



UNIVERSIDAD DE MATANZAS "CAMILO CIENFUEGOS"  
FACULTAD DE INGENIERÍAS QUÍMICA Y MECÁNICA

OPTIMIZACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE ESTABILIDAD  
DE PROCESOS BIOLÓGICOS DE DEPURACIÓN DE  
AGUAS RESIDUALES A TRAVÉS MODELOS  
DE DINÁMICA DE SISTEMA

Tesis presentada en opción al título académico de máster en  
control y tratamiento de la contaminación ambiental.

Autor: **Ing. Agustín Benítez Hernández**

*Profesor Asistente*

*Departamento de Química e Ingeniería Química*

Tutores: **Dr. Félix Juan Domínguez Alonso**

*Profesor Asistente*

*Departamento de Química e Ingeniería Química*

**Dra. Juana Zoila Junco Horta**

*Profesora Titular*

*Centro de Estudios de Medio Ambiente de Matanzas*

Ciudad de Matanzas. Cuba

2003

*a mi padre*

# AGRADECIMIENTOS

---

Deseo agradecer de forma muy especial a mis tutores Dr. Felix Juan Domínguez Alonso y Dra. Juana Zoila Junco Horta la cooperación y los consejos brindados.

Agradezco a todos mis familiares, particularmente a mi esposa, sin cuyo concurso no hubiera podido llevar a término este trabajo.

A todos los compañeros que me han ayudado; en especial a Ramón Quiza Sardiñas, Eduardo Torres Alpizar, Nieves Falcón González e Irina Pedroso Rodríguez por asumir parte de mi trabajo; muchas gracias.

## RESUMEN

---

Con el fin de desarrollar un modelo matemático que refleje la dinámica de los sistemas biológicos de tratamiento de aguas residuales de cultivo suspendido se realiza un análisis bibliográfico crítico de la literatura relacionada con la modelación de estos sistemas y la cinética microbiana de los procesos que en ella ocurren, así como los softwares disponibles para facilitar la modelación y posterior simulación.

Se aplica la metodología de *dinámica de sistemas* para desarrollar el modelo y se ajusta este a las condiciones de la EDAR por lodos activados “Sol Palmeras” de Varadero con un error menor a 9%. El análisis de sensibilidad demuestra que el modelo responde correctamente a los cambios de carga en el afluente.

Se optimizan los parámetros de estabilidad de esta planta después de ocurrir un aumento brusco en la carga contaminante del afluente y se obtiene la fracción que se debe purgar de la corriente de lodo para hacer lo más estable posible el funcionamiento de la EDAR después de la perturbación.

# TABLA DE CONTENIDO

---

<b>INTRODUCCION</b>	<b>1</b>
<b>CAPITULO 1: Análisis Bibliográfico</b>	<b>4</b>
<i>Inventario y caracterización del objeto</i>	4
1.1 Aguas residuales.	4
1.1.1 Agua residual doméstica.	5
1.1.2 Características del agua residual doméstica.	5
1.2 Sistemas de tratamiento de aguas residuales.	7
1.2.1 Sistemas de tratamiento por lodos activados.	8
1.2.2 Sistemas de tratamiento por lagunas de oxidación.	11
1.3 Modelos matemáticos.	14
1.3.1 Crecimiento celular.	15
1.3.2 Utilización del sustrato.	15
1.3.3 Metabolismo endógeno.	16
1.3.4 Determinación de los coeficientes cinéticos.	16
1.3.5 Efecto de la temperatura.	18
1.4 Enfoque sistémico.	18
1.4.1 Dinámica de sistemas.	18
1.4.2 Software para la dinámica de sistemas.	20
<i>Conclusiones parciales</i>	21
<b>CAPITULO 2: Descripción Dinámica de Sistemas de Tratamiento Aerobio de Cultivo Suspendido</b>	<b>22</b>
<i>Análisis integral</i>	22
2.1 Identificación de los elementos cruciales.	22
2.2 Diagrama causal y relaciones fundamentales.	23
2.3 Diagrama de Forrester y ecuaciones correspondientes.	24
2.3.1 Entrada de materia orgánica.	26
2.3.2 Consumo de materia orgánica y crecimiento de microorganismos.	27
2.3.3 Disminución de microorganismos heterótrofos.	28

2.3.4 Entrada de nitrógeno amoniacal.	30
2.3.5 Consumo de nitrógeno amoniacal y crecimiento de microorganismos.	30
2.3.6 Disminución de microorganismos nitrificantes.	32
2.3.7 Disminución de microorganismos inertes.	33
2.4 Definición precisa de cada magnitud.	34
2.5 Calibrado del modelo.	35
2.5.1 Resultados de la calibración.	35
2.6 Análisis de sensibilidad.	36
2.6.1 Resultados del análisis de sensibilidad.	37
<i>Conclusiones parciales</i>	38
<b>CAPITULO 3: Estudio Simulado y Optimización del Sistema</b>	<b>39</b>
<i>Diagnóstico y prognosis</i>	39
3.1 Estabilidad del sistema ante cambios en el parámetro <i>Purga</i> .	39
3.1.1 Resultados del análisis de estabilidad.	40
3.2 Optimización del sistema.	40
3.2.1 Función objetivo.	42
3.3 Diseño experimental.	43
3.3.1 Resultados del diseño experimental.	45
3.4 Minimización del sistema.	47
3.4.1 Resultados de la minimización.	47
<i>Conclusiones parciales</i>	48
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>49</b>
<b>NOMENCLATURA</b>	<b>51</b>
Nomenclatura introducida en el Capítulo 1.	51
Nomenclatura introducida en el Capítulo 2.	52
Nomenclatura introducida en el Capítulo 3.	54
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>55</b>
<b>ANEXO 1: Símbolos de Forrester</b>	<b>66</b>
<b>ANEXO 2: Perfil del Caudal</b>	<b>67</b>
<b>ANEXO 3: Perfil de Temperatura</b>	<b>68</b>
<b>ANEXO 4: Diagrama de Forrester</b>	<b>69</b>
<b>ANEXO 5: Simulación del Caso Base</b>	<b>70</b>

<b>ANEXO 6: Análisis de Sensibilidad</b>	<b>72</b>
<b>ANEXO 7: Diagrama del modelo en <i>ithink</i></b>	<b>75</b>
<b>ANEXO 8: Modelo para <i>Madonna</i></b>	<b>76</b>
<b>ANEXO 9: Análisis de Estabilidad</b>	<b>79</b>
<b>ANEXO 10: Variación de <i>Purga</i></b>	<b>81</b>
<b>ANEXO 11: Diseño Experimental</b>	<b>84</b>
<b>ANEXO 12: Optimización</b>	<b>89</b>
<b>ANEXO 13: Simulación del Caso Óptimo</b>	<b>90</b>

# INTRODUCCION

---

El turismo, la llamada "industria sin humo", se suele ver como uno de los renglones más ecológicos de la economía pues no genera residuales tóxicos, no existen escapes de gases dañinos, acerca al turista a la naturaleza del país. Sin embargo, el creciente desarrollo de la industria turística contribuye de forma notable al deterioro ambiental, fundamentalmente por los efluentes líquidos que se generan en gran magnitud en la actividad diaria de hoteles, restaurantes, cafeterías, entre otros. Estos residuales líquidos son tratados en muchos casos en plantas depuradoras pero no siempre con la calidad requerida por el medio receptor como se ha podido demostrar en trabajos previos (Romero, 1998; Martínez, 1998; Thabet, 1998; Benítez y Martínez, 2002c); pues aunque fueron diseñadas para un funcionamiento óptimo, estas han sido modificadas tecnológicamente y en muchos casos los caudales que se alimentan han aumentado considerablemente (Martínez, Benítez y Domínguez, 2002), .

Muchas de estas plantas pueden recuperar el funcionamiento óptimo readaptando su forma de operación (*retrofit*) (Benítez y Martínez, 2000; Rousseau y Verdonck, 2001b) o realizándoles pequeñas innovaciones tecnológicas al sistema (*revamp*) (Rusten y Siljudalen, 1996; Rousseau y Verdonck, 2001a) sin llegar a realizar una gran inversión de ampliación o modernización. Sin embargo, tanto la readaptación como el enmiendo, requieren de pruebas y tanteos que conduzcan a la eficiencia máxima, los cuales resultan casi imposibles de llevar a cabo en una estación depuradora real en funcionamiento. Brekke y Moxnes (2002) demuestran que la solución más económica para comprobar variantes de *retrofit* o de *revamp* hasta encontrar la óptima, es mediante modelos matemáticos que describan el comportamiento de estas plantas.

En un sistema de tratamiento biológico de aguas residuales urbanas se precisa de un riguroso control del proceso, que permita mantener las condiciones que favorezcan el crecimiento y desarrollo de una flora microbiana capaz de degradar los contaminantes presentes en el agua. Para esto se precisa de un modelo matemático con el cual definir las condiciones óptimas del medio y predecir las características de salida del efluente ante cambios en el sistema. Teniendo en cuenta los aspectos anteriores se formuló el siguiente **problema** a resolver:

*¿Cómo optimizar los parámetros que indican la estabilidad dinámica de los procesos biológicos de depuración de aguas residuales de cultivo suspendido?*

La dificultad en alcanzar la estabilidad estos procesos se debe a los cambios tecnológicos que se le han realizado y al aumento de los caudales que se alimentan, que han desplazado las condicio-

nes óptimas de operación para las cuales fueron diseñadas (Martínez, Benítez y Domínguez, 2002). Reajustando los parámetros de operación y modificando ligeramente el sistema de depuración se pueden recuperar las condiciones óptimas de operación. Basado en lo expuesto, en la información obtenida de la actualización bibliográfica y en la experiencia práctica, se plantea como **hipótesis** del problema:

*Los parámetros de operación de las plantas depuradoras de aguas residuales de cultivo suspendido pueden ser optimizados para obtener la máxima estabilidad dinámica.*

Para poder maximizar la eficiencia de remoción de las estaciones depuradoras de aguas residuales se hace necesario disponer de modelos matemáticos que describan de manera rigurosa la dinámica del sistema.

Existen varios *softwares* que contiene la modelación matemática rigurosa de las estaciones depuradoras; algunos disponibles gratuitamente, por ejemplo Bouchad (1995) enumera los desarrollados por la *U.S. Environmental Protection Agency's* entre los que se encuentran: WASP5 para la simulación del comportamiento de las aguas en general, incluyendo las aguas residuales y EUTRO5 que describe el proceso de eutroficación por nutrientes; otros paquetes comerciales tales como *EnviroPro Designer* y *SuperPro Designer*, desarrollados por *INTELLIGEN Inc.*, son específicos para la simulación de plantas depuradoras. Sin embargo todos estos programas asumen el estado estacionario de operación por lo que ninguno de ellos es capaz de describir el comportamiento de las depuradoras frente a perturbaciones tales como los cambios de temperatura entre el día y la noche, entre el caudal máximo y el mínimo, entre las diferentes estaciones del año.

Por todo lo antes expuesto se propone como **objetivo** de esta investigación:

*Desarrollar el modelo que refleje la dinámica del sistema y permita coadyuvar a una mejor operación de las plantas existentes, entendiéndose por esto que los operadores puedan actuar con una lógica que le permitan ser eficaces y eficientes.*

Para cumplimentar el objetivo anterior se utilizó la metodología general de los estudios de paisajes (Bovet y Ribas, 1992), adaptándola como estrategia de modelación matemática específica para plantas depuradoras de aguas residuales (Benítez y Martínez, 2002 b). En ella se establecen las cinco etapas que constituyen la estructura principal de este trabajo:

- Etapa 1: Organización
- Etapa 2: Inventario y caracterización del objeto
- Etapa 3: Análisis integral
- Etapa 4: Diagnóstico y prognosis

- Etapa 5: Propositiones

La primera etapa corresponde con la definición del problema y la hipótesis formulada para su solución. En la segunda etapa se realiza un análisis crítico de la bibliografía que permita establecer las características del agua residual, las especificaciones tecnológicas de los sistemas de depuradoras, la cinética microbiana y la forma de enfrentar su modelación matemática y posterior simulación dinámica. La etapa tres se dedica al estudio de la estructura vertical, la estructura horizontal, el funcionamiento y la dinámica de los sistemas de tratamiento aerobio de cultivo suspendido. En la cuarta etapa se realiza un estudio dinámico de optimización de varias variables dependientes de una EDAR por lodos activados. En la última de las etapas se plantean las conclusiones y recomendaciones del trabajo.

# CAPITULO 1: Análisis Bibliográfico

---

Una solución al problema del deterioro ambiental por el vertimiento de aguas residuales contaminadas es la depuración artificial de estas antes de incorporarlas nuevamente al ecosistema, mediante el uso de Estaciones Depuradoras de Aguas Residuales (EDARs). Estas plantas de tratamiento basan su funcionamiento en una combinación de operaciones y procesos unitarios específicos, según diferentes tecnologías: lodos activados, lagunas de oxidación, filtros percoladores, biodiscos, digestión anaerobia, entre otras.

## ***Inventario y caracterización del objeto***

Las particularidades de los procesos que ocurren en una EDAR ha sido ampliamente tratado en la literatura especializada, es por ello que el objetivo de este capítulo es realizar un análisis crítico de la bibliografía que permita el establecimiento de las características del agua residual, las especificaciones tecnológicas de los sistemas de depuradoras, la cinética microbiana y la forma de enfrentar su modelación matemática y posterior simulación dinámica.

### **1.1 Aguas residuales.**

Las aguas residuales son el resultado de la utilización del agua para distintos fines. Como consecuencia de este uso, el agua recoge materias en suspensión y disueltas que alteran sus propiedades. Dependiendo del tipo de utilización, las aguas residuales presentan características muy diferentes, en especial entre las aguas residuales urbanas o domésticas, originadas por el uso del agua en las casas, y las aguas residuales industriales, provenientes de instalaciones fabriles. Entre estas últimas la diversidad es muy acusada, ya que la alteración de propiedades del agua resultante del uso industrial puede variar entre contaminación puramente física, como ocurre en la contaminación térmica que presentan las aguas de refrigeración; hasta contaminación bioquímica de gran complejidad en aguas que reciben efluentes de industrias farmacéuticas o químicas (Theodore y Buonicore, 1997).

### ***1.1.1. Agua residual doméstica.***

Como consecuencia del uso del agua potable en las instalaciones de tipo doméstico (casas, hoteles, restaurantes, escuelas, hospitales, entre otros) se incorporan a ésta una serie de sustancias y se genera lo que se denomina aguas residuales urbanas o domésticas. Los focos principales de la contaminación del agua resultante son los procesos de lavado en baños, lavabos, lavadoras y otros y el agua proveniente de los inodoros. Estas actividades provocan una contaminación de tipo físico, químico y biológico.

Para determinar el poder contaminante del agua residual doméstica hay que medir una serie de características que permitan establecer cuantitativamente su impacto en el medio ambiente y la necesidad de tratamiento. Meirlaen y Vanrolleghem (2000) y posteriormente Meirlaen y Huyghebaert (2001) realizan una caracterización del agua residual urbana, puntualizando en las características más importantes a tener en cuenta en la simulación; mientras que Martínez (1998) realiza esta caracterización para el efluente de una EDAR. Carstensen y Vanrolleghem (1998) en su metodología para la modelación de lodos activados coinciden con los autores anteriores en los parámetros que deben ser tenidos en cuenta en la caracterización del agua residual urbana que a su vez son muy similares a los del agua residual industrial (Theodore y Buonicore, 1997), salvo algunos compuestos inorgánicos. A continuación se resumen las que a criterio del autor resultan más importantes.

