLUSIONES**

1. Los métodos numéricos son ampliamente utilizados en la ingeniería, dentro del que se destaca el método de Newton-Raphson para la solución de sistemas de ecuaciones.
2. Con la implementación del método de Newton-Raphson es posible obtener los valores de profundidad de la línea neutra y tensión del acero superior para los casos en que deba colocarse con valores diferentes a los obtenidos por cálculo.
3. Los valores obtenidos mediante el método propuesto son aproximados a los obtenidos por otras variantes, siendo este en todos los casos igual o menor.

## **RECOMENDACIONES**

1. Probar las variantes con otras secciones que no fueron las analizadas en esta investigación.
2. Buscar otro método numérico para la solución de sistemas de ecuaciones no lineales.
3. Comparar los resultados del método hallado con el método de Newton-Raphson.
4. La autora continuará profundizando en el tema.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Álvarez, L., & Martínez, A. (2010). *Resolución de sistemas de ecuaciones lineales y no lineales*.
- Benítez, A., & Quiza, R. (2009). *Matlab para ingenieros*.
- Blanco, M., Guerra, A., & Lau, R. (2004). *Matemática numérica* (Vol. 1). La Habana, Cuba: Félix Varela.
- Blanco, M. Á., Hernández, A. G., & Fernández, R. L. (2004). *Matemática numérica. I*.
- Chapra, S. (2007). *Métodos numéricos para ingenieros con aplicaciones en computadoras personales*. México: McGraw Hill.
- González, J. (2011). *Métodos numéricos con aplicaciones en Matlab* (1ra. Edición ed.). Cuenca-Ecuador: Universidad Politécnica Salesiana.
- Hernández, J., & Hernández, J. (2013). *Hormigón Estructural I*.
- Karris, S. (2004). *Numerical Analysis using Matlab and Excel* (Third Edition ed.).
- Kiusalaas, J. (2005). *Numerical methods in engineering with Matlab*: United State of American.
- Martínez, Y. (2016). *Matemática numérica y optimización*.
- Medina, F., & Ruiz, L. (2008). *Hormigón Estructural I*. La Habana, Cuba: Félix Varela.
- NC7. (2013). *Barras de acero para refuerzo de hormigón*. Requisitos.
- NC 120. (2014). *Hormigón hidráulico - Especificaciones*. La Habana, Cuba: Oficina Nacional de Normalización.
- Nilson, A. H. (1999). *Diseño de estructuras de concreto*.
- Otto, S., & Denier, J. (2005). *An introduction to programming and numerical methods in Matlab*.
- Park, R., & Paulay, T. (1988). *Estructuras de Concreto Reforzado*. México: LIMUSA.
- Payares, C. (2009). *Métodos numéricos básicos para la ingeniería*.
- Reyes, A. (2011). *Sistemas de ecuaciones*.
- Rodríguez, C., & Lima, R. (2017). *Algoritmo para el diseño de elementos componentes del Sistema de Vigüeta y Plaqueta*. Paper presented at the VIII Convención Científica Internacional de la Universidad de Matanzas, CIUM'2017, , Matanzas, Cuba.
- Vásquez, R. (2002). *Métodos numéricos para ingeniería* (1era edición ed.). Lima, Perú: América.
- Yang, W., Cao, W., Chung, T.-S., & Morris, J. (2005). *Applied numerical methods using Matlab*. Canadá.

## ANEXOS

*Tabla Anexo 1 Datos de la variante A (1A y 2A). (Elaborado por la autora)*

<b>Secciones</b>	<b><i>b</i></b>	<b><i>h</i></b>	<b><i>f'c</i></b>	<b><i>Fy</i></b>	<b><i>dsc</i></b>	<b><i>dst</i></b>	<b><i>M</i></b>
<b>1</b>	10	25	2	30	5	7	1000
<b>2</b>	10	25	2,5	30	5	7	1000
<b>3</b>	10	25	3	30	5	7	1000
<b>4</b>	10	25	3,5	30	5	7	1000
<b>5</b>	10	25	2	42	5	7	1000
<b>6</b>	10	25	2,5	42	5	7	1000
<b>7</b>	10	25	3	42	5	7	1000
<b>8</b>	10	25	3,5	42	5	7	1000
<b>9</b>	15	25	2	30	5	7	1500
<b>10</b>	15	25	2,5	30	5	7	1500
<b>11</b>	15	25	3	30	5	7	1500
<b>12</b>	15	25	3,5	30	5	7	1500
<b>13</b>	15	25	2	42	5	7	1500
<b>14</b>	15	25	2,5	42	5	7	1500
<b>15</b>	15	25	3	42	5	7	1500
<b>16</b>	15	25	3,5	42	5	7	1500
<b>17</b>	15	30	2	30	5	7	2000
<b>18</b>	15	30	2,5	30	5	7	2000
<b>19</b>	15	30	3	30	5	7	2000
<b>20</b>	15	30	3,5	30	5	7	2000
<b>21</b>	15	30	2	42	5	7	3000
<b>22</b>	15	30	2,5	42	5	7	3000
<b>23</b>	15	30	3	42	5	7	3000
<b>24</b>	15	30	3,5	42	5	7	3000
<b>25</b>	15	40	2	30	5	7	5000
<b>26</b>	15	40	2,5	30	5	7	5000
<b>27</b>	15	40	3	30	5	7	5000

<b>28</b>	15	40	3,5	30	5	7	5000
<b>29</b>	20	30	2,5	30	5	7	5000
<b>30</b>	20	30	3	30	5	7	5000
<b>31</b>	20	30	3,5	30	5	7	5000
<b>32</b>	20	30	2,5	42	5	7	5000
<b>33</b>	20	30	3	42	5	7	5000
<b>34</b>	20	30	3,5	42	5	7	5000
<b>35</b>	25	35	2	30	5	7	5000
<b>36</b>	25	35	2,5	30	5	7	5000
<b>37</b>	25	35	3	30	5	7	5000
<b>38</b>	25	35	3,5	42	5	7	5000
<b>39</b>	25	35	2	42	5	7	5000
<b>40</b>	25	35	2,5	42	5	7	5000
<b>41</b>	25	35	2,5	30	5	7	10 000
<b>42</b>	25	35	3	30	5	7	10 000
<b>43</b>	25	35	3,5	30	5	7	10 000
<b>44</b>	25	35	2,5	42	5	7	10 000
<b>45</b>	25	35	3	42	5	7	10 000
<b>46</b>	25	35	3,5	42	5	7	10 000
<b>47</b>	25	40	2	30	5	7	5000
<b>48</b>	25	40	2,5	30	5	7	5000
<b>49</b>	25	40	3	30	5	7	5000
<b>50</b>	25	40	3,5	30	5	7	5000
<b>51</b>	25	40	2	42	5	7	5000
<b>52</b>	30	40	2	30	5	7	5000
<b>53</b>	30	40	2,5	30	5	7	5000
<b>54</b>	30	40	3	30	5	7	5000
<b>55</b>	30	40	3,5	30	5	7	5000
<b>56</b>	30	40	2	42	5	7	5000
<b>57</b>	30	40	2,5	42	5	7	5000
<b>58</b>	30	40	3	42	5	7	5000

<b>59</b>	30	40	3,5	42	5	7	5000
<b>60</b>	30	40	2	30	5	7	10 000
<b>61</b>	30	40	2,5	30	5	7	10 000
<b>62</b>	30	40	3	30	5	7	10 000
<b>63</b>	30	40	3,5	30	5	7	10 000
<b>64</b>	30	40	2	42	5	7	10 000
<b>65</b>	30	40	2,5	42	5	7	10 000
<b>66</b>	30	40	3	42	5	7	10 000
<b>67</b>	30	40	3,5	42	5	7	10 000
<b>68</b>	30	40	2,5	30	5	7	15 000
<b>69</b>	30	40	3	30	5	7	15 000
<b>70</b>	30	40	3,5	30	5	7	15 000
<b>71</b>	30	40	2,5	42	5	7	15 000
<b>72</b>	30	40	3	42	5	7	15 000
<b>73</b>	30	40	3,5	42	5	7	15 000
<b>74</b>	30	40	3,5	30	5	7	20 000
<b>75</b>	30	40	3,5	42	5	7	20 000
<b>76</b>	30	60	2	30	5	7	5000
<b>77</b>	30	60	2,5	30	5	7	5000
<b>78</b>	30	60	3	30	5	7	5000
<b>79</b>	30	60	3,5	30	5	7	5000
<b>80</b>	30	60	2	30	5	7	10 000
<b>81</b>	30	60	2,5	30	5	7	10 000
<b>82</b>	30	60	3	30	5	7	10 000
<b>83</b>	30	60	3,5	30	5	7	10 000
<b>84</b>	30	60	2	42	5	7	10 000
<b>85</b>	30	60	2,5	42	5	7	10 000
<b>86</b>	30	60	3	42	5	7	10 000
<b>87</b>	30	60	3,5	42	5	7	10 000
<b>88</b>	30	60	2	30	5	7	15 000
<b>89</b>	30	60	2,5	30	5	7	15 000