### ***1.1.2. Características del agua residual doméstica.***

**Caudal:** Es la cantidad de agua residual por unidad de tiempo que llega a la instalación y depende de la población servida por la planta de tratamiento y de las costumbres en relación al uso de agua. Nibis (1998), en su modelo de una laguna de oxidación, hace hincapié en el carácter estacional del caudal, es decir, que la cantidad de agua residual que llega a la planta por día varía de una época a otra. Gómez (1999) y Rolim (2000) coinciden en la forma de la curva de variación estacional del caudal, no así en los valores máximo y mínimo que dependen de la población en que se realizó el estudio. Es criterio de este autor que resulta más recomendable utilizar la curva del perfil unitario, donde el mínimo valor coincide con cero y el máximo con uno (ver Figura A2-2 del Anexo 2) y posteriormente adecuar estos valores a situaciones específicas. Además de estas variaciones estacionales el caudal presenta siempre variaciones diarias, ya que el uso es mucho menor durante la noche y es máximo en la parte central del día. Varios autores (Metcalf & Eddy, 1996; Gómez, 1999 y Rolim, 2000) coinciden en afirmar que la forma de la curva varía ligeramente de una población a otra, y cuanto mayor es la población es más uniforme, ya que las variaciones se amortiguan a medida que aumenta la diversidad de actividades en la zona, sin embargo, al igual que ocurre con las variaciones estacionales, no existe un consenso sobre los

valores límites, por lo que se mantiene el criterio de utilizar la curva unitaria (ver Figura A2-1 del Anexo 2).

**Materia orgánica:** Constituye el objetivo más importante del tratamiento de aguas residuales urbanas. Aunque dentro de la materia orgánica se pueden distinguir distintos tipos de compuestos, más o menos complejos, la totalidad de los autores consultados al respecto (Metcalf & Eddy, 1996; Hernández, 1998; Gros y Ramirez, 1999; Jeppsson, 1999; Mihelcic, 1999; entre otros) evitan el estudio pormenorizado de los componentes de la materia orgánica y utilizan medidas que dan una idea acerca del oxígeno necesario para su estabilización:

- *Demanda bioquímica de oxígeno a los cinco días (DBO5).* Representa la cantidad de oxígeno necesaria para estabilizar biológicamente la materia orgánica contenida en una muestra de agua, incubada durante cinco días a 20° C. Con esta medida se pretende reproducir el consumo de oxígeno en un medio natural.
- *Demanda química de oxígeno:* Estima el oxígeno necesario para oxidar químicamente la materia orgánica y otras formas oxidables presentes en el agua, aventajando a la DBO5 en la rapidez del ensayo (dos horas en lugar de cinco días) y la mayor fiabilidad y reproducibilidad del ensayo. Puesto que por medios químicos la oxidación de la materia orgánica es más completa y por oxidar también otras especies inorgánicas, el valor de la DQO es mayor que el de la DBO5, pudiendo considerarse el doble para aguas residuales urbanas no tratadas (Seoanez, 1999).

**Nutrientes:** Se llaman así las especies químicas utilizadas como alimento en el desarrollo de los microorganismos. Aunque los nutrientes abarcan un gran número de especies que los microorganismos necesitan en poca cantidad, el nombre es utilizado por la mayoría de los autores (Coen, 1997; Drenner, 1997; Kuba, 1997; Martínez y Benítez, 2002) para indicar a las distintas formas de nitrógeno y fósforo, que son los que se necesitan en mayores cantidades:

- *Nitrógeno:* El nitrógeno se encuentra presente en el agua residual en cuatro formas: nitrógeno orgánico, nitrógeno amoniacal, nitrito y nitrato. La conversión biológica de nitrógeno amoniacal a nitratos ocurre cuando la concentración de oxígeno disuelto es suficientemente elevada para mantener un adecuado desarrollo de las bacterias nitrificantes. Esta conversión tiene gran importancia para impedir el acceso del nitrógeno amoniacal a cursos de agua receptores donde puedan tener efectos tóxicos sobre la fauna y ser el principal causante de la eutroficación artificial (VanHooren y Yuan, 2001).
- *Fósforo:* Entre las formas inorgánicas la más importante esta el fósforo soluble (ortofosfatos), que resulta directamente utilizable por los microorganismos (Baetens, 2001).

**Sólidos:** Los sólidos presentes en el agua residual pueden clasificarse como: sólidos totales, sólidos volátiles y fijos, sólidos disueltos y suspendidos, sólidos sedimentables y no sedimentables (Theodore y Buonicore, 1997). Grijpspeerdt y VanRollegghem (1999) destacan la importancia de los sólidos suspendidos volátiles en el estudio de los sistemas de tratamiento, ya que, en su gran mayoría, se corresponden con las bacterias heterótrofas y autótrofas que conforman el lodo activo.

**Bacterias:** Según su fuente de alimentación pueden ser autótrofas (crecen en medios inorgánicos, por ejemplo las nitrificantes) o heterótrofas (dependen de compuestos orgánicos para alimentarse). Otra importante distinción viene dada por su necesidad de oxígeno disuelto, así se llaman aerobias, anaerobias y facultativas (Bungay y Humphrey, 1997).

**Temperatura:** Cuanto mayor sea la distancia que el agua residual debe recorrer entre la población y la planta de tratamiento, más se parecerá la temperatura de entrada a la temperatura ambiente; aunque en invierno el agua residual urbana puede estar algo más caliente, debido al efecto de los calentadores domésticos (Rolim, 2000). Los datos anuales y diarios de máxima y mínima temperatura ambiente en las diferentes regiones del país en el año 2002 están disponibles en el sitio *web* del Instituto de Meteorología (INSMET, 2002); con ellos se construyeron los gráficos de las variaciones típicas horarias y estacionales que se muestran en el Anexo 3.

**Color y olor:** El agua residual fresca es casi inodora y de color gris, con sólidos en suspensión o flotantes fácilmente reconocibles. Si se deja pasar un tiempo excesivo entre la generación del agua residual y su tratamiento, el color pasa a ser negro, los sólidos se hacen menos distinguibles y aparecen olores desagradables; en estas condiciones se dice que el agua residual está séptica, es decir, que se iniciaron los procesos de putrefacción (Metcalf & Eddy, 1996).

Para mejorar todas estas características del agua residual y hacerlas lo más semejantes posible a las aguas naturales se utilizan diversos sistemas de tratamiento.

## 1.2 Sistemas de tratamiento de aguas residuales.

El fundamento de los sistemas de tratamiento de aguas residuales radica en un conjunto de operaciones donde predominan los fenómenos físicos y procesos basados en reacciones químicas y bioquímicas que se agrupan en pretratamiento y tratamientos primarios, secundarios y terciarios.

El pretratamiento y el tratamiento primario poseen como principal finalidad la adecuación del residual para las siguientes etapas de tratamiento y contempla el uso de operaciones físicas tales como la equalización, las rejillas para retener sólidos grandes, las trampas para grasa, los separadores de arena, entre otros (Theodore y Buonicore, 1997). Gernaey y Petersen (2000) y Kops (2000) consideran que estas etapas no presentan ningún interés especial desde el punto de vista

de la simulación, mientras que Gillot y Clercq (1999) solo tienen en cuenta la operación de ecualización en la simulación. Este autor es del criterio de que la ecualización, aún siendo la operación más importante de la etapa de pretratamiento, solo representa una estabilización del afluente y no brinda aportes al modelo de dinámica de sistemas.

El tratamiento secundario es la etapa principal de una EDAR y por consiguiente la que requiere modelos matemáticos más rigurosos (VanRolleghem, 2001b). Esta etapa consiste en la reducción o eliminación de los principales contaminantes presentes en el agua –materia orgánica y nutrientes– mediante procesos químicos y biológicos, aunque al tratar residuos de origen urbano generalmente el tratamiento se limita a los procesos biológicos.

Son los procesos biológicos de esta etapa los que dan nombre a las diferentes tecnologías de tratamiento utilizadas. Según Qasim (1994) estos se clasifican como se indica a continuación:

- **Proceso aerobio de cultivo suspendido:** El medio posee aireación natural o artificial y los microorganismos responsables de la conversión de la materia orgánica se mantienen en suspensión dentro del seno del líquido, como ocurre en los lodos activados y lagunas de oxidación.
- **Proceso aerobio de cultivo fijo:** El medio posee aireación natural o artificial y los microorganismos están fijados a un medio sólido (piedras o materiales cerámicos y plásticos), por ejemplo: filtros percoladores y discos biológicos rotatorios.
- **Proceso anaerobio:** El medio se encuentra en condiciones de anaerobiosis de forma natural o artificial, por ejemplo: digestores anaerobios, lagunas profundas y humedales artificiales.

Dada las marcadas diferencias cinéticas encontradas por los autores consultados (Bungay y Humphrey, 1997; Kuba, 1997; Grijspeerdt y Vanrolleghem, 1999) entre los sistemas anaerobios y aerobios; así como las diferencias tecnológicas entre los procesos aerobios de cultivo fijo y de cultivo suspendido (Ramalho, 1996) y teniendo en cuenta que el 98% de las EDARs del país poseen tecnologías basadas en procesos aerobios de cultivo suspendido (CITMA, 1995) y que, en particular, en la provincia de Matanzas de ochenta y tres EDARs, setenta y nueve son lagunas de oxidación y dos son lodos activados (Junco *et al.*, 2002); en el presente trabajo solo se analizarán los sistemas de tratamiento por lodos activados y por lagunas de oxidación, cuyas tecnologías se describen a continuación.

### ***1.2.1. Sistemas de tratamiento por lodos activados.***

El proceso de lodos activados debe su nombre de la formación de flóculos de una biomasa activa que tiene lugar producto del crecimiento de microorganismos a expensas de la degradación de la

materia orgánica. Este proceso se lleva a cabo en el reactor biológico del sistema, el cual consiste en un recipiente con alto grado de oxigenación; siendo los sistemas de aireación más utilizados: la aireación difusa y la mecánica; la primera se realiza a través de difusores porosos sumergidos en el fondo del reactor, mientras que la segunda se lleva a cabo por medio de agitadores mecánicos en la superficie o de turbinas sumergidas (Qasim, 1994).

Desde el punto de vista hidráulico, los reactores biológicos se diseñan para que cumplan con uno de los dos modelos clásicos de balance de población: flujo en pistón o mezcla completa. Los reactores mezcla completa generalmente son circulares o cuadrados y los flujo en pistón son rectangulares, anulares o divididos por tabiques (Qasim, 1994; Bixio y Parmentier, 2001), como se muestra en la Figura 1.1.

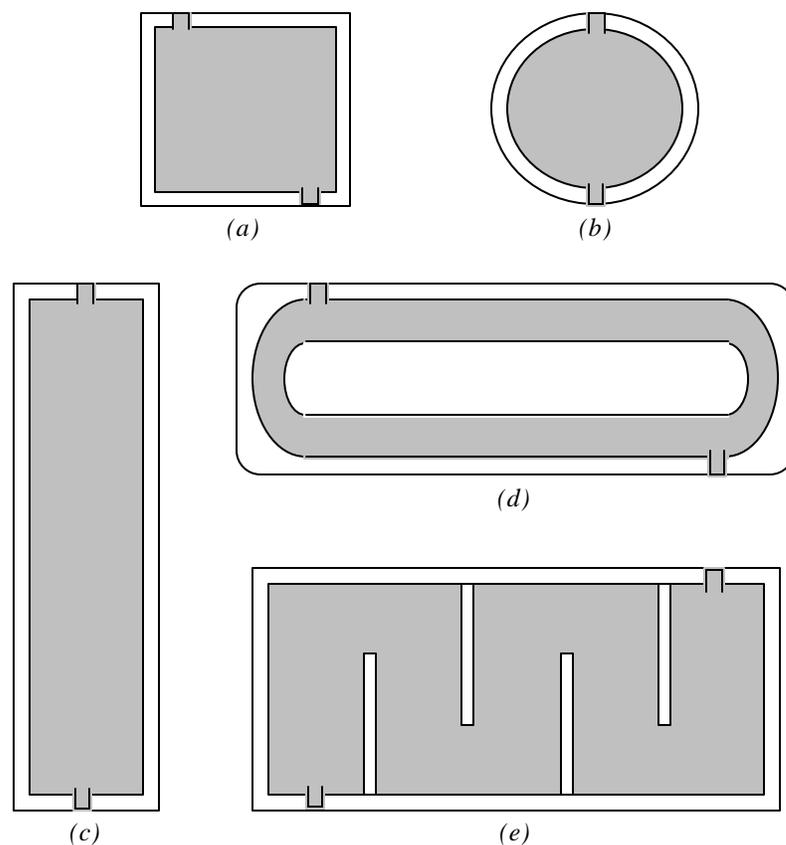


Figura 1.1. Geometrías típicas de los reactores de lodos activados: mezcla perfecta (a) cuadrado y (b) circular; y flujo en pistón (c) rectangular, (d) anular o de carrusel y (e) dividido por tabiques.

Este autor coincide con Acosta y Jova (1995) en que, si bien los reactores mezcla perfecta se comportan casi siempre como tal, es muy poco probable que un reactor flujo en pistón logre mantener un grado de mezcla tan bajo como para poder considerarlo un flujo en pistón real. El sistema de aireación, cualquiera que este sea, produce una turbulencia tal que entremezcla las

diferentes capas y rompe el modelo del pistón ideal, haciendo que se asemeje mucho más al modelo de cascada de reactores perfectamente mezclados en serie o, a lo sumo, un flujo en pistón con un elevado grado de dispersión.

La separación del agua tratada del lodo ocurre en el clarificador. Los sólidos concentrados en este equipo (biomasa activa) se retornan al reactor para mantener una concentración microbiana apropiada, aunque una porción de esta se extrae del sistema como purga, evitando así el crecimiento desmedido de la biomasa (Carlsson, 2000b).

El esquema que representa un proceso típico al descrito en los párrafos precedentes es el instalado en el Complejo Turístico “Sol Palmeras”, perteneciente a la empresa Aguas Varadero S.A. que se muestra en la figura 1.2.

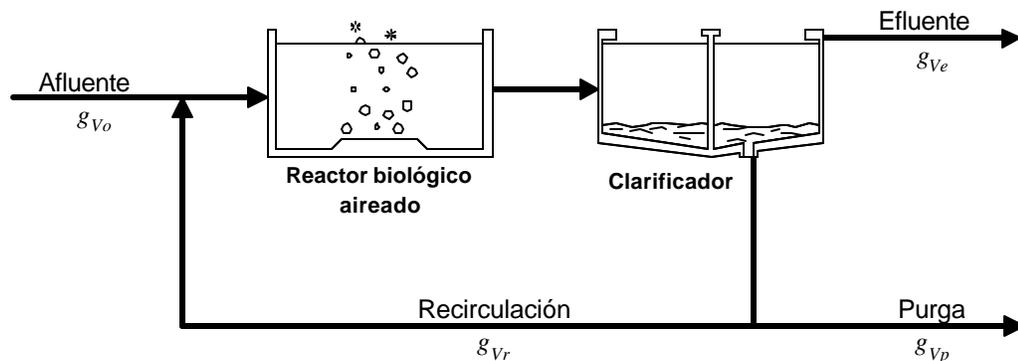


Figura 1.2. Esquema típico de un sistema de tratamiento por lodos activados.

Existe coincidencia entre los autores que han reportado estudios simulados (Gernaey y Petersen, 2000 y Gernaey y Petersen, 2001) y resultados experimentales (Gonzalez y Moreno, 1998; Gernaey, 2001; Carvalho y Novais; 2002) que las tres variables más importantes a controlar en un sistema por lodos activados son:

1. **Oxígeno disuelto:** Se controla a través del flujo de aire que usualmente se mantiene en valores mucho más elevados que los requeridos estequiométricamente por el proceso, de forma que nunca resulte la sustancia limitante. Metcalf & Eddy (1996) proponen valores del orden de los  $8 \text{ m}^3$  de aire por metro cúbico de agua residual.
2. **Edad del lodo:** La edad del lodo ( $\Theta_C$ ) no es más que el tiempo que permanecen los microorganismos en el sistema y se determina como la masa de microorganismos en el reactor – expresada como el producto del volumen del reactor ( $V_A$ ) por la concentración másica de microorganismos en seno del líquido ( $r_X$ )– dividida por el caudal másico de microorganismos purgados del sistema –expresado como el producto del caudal de lodos purgados de la co-

riente de fondo del clarificador ( $g_{vp}$ ) por la concentración de microorganismos en esta corriente ( $r_{xp}$ ).

$$\dot{E}_c = \frac{V_A \cdot r_X}{g_{vp} \cdot r_{xp}} \quad (1.1)$$

Como se observa en la expresión anterior, solo el caudal de lodos purgado del sistema puede ser regulado por el operario de la planta, siendo esta la variable utilizada para controlar el ajuste de la edad del lodo.

**3. Relación de reciclo de lodos:** Es la fracción ( $R$ ) establecida entre el caudal de lodos purgados de la corriente de fondo del clarificador y el caudal alimentado al reactor ( $g_{vo}$ ):

$$R = \frac{g_{vp}}{g_{vo}} \quad (1.2)$$

La relación de reciclo de lodos puede ser controlada manejando el caudal de lodos purgados, para mantener una relación favorable alimento – sustrato en el reactor.

Tanto la edad del lodo como la relación de reciclo dependen directamente del caudal de lodos purgados. En trabajos previos (Benítez, Martínez y Junco, 1997, Benítez y Martínez, 2000 y Benítez y Martínez, 2001) se ha comprobado que el principal parámetro de operación, desde el punto de vista de control del proceso, es el caudal de lodos que se extrae de la corriente de circulación; mientras que el oxígeno disuelto no representa un problema ya que generalmente es fácil garantizar niveles elevados.

Existen otros factores que influyen sobre la intensidad de la depuración, los principales son: la temperatura, la duración de la aireación, actividad de los lodos y concentración del afluente. (Seoánez, 1999). En los sistemas convencionales de lodos activados el agua residual es aireada de 4 a 8 horas según Metcalf & Eddy (1996).

### ***1.2.2. Sistemas de tratamiento por lagunas de oxidación.***

La degradación de la materia orgánica en las lagunas de oxidación tiene lugar por la actividad metabólica de las mismas bacterias heterótrofas y autótrofas que están presentes en los lodos activados, con la peculiaridad de que el oxígeno requerido por estas no se aporta de manera artificial sino mediante la actividad fotosintética de las algas presentes en el seno del líquido y, en menor medida, por la difusión atmosférica a través de la superficie (Nibis, 1998). Rolim (2000) explica la relación simbiótica entre las bacterias y algas de la siguiente manera: las bacterias utilizan el oxígeno suministrado por las algas para metabolizar en forma aeróbica los compuestos orgánicos y el nitrógeno amoniacal; en este proceso se obtienen dióxido de carbono y nutrientes

solubles en forma de nitratos en grandes cantidades. Estos son utilizados por las algas para su crecimiento. En la figura 1.3 se muestra el diagrama que resume esta actividad coordinada entre algas y bacterias:

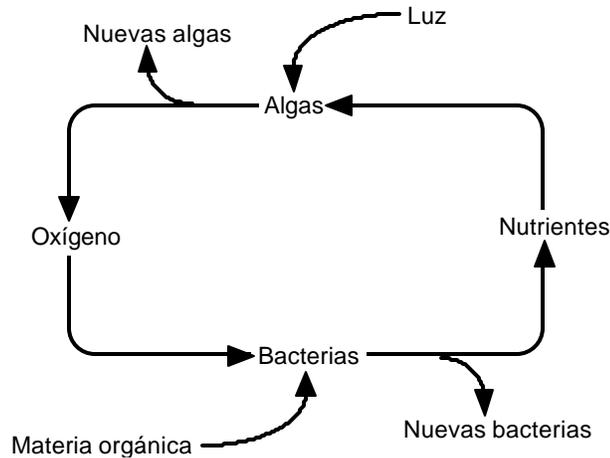


Figura 1.3. Representación esquemática de la actividad de algas y bacterias en las lagunas.

El material que se encuentra en suspensión en el agua de las lagunas hace que la luz solar no pueda llegar a gran profundidad y por tanto no exista actividad fotosintética de las algas a partir de los 2 a 3.5 metros aproximadamente, según el grado de turbidez del agua (Theodore y Buonicore, 1997). Esta es la razón principal por la que las lagunas profundas logran condiciones de anaerobiosis que resultan muy favorables para el tratamiento de aguas residuales industriales con altos contenidos en materias biodegradables (Rolim, 2000). Quasim (1994) plantea que el lagunaje anaerobio constituye un excelente pretratamiento para vertidos, que poseen una elevada carga orgánica y materias en suspensión, recomendándolo para vertidos de lecherías, mataderos y empresas conserveras.

El caso opuesto, en cuanto a la aireación del líquido, son las lagunas aerobias o de maduración, las cuales se utilizan generalmente como tratamiento final del efluente, donde el líquido es muy claro y los rayos del sol llegan hasta el fondo de la laguna, manteniendo un buen cultivo de algas que oxigenan todo el seno del líquido (Rolim, 2000). Este tipo de laguna se utiliza fundamentalmente para la eliminación de microorganismos patógenos, siendo mucho mayor a la alcanzada mediante otros métodos de tratamiento. Nibis (1998) reporta valores superiores al 99,99 % y los atribuye a que los quistes y huevos de parásitos intestinales presentes en el efluente no resisten las condiciones ambientales de este tipo de lagunas. Ramalho (1996) afirma que es posible el vertido del efluente de una laguna de maduración sin necesidad de una etapa terciaria de cloración.

Sin embargo, casi todas las lagunas que se diseñan para tratar residuales domésticos son un intermedio entre las lagunas aerobias y las anaerobias, y se les llama lagunas facultativas o de oxidación (Rolim, 2000). En la Figura 1.4 se muestra el esquema de funcionamiento típico de estas lagunas.

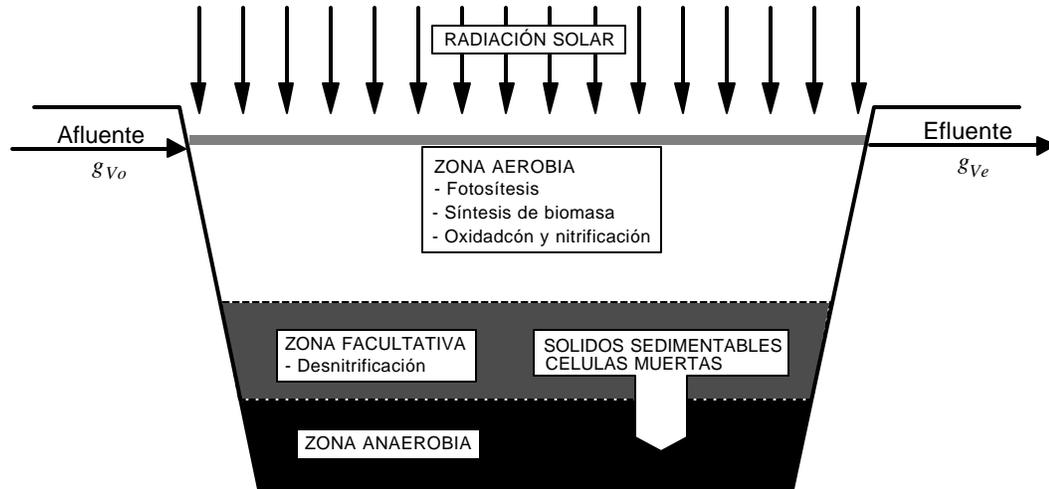


Figura 1.4. Esquema típico de un sistema de tratamiento por laguna de oxidación.

La parte superior del líquido se mantiene en condiciones aerobias debido a la gran proliferación de algas; al aumentar la profundidad aparece una zona con bajo contenido de oxígeno que solo cuando hay sol intenso llega a tener concentraciones importantes de este gas y, finalmente, en la parte más profunda se acumulan los sólidos sedimentables y la biomasa inerte producto de la muerte de las células que forman un lodo con condiciones anaerobias (Nibis, 1998).

Varios autores que han descrito las lagunas de oxidación coinciden en afirmar que la mayoría de los procesos metabólicos que conducen a la depuración del agua ocurren en la zona aerobia (Metcalf & Eddy, 1996; Ramalho, 1996; Rolim, 2000), de manera similar a los lodos activados; aunque las primeras presentan una mayor flexibilidad en el tratamiento de puntas de carga y caudal que los segundos debido a que el tiempo de residencia hidráulico es muy grande, del orden de los 20 a 50 días (Rolim, 2000); aunque si esta capacidad tampón se agota será necesario un tiempo considerable, que puede durar desde semanas hasta meses, para que recupere el funcionamiento normal (Nibis, 1998). Otra ventaja de las lagunas es que no se generan lodos que haya que retirar o tratar, y debido al largo período de almacenamiento, los fangos resultantes presentan un elevado grado de mineralización que puede alcanzar hasta el 85 % (Rolim, 2000).

Sin embargo la principal desventaja de las lagunas está en la dificultad que representa controlar el sistema, ya que no se puede asegurar que el oxígeno disuelto se mantenga por encima del valor requerido estequiométricamente (excepto en el caso de las lagunas aireadas artificialmente) dependiendo su valor, en gran medida, de las condiciones meteorológicas (Metcalf & Eddy, 1996).

### 1.3 Modelos matemáticos.

Henze (2000), Metcalf y Eddy (1996) y Morgenroth y Arvin (2002) coinciden en afirmar que la modelación matemática rigurosa de cada una de las operaciones y procesos unitarios que se verifican en una EDAR puede lograrse por la adecuación de la ecuación del balance de masa a nivel macroscópico, en correspondencia a lo planteado por la dinámica de sistemas:

$$\frac{dm_i}{dt} = -\Delta qm_i + qm_i^{(m)} + r_i \quad (1.3)$$

La misma indica, para un componente  $i$  o para todos los componentes que forman la corriente, que la variación temporal neta de la masa en el sistema  $[dm_i / dt]$  es la suma del gasto másico con el exterior  $[\Delta qm_i]$ , el gasto másico a través de la interfase con otros componentes  $[qm_i^{(m)}]$  siguiendo los mecanismos de la transferencia de masa y el gasto másico de producción o consumo debido a reacciones químicas o bioquímicas  $[r_i]$ .

Cada uno de los términos que componen esta ecuación pueden ser eliminados, simplificados o modificados según los requerimientos del modelo matemático buscado. Sin embargo, Bogusch y Marquardt (1997) y Nibis (1998) afirman que el modelo debe ser completado con las ecuaciones del balance de energía a nivel macroscópico, los ajustes de coeficientes cinéticos empíricos y las correlaciones de propiedades físicas, que conforman el modelo definitivo del proceso u operación unitaria. El primer modelo propuesto por la IAWQ para plantas de lodos activados operando en estado estacionario fue diseñado siguiendo estos criterios (Jeppsson, 1999), pero el segundo modelo incluye además las ecuaciones de diseño particulares de los equipo, correlaciones de las pruebas de sedimentación en probeta, ajuste de las ecuaciones a los modelos de balance de población, entre otras (Henze, 2000).

El nivel de detalles de los modelos de la IAWQ, fundamentalmente el último, se corresponden al *enfoque analítico* de la modelación que ha predominado tradicionalmente; sin embargo, generalmente este nivel de detalles resulta excesivo y se pierde la visión de conjunto. Como se tratará más adelante, no siempre el modelo más completo resulta el de mayor calidad y este es un criterio compartido por varios autores que utilizan el enfoque sistémico en la modelación de plantas de tratamiento de aguas residuales (O'Brien y Teather, 1995; Coen, 1997; Vanwelden, 2000; Balsacanto, 2001; Rauch y Vanrolleghem, 2001; Benítez y Martínez, 2002a), por lo que resulta de suma importancia identificar cuales ecuaciones resultan imprescindibles y cuáles no.

Carstensen y Vanrolleghem (1998) diseñaron una metodología para la modelación de lodos activados y concluyeron que resulta de extrema importancia en los sistemas de tratamiento biológicos el rigor en las ecuaciones cinéticas que se utilicen, y el efecto que sobre el metabolismo celular ejercen la temperatura y la presencia de sustancias inhibidoras.

### 1.3.1. Crecimiento celular.

La velocidad de producción de células microbianas a expensas del consumo de un sustrato limitante es función de las concentraciones másicas de estos dos componentes  $r_X$  y  $r_S$  en cada instante de tiempo:

$$\left[ \frac{dr_X}{dt} \right]_R = f(r_X, r_S) \quad (1.4)$$

Monod, en un estudio de cultivo continuo, logró desarrollar una ecuación semiempírica que describe, de manera muy adecuada, este comportamiento:

$$\left[ \frac{dr_X}{dt} \right]_R = m_{max} \frac{r_S \cdot r_X}{K_S + r_S} \quad (1.5)$$

Esta función, llamada ecuación de Monod, ha sido la mejor representación del modelo cinético del crecimiento de microorganismos en ausencia de sustancias inhibitoras y este es un criterio compartido por la mayoría de los autores que han estudiado la cinética microbiana (Fronteau, 1997; Kuba, 1997; Grijspeerd y Vanrolleghem, 1999; Petersen y Gernaey, 1999 y Carlsson, 2000a).

La velocidad máxima de crecimiento ( $\mu_{max}$ ) representa la velocidad de crecimiento cuando el sustrato no es limitante, y la constante de saturación ( $K_S$ ) es la concentración de sustrato para la cual la velocidad de crecimiento es la mitad de su valor máximo ( $1/2\mu_{max}$ ).