<b>90</b>	30	60	3	30	5	7	15 000
<b>91</b>	30	60	3,5	30	5	7	15 000
<b>92</b>	30	60	2	42	5	7	15 000
<b>93</b>	30	60	2,5	42	5	7	15 000
<b>94</b>	30	60	3	42	5	7	15 000
<b>95</b>	30	60	3,5	42	5	7	15 000
<b>96</b>	30	60	2	30	5	7	20 000
<b>97</b>	30	60	2,5	30	5	7	20 000
<b>98</b>	30	60	3	30	5	7	20 000
<b>99</b>	30	60	3,5	30	5	7	20 000
<b>100</b>	30	60	2	42	5	7	20 000
<b>101</b>	30	60	2,5	42	5	7	20 000
<b>102</b>	30	60	3	42	5	7	20 000
<b>103</b>	30	60	3,5	42	5	7	20 000
<b>104</b>	30	60	2	30	5	7	25 000
<b>105</b>	30	60	2,5	30	5	7	25 000
<b>106</b>	30	60	3	30	5	7	25 000
<b>107</b>	30	60	3,5	30	5	7	25 000
<b>108</b>	30	60	2	42	5	7	25 000
<b>109</b>	30	60	2,5	42	5	7	25 000
<b>110</b>	30	60	3	42	5	7	25 000
<b>111</b>	30	60	3,5	42	5	7	25 000
<b>112</b>	30	60	3	30	5	7	35 000
<b>113</b>	30	60	3,5	30	5	7	35 000
<b>114</b>	30	60	2,5	42	5	7	35 000
<b>115</b>	30	60	3	42	5	7	35 000
<b>116</b>	30	60	3,5	42	5	7	35 000

Tabla Anexo 1.1 Resultados de la variante 2A.

<b>Sección</b>	<b>Asc</b>	<b>Ast</b>	<b>Nc</b>	<b>c</b>	<b>K</b>	<b>Caso</b>	<b>Observación</b>
1	2,58	2,3181	0,0257	4,9409	0,2744	3a	especificación
2	2,58	2,2036	0,2045	4,5362	0,2520	3a	especificación
3	2,58	2,1006	0,3550	4,2463	0,2359	3a	especificación
4	2,58	2,0151	0,4601	4,0363	0,2242	2a	especificación
5	2,58	1,6558	0,0171	4,9409	0,2744	3a	especificación
6	2,58	1,5740	0,1461	4,5362	0,2520	3a	especificación
7	2,58	1,5004	0,2536	4,2463	0,2359	3a	especificación
8	2,58	1,4394	0,3286	4,0363	0,2242	2a	especificación
9	2,58	3,4779	0,0309	4,9240	0,2735	3a	especificación
10	2,58	3,3150	0,2624	4,4201	0,2455	3a	especificación
11	2,58	3,1737	0,4480	4,0634	0,2257	2a	especificación
12	2,58	3,0634	0,5643	3,7978	0,2109	2a	especificación
13	2,58	2,4842	0,0221	4,9240	0,2735	3a	especificación
14	2,58	2,3679	0,1874	4,4201	0,2455	3a	especificación
15	2,58	2,2670	0,3200	4,0634	0,2257	2a	especificación
16	2,58	2,1881	0,4031	3,7978	0,2109	2a	especificación
17	2,58	3,5396	0,0161	4,9565	0,2155	2a	especificación
18	2,58	3,4241	0,2141	4,4029	0,1914	2a	especificación
19	2,58	3,3285	0,3558	3,9852	0,1732	2a	especificación
20	2,58	3,2536	0,4476	3,7045	0,1610	2a	especificación
21	2,58	3,9894	0,2907	6,2772	0,2729	3b	especificación
22	2,58	3,8844	0,1301	5,5010	0,2391	3b	especificación
23	2,58	3,7941	0,0021	4,9921	0,2170	2a	especificación
24	2,58	3,7196	0,0906	4,6510	0,2022	2a	especificación
25	2,58	6,2458	0,4869	6,9059	0,2092	2b	especificación
26	2,58	6,1398	0,2607	6,0537	0,1834	2b	especificación
27	2,58	6,0495	0,1033	5,4273	0,1644	2b	especificación
28	2,58	5,9757	0,0034	5,0142	0,1519	2b	especificación
29	2,58	9,3219	0,5005	6,6690	0,2429	3b	especificación

<b>30</b>	2,58	9,1079	0,2969	5,8716	0,2016	3b	especificación
<b>31</b>	2,58	8,9366	0,1463	5,3945	0,1780	3b	especificación
<b>32</b>	2,58	6,6585	0,3575	6,6690	0,2068	3b	especificación
<b>33</b>	2,58	6,5057	0,2121	5,8716	0,1723	3b	especificación
<b>34</b>	2,58	6,3833	0,1045	5,3945	0,1525	3b	especificación
<b>35</b>	2,58	7,2829	0,1907	5,6396	0,1419	2b	especificación
<b>36</b>	2,58	7,1205	0,0519	4,8196	0,1120	2a	especificación
<b>37</b>	2,58	6,9940	0,2117	4,2458	0,0941	2a	especificación
<b>38</b>	2,58	6,8978	0,3094	3,8804	0,0837	2b	especificación
<b>39</b>	2,58	5,2021	0,1362	5,6396	0,1136	2b	especificación
<b>40</b>	2,58	5,0861	0,0371	4,8196	0,0900	2a	especificación
<b>41</b>	2,58	15,368	0,8562	8,7425	0,3024	3b	especificación
<b>42</b>	2,58	15,021	0,6653	7,4922	0,2494	3b	especificación
<b>43</b>	2,58	14,764	0,5219	6,7655	0,2193	3b	especificación
<b>44</b>	2,58	10,977	0,6115	8,7425	0,2758	3b	especificación
<b>45</b>	2,58	10,729	0,4752	7,4922	0,2281	3b	especificación
<b>46</b>	2,58	10,546	0,3728	6,7655	0,2009	3b	especificación
<b>47</b>	2,58	5,9960	0,0033	4,9863	0,0895	2a	especificación
<b>48</b>	2,58	5,8863	0,1806	4,2202	0,0710	2a	especificación
<b>49</b>	2,58	5,8034	0,2962	3,6982	0,0599	2a	especificación
<b>50</b>	2,58	5,7417	0,3664	3,3716	0,0534	2a	especificación
<b>51</b>	2,58	4,2829	0,0023	4,9863	0,0659	2a	especificación
<b>52</b>	2,58	5,9060	0,1501	4,3551	0,0741	2a	especificación
<b>53</b>	2,58	5,8017	0,3066	3,6500	0,0589	2a	especificación
<b>54</b>	2,58	5,7253	0,4070	3,1794	0,0497	2a	especificación
<b>55</b>	2,58	5,6697	0,4674	2,8889	0,0444	2a	especificación
<b>56</b>	2,58	4,2186	0,1072	4,3551	0,0547	2a	especificación
<b>57</b>	2,58	4,1441	0,2190	3,6500	0,0435	2a	especificación
<b>58</b>	2,58	4,0895	0,2907	3,1794	0,0368	2a	especificación
<b>59</b>	2,58	4,0498	0,3339	2,8889	0,0329	2a	especificación
<b>60</b>	2,58	12,526	0,6539	7,5010	0,2078	2b	especificación