### 1.3.2. Utilización del sustrato.

Por otra parte, la producción de células microbianas ocurre a expensas del consumo de sustrato siguiendo una relación estequiométrica específica. McCarty logró determinar una fórmula teórica que representa la composición química de la biomasa:  $C_5H_7O_2N$  (citada por Gernaey y Petersen, 2001). Usando esta fórmula pueden ser balanceadas estequiométricamente las diferentes biorreacciones para cada sustrato en particular. Sin embargo, muchos especialistas (Metcalf y Eddy, 1996; Bungay y Humphrey, 1997; Demey y Vanderhaegen, 2001) prefieren hacer uso de un coeficiente empírico ( $Y$ ) equivalente a la conversión másica de sustrato en biomasa:

$$Y = \frac{r_X - r_{Xo}}{r_{So} - r_S} \quad (1.6)$$

quedando relacionadas así las velocidades de producción de biomasa y de consumo de sustrato:

$$\left[ \frac{dr_X}{dt} \right]_R = -Y \left[ \frac{dr_S}{dt} \right]_R \quad (1.7)$$

de donde resulta finalmente:

$$\left[ \frac{d\mathbf{r}_S}{dt} \right]_R = -\frac{\mathbf{m}_{max}}{Y} \frac{\mathbf{r}_S \cdot \mathbf{r}_X}{K_S + \mathbf{r}_S} \quad (1.8)$$

Metcalf y Eddy (1996) prefieren sustituir la relación  $\mu_{max}/Y$  por el término  $k$ , que representa la tasa máxima de utilización del sustrato por unidad de microorganismos:

$$\left[ \frac{d\mathbf{r}_S}{dt} \right]_R = -k \frac{\mathbf{r}_S \cdot \mathbf{r}_X}{K_S + \mathbf{r}_S} \quad (1.9)$$

### 1.3.3. Metabolismo endógeno.

En los procesos biológicos no todas la células están en fase de crecimiento, algunas se encuentran en fase de retardo inicial y otras en fase de muerte, por lo que la velocidad de producción de biomasa debe ser corregida para tener en cuenta estos factores. Generalmente todos estos factores se engloban en un solo término, la descomposición endógena ( $k_d$ ), y se supone que la disminución de la biomasa por esta causa es proporcional a la concentración de microorganismos presentes (Metcalf y Eddy, 1996; Theodore y Buonicore, 1997; Meirlaen y Vanassel, 2002). Incorporando este término en la expresión para determinar la velocidad de producción de biomasa (1.5) resulta:

$$\left[ \frac{d\mathbf{r}_X}{dt} \right]_R = \mathbf{m}_{max} \frac{\mathbf{r}_S \cdot \mathbf{r}_X}{K_S + \mathbf{r}_S} - k_d \cdot \mathbf{r}_X \quad (1.10)$$

### 1.3.4. Determinación de los coeficientes cinéticos.

Los parámetros cinéticos pueden ser determinados experimentalmente en el laboratorio (Bungay y Humphrey, 1997) utilizando un biorreactor continuo de volumen conocido ( $V_A$ ) perfectamente mezclado que opera en estado estacionario (quimiostato) y con una concentración de microorganismos próxima a cero en la corriente de entrada ( $\mathbf{r}_{Xo} \approx 0$ ). Para diferentes flujos de entrada ( $g_{Vo}$ ) se pueden medir las correspondientes concentraciones de microorganismos y sustrato en el interior del biorreactor. Bajo estas condiciones la ecuación de Monod se reduce a un modelo lineal y los parámetros cinéticos pueden ser determinados partiendo del intercepto ( $b_0$ ) y la pendiente ( $b_1$ ) de la línea ajustada:

$$\frac{V_A}{g_{Vo}} = b_0 + b_1 \frac{1}{\mathbf{r}_S} \quad (1.11)$$

siendo:

$$\mu_{max} = 1 / b_0$$

$$Ks = b_1 / b_0$$

Y por ecuación 1.4

Algunos autores (Metcalf y Eddy, 1996; Martínez y Berrios, 1996; Petersen y Gernaey, 1999; Gernaey y Petersen, 2001) proponen una variante para la determinación de los parámetros cinéticos que se adecua mucho mejor a los sistemas de tratamiento de aguas residuales, pues los quimiostatos usados en este caso cuentan con un sedimentador que disminuye la concentración de células microbianas de la corriente de agua de salida. Una parte de la biomasa que se acumula en el fondo del sedimentador se extrae de forma continua mientras que la otra se recicla nuevamente al biorreactor. En este caso se varía el flujo de biomasa que se purga del sistema ( $g_{vp}$ ) manteniendo constante el flujo de alimentado para medir las concentraciones de microorganismos y sustrato en el interior del biorreactor y en la corriente de purga. Los parámetros cinéticos pueden obtenerse del ajuste lineal de los coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $b_0$  y  $b_1$  en las siguientes ecuaciones:

$$\frac{1}{\Theta_C} = a_0 + a_1 \cdot \frac{\mathbf{r}_{S_o} - \mathbf{r}_S}{\mathbf{r}_X \cdot \frac{V_A}{g_{V_o}}} \quad (1.12)$$

$$\frac{\mathbf{r}_X \cdot \frac{V_A}{g_{V_o}}}{\mathbf{r}_{S_o} - \mathbf{r}_S} = b_0 + b_1 \cdot \frac{1}{\mathbf{r}_X} \quad (1.13)$$

siendo:

$$kd = -a_0$$

$$Y = a_1$$

$$k = 1 / b_0$$

$$Ks = b_1 / b_0$$

$$\mu_{max} = a_1 / b_0$$

En este caso la edad del lodo ( $\Theta_C$ ) puede ser determinada según la expresión:

$$\dot{E}_C = \frac{V_A \cdot \mathbf{r}_X}{g_{V_p} \cdot \mathbf{r}_{X_p}} \quad (1.14)$$

o, si no existiera el sedimentador, por:

$$\dot{E}_C = \frac{V_A}{g_{V_o}} \quad (1.15)$$

### 1.3.5. Efecto de la temperatura.

Existe una fuerte dependencia de la velocidad de biorreacción con la temperatura, por lo cual los coeficientes cinéticos deben ser determinados a una temperatura constante y conocida. Generalmente en la literatura los coeficientes se reportan a una temperatura de referencia de 20 °C (Metcalf y Eddy, 1996; Jeppsson, 1999; Henze, 2000). La siguiente ecuación permite extrapolar la cinética del proceso a otras temperaturas:

$$\frac{r_{iT}}{r_{i20}} = e^{\theta(T-20)} \quad (1.16)$$

donde  $r_{iT}$  y  $r_{i20}$  son las velocidades de producción de células y de consumo de sustrato a la temperatura deseada ( $T$ ) y a la temperatura de referencia (20 °C) respectivamente. El coeficiente de actividad - temperatura ( $\theta$ ) ha sido reportado ampliamente en la literatura para diferentes situaciones; Metcalf y Eddy (1996) han resumido, para los principales sistemas de tratamiento, la siguiente tabla:

**Tabla 1.1: Coeficientes de actividad-temperatura**

Proceso	Coeficiente de actividad - temperatura ( $\theta$ )	
	Intervalo	Valor típico
Lodo activado	1,00 - 1,04	1,02
Lagunas de oxidación	1,06 - 1,12	1,08
Filtros percoladores	1,02 - 1,14	1,08

## 1.4 Enfoque sistémico.

Durante siglos, para el estudio de los fenómenos ha predominado el *enfoque analítico* que parte del principio de considerar con gran detalle las diferentes partes de estos fenómenos, aún a costa de perder la visión de conjunto. Desde comienzos de la década del 60 y para tratar de resolver esta situación se desarrolló el *enfoque sistémico* que prefiere una visión global de los fenómenos, aún a costa de perder los detalles (Vennix, 1999). Ambos enfoques no son contrapuestos, por el contrario, utilizándolos complementariamente se obtiene los mejores resultados.

### 1.4.1. Dinámica de sistemas.

La vía para llevar a cabo el enfoque sistémico en la modelación y simulación de los fenómenos es la *dinámica de sistemas*, que surge como una técnica que permite establecer la estructura del sistema, determinar qué elementos son los más significativos, determinar como están relaciona-

dos entre sí y predecir la evolución del sistema según sean las circunstancias en que se vaya a desenvolver este (Vanwelden, 2000). Martínez y Requena (1986) coinciden con esta definición cuando establecieron las cuatro reglas fundamentales de la dinámica de sistemas:

1. Sobre una misma realidad pueden definirse o establecerse numerosos sistemas.
2. Un mismo sistema puede ser representado por una gran variedad de modelos.
3. La precisión y la exactitud del modelo no siempre van juntas.
4. La clave para construir un modelo útil radica, esencialmente, en identificar de manera adecuada los elementos cruciales, definirlos de manera precisa y operativa y establecer las principales relaciones entre ellos. El mejor modelo, para representar una realidad, es el más útil.

Desde el punto de vista práctico Checkland (1999) realiza un estudio comparativo entre las diferentes metodologías que se han desarrollado en las últimas tres décadas para el estudio dinámico de sistemas mediante simulación y las resume en una serie de operaciones consecutivas que deben llevarse a cabo:

- Identificación de los elementos y relaciones fundamentales.
- Diseño del diagrama causal.
- Diseño del diagrama de Forrester.
- Definición precisa de cada magnitud.
- Diseño del sistema de ecuaciones que conforma en modelo y simulación.
- Calibrado del modelo.
- Análisis de sensibilidad.
- Evaluación del modelo y utilización.

Los elementos que componen un sistema pueden ser agrupados, según sus relaciones funcionales, en *flujos* de materiales, energía o información que circulan entre las *variables de estado* y que son regulados mediante otros elementos que actúan como *válvulas*. Las discrepancias entre el tiempo y las velocidades de circulación de los flujos se expresa como *retardos* (Martínez y Requena, 1986). La representación formal de estas relaciones funcionales se realiza mediante diagramas causales. En estos, los elementos pasan a denominarse magnitudes a través de las variables y los parámetros; estableciéndose las relaciones existentes entre ellos mediante flechas que van desde la magnitud influyente hacia la influida. Un signo positivo o negativo junto a la saeta indica cual es el tipo de variación esperada (Benítez y Martínez, 2002a; Martínez y Requena, 1986; Checkland, 1999). Es muy importante tener en cuenta la mutua influencia entre dos factores, ya que este es uno de los casos más frecuentes.

El diagrama de Forrester constituye el modelo gráfico del sistema. Es un diagrama causal, pero que incluye válvulas que regulan los flujos que se intercambian entre variables y parámetros; también se incluyen niveles, retardos, bucles y otros elementos que le dan características similares a las de un modelo matemático. Los símbolos utilizados en estos diagramas (Anexo 1) tienen carácter estándar y similar a los utilizados en la ingeniería hidráulica, pues el autor (J. Forrester) fue profesor de esta carrera en el Instituto Tecnológico de Massachussets (Vanwelden, 2000).

Cada símbolo en el diagrama de Forrester tiene un equivalente matemático, por lo que construir el modelo, una vez que ha sido diseñado correctamente el diagrama, se resume en una traducción de símbolos a un lenguaje matemático. Sin embargo, en la actualidad se cuenta con varios softwares que realizan esta tarea e incluso la posterior simulación.

#### ***1.4.2. Software para la dinámica de sistemas.***

Vanrolleghem y Gillot (2000) utilizan el programa **WEST**, desarrollado por la Universidad de Ghent, y demuestran las ventajas de este en el caso particular de la modelación y posterior simulación dinámica de sistemas de tratamiento biológico de aguas residuales. Figueiras (1997) por su parte describe las particularidades de **STELLA**, comercializado por *High Performance Systems, Inc.*, para la dinámica de los sistemas siguiendo los conceptos de Forrester y con un paquete de modelos prediseñados para sistemas de ciencias exactas y aplicadas, incluida la ingeniería ambiental. En ambos casos se trata de softwares comerciales que no están disponibles en el país.

Otros softwares que permiten llevar a cabo la simulación dinámica de sistemas y que se encuentran a disposición son: **PCI/c 1.02** para MS-DOS; **ISIM: Interactive Dynamic Simulation 6.0**, producido por *International Simulation Ltd.*; **Simulink 2** que se distribuye con *MatLab 5.1* de *MathWorks, Inc.* y **Madonna 1.0** diseñado por *Macey & Oster*. Sin embargo, ninguno de estos programas, a pesar de simular en estado dinámico, posee los conceptos de modelación y simulación propuestos por Forrester, por lo que el análisis del diagrama y su posterior traducción al modelo matemático debe ser realizada manualmente antes de llevar a cabo una simulación con ellos.

Finalmente están disponibles otros dos programas: **SB ModelMaker 2.0** que comercializa *Cherwell Scientific Publishing, Ltd.* e **ithink 3.0.6** por *High Performance Systems, Inc.* Ambos programas poseen una serie de ventajas y desventajas que han sido analizadas en trabajos previos (Benítez y Martínez, 2002a). El primero posee un concepto de dinámica de sistemas algo diferente al original presentado por Forrester, pues no incluye los elementos nubes ni válvulas, siendo esta la causa por la que los flujos solo pueden ir de un nivel a otro y tienen que ser regula-

dos internamente. Por otra parte posee herramientas para la optimización y el análisis de sensibilidad.

**ithink** y **STELLA** son dos programas pertenecientes a una misma compañía, por lo que los modelos generados en uno pueden ser utilizados en el otro y viceversa. En realidad se trata del mismo software y solo difieren en el paquete de modelos prediseñados que acompaña a cada uno y que en **ithink** están orientados a sistemas socio – económicos y ecológicos (Figueiras, 1997). Estos programas son fieles al concepto de dinámica de sistemas de Forrester salvo que para las variables auxiliares, variables exógenas, constantes y relaciones funcionales se utiliza un mismo símbolo modificando sus propiedades según sea el caso. Ambos programas poseen como principal ventaja que el modelo matemático que se obtiene, además de ser simulado por ellos, puede ser exportado a **Madonna** y este último posee grandes posibilidades para el análisis de sensibilidad, la simulación, la optimización y la representación gráfica de los resultados.

### ***Conclusiones parciales***

1. En la caracterización del agua residual doméstica los parámetros más importantes para describir el grado de contaminación son, en primer lugar, la concentración de materia orgánica expresada como DBO5 o como DQO y en segundo término la concentración de nutrientes, fundamentalmente nitrógeno amoniacal.
2. En los sistemas de tratamiento por lodos activados la variable más importante que puede ser controlada por el operario es el caudal de lodos purgado del sistema.
3. Las lagunas de oxidación presentan una mayor flexibilidad en el tratamiento de puntas de carga y caudal que otros sistemas de tratamiento debido a que el tiempo de residencia hidráulico es muy grande.
4. La ecuación que representa el crecimiento celular junto a la correspondiente ecuación para el consumo de sustrato (ecuaciones de Monod), son las expresiones claves en la cinética microbiana, aunque es importante tener en cuenta otros factores como son la temperatura y la presencia de sustancias inhibidoras.

# CAPITULO 2: Descripción Dinámica de Sistemas de Tratamiento Aerobio de Cultivo Suspendido

---

Una vez definidas las particularidades de los procesos que ocurren en los sistemas de depuración por lodos activados y lagunas de oxidación; este capítulo tiene por objetivo realizar la descripción matemática, desde la perspectiva de la dinámica de sistemas, de estaciones depuradoras de aguas residuales con procesos aerobios de cultivo suspendido; ajustándose el caso base a la EDAR “Sol Palmeras” de Varadero.

## ***Análisis integral***

El desarrollo de los modelos de dinámica de sistemas implica un estudio de la estructura vertical, la estructura horizontal, el funcionamiento y la dinámica y evolución del sistema de tratamiento.

La estructura vertical comprende los modelos de los distintos elementos de la EDAR y la vinculación entre ellos para formar el modelo del sistema (diagrama de Forrester). La estructura horizontal implica la adecuación del modelo a diferentes situaciones en los sistemas de tratamiento con el objetivo de analizar sus semejanzas y diferencias (análisis de sensibilidad). Por funcionamiento se entiende la actividad de los elementos del modelo y la forma que se relacionan y responden a variaciones de otros elementos (diagrama causal). La dinámica y evolución del sistema corresponde a la simulación dinámica, bajo condiciones específicas, del modelo obtenido (calibrado del modelo).

En cualesquiera de los estudios implicados en el desarrollo del modelo de dinámica de sistema se requiere que estén bien identificados y definidos los elementos fundamentales del sistema.

### **2.1 Identificación de los elementos cruciales.**

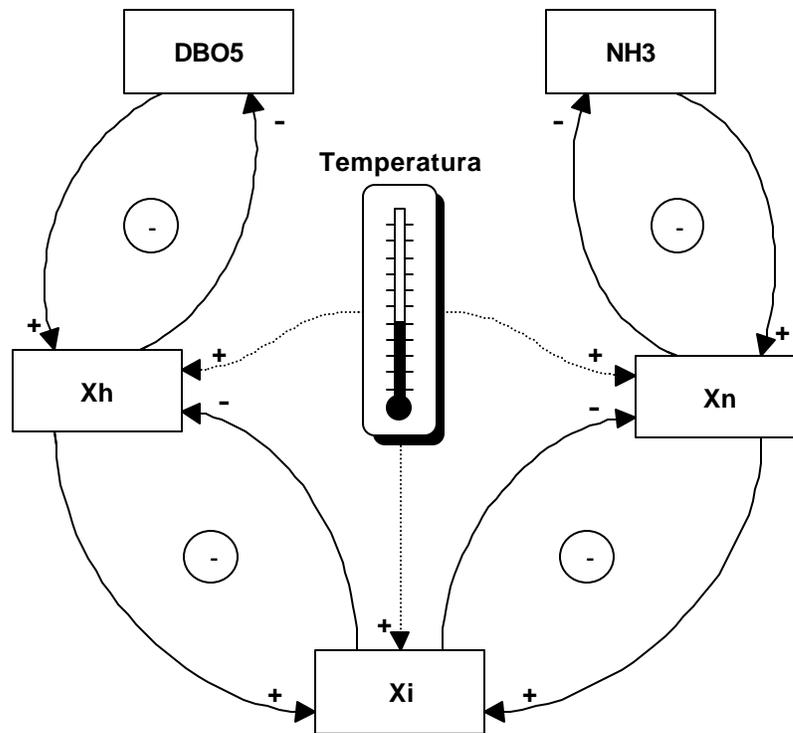
En el capítulo anterior se concluye que los elementos cruciales de un sistema de tratamiento biológico de aguas residuales son el crecimiento celular y el consumo de sustrato. El primero a expensas del segundo; ya sea la materia orgánica, expresada como *DBO5*, que se oxida por medio de los microorganismos heterótrofos, cuya concentración se denotará por *Xh*; o el nitrógeno amoniacal total, cuya concentración se denotará por *NH3*, degradado por las bacterias

heterótrofas nitrificantes, cuya concentración se denotará por  $X_n$ . En ambos casos la muerte de los microorganismos produce una reducción de la biomasa activa presente en el lodo y un incremento de la biomasa inerte, cuya concentración se denotará por  $X_i$ .

Otra conclusión del Capítulo 1 es que factores como la concentración de sustrato, la concentración de biomasa activa y la temperatura del medio poseen una marcada influencia en la cinética de la reacción.

## 2.2 Diagrama causal y relaciones fundamentales.

Una vez definidos los elementos fundamentales del sistema, se procede a mostrar gráficamente sus relaciones funcionales mediante el diagrama causal:



Un aumento de la concentración de materia orgánica ( $DBO5$ ) produce un exceso de alimentos que favorece el crecimiento de la biomasa heterótrofa ( $X_h$ ), sin embargo, este aumento de la biomasa consume, a su vez, una mayor cantidad de alimentos, haciendo que la concentración materia orgánica se reduzca. La relación entre la  $DBO5$  y los microorganismos heterótrofos genera una espiral de deflación.

Un incremento de la concentración de biomasa heterótrofa produce un crecimiento de la población microbiana y con ello un aumento del número de microorganismos que mueren y pasan a formar parte de la biomasa inerte ( $X_i$ ); por otra parte, un aumento del número de microorganismos-

mos que mueren provoca una disminución de la población de heterótrofos. La relación entre microorganismos heterótrofos e inertes también produce una espiral de deflación.

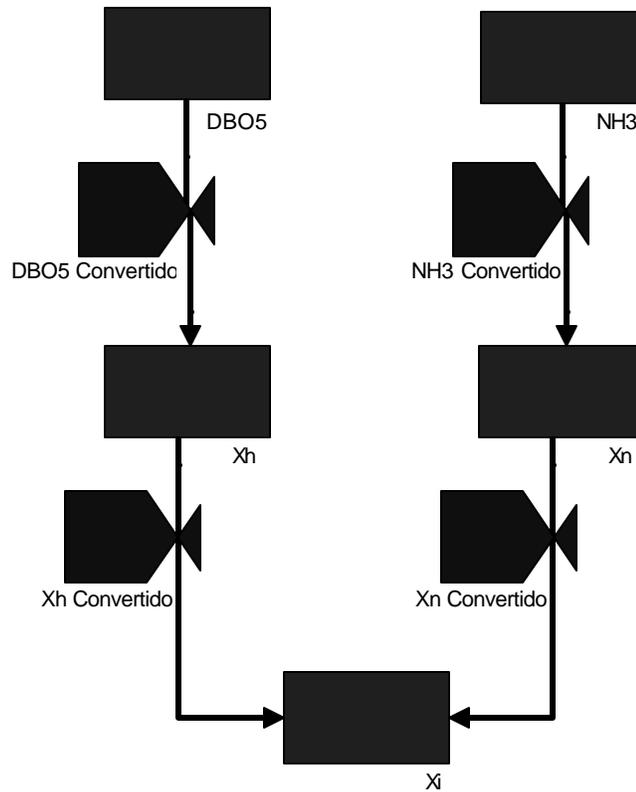
De manera análoga ocurre con el nitrógeno amoniacal ( $NH_3$ ), un aumento de su concentración favorece el crecimiento de la biomasa nitrificante ( $X_n$ ), mientras que el aumento de los microorganismos nitrificantes produce una disminución de la concentración de nitrógeno amoniacal, generándose así otra espiral de deflación.

Finalmente, la relación que se establece entre los microorganismos autótrofos nitrificantes y los inertes también produce una espiral de deflación. Un aumento de la concentración de los primeros provoca un aumento de la concentración de los segundos, pero un aumento de la concentración de estos últimos produce un decrecimiento de la concentración de los primeros.

Como se observa, los cuatro ciclos poseen relaciones de deflación que hacen que el sistema sea depresivo, de manera que las cinco variables tienden a alcanzar valores estables en el tiempo.

### 2.3 Diagrama de Forrester y ecuaciones correspondientes.

J. Forrester introduce un símil hidrodinámico para ilustrar el comportamiento de los sistemas dinámicos, y a partir de ahí elige símbolos afines para representar las distintas características estructurales y funcionales de los sistemas (Martinez y Requena, 1986). En el diagrama de Forrester los cinco elementos cruciales donde existe acumulación se definen como niveles y el canal de transmisión de un nivel a otro se define como flujo. Los flujos pueden ser mayores o menores según el grado de apertura de las válvulas de control. Una primera aproximación al modelo del sistema biológico de tratamiento de aguas residuales partiendo del diagrama causal se muestra a continuación:



donde los niveles de materia orgánica ( $DBO5$ ) y de nitrógeno amoniacal ( $NH3$ ) son degradados y transformados en microorganismos heterótrofos ( $Xh$ ) y autótrofos nitrificantes ( $Xn$ ) respectivamente. La conversión es regulada por las válvulas  $DBO5\_Convertido$  y  $NH3\_Convertido$  que operan según la cinética de Monod analizada en el capítulo previo. La muerte de microorganismos heterótrofos y autótrofos activos y su transformación en biomasa inerte ( $Xi$ ) a través de las válvulas  $Xh\_Convertido$  y  $Xn\_Convertido$  sigue el comportamiento de la descomposición endógena.

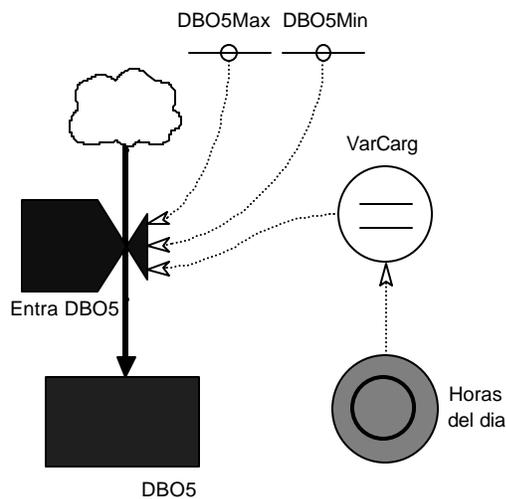
Sin embargo, en esta primera aproximación al modelo definitivo se omiten todas las variables endógenas y exógenas así como las constantes que influyen significativamente en el comportamiento dinámico del sistema. Para el desarrollo del modelo final resulta conveniente dividir al sistema en las siguientes secciones: entrada de materia orgánica, consumo de materia orgánica y crecimiento de microorganismos heterótrofos, disminución de microorganismos heterótrofos, consumo de nitrógeno amoniacal y crecimiento de microorganismos nitrificantes, disminución de microorganismos nitrificantes y disminución de microorganismos inertes.

### 2.3.1. Entrada de materia orgánica.

Para desarrollar la modelación de la etapa de entrada de materia orgánica al sistema de tratamiento se definen los siguientes aspectos:

- La materia orgánica proviene de una fuente inagotable, es decir, la entrada de agua residual a la planta está garantizada durante el período de simulación.
- El flujo de entrada de DBO5 al sistema sigue un perfil predeterminado que varía temporalmente como se indica en el Anexo2, ya sea de forma diaria o estacional
- La entrada de DBO5 oscila entre un valor mínimo y uno máximo que son constantes durante el período de estudio.

Con la información anterior se diseña la sección del diagrama de Forrester correspondiente a la entrada de materia orgánica, cuya simbología se explica en el Anexo 1:



En el diagrama se muestra el flujo de materia orgánica que entra controlado por la válvula *Entra\_DBO5* y se acumula en el nivel *DBO5*. Las constantes *DBO5Max* y *DBO5Min* imponen los límites de apertura y cierre de la válvula y la relación no lineal *VarCarg* la forma en que la válvula controla la entrada de la DBO5 durante un día, correspondiendo a un polinomio de grado 6 ajustado de la curva de la Figura A2-1 del Anexo 2. Para períodos mayores de un día se necesita la variable externa *Horas\_del\_día* que transforma el tiempo en períodos de 24 horas. Matemáticamente estos parámetros resultan:

$$Horas\_del\_dia = TIME - INT \left( \frac{TIME}{24} \right) \cdot 24 \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned}
 VarCarg = & -1,59 \cdot 10^{-6} \cdot Horas\_del\_dia^6 \\
 & + 1,09 \cdot 10^{-4} \cdot Horas\_del\_dia^5 \\
 & + 2,72 \cdot 10^{-3} \cdot Horas\_del\_dia^4 \\
 & + 0,028 \cdot Horas\_del\_dia^3 \\
 & - 0,105 \cdot Horas\_del\_dia^2 \\
 & - 8,58 \cdot 10^{-3} \cdot Horas\_del\_dia + 0,675
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

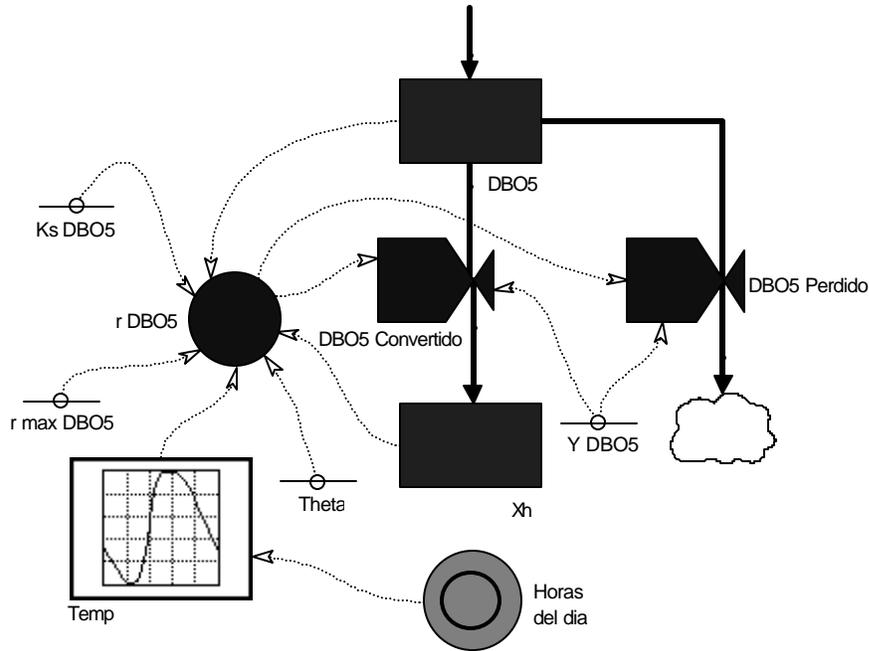
$$Entra\_DBO5 = VarCarg (DBO5Max - DBO5Min) + DBO5Min
 \tag{2.3}$$

### 2.3.2. Consumo de materia orgánica y crecimiento de microorganismos.

El modelo de la sección de consumo de la materia orgánica y el correspondiente crecimiento de microorganismos heterótrofos requiere de las siguientes consideraciones:

- El flujo de DBO5 que se transforma en microorganismos heterótrofos sigue el comportamiento de la cinética de Monod analizado en el Capítulo 1.
- No existen sustancias inhibitoras del crecimiento microbiano en cantidades que puedan afectar la cinética.
- La reacción se ve afectada por la variación diaria y/o estacional de la temperatura, siguiendo un perfil similar al indicado en el Anexo 3.

El diagrama de Forrester correspondiente a esta sección es:



donde en el nivel *DBO5* existe una desacumulación, a través de la válvula *DBO5\_Convertido*, debido al consumo de materia orgánica por los microorganismos heterótrofos, con el consiguiente incremento del nivel *Xh*. La válvula se controla con el modelo cinético de Monod para el crecimiento microbiano representado por la variable *r\_DBO5*. Como se analizó en el capítulo anterior, la producción de células microbianas ocurre a expensas del consumo de sustrato siguiendo una relación estequiométrica específica que depende de la constante de conversión másica de sustrato *Y\_DBO5*, por lo que existe un flujo secundario que consume *DBO5* pero no se convierte en biomasa y es regulado por la válvula *DBO5\_Perdido*. La variable cinética *r\_DBO5* se ve afectada por la temperatura de operación, que varía diariamente según el patrón mostrado en la Figura A3-1 del Anexo 3. Las ecuaciones matemáticas que describen estos parámetros son:

$$Temp = f(Horas\_del\_dia) \quad (2.4)$$

$$r\_DBO5 = \left( \frac{rmax\_DBO5 \cdot DBO5 \cdot Xh}{Ks\_DBO5 + DBO5} \right) \cdot Theta^{(Temp-20)} \quad (2.5)$$

$$DBO5\_Convertido = Y\_DBO5 \cdot r\_DBO5 \quad (2.6)$$

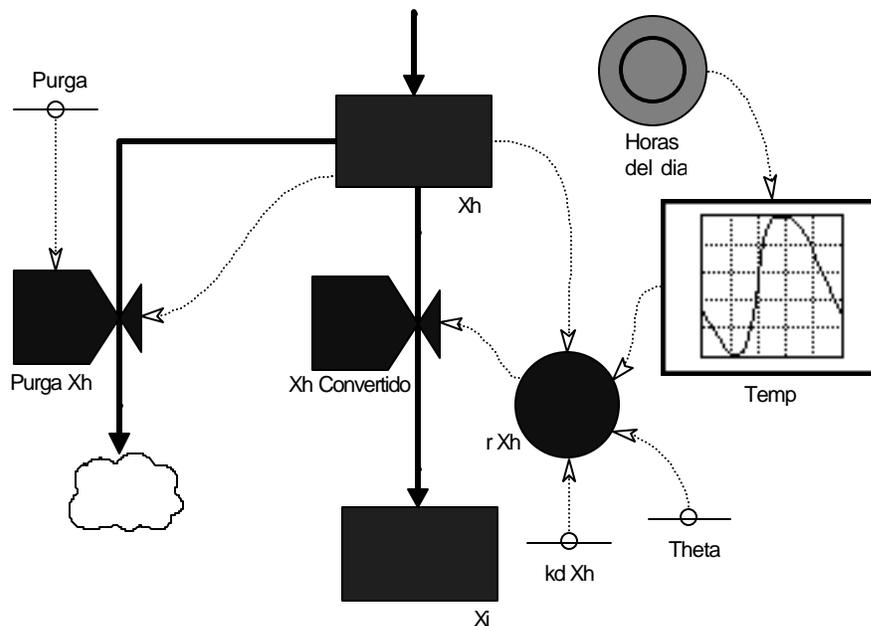
$$DBO5\_Perdido = (1 - Y\_DBO5) \cdot r\_DBO5 \quad (2.7)$$

### 2.3.3. Disminución de microorganismos heterótrofos.

En la etapa de disminución de microorganismos heterótrofos por muerte y extracción se hacen las siguientes consideraciones:

- El flujo de microorganismos heterótrofos que se transforma en microorganismos inertes sigue el comportamiento de la descomposición endógena tratado en el capítulo previo.
- La descomposición endógena se ve afectada por la variación diaria y/o estacional de la temperatura, siguiendo un perfil similar al indicado en el Anexo 3.
- Parte de los microorganismos heterótrofos pueden ser extraídos como purga del clarificador, en el caso de los lodos activados; o mantenerse en el sistema, si se trata de lagunas de oxidación.