<b>61</b>	2,58	12,284	0,3317	6,3272	0,1628	2b	especificación
<b>62</b>	2,58	12,095	0,1268	5,5225	0,1362	2b	especificación
<b>63</b>	2,58	11,951	0,0041	5,0171	0,1209	2b	especificación
<b>64</b>	2,58	8,9472	0,4671	7,5010	0,1858	2b	especificación
<b>65</b>	2,58	8,7745	0,2369	6,3272	0,1459	2b	especificación
<b>66</b>	2,58	8,6399	0,0905	5,5225	0,1223	2b	especificación
<b>67</b>	2,58	8,5365	0,0029	5,0171	0,1086	2b	especificación
<b>68</b>	2,58	19,215	0,9265	9,3151	0,2787	3b	especificación
<b>69</b>	2,58	18,824	0,7401	7,9372	0,2305	3b	especificación
<b>70</b>	2,58	18,542	0,5631	7,1806	0,2030	2b	especificación
<b>71</b>	2,58	13,725	0,6618	9,3151	0,2597	3b	especificación
<b>72</b>	2,58	13,446	0,5287	7,9372	0,2152	3b	especificación
<b>73</b>	2,58	13,244	0,4022	7,1806	0,5580	2b	especificación
<b>74</b>	2,58	26,526	0,9667	9,6774	0,2920	3b	especificación
<b>75</b>	2,58	18,233	0,6905	9,6774	0,2776	3b	especificación
<b>76</b>	3,18	4,24	0,2644	3,0180	0,0080	2a	especificación
<b>77</b>	3,18	5,30	0,3289	2,5093	0,0064	2a	especificación
<b>78</b>	3,18	6,36	0,3703	2,1773	0,0054	2a	especificación
<b>79</b>	3,18	7,42	0,3951	1,9757	0,0049	2a	especificación
<b>80</b>	3,18	7,2826	0,0042	5,0305	0,0549	2b	especificación
<b>81</b>	3,18	7,2087	0,1111	4,1865	0,0437	2a	especificación
<b>82</b>	3,18	7,1545	0,1846	3,6327	0,0369	2a	especificación
<b>83</b>	3,18	7,42	0,2287	3,2949	0,0330	2a	especificación
<b>84</b>	3,18	5,20	0,0030	5,0305	0,0393	2b	especificación
<b>85</b>	3,18	5,1490	0,0794	4,1865	0,0313	2a	especificación
<b>86</b>	3,18	5,1103	0,1319	3,6327	0,0265	2a	especificación
<b>87</b>	3,18	5,300	0,1634	3,2949	0,0237	2a	especificación
<b>88</b>	3,18	11,149	0,2987	7,0583	0,1038	2b	especificación
<b>89</b>	3,18	11,020	0,1248	5,8818	0,0823	2b	especificación
<b>90</b>	3,18	10,924	0,0145	5,1045	0,0693	2b	especificación
<b>91</b>	3,18	10,851	0,0513	4,6280	0,0618	2a	especificación

<b>92</b>	3,18	7,9636	0,2133	7,0583	0,0875	2b	especificación
<b>93</b>	3,18	7,8719	0,0891	5,8818	0,0694	2b	especificación
<b>94</b>	3,18	7,8031	0,0104	5,1045	0,0585	2b	especificación
<b>95</b>	3,18	7,7511	0,0366	4,6280	0,0522	2a	especificación
<b>96</b>	3,18	15,121	0,6220	9,0960	0,1551	2b	especificación
<b>97</b>	3,18	14,925	0,3807	7,5930	0,1223	2b	especificación
<b>98</b>	3,18	14,774	0,2287	6,5919	0,1026	2b	especificación
<b>99</b>	3,18	14,658	0,1382	5,9746	0,0913	2b	especificación
<b>100</b>	3,18	10,801	0,4443	9,0960	0,1379	2b	especificación
<b>101</b>	3,18	10,661	0,2719	7,5930	0,1089	2b	especificación
<b>102</b>	3,18	10,553	0,1633	6,5919	0,0915	2b	especificación
<b>103</b>	3,18	10,470	0,0987	5,9746	0,0815	2b	especificación
<b>104</b>	3,18	19,200	0,9773	11,136	0,2091	2b	especificación
<b>105</b>	3,18	18,925	0,6589	9,3177	0,1638	2b	especificación
<b>106</b>	3,18	18,708	0,4593	8,0937	0,1370	2b	especificación
<b>107</b>	3,18	18,538	0,3407	7,3341	0,1216	2b	especificación
<b>108</b>	3,18	13,714	0,6981	11,136	0,1910	2b	especificación
<b>109</b>	3,18	13,518	0,4707	9,3177	0,1499	2b	especificación
<b>110</b>	3,18	13,363	0,3281	8,0937	0,125	2b	especificación
<b>111</b>	3,18	13,241	0,2434	7,3341	0,1115	2b	especificación
<b>112</b>	3,18	26,834	0,9768	11,134	0,2094	2b	especificación
<b>113</b>	3,18	26,523	0,7905	10,088	0,1847	2b	especificación
<b>114</b>	3,18	19,461	0,8759	12,925	0,2373	3b	especificación
<b>115</b>	3,18	19,167	0,6977	11,134	0,1971	2b	especificación
<b>116</b>	3,18	18,945	0,5646	10,088	0,1741	2b	especificación

Tabla Anexo 1.2 Comparación de la variantes 1A y 2A. (Elaborada por la autora)

<i>Secciones</i>	<i>Variante 1A Ast(cm<sup>2</sup>)</i>	<i>Variante 2A Ast(cm<sup>2</sup>)</i>	<i>Diferencia(%) 2A/1A</i>
1	2,3219	2,3181	99,8363409
2	2,2575	2,2036	97,6124031
3	2,2184	2,1006	94,6898666
4	2,1922	2,0151	91,9213575
5	1,6585	1,6558	99,8372023
6	1,6125	1,5740	97,6124031
7	1,5846	1,5004	94,6863562
8	1,5659	1,4394	91,9215786
9	3,4828	3,4779	99,8593086
10	3,3862	3,3150	97,8973481
11	3,3277	3,1737	95,372179
12	3,2883	3,0634	93,1605997
13	2,4877	2,4842	99,8593078
14	2,4187	2,3679	97,8996982
15	2,3769	2,2670	95,3763305
16	2,3488	2,1881	93,1582084
17	3,5414	3,5396	99,9491726
18	3,4665	3,4241	98,7768643
19	3,4200	3,3285	97,3245614
20	3,3884	3,2536	96,0217212
21	4,0331	3,9894	98,9164662
22	3,8844	3,8844	100
23	3,7943	3,7941	99,9947289
24	3,7363	3,7196	99,5530337
25	6,3247	6,2458	98,75251
26	6,1512	6,1398	99,8146703
27	6,0495	6,0495	100
28	5,9757	5,9757	100

<b>29</b>	9,4105	9,3219	99,0584985
<b>30</b>	9,1137	9,1079	99,9363595
<b>31</b>	8,9366	8,9366	100
<b>32</b>	6,7218	6,6585	99,058288
<b>33</b>	6,5098	6,5057	99,937018
<b>34</b>	6,3833	6,3833	100
<b>35</b>	7,2829	7,2829	100
<b>36</b>	7,1258	7,1205	99,9256224
<b>37</b>	7,0289	6,9940	99,5034785
<b>38</b>	4,9736	4,9270	99,0630529
<b>39</b>	5,2021	5,2021	100
<b>40</b>	5,0899	5,0861	99,9253423
<b>41</b>	15,7192	15,3682	97,7670619
<b>42</b>	15,1584	15,0217	99,0981898
<b>43</b>	14,8067	14,7649	99,7176954
<b>44</b>	11,2280	10,9773	97,7671892
<b>45</b>	10,8274	10,7298	99,0985832
<b>46</b>	10,5762	10,5463	99,7172898
<b>47</b>	5,9962	5,9960	99,8363409
<b>48</b>	5,9106	5,8863	97,6124031
<b>49</b>	5,8562	5,8034	94,6898666
<b>50</b>	5,8186	5,7417	91,9213575
<b>51</b>	4,2830	4,2829	99,8372023
<b>52</b>	5,9245	5,9060	97,6124031
<b>53</b>	5,8562	5,8017	94,6863562
<b>54</b>	5,8124	5,7253	91,9215786
<b>55</b>	5,7819	5,6697	99,8593086
<b>56</b>	4,2318	4,2186	97,8973481
<b>57</b>	4,1830	4,1441	95,372179
<b>58</b>	4,1517	4,0895	93,1605997
<b>59</b>	4,1300	4,0498	99,8593078

<b>60</b>	12,6494	12,5261	97,8996982
<b>61</b>	12,3025	12,2843	95,3763305
<b>62</b>	12,0959	12,0959	93,1582084
<b>63</b>	11,9507	11,9511	99,9491726
<b>64</b>	9,0353	8,9472	98,7768643
<b>65</b>	8,7875	8,7745	97,3245614
<b>66</b>	8,6399	8,6399	96,0217212
<b>67</b>	8,5362	8,5365	98,9164662
<b>68</b>	19,2157	19,2157	100
<b>69</b>	18,9742	18,8243	99,9947289
<b>70</b>	18,5963	18,5426	99,5530337
<b>71</b>	13,9744	13,7255	98,75251
<b>72</b>	13,5530	13,4460	99,8146703
<b>73</b>	13,2447	13,2447	100
<b>74</b>	26,5263	26,5263	100
<b>75</b>	18,4642	18,2331	99,0584985
<b>76</b>	4,2400	4,2400	99,9363595
<b>77</b>	5,3000	5,3000	100
<b>78</b>	6,3600	6,3600	99,058288
<b>79</b>	7,4200	7,4200	99,937018
<b>80</b>	7,2826	7,2826	100
<b>81</b>	7,2087	7,2087	100
<b>82</b>	7,1788	7,1545	99,9256224
<b>83</b>	7,4200	7,4200	99,5034785
<b>84</b>	5,2017	5,2000	99,0630529
<b>85</b>	5,1490	5,1490	100
<b>86</b>	5,1277	5,1103	99,9253423
<b>87</b>	5,3000	5,3000	97,7670619
<b>88</b>	11,1752	11,1491	99,0981898
<b>89</b>	11,0215	11,0207	99,7176954
<b>90</b>	10,9243	10,9243	97,7671892

<b>91</b>	10,8559	10,8515	99,0985832
<b>92</b>	7,9823	7,9636	99,7172898
<b>93</b>	7,8725	7,8719	99,8363409
<b>94</b>	7,8031	7,8031	97,6124031
<b>95</b>	7,7542	7,7511	94,6898666
<b>96</b>	15,2703	15,1215	91,9213575
<b>97</b>	14,9713	14,9255	99,8372023
<b>98</b>	14,7850	14,7749	97,6124031
<b>99</b>	14,6589	14,6589	94,6863562
<b>100</b>	10,9073	10,8011	91,9215786
<b>101</b>	10,6938	10,6611	99,8593086
<b>102</b>	10,5607	10,5535	97,8973481
<b>103</b>	10,4706	10,4706	95,372179
<b>104</b>	19,6028	19,2007	93,1605997
<b>105</b>	19,0878	18,9255	99,8593078
<b>106</b>	18,7743	18,7087	97,8996982
<b>107</b>	18,5630	18,5387	95,3763305
<b>108</b>	14,0020	13,7148	93,1582084
<b>109</b>	13,6342	13,5182	99,9491726
<b>110</b>	13,4102	13,3634	98,7768643
<b>111</b>	13,2593	13,2419	97,3245614
<b>112</b>	27,1944	26,8344	96,0217212
<b>113</b>	26,7229	26,5236	98,9164662
<b>114</b>	19,4615	19,4615	100
<b>115</b>	19,4246	19,1674	99,9947289
<b>116</b>	19,0878	18,9454	99,5530337

Tabla Anexo 2 Datos de las variantes B (1B, 2B y 3B). (Elaborada por la autora)

<b>Secciones</b>	<b>b</b>	<b>h</b>	<b>f'c</b>	<b>fy</b>	<b>dsc</b>	<b>dst</b>	<b>M</b>
<b>1</b>	10	25	3,5	30	5	7	2300
<b>2</b>	10	25	3,5	42	5	7	2300
<b>3</b>	20	30	3	30	5	7	6500
<b>4</b>	20	30	3	30	5	7	6600
<b>5</b>	20	30	3,5	30	5	7	7400
<b>6</b>	20	30	3,5	42	5	7	7400
<b>7</b>	20	30	3	42	5	7	6500
<b>8</b>	20	30	3	42	5	7	6650
<b>9</b>	25	35	3	42	5	7	12 000
<b>10</b>	25	35	3	30	5	7	12 000
<b>11</b>	25	35	2,5	30	5	7	10 300
<b>12</b>	25	35	2,5	42	5	7	10 300
<b>13</b>	25	35	3,5	42	5	7	13 500
<b>14</b>	25	35	3,5	30	5	7	13 500
<b>15</b>	25	40	2	42	5	7	11 500
<b>16</b>	25	40	2,5	42	5	7	14 000
<b>17</b>	25	40	3	42	5	7	17 000
<b>18</b>	25	40	3,5	42	5	7	19 000
<b>19</b>	15	40	2	30	5	7	7000
<b>20</b>	15	40	2,5	30	5	7	8500
<b>21</b>	15	40	3	30	5	7	10 000
<b>22</b>	15	40	2	42	5	7	7000
<b>23</b>	15	40	2,5	42	5	7	8500
<b>24</b>	15	40	3	42	5	7	10 000
<b>25</b>	15	40	3,5	42	5	7	11 500
<b>26</b>	30	40	3	42	5	7	20 000
<b>27</b>	30	40	3,5	42	5	7	22 500
<b>28</b>	30	40	2,5	42	5	7	17 000
<b>29</b>	30	40	2	42	5	7	14 000

<b>30</b>	15	30	2	30	5	7	3400
<b>31</b>	15	30	2,5	30	5	7	4200
<b>32</b>	15	30	3	30	5	7	5000
<b>33</b>	15	30	3,5	30	5	7	5500
<b>34</b>	15	30	2	42	5	7	3400
<b>35</b>	15	30	2,5	42	5	7	4300
<b>36</b>	15	30	3	42	5	7	5000
<b>37</b>	15	30	3,5	42	5	7	5500
<b>38</b>	15	25	2	30	5	7	2000
<b>39</b>	15	25	2,5	30	5	7	2500
<b>40</b>	15	25	3	30	5	7	3000
<b>41</b>	15	25	3,5	30	5	7	3400
<b>42</b>	15	25	2	42	5	7	2100
<b>43</b>	15	25	2,5	42	5	7	2500
<b>44</b>	15	25	3	42	5	7	3000
<b>45</b>	15	25	3,5	42	5	7	3400
<b>46</b>	30	60	2	42	5	7	35 000

*Tabla Anexo 2.1 Resultado de la variante 3B. (Elaborado por la autora)*

<b>Sección</b>	<b>Asc</b>	<b>Asc min</b>	<b>Ast</b>	<b>Nc</b>	<b>c</b>	<b>k</b>	<b>Cas o</b>	<b>Observación</b>
<b>1</b>	2,58	2,58	5,6009	0,3298	5,9873	0,332 6	3b	por cálculo especificación
<b>2</b>	2,58	2,58	4,0006	0,2356	5,9873	0,332 6	3b	por cálculo especificación
<b>3</b>	2,58	2,58	12,264 0	0,6561	7,4409	0,323 5	3b	por cálculo especificación
<b>4</b>	2,58	2,58	12,481 4	0,6766	7,5565	0,328 5	3b	por cálculo especificación
<b>5</b>	2,58	2,58	13,917 8	0,6922	7,6462	0,332 4	3b	por cálculo especificación

<b>6</b>	2,58	2,58	9,9413	0,4944	7,6462	0,332 4	3b	por cálculo especificación
<b>7</b>	2,58	2,58	8,7600	0,4686	7,4409	0,323 5	3b	por cálculo especificación
<b>8</b>	2,58	2,58	8,9931	0,4906	7,6148	0,331 1	3b	por cálculo especificación
<b>9</b>	2,58	2,58	13,201 4	0,6435	9,0983	0,324 9	3b	por cálculo especificación
<b>10</b>	2,58	2,58	18,481 9	0,9009	9,0983	0,324 9	3b	por cálculo especificación
<b>11</b>	2,58	2,58	15,899 8	0,8929	9,0327	0,322 6	3b	por cálculo especificación
<b>12</b>	2,58	2,58	11,357 0	0,6378	9,0327	0,322 6	3b	por cálculo especificación
<b>13</b>	2,58	2,58	14,786 3	0,6558	9,2430	0,330 1	3b	por cálculo especificación
<b>14</b>	2,58	2,58	20,700 8	0,9181	9,2430	0,330 1	3b	por cálculo especificación
<b>15</b>	2,58	2,58	10,657 7	0,7287	10,205 3	0,309 3	3b	por cálculo especificación
<b>16</b>	2,58	2,58	12,982 7	0,7357	10,309 7	0,312 4	3b	por cálculo especificación
<b>17</b>	2,58	2,58	15,845 1	0,7743	10,916 5	0,330 8	3b	por cálculo especificación
<b>18</b>	2,58	2,58	17,621 1	0,7802	11,017 4	0,333 9	3b	por cálculo especificación
<b>19</b>	2,58	2,58	9,0003	0,9128	9,1977	0,278 7	3b	por cálculo especificación
<b>20</b>	2,58	2,58	10,941 7	0,9397	9,4310	0,285 8	3b	por cálculo especificación
<b>21</b>	2,58	2,58	12,882 1	0,9727	9,7345	0,295 0	3b	por cálculo especificación
<b>22</b>	2,58	2,58	6,4288	0,6520	9,1977	0,278 7	3b	por cálculo especificación