Partiendo de estas consideraciones se diseña la sección del diagrama de Forrester para la disminución de microorganismos heterótrofos:



En esta sección el nivel de microorganismos heterótrofos  $X_h$  se ve disminuido por dos flujos, la purga de lodos que se realiza en el clarificador controlado por la válvula  $Purga\_Xh$ , y de la descomposición endógena de la biomasa heterótrofa activa con la correspondiente acumulación de biomasa inerte en el nivel  $X_i$  a través de la válvula  $Xh\_Convertido$  que se regula mediante el modelo de descomposición endógena descrito por la variable  $r\_Xh$ . Los modelos matemáticos correspondientes son:

$$r\_Xh = (kd\_Xh \cdot Xh) \cdot \Theta^{(Temp-20)} \quad (2.8)$$

$$Xh\_Convertido = r\_Xh \cdot Y\_Xh \quad (2.9)$$

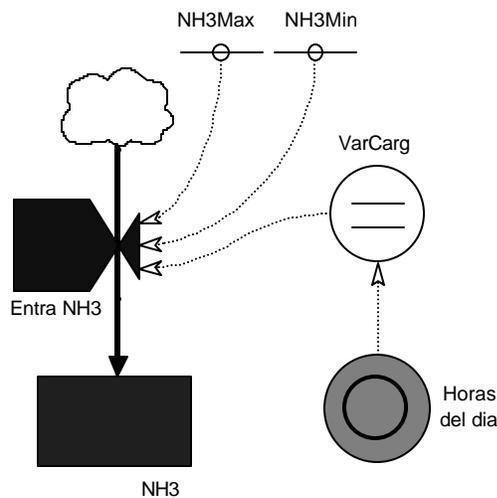
$$Purga\_Xh = Xh \cdot Purga \quad (2.10)$$

### 2.3.4. Entrada de nitrógeno amoniacal.

De manera análoga a la etapa de entrada de materia orgánica, para la entrada de nitrógeno amoniacal al sistema de tratamiento se definen las siguientes consideraciones:

- El nitrógeno amoniacal proviene de una fuente inagotable durante el período de simulación.
- El flujo de entrada de NH<sub>3</sub> al sistema, diario o estacional, sigue un perfil similar al mostrado en el Anexo 2.
- La entrada de NH<sub>3</sub> oscila entre un valor mínimo y uno máximo que son constantes durante el período de estudio.

El digrama de Forrester correspondiente es:



En el diagrama se muestra el flujo de nitrógeno amoniacal que entra controlado por la válvula *Entra\_NH3* y se acumula en el nivel *NH3*. Las constantes *NH3Max* y *NH3Min* imponen los límites de apertura y cierre de la válvula mientras que la relación no lineal *VarCarg* la forma en que la válvula controla la entrada. La representación matemática de estos parámetros es:

$$Entra\_NH3 = VarCarg (NH3Max - NH3Min) + NH3Min \quad (2.11)$$

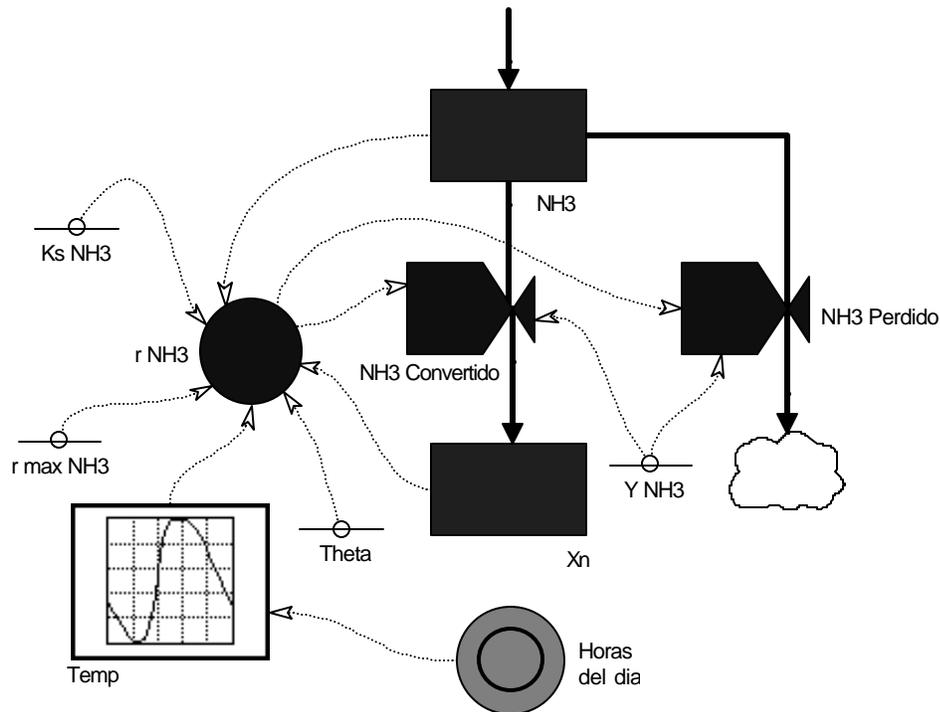
### 2.3.5. Consumo de nitrógeno amoniacal y crecimiento de microorganismos.

Para la modelación del consumo de nitrógeno amoniacal y del correspondiente crecimiento de microorganismos autótrofos nitrificantes se requieren las siguientes consideraciones:

- El flujo de NH<sub>3</sub> se transforma en microorganismos nitrificantes siguiendo el comportamiento cinético de Monod.

- No existen sustancias ni procesos inhibidores del crecimiento de microorganismos nitrificantes que puedan afectar la cinética de Monod.
- La reacción se ve afectada por la variación diaria y/o estacional de la temperatura, siguiendo un perfil similar al indicado en el Anexo 3.

El diagrama de Forrester correspondiente a esta sección es:



donde en el nivel  $NH_3$  existe una desacumulación, a través de la válvula  $NH_3\_Convertido$ , debido al consumo de nitrógeno amoniacal por los microorganismos autótrofos, con el consiguiente incremento del nivel  $X_n$ . La válvula se controla con el modelo cinético de Monod para el crecimiento microbiano representado por la variable  $r_{NH_3}$ . El flujo secundario que consume  $NH_3$  pero no se convierte en biomasa es regulado por la válvula  $NH_3\_Perdido$ . La variable cinética  $r_{NH_3}$  se ve afectada por la temperatura de operación. Las ecuaciones matemáticas que describen estos parámetros son:

$$r_{NH_3} = \left( \frac{r_{max\_NH_3} \cdot NH_3 \cdot X_n}{K_s_{NH_3} + NH_3} \right) \cdot \Theta^{(Temp-20)} \quad (2.12)$$

$$NH_3\_Convertido = Y_{NH_3} \cdot r_{NH_3} \quad (2.13)$$

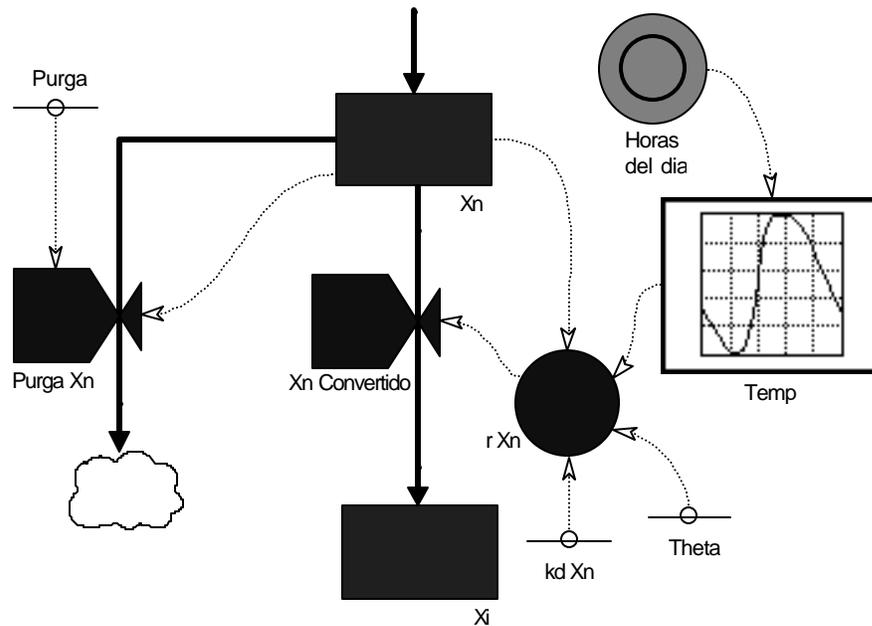
$$NH_3\_Perdido = (1 - Y_{NH_3}) \cdot r_{NH_3} \quad (2.14)$$

**2.3.6. Disminución de microorganismos nitrificantes.**

En la etapa de disminución de microorganismos nitrificantes por muerte y extracción se hacen las siguientes consideraciones:

- El flujo de microorganismos autótrofos nitrificantes que se transforma en microorganismos inertes sigue el comportamiento de la descomposición endógena analizado previamente.
- La descomposición endógena se ve afectada por la variación diaria y/o estacional de la temperatura.
- Parte de los microorganismos nitrificantes pueden ser extraídos como purga del clarificador, en el caso de los lodos activados; o mantenerse en el sistema, si se trata de lagunas de oxidación.

Partiendo de estas consideraciones se diseña la sección del diagrama de Forrester:



El nivel de microorganismos autótrofos nitrificantes  $X_n$  se ve disminuido por dos flujos, la purga de lodos que se realiza en el clarificador regulada por la válvula  $Purga\_Xn$ , y de la descomposición endógena de la biomasa nitrificante con la correspondiente acumulación de biomasa inerte en el nivel  $X_i$  a través de la válvula  $Xn\_Convertido$  que se regula mediante el modelo de descomposición endógena descrito por la variable  $r\_Xn$ . Los modelos matemáticos correspondientes son:

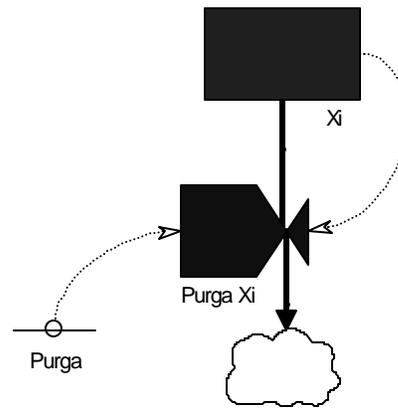
$$r\_Xn = (kd\_Xn \cdot Xn) \cdot Theta^{(Temp-20)} \tag{2.15}$$

$$Xn\_Convertido = r\_Xn \cdot Y\_Xn \quad (2.16)$$

$$Purga\_Xn = Xn \cdot Purga \quad (2.17)$$

### 2.3.7. Disminución de microorganismos inertes.

Tanto los microorganismos heterótrofos como los autótrofos nitrificantes una vez muertos pasan a formar parte de la biomasa inerte que, junto con la biomasa activa conforman el lodo. La disminución de microorganismos inertes se debe a la purga que se realiza en el clarificador, siendo el diagrama de Forrester correspondiente:



El nivel de microorganismos inertes  $Xi$  disminuye por el flujo purgado a través de la válvula  $Purga\_Xi$  cuyo modelo es:

$$Purga\_Xi = Xi \cdot Purga \quad (2.18)$$

Finalmente, integrando todas las secciones modeladas anteriormente en el modelo definitivo de la planta, cuyo diagrama de Forrester se muestra en la Figura A4-1 del Anexo 4, se obtiene el modelo dinámico de los niveles, conformado por un sistemas de cinco ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\frac{dDBO5}{dt} = Entra\_DBO5 - DBO5\_convertido - DBO5\_Perdido \quad (2.19)$$

$$\frac{dXh}{dt} = DBO5\_convertido - Xh\_convertido - Purga\_Xh \quad (2.20)$$

$$\frac{dNH3}{dt} = Entra\_NH3 - NH3\_convertido - NH3\_Perdido \quad (2.21)$$

$$\frac{dXn}{dt} = NH3\_convertido - Xn\_convertido - Purga\_Xn \quad (2.22)$$

$$\frac{dX_i}{dt} = X_{h\_convertido} + X_{n\_convertido} - Purga\_X_i \quad (2.23)$$

## 2.4 Definición precisa de cada magnitud.

En el desarrollo del modelo a partir del diagrama de Forrester se definieron varios parámetros específicos del sistema de tratamiento a modelar. Para el ajuste del caso base se utilizaron los datos provenientes de la estación depuradora por lodos activados del hotel “Sol-Palmeras” en Varadero, cuya caracterización completa ha sido realizada en varios trabajos previos que se resumen en la Tabla 2.1:

**Tabla 2.1: Magnitudes constantes utilizadas en el modelo**

Magnitud	Símbolo	Valor	Unidad
Coefficiente de actividad – temperatura	<i>Theta</i>	1.040	-
DBO5 mínima en un período de 24 horas <sup>❶</sup>	<i>DBO5Min</i>	63.200	g/m <sup>3</sup>
DBO5 máxima en un período de 24 horas <sup>❶</sup>	<i>DBO5Max</i>	142.800	g/m <sup>3</sup>
Constante de saturación para la DBO5 <sup>❷</sup>	<i>Ks_DBO5</i>	80.000	g/m <sup>3</sup>
Velocidad máxima de crecimiento de heterótrofos <sup>❷</sup>	<i>rmax_DBO5</i>	0.417	h <sup>-1</sup>
Conversión másica de DBO5 en heterótrofos <sup>❷</sup>	<i>Y_DBO5</i>	0.558	-
Descomposición endógena de heterótrofos <sup>❷</sup>	<i>kd_Xh</i>	0.002	h <sup>-1</sup>
NH <sub>3</sub> mínimo en un período de 24 horas <sup>❶</sup>	<i>NH3Min</i>	3.300	g/m <sup>3</sup>
NH <sub>3</sub> máximo en un período de 24 horas <sup>❶</sup>	<i>NH3Max</i>	32.500	g/m <sup>3</sup>
Constante de saturación para el NH <sub>3</sub> <sup>❷</sup>	<i>Ks_NH3</i>	1.400	g/m <sup>3</sup>
Velocidad máxima de crecimiento de nitrificantes <sup>❸</sup>	<i>rmax_NH3</i>	0.252	h <sup>-1</sup>
Conversión másica de NH <sub>3</sub> en nitrificantes <sup>❷</sup>	<i>Y_NH3</i>	0.133	-
Descomposición endógena de nitrificantes <sup>❷</sup>	<i>kd_Xn</i>	0.002	h <sup>-1</sup>
Fracción de lodo que se extrae del clarificador <sup>❶</sup>	<i>Purga</i>	0.013	-

❶ Caracterización del afluente tomados de Martínez (1998) y Thabet (1998).