<b>23</b>	2,58	2,58	7,8155	0,6712	9,4310	0,2858	3b	por cálculo especificación
<b>24</b>	2,58	2,58	9,2015	0,6948	9,7345	0,2950	3b	por cálculo especificación
<b>25</b>	2,58	2,58	10,5839	0,7306	10,2340	0,3101	3b	por cálculo especificación
<b>26</b>	2,58	2,58	18,6396	0,7751	10,9314	0,3313	3b	por cálculo especificación
<b>27</b>	2,58	2,58	20,8790	0,7846	11,0911	0,3361	3b	por cálculo especificación
<b>28</b>	2,58	2,58	15,8495	0,7645	10,7560	0,3259	3b	por cálculo especificación
<b>29</b>	2,58	2,58	13,0551	0,7635	10,7400	0,3255	3b	por cálculo especificación
<b>30</b>	2,58	2,58	6,4238	0,5537	6,9140	0,3006	3b	por cálculo especificación
<b>31</b>	2,58	2,58	7,9356	0,5912	7,0981	0,3086	3b	por cálculo especificación
<b>32</b>	2,58	2,58	9,4474	0,6354	7,3279	0,3186	3b	por cálculo especificación
<b>33</b>	2,58	2,58	10,3131	0,6302	7,3002	0,3174	3b	por cálculo especificación
<b>34</b>	2,58	2,58	4,5884	0,3955	6,9140	0,3006	3b	por cálculo especificación
<b>35</b>	2,58	2,58	5,8213	0,4434	7,2506	0,3152	3b	por cálculo especificación
<b>36</b>	2,58	2,58	6,7481	0,4538	27,3279	0,3186	3b	por cálculo especificación
<b>37</b>	2,58	2,58	7,3665	0,4501	7,3002	0,3174	3b	por cálculo especificación
<b>38</b>	2,58	2,58	4,8809	0,2716	5,7857	0,3214	3b	por cálculo especificación
<b>39</b>	2,58	2,58	6,1009	0,3025	5,8911	0,3273	3b	por cálculo especificación

<b>40</b>	2,58	2,58	7,3212	0,3439	6,0382	0,335 5	3b	por cálculo especificación
<b>41</b>	2,58	2,58	8,2568	0,3702	6,1358	0,340 9	3b	por cálculo especificación
<b>42</b>	2,58	2,58	3,6899	0,2341	5,9798	0,332 2	3b	por cálculo especificación
<b>43</b>	2,58	2,58	4,3578	0,2161	5,8911	0,327 3	3b	por cálculo especificación
<b>44</b>	2,58	2,58	5,2294	0,2456	6,0382	0,335 5	3b	por cálculo especificación
<b>45</b>	2,58	2,58	5,8977	0,2644	6,1358	0,340 9	3b	por cálculo especificación
<b>46</b>	3,18	3,18	19,964 2	0,9901	16,291 8	0,307 4	3b	por cálculo especificación

*Tabla Anexo 2.2 Resultado de la variante 2B. (Elaborado por la autora)*

<b>Sección</b>	<b>Asc</b>	<b>Asc min</b>	<b>Ast</b>	<b>Nc</b>	<b>c</b>	<b>k</b>	<b>Cas o</b>	<b>Observación</b>
<b>1</b>	2,58	2,58	5,6009	0,3298	5,9873	0,332 6	3b	por cálculo especificación
<b>2</b>	2,58	2,58	4,0006	0,2356	5,9873	0,332 6	3b	por cálculo especificación
<b>3</b>	2,58	2,58	12,264 0	0,6561	7,4409	0,323 5	3b	por cálculo especificación
<b>4</b>	2,58	2,58	12,481 4	0,6766	7,5565	0,328 5	3b	por cálculo especificación
<b>5</b>	2,58	2,58	13,917 8	0,6922	7,6462	0,332 4	3b	por cálculo especificación
<b>6</b>	2,58	2,58	9,9413	0,4944	7,6462	0,332 4	3b	por cálculo especificación
<b>7</b>	2,58	2,58	8,7600	0,4686	7,4409	0,323 5	3b	por cálculo especificación

<b>8</b>	2,58	2,58	8,9931	0,4906	7,6148	0,331 1	3b	por cálculo especificación
<b>9</b>	2,58	2,58	13,201 4	0,6435	9,0983	0,324 9	3b	por cálculo especificación
<b>10</b>	2,58	2,58	18,481 9	0,9009	9,0983	0,324 9	3b	por cálculo especificación
<b>11</b>	2,58	2,58	15,899 8	0,8929	9,0327	0,322 6	3b	por cálculo especificación
<b>12</b>	2,58	2,58	11,357 0	0,6378	9,0327	0,322 6	3b	por cálculo especificación
<b>13</b>	2,58	2,58	14,786 3	0,6558	9,2430	0,330 1	3b	por cálculo especificación
<b>14</b>	2,58	2,58	20,700 8	0,9181	9,2430	0,330 1	3b	por cálculo especificación
<b>15</b>	2,58	2,58	10,657 7	0,7287	10,205 3	0,309 3	3b	por cálculo especificación
<b>16</b>	2,58	2,58	12,982 7	0,7357	10,309 7	0,312 4	3b	por cálculo especificación
<b>17</b>	2,58	2,58	15,845 1	0,7743	10,916 5	0,330 8	3b	por cálculo especificación
<b>18</b>	2,58	2,58	17,621 1	0,7802	11,017 4	0,333 9	3b	por cálculo especificación
<b>19</b>	2,58	2,58	9,0003	0,9128	9,1977	0,278 7	3b	por cálculo especificación
<b>20</b>	2,58	2,58	10,941 7	0,9397	9,4310	0,285 8	3b	por cálculo especificación
<b>21</b>	2,58	2,58	12,882 1	0,9727	9,7345	0,295 0	3b	por cálculo especificación
<b>22</b>	2,58	2,58	6,4288	0,6520	9,1977	0,278 7	3b	por cálculo especificación
<b>23</b>	2,58	2,58	7,8155	0,6712	9,4310	0,285 8	3b	por cálculo especificación
<b>24</b>	2,58	2,58	9,2015	0,6948	9,7345	0,295 0	3b	por cálculo especificación

<b>25</b>	2,58	2,58	10,583 9	0,7306	10,234 0	0,310 1	3b	por cálculo especificación
<b>26</b>	2,58	2,58	18,639 6	0,7751	10,931 4	0,331 3	3b	por cálculo especificación
<b>27</b>	2,58	2,58	20,879 0	0,7846	11,091 1	0,336 1	3b	por cálculo especificación
<b>28</b>	2,58	2,58	15,849 5	0,7645	10,756 0	0,325 9	3b	por cálculo especificación
<b>29</b>	2,58	2,58	13,055 1	0,7635	10,740 0	0,325 5	3b	por cálculo especificación
<b>30</b>	2,58	2,58	6,4238	0,5537	6,9140	0,300 6	3b	por cálculo especificación
<b>31</b>	2,58	2,58	7,9356	0,5912	7,0981	0,308 6	3b	por cálculo especificación
<b>32</b>	2,58	2,58	9,4474	0,6354	7,3279	0,318 6	3b	por cálculo especificación
<b>33</b>	2,58	2,58	10,313 1	0,6302	7,3002	0,317 4	3b	por cálculo especificación
<b>34</b>	2,58	2,58	4,5884	0,3955	6,9140	0,300 6	3b	por cálculo especificación
<b>35</b>	2,58	2,58	5,8213	0,4434	7,2506	0,315 2	3b	por cálculo especificación
<b>36</b>	2,58	2,58	6,7481	0,4538	27,327 9	0,318 6	3b	por cálculo especificación
<b>37</b>	2,58	2,58	7,3665	0,4501	7,3002	0,317 4	3b	por cálculo especificación
<b>38</b>	2,58	2,58	4,8809	0,2716	5,7857	0,321 4	3b	por cálculo especificación
<b>39</b>	2,58	2,58	6,1009	0,3025	5,8911	0,327 3	3b	por cálculo especificación
<b>40</b>	2,58	2,58	7,3212	0,3439	6,0382	0,335 5	3b	por cálculo especificación
<b>41</b>	2,58	2,58	8,2568	0,3702	6,1358	0,340 9	3b	por cálculo especificación

<b>42</b>	2,58	2,58	3,6899	0,2341	5,9798	0,332 2	3b	por cálculo especificación
<b>43</b>	2,58	2,58	4,3578	0,2161	5,8911	0,327 3	3b	por cálculo especificación
<b>44</b>	2,58	2,58	5,2294	0,2456	6,0382	0,335 5	3b	por cálculo especificación
<b>45</b>	2,58	2,58	5,8977	0,2644	6,1358	0,340 9	3b	por cálculo especificación
<b>46</b>	3,18	3,18	19,964 2	0,9901	16,291 8	0,307 4	3b	por cálculo especificación