❷ Constantes cinéticas para microorganismos heterótrofos tomadas de Martínez y Berrios (1996).

❸ Constantes cinéticas para microorganismos nitrificantes tomadas de Martínez (2002).

## 2.5 Calibrado del modelo.

Para el calibrado del modelo se realizó el ajuste de un caso base utilizando las magnitudes constantes reportadas en la Tabla 2.1, haciendo coincidir las condiciones iniciales correspondientes a la DBO5 y la concentración de nitrógeno amoniacal con los valores máximos del afluente, mientras que las condiciones iniciales de las concentraciones de microorganismos heterótrofos y autótrofos nitrificantes provienen de un inóculo, como ocurre en la puesta en marcha de un sistema biológico de tratamiento de aguas residuales. Los valores utilizados como condiciones iniciales se muestran en la Tabla 2.2, mientras que el intervalo de tiempo para la simulación fue desde el instante inicial de la puesta en marcha hasta las 500 horas (aproximadamente 21 días) de operación de la EDAR.

**Tabla 2.2: Condiciones iniciales de los niveles para el calibrado**

Nivel	Símbolo	Valor
DBO5 inicial	$DBO5$	142.8 g/m <sup>3</sup>
Concentración inicial de nitrógeno amoniacal	$NH3$	32.5 g/m <sup>3</sup>
Concentración inicial de microorganismos heterótrofos	$Xh$	113.2 g/m <sup>3</sup>
Concentración inicial de microorganismos nitrificantes	$Xn$	3.1 g/m <sup>3</sup>
Concentración inicial de microorganismos inertes	$Xi$	51.8 g/m <sup>3</sup>

La simulación del caso base se realizó mediante el software **ithink** versión 3.0.6 de *High Performance Systems, Inc.* El diagrama de Forrester implementado en este programa se muestra en la Figura A7-1 del Anexo 7.

Los resultados de la simulación del caso base al alcanzarse el estado estacionario fueron comparados con los resultados típicos provenientes de la estación depuradora de aguas residuales por lodos activados “Sol – Palmeras”, perteneciente a la empresa Aguas Varadero S.A., operando en condiciones estables. Los resultados de la caracterización del afluente y del efluente de esta EDAR han sido reportados en trabajos previos (Martínez y Berrios, 1996; Martínez, 1998 y 2002; Martínez, Benítez y Domínguez, 2002; Benítez y Martínez, 2002c).

### 2.5.1. Resultados de la calibración.

Como fue previsto en el diagrama causal, existe un estado estacionario en el sistema el cual se alcanzó después de las 312 horas de operación para la DBO5 y de las 437 horas para la concentración de nitrógeno amoniacal (Figuras A5-1 y A5-2 del Anexo 5). El comportamiento de estos dos niveles durante el último día de la simulación (entre las 475 y las 500 horas de opera-

ción) se muestra en las Figuras A5-3 y A5-4 del mismo anexo, destacándose los valores máximos y mínimos y el perfil de concentraciones de un día típico de operación en estado estacionario.

Los resultados de la simulación y su comparación con los datos reales de la planta se muestran en la Tabla 2.3:

**Tabla 2.3: Resultados de la simulación y comparación con datos reales**

	<b>Resultados simulados</b>	<b>Datos reales</b>	<b>Error</b>
DBO5 Máxima	16.10	17.00	5.29 %
DBO5 Mínima	9.60	10.38	7.51 %
Rango de DBO5	6.50	6.62	1.81 %
NH3 Máximo	2.00	1.92	4.17 %
NH3 Mínimo	0.50	0.55	9.09 %
Rango de NH3	1.50	1.37	9.49 %

El error relativo entre el valor real y el simulado se determinó por la expresión:

$$Error = \frac{|Resultado\ real - Resultado\ simulado|}{Resultado\ real} \cdot 100\% \quad (2.24)$$

y en ningún caso sobrepasa el 10%. También se tuvo en cuenta el error de los rangos (diferencia entre valor máximo y el mínimo) en el caso de los valores reales ya que un error por defecto en el valor mínimo y un error por exceso en el valor máximo, aún cuando estos errores locales sean pequeños, pueden provocar un error significativo en el perfil de variación del nivel (NIST/SEMATECH, 2002).

## 2.6 Análisis de sensibilidad.

El análisis de sensibilidad se utiliza para estudiar el comportamiento del sistema ante variaciones pequeñas de los parámetros más significativos. En el Capítulo 1 se concluye que el parámetro que más afecta el funcionamiento de una EDAR es la carga de contaminantes presentes en el afluente, que en el modelo desarrollado por el autor se representa por los límites de concentración de materia orgánica (*DBO5Max* y *DBO5Min*) y los límites de concentración de nitrógeno amoniacal (*NH3Max* y *NH3Min*) en el afluente diario.

Para comprobar la respuesta del sistema simulado ante los cambios de la DBO5 y de la concentración de nitrógeno amoniacal en la entrada de la planta, se reprodujeron las condiciones de la carga contaminante del afluente en las cuatro estaciones del año que, como se observa en la Figura A2-2 del Anexo 2, es máxima en verano, media en primavera y otoño y mínima en invierno. Estos datos se encuentran reportados por Martínez (1998) y se resumen en la Tabla 2.4:

**Tabla 2.4: Carga contaminante estacional del afluente (valores medios)**

<b>Estación del año</b>	<b>Carga contaminante</b>		<b>Concentración</b>
Primavera	DBO5	Mínima	63.2 g/m <sup>3</sup>
	DBO5	Máxima	142.8 g/m <sup>3</sup>
	NH3	Mínimo	3.3 g/m <sup>3</sup>
	NH3	Máximo	32.5 g/m <sup>3</sup>
Verano	DBO5	Mínima	86.9 g/m <sup>3</sup>
	DBO5	Máxima	172.4 g/m <sup>3</sup>
	NH3	Mínimo	4.9 g/m <sup>3</sup>
	NH3	Máximo	39.5 g/m <sup>3</sup>
Otoño	DBO5	Mínima	44.5 g/m <sup>3</sup>
	DBO5	Máxima	113.4 g/m <sup>3</sup>
	NH3	Mínimo	2.4 g/m <sup>3</sup>
	NH3	Máximo	26.7 g/m <sup>3</sup>
Invierno	DBO5	Mínima	29.5 g/m <sup>3</sup>
	DBO5	Máxima	80.7 g/m <sup>3</sup>
	NH3	Mínimo	2.1 g/m <sup>3</sup>
	NH3	Máximo	21.2 g/m <sup>3</sup>

### 2.6.1. Resultados del análisis de sensibilidad.

Los resultado de concentración de contaminantes en el efluente después de la simulación del sistema operando en cada uno de estos cuatro niveles de carga en el afluente se muestran en el Anexo 6. Se observa cómo un aumento de la concentración de la carga contaminante del afluente produce una elevación de punto de máxima acumulación tanto de DBO5 como de la concentración nitrógeno amoniacal en el efluente; aunque en el caso de la DBO5, a partir de las

30 horas aproximadamente, se estabiliza para cualquier carga del afluente (Figura A6-1), mientras que la concentración de nitrógeno amoniacal requiere un tiempo mayor de estabilización al aumentar la carga (Figura A6-2). Este resultado es lógico, ya que la velocidad máxima de crecimiento de microorganismos heterótrofos es, aproximadamente, el doble que la de nitrificantes (Ver Tabla 2.1) por lo que la válvula *DBO5\_Convertido* posee una mayor abertura y el flujo que pasa al nivel *Xh* es mayor; por otra parte, un aumento de *Xh* provoca un aumento de la abertura de esta válvula *DBO5\_Convertido* produciendo un efecto amortiguador (VanWelden, 2000).

Después de alcanzarse el estado estacionario (a partir de las 475 horas de operación) el sistema mantiene un perfil similar para cualquier concentración de contaminantes en la entrada, tanto para el nivel de DBO5 como para de nitrógeno amoniacal, notándose un aplanamiento de las curvas al disminuir la carga (Figuras A6-3 y A6-4)

### **Conclusiones parciales**

1. El modelo ajustado solo es válido para sistemas de tratamiento biológico aerobio de cultivo suspendido, donde el oxígeno no sea la sustancia limitante en la reacción.
2. Los resultados del ajuste al caso base permiten asegurar que el modelo obtenido representa adecuadamente el comportamiento de la planta de tratamiento de “Sol-Palmeras” en Varadero, una vez alcanzado el estado estacionario.
3. El análisis de sensibilidad demuestra que el modelo responde de manera lógica a los cambios de concentración de contaminantes del afluente.

## CAPITULO 3: Estudio Simulado y Optimización del Sistema

---

El desarrollo de un modelo de dinámica de sistemas que describa el comportamiento temporal de las EDAR con procesos biológicos aerobios de cultivo suspendido, y en particular el caso ajustado a la estación depuradora por lodos activados “Sol Palmeras”, posibilita realizar un estudio dinámico de optimización de varias variables dependientes de esta planta, siendo este el objetivo del capítulo.

### ***Diagnóstico y prognosis***

En el Capítulo 1 se concluye que en los sistemas de depuración de aguas residuales por lodos activados la fracción de lodo extraída del clarificador es uno de los principales parámetros de operación y el principal desde el punto de vista de control ya que el operador lo puede ajustar a su voluntad. Es por esta razón que la fracción de lodos que se purga del clarificador resulta de gran importancia como variable independiente al optimizar un proceso por lodos activados.

Por otra parte, como se trató en el capítulo previo, los elementos cruciales del sistema son la *DBO5*, la concentración de nitrógeno amoniacal (*NH3*) y las concentraciones de microorganismos, fundamentalmente heterótrofos (*Xh*) y autótrofos (*Xn*) nitrificantes, en el reactor.

### **3.1 Estabilidad del sistema ante cambios en el parámetro *Purga*.**

Para comprobar el comportamiento del sistema ante las variaciones de la fracción de lodos que se purga se realizó un análisis de estabilidad para el caso base, variando este parámetro (*Purga*) desde 0 hasta 0,026 durante las primeras 500 horas de operación después de la puesta en marcha de la planta. El límite inferior seleccionado para la fracción de purga corresponde a un sistema sin extracciones, como las lagunas de oxidación, y el superior corresponde al doble de la extracción utilizada en el caso base.

Para realizar este estudio se exportó el modelo matemático generado por *ithink* en capítulo anterior hacia *Madonna*. Este último programa es un resolvidor de sistemas de ecuaciones algebraicas y diferenciales ordinarias que, aunque no es una herramienta específica para la modelación dinámica de sistemas, admite los modelos de *ithink* y de *Stella* sin necesidad de realizarle cam-

bio alguno y posee como principal ventaja la alta velocidad de cálculo y la posibilidad de seleccionar un mayor número de métodos numéricos, incluidos los específicos para ecuaciones diferenciales rígidas. En la Tabla A8-1 del Anexo 8 se muestra el listado del modelo matemático ajustado al caso base generado por *ithink* e implementado en *Madonna*.

### **3.1.1. Resultados del análisis de estabilidad.**

Las superficies de respuesta resultantes del estudio simulado en un período de 500 horas de operación se muestran en el Anexo 9. Como se puede observar, la concentración de nitrógeno amoniacal (Figura A9-2) es mucho más sensible ante la variación de la fracción de purga que la DBO5 (Figura A9-1) en la zona de máximo global. La variable *DBO5* logra una estabilización casi instantánea e independiente del parámetro *Purga*; mientras que la variable *NH3* posee una pendiente menos pronunciada y el domo aumenta al aumentar el valor del parámetro *Purga*, aumentando de esta forma el tiempo necesario para estabilizarse la variable.

La concentración de microorganismos y el tiempo requerido para estabilizarla, disminuyen al aumentar el valor del parámetro *Purga* (Figuras A9-3 y A9-4). Para sistemas de tratamiento como las lagunas de oxidación, donde no se purgan los lodos, la concentración de microorganismos solo se ve reducida por la muerte de estos, alcanzándose valores finales muy elevados y tardando mucho más su estabilización.

## **3.2 Optimización del sistema.**

La optimización se realizó a partir de las facilidades que brinda el estudio dinámico para detectar los tiempos de estabilización y las acumulaciones máximas que ocurren en los niveles del sistema después de ocurrir una perturbación, así como los valores estables que se alcanzan al recuperarse el estado estacionario.

Para simular una perturbación en el sistema se incluyeron en el modelo ecuaciones del tipo condicional (Tabla A8-2 del Anexo 8) que producen un aumento de paso escalón en la carga contaminante del afluente, desde el nivel del caso base hasta el valor máximo que corresponde con el alcanzado en verano.

A partir del objetivo de una planta de tratamiento de aguas residuales -minimizar la concentración de contaminantes en el efluente- se planteó como primer objetivo de la optimización el minimizar los niveles *DBO5* y *NH3*, aunque también resulta conveniente reducir el volumen de lodos en el sistema. Saunamäki (1997) y Romero (1998) plantean el problema que representa en Finlandia y en México respectivamente el tratamiento y deposición final de los lodos, mientras que Lueje y Gómez (2000) y González (2002) estudian alternativas de aprovechamiento para solucionar el

problema de la elevada producción de lodos de depuradoras que actualmente se vierten o incineran.

Teniendo en cuenta los criterios antes expuestos se seleccionaron como las variables dependientes los valores máximos de concentración de materia orgánica y de nitrógeno amoniacal que se observan una vez alcanzado el estado estacionario; así como los valores máximos en las concentraciones de estos contaminantes que se llegan a acumular después una perturbación, ya que durante el período de estabilización, el efluente se vierte con estos elevados niveles. El tiempo requerido para alcanzar el estado estacionario en ambas variables es otro parámetro que resulta de interés, ya que al ser menor se reduce el tiempo que se vierte el efluente con las elevadas concentraciones acumuladas (Petersen y Gernaey, 2002). También resulta importante optimizar las concentraciones de microorganismos heterótrofos y autótrofos nitrificantes que se mantienen en el sistema por el problema que plantea el tratamiento final de sus lodos. El tiempo requerido para estabilizarse las concentraciones de microorganismos también es un criterio de estabilidad del sistema a tener en cuenta la optimización (Petersen y Gernaey, 2002). En la Tabla 3.1 se resumen todas las variables dependientes escogidas para la optimización, así como el criterio de optimización y el comportamiento esperado al aumentar la fracción de lodo que se purga de la corriente de reciclo.