*Tabla Anexo 2.3 Resultado de la variante 1B. (Elaborado por la autora)*

<b>Sección</b>	<b>Asc</b>	<b>Ascmin</b>	<b>Ast</b>	<b>Nc</b>	<b>c</b>	<b>Observación</b>
<b>1</b>	2,58	2,58	5,6053	0,5185	6,7500	por cálculo especificación
<b>2</b>	2,58	2,58	4,0038	0,3704	6,7500	por cálculo especificación
<b>3</b>	2,58	2,58	12,4242	0,8406	8,6250	por cálculo especificación
<b>4</b>	2,58	2,58	12,6299	0,8406	8,6250	por cálculo especificación
<b>5</b>	2,58	2,58	14,0479	0,8406	8,6250	por cálculo especificación
<b>6</b>	2,58	2,58	10,0342	0,6004	8,6250	por cálculo especificación
<b>7</b>	2,58	2,58	8,8744	0,6004	8,6250	por cálculo especificación
<b>8</b>	2,58	2,58	9,0949	0,6004	8,6250	por cálculo especificación
<b>9</b>	2,58	2,58	13,4479	0,7483	10,5000	por cálculo especificación
<b>10</b>	2,58	2,58	18,8271	1	10,5000	por cálculo especificación

<b>11</b>	2,58	2,58	16,2168	1	10,5000	por cálculo especificación
<b>12</b>	2,58	2,58	11,5834	0,7483	10,5000	por cálculo especificación
<b>13</b>	2,58	2,58	15,0106	0,7483	10,5000	por cálculo especificación
<b>14</b>	2,58	2,58	21,0148	1	10,5000	por cálculo especificación
<b>15</b>	2,58	2,58	10,9641	0,8514	12,3750	por cálculo especificación
<b>16</b>	2,58	2,58	13,3508	0,8514	12,3750	por cálculo especificación
<b>17</b>	2,58	2,58	16,1578	0,8514	12,3750	por cálculo especificación
<b>18</b>	2,58	2,58	17,9203	0,8514	12,3750	por cálculo especificación
<b>19</b>	2,58	2,58	9,3421	1	12,3750	por cálculo especificación
<b>20</b>	2,58	2,58	11,3469	1	12,3750	por cálculo especificación
<b>21</b>	2,58	2,58	13,3080	1	12,3750	por cálculo especificación
<b>22</b>	2,58	2,58	6,6729	0,8514	12,3750	por cálculo especificación
<b>23</b>	2,58	2,58	8,1049	0,8514	12,3750	por cálculo especificación
<b>24</b>	2,58	2,58	9,5057	0,8514	12,3750	por cálculo especificación
<b>25</b>	2,58	2,58	10,8467	0,8514	12,3750	por cálculo especificación
<b>26</b>	2,58	2,58	19,0115	0,8514	12,3750	por cálculo especificación
<b>27</b>	2,58	2,58	21,2209	0,8514	12,3750	por cálculo especificación

<b>28</b>	2,58	2,58	16,2099	0,8514	12,3750	por cálculo especificación
<b>29</b>	2,58	2,58	13,3458	0,8514	12,3750	por cálculo especificación
<b>30</b>	2,58	2,58	6,5339	0,8406	8,6250	por cálculo especificación
<b>31</b>	2,58	2,58	8,0645	0,8406	8,6250	por cálculo especificación
<b>32</b>	2,58	2,58	9,5753	0,8406	8,6250	por cálculo especificación
<b>33</b>	2,58	2,58	10,4330	0,8406	8,6250	por cálculo especificación
<b>34</b>	2,58	2,58	4,6671	0,6004	8,6250	por cálculo especificación
<b>35</b>	2,58	2,58	5,9073	0,6004	8,6250	por cálculo especificación
<b>36</b>	2,58	2,58	6,8395	0,6004	8,6250	por cálculo especificación
<b>37</b>	2,58	2,58	7,4522	0,6004	8,6250	por cálculo especificación
<b>38</b>	2,58	2,58	4,8985	0,5185	6,7500	por cálculo especificación
<b>39</b>	2,58	2,58	6,1231	0,5185	6,7500	por cálculo especificación
<b>40</b>	2,58	2,58	7,3412	0,5185	6,7500	por cálculo especificación
<b>41</b>	2,58	2,58	8,2655	0,5185	6,7500	por cálculo especificación
<b>42</b>	2,58	2,58	3,7024	0,3704	6,7500	por cálculo especificación
<b>43</b>	2,58	2,58	4,3736	0,3704	6,7500	por cálculo especificación
<b>44</b>	2,58	2,58	5,2437	0,3704	6,7500	por cálculo especificación

<b>45</b>	2,58	2,58	5,9039	0,3704	6,7500	por cálculo especificación
<b>46</b>	3,18	3,18	20,7632	1	19,8750	por cálculo especificación

*Tabla Anexo 2.4 Comparación de las variantes 1B, 2B y 3B.*

<b>Secciones</b>	<b>Variante 1B Ast(cm2)</b>	<b>Variante 2B Ast(cm2)</b>	<b>Variante 3B Ast(cm2)</b>	<b>Diferencia (%) 3B/1B</b>	<b>Diferencia (%) 3B/2B</b>
<b>1</b>	5,6053	5,6009	5,6009	99,9215029	100
<b>2</b>	4,0038	4,0006	4,0006	99,9200759	100
<b>3</b>	12,4242	12,2640	12,2640	98,710581	100
<b>4</b>	12,6299	12,4814	12,4814	98,8242187	100
<b>5</b>	14,0479	13,9178	13,9178	99,0738829	100
<b>6</b>	10,0342	9,9413	9,9413	99,0741664	100
<b>7</b>	8,8744	8,7600	8,7600	98,7108988	100
<b>8</b>	9,0949	8,9931	8,9931	98,8806914	100
<b>9</b>	13,4479	13,2014	13,2014	98,1670001	100
<b>10</b>	18,8271	18,4819	18,4819	98,1664728	100
<b>11</b>	16,2168	15,8998	15,8998	98,045237	100
<b>12</b>	11,5834	11,3570	11,3570	98,0454789	100
<b>13</b>	15,0106	14,7863	14,7863	98,5057226	100
<b>14</b>	21,0148	20,7008	20,7008	98,5058149	100
<b>15</b>	10,9641	10,6577	10,6577	97,205425	100
<b>16</b>	13,3508	12,9827	12,9827	97,2428619	100
<b>17</b>	16,1578	15,8451	15,8451	98,0647118	100
<b>18</b>	17,9203	17,6211	17,6211	98,3303851	100
<b>19</b>	9,3421	9,0003	9,0003	96,3412937	100
<b>20</b>	11,3469	10,9417	10,9417	96,4289806	100
<b>21</b>	13,3080	12,8821	12,8821	96,7996694	100
<b>22</b>	6,6729	6,4288	6,4288	96,3419203	100

<b>23</b>	8,1049	7,8155	7,8155	96,4293205	100
<b>24</b>	9,5057	9,2015	9,2015	96,7998148	100
<b>25</b>	10,8467	10,5839	10,5839	97,5771433	100
<b>26</b>	19,0115	18,6396	18,6396	98,0438156	100
<b>27</b>	21,2209	20,8790	20,8790	98,3888525	100
<b>28</b>	16,2099	15,8495	15,8495	97,7766673	100
<b>29</b>	13,3458	13,0551	13,0551	97,8217866	100
<b>30</b>	6,5339	6,4238	6,4238	98,3149421	100
<b>31</b>	8,0645	7,9356	7,9356	98,4016368	100
<b>32</b>	9,5753	9,4474	9,4474	98,6642716	100
<b>33</b>	10,4330	10,3131	10,3131	98,850762	100
<b>34</b>	4,6671	4,5884	4,5884	98,313728	100
<b>35</b>	5,9073	5,8213	5,8213	98,5441742	100
<b>36</b>	6,8395	6,7481	6,7481	98,663645	100
<b>37</b>	7,4522	7,3665	7,3665	98,850004	100
<b>38</b>	4,8985	4,8809	4,8809	99,6407063	100
<b>39</b>	6,1231	6,1009	6,1009	99,6374386	100
<b>40</b>	7,3412	7,3212	7,3212	99,727565	100
<b>41</b>	8,2655	8,2568	8,2568	99,8947432	100
<b>42</b>	3,7024	3,6899	3,6899	99,6623812	100
<b>43</b>	4,3736	4,3578	4,3578	99,6387415	100
<b>44</b>	5,2437	5,2294	5,2294	99,7272918	100
<b>45</b>	5,9039	5,8977	5,8977	99,8949847	100
<b>46</b>	20,7632	19,9642	19,9642	96,1518456	100

*Código 1A. Programación en Matlab de la variante A. (Elaborado por la autora)*

```
disp('-----FLEXION EN VIGAS-----');
global Mn Asc fy fc dsc d b Es B1 dst h;
fc=3.5;
fy=42;
if fc<=2.8;
B1=0.85;
else
B1=1.05-(fc*10/140);
end;
fi=0.9;
Es=20000;
h=60;
b=30
dst=7;
dsc=5;
M=35000;
d=h-dst;
Astmin=(0.04*fc/fy)*b*d;
Ascmin=0.002*b*d;
if Ascmin < 2.58;
Ascmin=2.58;
end;
if fy == 24
kb = 0.719;
elseif fy == 30
kb = 0.667;
elseif fy == 42
kb = 0.558;
end;
Mn=M/fi;
Mt =(0.85*fc*b*0.375*d*B1)*(d-(0.375*d*B1)/2);
Mb =0.85*fc*b*kb*d*B1*(d-(kb*d*B1)/2);
if Mn>1.33*Mb;
disp('redimensionar la sección')
break
else
if Mn>=Mt
disp('requiere refuerzo en compresión por cálculo');
break
else
disp('sin refuerzo a compresión, refuerzo por especificación');
Asc = Ascmin;
a = d-(d^2-2*(Mn)/(0.85*fc*b))^(0.5);
c=a/B1;
k=(a/B1/d);
if k>0.231
Nc = (Es/fy)*(c - dsc)/c*0.003;
else
Nc = (Es/fy)*(c - dsc)/(d - c)*0.01;
end;
if Nc > 1
Nc = 1;
end;
end;
```

```

end;
Ast = (0.85*fc*b*a)/fy;
if Ast <= Astmin
Ast = Astmin;
end;

```

*Código 2A. Programación en Matlab de la variante A. (Elaborado por la autora)*

```

disp('-----FLEXION EN VIGAS-----');
global Mn Asc fy fc dsc d b Es B1 dst h;
fc=3.5;
fy=30;
if fc<=2.8;
B1=0.85;
else
B1=1.05-(fc*10/140);
end;
fi=0.9;
Es=20000;
h=40;
b=30;
dst=7;
dsc=5;
M=20000;
d=h-dst;
Astmin=(0.04*fc/fy)*b*d;
Ascmin=0.002*b*d;
if Ascmin < 2.58;
Ascmin=2.58;
end;
if fy == 24
kb = 0.719;
elseif fy == 30
kb = 0.667;
elseif fy == 42
kb = 0.558;
end;
Mn=M/fi;
Mt =(0.85*fc*b*0.375*d*B1)*(d-(0.375*d*B1)/2);
Mb =0.85*fc*b*kb*d*B1*(d-(kb*d*B1)/2);
if Mn>1.33*Mb;
disp('redimensionar la sección')
break
else
if Mn>=Mt
disp('requiere refuerzo en compresión por cálculo');
a = 0.375*d*B1;
c=a/B1;
if 0.375 >= dsc/d
Nc = 0.375-(dsc/d);
if Nc > 1
Nc = 1;
end;

```

```

Asc = (Mn-0.85*fc*b*a*(d-a/2))/(Nc*fy*(d-dsc));
if Asc <= Ascmin;
Asc = Ascmin;
disp('refuerzo en compresión por especificaciones');
a = d-(d^2-2*(Mn - fy*Asc*(d - dsc))/(0.85*fc*b))^(0.5);
c=a/B1;
k=(a/B1/d);
if k>0.231
Nc = (Es/fy)*(c - dsc)/c*0.003;
else
Nc = (Es/fy)*(c - dsc)/(d - c)*0.01;
end;
if Nc > 1
Nc = 1;
else
x0=[0.375*d 1];
options = optimset('Display', 'off',
'TolFun', 1e-10);
L=fsolve(@ecudom3b,x0,options);
c3b = L(:,1);
Nc3b = L(:,2);
if c3b >= 0.231*d && c3b<= 0.375*d && Nc3b > 0
c =c3b;
Nc=Nc3b;
a =B1*c;
else
x0=[0.231 1];
options = optimset('Display', 'off',
'TolFun', 1e-10);
L=fsolve(@ecudom2b,x0,options);
c2b = L(:,1);
Nc2b = L(:,2);
if c2b < 0.231*d && Nc2b > 0
c = c2b;
Nc= Nc2b;
a = B1*c;
else
x0=[dsc-1 1];
options = optimset('Display', 'off',
'TolFun', 1e-10);
L=fsolve(@ecudom2a,x0,options);
c2a = L(:,1);
Nc2a= L(:,2);
if c2a < 0.231*d && Nc2a > 0
c = c2a;
Nc = Nc2a;
a = B1*c;
else
x0=[dsc-1 1];
options = optimset('Display', 'off',
'TolFun', 1e-10);
L=fsolve(@ecudom3a,x0,options);
c3a = L(:,1);
Nc3a = L(:,2);
c = c3a;
Nc = Nc3a;
a = B1*c;

```

```

end;
end;
end;
end;
k = c/d;
end;
else
disp('redimensionar la sección');
break
end;
else
disp('sin refuerzo a compresión, refuerzo por especificación');
Asc = Ascmin;
a = d-(d^2-2*(Mn - fy*Asc*(d - dsc))/(0.85*fc*b))^(0.5);
c=a/B1;
k=(a/B1/d);
if k>0.231
Nc = (Es/fy)*(c - dsc)/c*0.003;
else
Nc = (Es/fy)*(c - dsc)/(d - c)*0.01;
end;
if Nc > 1
Nc = 1;
else
x0=[0.375*d 1];
options = optimset('Display', 'off',
'TolFun', 1e-10);
L=fsolve(@ecudom3b,x0,options);
c3b = L(:,1);
Nc3b = L(:,2);
if c3b >= 0.231*d && c3b<= 0.375*d && Nc3b > 0
c =c3b;
Nc=Nc3b;
a =B1*c;
else
x0=[0.231 1];
options = optimset('Display', 'off',
'TolFun', 1e-10);
L=fsolve(@ecudom2b,x0,options);
c2b = L(:,1);
Nc2b = L(:,2);
if c2b < 0.231*d && Nc2b > 0
c = c2b;
Nc= Nc2b;
a = B1*c;
else % Caso 2a
x0=[dsc-1 1];
options = optimset('Display', 'off',
'TolFun', 1e-10);
L=fsolve(@ecudom2a,x0,options);
c2a = L(:,1);
Nc2a= L(:,2);
if c2a < 0.231*d && Nc2a > 0
c = c2a;
Nc = Nc2a;
a = B1*c;
else

```

```

x0=[dsc-1 1];
options = optimset('Display', 'off',
'TolFun', 1e-10);
L=fsolve(@ecudom3a,x0,options);
c3a = L(:,1);
Nc3a = L(:,2);
c = c3a;
Nc = Nc3a;
a = B1*c;
end;
end;
end;
end;
end;
end;
if c >= dsc
Ast = (0.85*fc*b*a + Nc*Asc*fy)/fy;
else
Ast = (0.85*fc*b*a - Nc*Asc*fy)/fy;
end;
if Ast <= Astmin
Ast = Astmin;
end;

```

*Código 1B. Programación en Matlab de la variante B. (Elaborado por la autora)*

```

disp('-----FLEXION EN VIGAS-----');
global Mn Asc fy fc dsc d b Es B1 dst h;
fc=3.5;
fy=30;
if fc<=2.8;
B1=0.85;
else
B1=1.05-(fc*10/140);
end;
fi=0.9;
Es=20000;
h=25;
b=15;
dst=7;
dsc=5;
M=3400;
d=h-dst;
Astmin=(0.04*fc/fy)*b*d;
Ascmin=0.002*b*d;
if Ascmin < 2.58;
Ascmin=2.58;
end;
if fy == 24
kb = 0.719;
elseif fy == 30
kb = 0.667;
elseif fy == 42

```

```

kb = 0.558;
end;
Mn=M/fi;
Mt =(0.85*fc*b*0.375*d*B1)*(d-(0.375*d*B1)/2);
Mb =0.85*fc*b*kb*d*B1*(d-(kb*d*B1)/2);
if Mn>1.33*Mb;
disp('redimensionar la sección');
break
else
if Mn>=Mt
disp('requiere refuerzo en compresión por cálculo');
a = 0.375*d*B1;
c=a/B1;
if 0.375 >= dsc/d
Nc = (Es/fy)*(0.375 - dsc/d)/0.375*0.003;
if Nc > 1
Nc = 1;
end;
Asc = (Mn-0.85*fc*b*a*(d-a/2))/(Nc*fy*(d-dsc));
else
disp('redimensionar la sección');
break
end;
else
disp('sin refuerzo a compresión, refuerzo por especificación');
break
end;
end;
if c >= dsc
Ast = (0.85*fc*b*a + Nc*Asc*fy)/fy;
else % k < dsc/d
Ast = (0.85*fc*b*a - Nc*Asc*fy)/fy;
end
if Asc <= Ascmin
Asc = Ascmin;
end
if Ast <= Astmin
Ast = Astmin;
end;
end;

```

*Código 2B. Programación en Matlab de la variante B. (Elaborado por la autora)*

```

disp('-----FLEXION EN VIGAS-----');
global Mn Asc fy fc dsc d b Es B1 dst h;
fc=3.5;
fy=30;
if fc<=2.8;
B1=0.85;
else
B1=1.05-(fc*10/140);
end;
fi=0.9;
Es=20000;

```

```

h=25;
b=15;
dst=7;
dsc=5;
M=3400;
d=h-dst;
Astmin=(0.04*fc/fy)*b*d;
Ascmin=0.002*b*d;
if Ascmin < 2.58;
Ascmin=2.58;
end;
if fy == 24
kb = 0.719;
elseif fy == 30
kb = 0.667;
elseif fy == 42
kb = 0.558;
end;
Mn=M/fi;
Mt =(0.85*fc*b*0.375*d*B1)*(d-(0.375*d*B1)/2);
Mb =0.85*fc*b*kb*d*B1*(d-(kb*d*B1)/2);
if Mn>1.33*Mb;
disp('redimensionar la sección');
break
else
if Mn>=Mt
disp('requiere refuerzo en compresión por cálculo');
a = 0.375*d*B1;
c=a/B1;
if 0.375 >= dsc/d
Nc = (Es/fy)*(0.375 - dsc/d)/0.375*0.003;
if Nc > 1
Nc = 1;
end;
Asc = (Mn-0.85*fc*b*a*(d-a/2))/(Nc*fy*(d-dsc));
if Asc <= Ascmin
Asc = Ascmin;
disp('refuerzo en compresión por especificaciones');
a = d-(d^2-2*(Mn - fy*Asc*(d - dsc))/(0.85*fc*b))^(0.5);
c=a/B1;
k=(a/B1/d);
if k>0.231
Nc = (Es/fy)*(c - dsc)/c*0.003;
else
Nc = (Es/fy)*(c - dsc)/(d - c)*0.01;
end
if Nc > 1
Nc = 1;
else
A1 = 0.5*B1;
A2 = -d;
A3 = (Mn - 0.003*Es*Asc*(d-dsc))/(0.85*b*B1*fc);
A4 = (0.003*Es*Asc*(d-dsc)*dsc)/(0.85*b*B1*fc);
Xx = [A1 A2 A3 A4];
x = roots(Xx);
xP1 = x(1,:);
xP2 = x(2,:);

```

```

xP3 = x(3,:);
c = xP2;
k=(c/d);
a = B1*c;
if k>0.231
Nc = (Es/fy)*(c - dsc)/c*0.003; %Dominio 3
else
Nc = (Es/fy)*(c - dsc)/(d - c)*0.01; %Dominio 2
end
end;
end;
else
disp('redimensionar la sección');
break
end;
else
disp('sin refuerzo a compresión, refuerzo por especificación');
break
end;
end;
if c >= dsc
Ast = (0.85*fc*b*a + Nc*Asc*fy)/fy;
else % k < dsc/d
Ast = (0.85*fc*b*a - Nc*Asc*fy)/fy;
end
if Ast <= Astmin
Ast = Astmin;
end;

```

*Código 3B. Programación en Matlab de la variante B. (Elaborado por la autora)*

```

disp('-----FLEXION EN VIGAS-----');
global Mn Asc fy fc dsc d b Es B1 dst h;
fc=3.5;
fy=30;
if fc<=2.8;
B1=0.85;
else
B1=1.05-(fc*10/140);
end;
fi=0.9;
Es=20000;
h=40;
b=30;
dst=7;
dsc=5;
M=20000;
d=h-dst;
Astmin=(0.04*fc/fy)*b*d;

```

```

Ascmin=0.002*b*d;
if Ascmin < 2.58;
Ascmin=2.58;
end;
if fy == 24
kb = 0.719;
elseif fy == 30
kb = 0.667;
elseif fy == 42
kb = 0.558;
end;
Mn=M/fi;
Mt =(0.85*fc*b*0.375*d*B1)*(d-(0.375*d*B1)/2);
Mb =0.85*fc*b*kb*d*B1*(d-(kb*d*B1)/2);
if Mn>1.33*Mb;
disp('redimensionar la sección')
break
else
if Mn>=Mt
disp('requiere refuerzo en compresión por cálculo');
a = 0.375*d*B1;
c=a/B1;
if 0.375 >= dsc/d
Nc = 0.375-(dsc/d);
if Nc > 1
Nc = 1;
end;
Asc = (Mn-0.85*fc*b*a*(d-a/2))/(Nc*fy*(d-dsc));
if Asc <= Ascmin;
Asc = Ascmin;
disp('refuerzo en compresión por especificaciones');
a = d-(d^2-2*(Mn - fy*Asc*(d - dsc))/(0.85*fc*b))^(0.5);
c=a/B1;
k=(a/B1/d);
if k>0.231
Nc = (Es/fy)*(c - dsc)/c*0.003;
else
Nc = (Es/fy)*(c - dsc)/(d - c)*0.01;
end;
if Nc > 1
Nc = 1;
else
x0=[0.375*d 1];
options = optimset('Display', 'off',
'TolFun', 1e-10);
L=fsolve(@ecudom3b,x0,options);
c3b = L(:,1);
Nc3b = L(:,2);
if c3b >= 0.231*d && c3b<= 0.375*d && Nc3b > 0
c =c3b;
Nc=Nc3b;
a =B1*c;
else
x0=[0.231 1];
options = optimset('Display', 'off',
'TolFun', 1e-10);
L=fsolve(@ecudom2b,x0,options);

```

```

c2b = L(:,1);
Nc2b = L(:,2);
if c2b < 0.231*d && Nc2b > 0
c = c2b;
Nc= Nc2b;
a = B1*c;
else
x0=[dsc-1 1];
options = optimset('Display', 'off',
'TolFun', 1e-10);
L=fsolve(@ecudom2a,x0,options);
c2a = L(:,1);
Nc2a= L(:,2);
if c2a < 0.231*d && Nc2a > 0
c = c2a;
Nc = Nc2a;
a = B1*c;
else
x0=[dsc-1 1];
options = optimset('Display', 'off',
'TolFun', 1e-10);
L=fsolve(@ecudom3a,x0,options);
c3a = L(:,1);
Nc3a = L(:,2);
c = c3a;
Nc = Nc3a;
a = B1*c;
end;
end;
end;
end;
k = c/d;
end;
else
disp('redimensionar la sección');
break
end;
else
disp('sin refuerzo a compresión, refuerzo por especificación');
Asc = Ascmin;
a = d-(d^2-2*(Mn - fy*Asc*(d - dsc))/(0.85*fc*b))^(0.5);
c=a/B1;
k=(a/B1/d);
if k>0.231
Nc = (Es/fy)*(c - dsc)/c*0.003;
else
Nc = (Es/fy)*(c - dsc)/(d - c)*0.01;
end;
if Nc > 1
Nc = 1;
else
x0=[0.375*d 1];
options = optimset('Display', 'off',
'TolFun', 1e-10);
L=fsolve(@ecudom3b,x0,options);
c3b = L(:,1);
Nc3b = L(:,2);

```

```

if c3b >= 0.231*d && c3b<= 0.375*d && Nc3b > 0
c =c3b;
Nc=Nc3b;
a =B1*c;
else
x0=[0.231 1];
options = optimset('Display', 'off',
'TolFun', 1e-10);
L=fsolve(@ecudom2b,x0,options);
c2b = L(:,1);
Nc2b = L(:,2);
if c2b < 0.231*d && Nc2b > 0
c = c2b;
Nc= Nc2b;
a = B1*c;
else % Caso 2a
x0=[dsc-1 1];
options = optimset('Display', 'off',
'TolFun', 1e-10);
L=fsolve(@ecudom2a,x0,options);
c2a = L(:,1);
Nc2a= L(:,2);
if c2a < 0.231*d && Nc2a > 0
c = c2a;
Nc = Nc2a;
a = B1*c;
else
x0=[dsc-1 1];
options = optimset('Display', 'off',
'TolFun', 1e-10);
L=fsolve(@ecudom3a,x0,options);
c3a = L(:,1);
Nc3a = L(:,2);
c = c3a;
Nc = Nc3a;
a = B1*c;
end;
end;
end;
end;
end;
end;
end;
if c >= dsc
Ast = (0.85*fc*b*a + Nc*Asc*fy)/fy;
else
Ast = (0.85*fc*b*a - Nc*Asc*fy)/fy;
end;
if Ast <= Astmin
Ast = Astmin;
end;

```