**Tabla 3.1: Variables dependientes utilizadas para la optimización del sistema.**

<b>Variable dependiente</b>	<b>Símbolo</b>	<b>Criterio de optimización</b>	<b>Comportamiento esperado al aumentar la fracción de lodo purgado</b>
<i>DBO5</i> máxima en estado estacionario	$Y_1$	Minimizar	Aumenta
<i>DBO5</i> máxima acumulada	$Y_2$	Minimizar	Aumenta
Tiempo de estabilización para <i>DBO5</i>	$Y_3$	Minimizar	No depende
<i>NH3</i> máximo en estado estacionario	$Y_4$	Minimizar	Aumenta
<i>NH3</i> máximo acumulado	$Y_5$	Minimizar	Aumenta
Tiempo de estabilización para <i>DBO5</i>	$Y_6$	Minimizar	Aumenta
<i>Xh</i> máximo en estado estacionario	$Y_7$	Minimizar	Disminuye
Tiempo de estabilización para <i>Xh</i>	$Y_8$	Minimizar	Disminuye
<i>Xn</i> máximo en estado estacionario	$Y_9$	Minimizar	Disminuye
Tiempo de estabilización para <i>Xn</i>	$Y_{10}$	Minimizar	Disminuye

El comportamiento esperado que se muestra en la Tabla 3.1 se dedujo de los resultados del análisis de estabilidad realizado en el epígrafe anterior y permite suponer que existe un punto estacio-

nario (máximo, mínimo o inflexión) en la función del óptimo global del sistema, pues algunas variables dependientes tienden a aumentar mientras que otras tienden a disminuir al aumentar el valor de la variable independiente.

Los valores numéricos de estas diez variables dependientes se pueden obtener a partir de las curvas simuladas de variación temporal de la concentración de contaminantes y microorganismos como se ilustra, a manera de ejemplo, en la Figura 3.1:

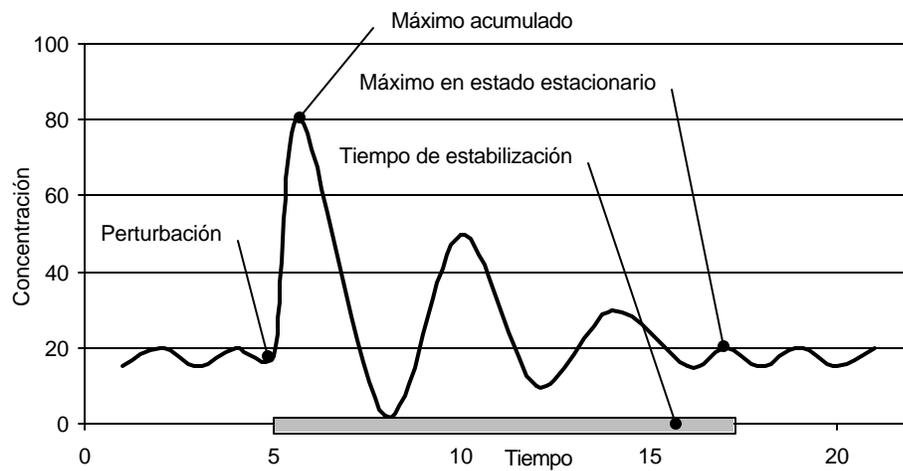


Figura 3.1: Curva característica de las variables del sistema después de una perturbación.

### 3.2.1. Función objetivo.

Para la optimización global del sistema se propone una función multiobjetivo como la desarrollada por Anderson y Whitcomb (1999) denominada *función de "deseabilidad"* ( $D$ ) en la cual minimiza la suma de todas ( $Vars$ ) las variables dependientes ( $Y_i$ ) codificadas entre cero y uno, correspondiendo este último valor con el máximo experimental obtenido para cada una de ellas ( $M_i$ ). Cada variable dependiente se afecta, además, por el peso ( $P_i$ ) que supone su óptimo sobre el óptimo global del sistema:

$$D = \sum_{i=1}^{Vars} \frac{P_i}{M_i} Y_i \quad (3.1)$$

Partiendo de los  $n$  resultados experimentales de cada variable dependiente ( $Y_{i,j}$ ) se pueden obtener los correspondientes valores de la función de  $D_j$ :

$$D_j = \sum_{i=1}^{Vars} \frac{P_i}{M_i} Y_{i,j} \quad \text{para } j = 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

siendo ésta la expresión utilizada para obtener los valores de “deseabilidad” con los que se ajusta la función objetivo que optimiza de manera global al sistema.

### 3.3 Diseño experimental.

Para optimizar el sistema al variar el parámetro *Purga* se realizó un diseño experimental del tipo *factor categórico simple*, el cual permite comparar varios niveles de un único factor cuantitativo o cualitativo (Rooney, 1998).

Existen dos softwares disponibles que permiten realizar este tipo de diseño experimental unidimensional: **Design – Expert 5** distribuido por *Stat-Ease Inc.* y **STATGRAPHICS Plus 5.0** desarrollado por *Statistical Graphics Corp.* y, aunque ambos cuentan con posibilidades de diseño muy similares, el segundo integra varias herramientas estadísticas complementarias necesarias para la regresión y optimización que lo hacen más recomendable para este tipo de diseño, como sugiere Burnham (1998).

La fracción de purga de lodos en la corriente de reciclaje se estudió a seis niveles, los cuales se muestran en la Tabla 3.2, tomando como referencia el valor utilizado en el ajuste del modelo al caso base, que corresponde con la purga que actualmente se realiza en la planta “Sol-Palmeras”.

**Tabla 3.2: Niveles de estudio del parámetro *Purga*.**

<b>Descripción del nivel</b>	<b><i>Purga</i></b>
Sin purga, como ocurre en las lagunas de oxidación.	0.00 %
La mitad del valor del caso base.	0.65 %
El valor del caso base que corresponde a la purga realizada actualmente.	1.30 %
Una y media veces el valor de caso base.	1.95 %
El doble del valor del caso base.	2.60 %
Dos y media veces el valor de caso base.	3.25 %

Con estos seis niveles del parámetro *Purga* se procedió a realizar un estudio simulado en *Madonna* empleando el modelo del sistema mostrado en la Tabla A8-1, teniendo presente la modificación propuesta en la Tabla A8-2 del Anexo 8 para producir una perturbación en el sistema a mitad del tiempo total de operación de la planta.

Los resultados de la simulación se muestran en el Anexo 10, correspondiendo las Figuras A10-1 y A10-2 a los perfiles de concentración de materia orgánica y de nitrógeno amoniacal respectivamente en el efluente y las Figuras A10-3 y A10-4 a los perfiles de concentración de microorganismos heterótrofos y autótrofos nitrificantes en el reactor para los seis niveles de fracción de purga.

La Tabla A10-1 muestra los valores obtenidos a partir de las curvas de las variables dependientes correspondientes a los componentes contaminantes, mientras que la Tabla A10-2 muestra los valores de las variables dependientes correspondientes a los microorganismos. En la Tabla 3.3 se resumen estos resultados:

**Tabla 3.3: Resultados simulados del diseño de experimentos.**

<b>Purga %</b>	<b><math>Y_1</math> g/m<sup>3</sup></b>	<b><math>Y_2</math> g/m<sup>3</sup></b>	<b><math>Y_3</math> h</b>	<b><math>Y_4</math> g/m<sup>3</sup></b>	<b><math>Y_5</math> g/m<sup>3</sup></b>	<b><math>Y_6</math> h</b>	<b><math>Y_7</math> g/m<sup>3</sup></b>	<b><math>Y_8</math> h</b>	<b><math>Y_9</math> g/m<sup>3</sup></b>	<b><math>Y_{10}</math> h</b>
<b>0.00</b>	1.0	6.5	72	0.5	1.0	24	<u>40100</u>	<u>360</u>	<u>1800</u>	<u>456</u>
<b>0.65</b>	2.0	12.0	72	1.5	3.0	48	10200	240	480	168
<b>1.30</b>	4.0	24.0	72	3.0	7.0	96	6000	168	280	120
<b>1.95</b>	6.0	39.0	72	7.0	14.0	144	4400	120	190	144
<b>2.60</b>	9.0	56.0	72	14.0	26.0	216	3100	96	150	72
<b>3.25</b>	<u>12.0</u>	<u>80.0</u>	72	<u>31.0</u>	<u>120.0</u>	<u>288</u>	2800	72	120	168

En la Tabla 3.3 se aprecia un comportamiento similar al predicho por el análisis de estabilidad, salvo para la variable  $Y_{10}$  (Tiempo de estabilización de  $X_n$ ) en la que se observa un aumento cuando la fracción de purga es 3.25 %. El tiempo de estabilización de  $DBO_5$  ( $Y_3$ ), como se predijo, es independiente de la fracción de purga por lo que no resulta necesario incluirla en la función de “deseabilidad”. En la tabla también se han subrayado los valores experimentales máximos para cada variable, quedando la ecuación 3.2:

$$D_j = \frac{P_1}{12} Y_{1j} + \frac{P_2}{80} Y_{2j} + \frac{P_4}{31} Y_{4j} + \frac{P_5}{120} Y_{5j} + \frac{P_6}{288} Y_{6j} + \frac{P_7}{40100} Y_{7j} + \frac{P_8}{360} Y_{8j} + \frac{P_9}{1800} Y_{9j} + \frac{P_{10}}{456} Y_{10j} \quad (3.3)$$

Los pesos para cada variable dependiente se seleccionaron, a criterio de este autor, según la importancia del mínimo de la variable sobre el mínimo global del sistema. Al peso mayor se le dio valor 10, correspondiendo con las variables más significativas en la optimización: las concentra-

ciones estables de contaminantes en el efluente ( $Y_1$  e  $Y_4$ ); le siguen en importancia los máximos acumulados de estas concentraciones de contaminantes ( $Y_2$  e  $Y_5$ ) con un peso de 7; a continuación, con peso 5, el tiempo de estabilización del sistema ( $Y_6$ ,  $Y_8$  e  $Y_{10}$ ) y finalmente las concentraciones de microorganismos ( $Y_7$  e  $Y_9$ ) con un peso igual a 4:

$$D_j = \frac{10}{12}Y_{1j} + \frac{7}{80}Y_{2j} + \frac{10}{31}Y_{4j} + \frac{7}{120}Y_{5j} + \frac{5}{288}Y_{6j} + \frac{4}{40100}Y_{7j} + \frac{5}{360}Y_{8j} + \frac{4}{1800}Y_{9j} + \frac{5}{456}Y_{10j} \quad (3.4)$$

Evaluando esta expresión en los diferentes niveles de las variables dependientes se obtienen los resultados de la nueva variable dependiente que minimiza globalmente al sistema (Tabla 3.4):

**Tabla 3.4: Resultados de la función de “deseabilidad”.**

<i>Purga</i>	<i>D</i>
0.00	20.08212
0.65	11.46843
1.30	13.34592
1.95	18.09397
2.60	24.94816
3.25	42.38807

### 3.3.1. Resultados del diseño experimental.

Los resultados de los análisis realizados al diseño experimental; con el objetivo de conocer si existen diferencias significativas entre los niveles de la variable dependiente, el mejor modelo ajustado y la calidad de ajuste del mismo; se muestran en el Anexo 11.

La Tabla A11-1 corresponde al análisis de varianza realizado entre los diferentes niveles de la variable  $D$ , del cual se puede concluir que al menos uno de estos niveles difiere significativamente del resto para un nivel de confianza del 99% ( $p\text{-value} < 0.01$ ). Para determinar cuál o cuáles son los niveles que poseen diferencias significativas de los restantes se procedió a realizar la *prueba de rangos múltiples*, cuyos resultados se muestran en la Tabla A11-2, observándose que entre todos ellos existen marcadas diferencias. El gráfico de dispersión (Figura A11-1) muestra la tendencia de la variable  $D$  al variar los niveles del factor *Purga*, observándose la

existencia de un mínimo en la región como se predijo en el análisis del comportamiento esperado para el sistema en la Tabla 3.1.

Una vez conocido el comportamiento de la variable dependiente  $D$  al variar el factor  $Purga$ , se procedió a realizar un análisis de regresión (Tabla A11-3) para obtener la función objetivo a minimizar. El modelo que mejor se ajustó a los datos experimentales fue un polinomio de cuarto grado:

$$D = 20,0916 - 2883,88 \cdot Purga + 310301,0 \cdot Purga^2 - 1,2275 \cdot 10^7 \cdot Purga^3 + 1,87901 \cdot 10^8 \cdot Purga^4 \quad (3.5)$$

donde se observa que todos los coeficientes deben tenerse en cuenta en el modelo para un nivel de significación del 99% (p-value < 0.01 en las pruebas T para cada coeficiente).

Se muestra una elevada correlación entre la variable dependiente y las potencias de la variable independiente, como lo demuestra el elevado valor del coeficiente de determinación ( $R^2 = 99,99\%$ ). La prueba de Durbin-Watson indica que no existen correlaciones significativas entre los residuos, al comparar  $d = 2,24073$  con los límites tabulados en la literatura para un 99% de confianza (NIST/ SEMATECH, 2002):  $d_L = 0.59$  y  $d_U = 1.56$ :

$d > d_U$  indica que no existe correlación positiva entre los residuos.

$4 - d > d_U$  indica que no existe correlación negativa entre los residuos.

Esto significa que no existe evidencia de falta de variables independientes, es decir las cuatro potencias del parámetro  $Purga$  seleccionadas son suficientes para describir el comportamiento de los datos experimentales. Gráficamente se puede corroborar los resultados de la prueba de Durbin-Watson mediante la carta de análisis de residuos de  $D$  vs.  $Purga$  (Figura A11-4) donde se observa una distribución aleatoria de los errores.

Para comprobar la calidad de ajuste del modelo se realizó el análisis de varianza que se muestra en la Tabla A11-3, en la que se observa un buen ajuste a los datos experimentales, para un nivel de significación del 99% (p-value < 0.01). La calidad de ajuste del modelo se puede observar en los gráficos del ajuste de la curva (Figura A11-2) y de los valores predichos contra los observados (Figura A11-3).

Finalmente existen dos pruebas de análisis de varianza específicas del ajuste de polinomios, la primera para ayuda a determinar cual es el modelo polinómico de menor orden que mejor se ajusta a los datos experimentales y la segunda para detectar pérdida de ajuste por bajo orden del polinomio. Los resultados de la primera prueba se muestran en la Tabla A11-5 e indican que todas las potencias utilizadas son significativas para un nivel de confianza del 99% (p-value < 0.01) y que no se debe reducir el grado del polinomio, mientras que los resultados de la segunda prueba

(Tabla A11-6) indican que el modelo no requiere un aumento de complejidad, para un nivel de significación del 99% ( $p\text{-value} < 0.01$ ). Estas pruebas demuestran que el polinomio de grado 4 es el que mejor describe a los datos experimentales.

### 3.4 Minimización del sistema.

La función objetivo ajustada a partir de los resultados del diseño experimental (ecuación 3.5), al igual que todos los modelos de regresión, solo es válida en el intervalo de la variable independiente comprendido entre el nivel mínimo ( $Purga = 0\%$ ) y el máximo ( $Purga = 3.25\%$ ), siendo esta una restricción del modelo. La formulación del problema de minimización de los contaminantes del efluente, el tiempo de estabilización y la concentración de microorganismos, queda:

- **Objetivo:** Minimizar
- **Función objetivo:**

$$D = 20,0916 - 2883,88 \cdot Purga + 310301,0 \cdot Purga^2 - 1,2275 \cdot 10^7 \cdot Purga^3 + 1,87901 \cdot 10^8 \cdot Purga^4$$
- **Sujeto a la restricción:**  $0 \leq Purga \leq 0.0325$

Este problema de optimización se clasifica como unidimensional con una restricción en forma de intervalo de la variable independiente; que puede ser minimizada fácilmente mediante el método analítico clásico de las raíces de la primera derivada, o por los métodos numéricos de Fibonacci o de *Golden Rule*. Sin embargo, se prefirió el método numérico de *Quasi Newton* implícito en el *Solver* del programa Microsoft Excel, por ser esta una de las herramientas más sencillas para la optimización de problemas relativamente simples. La restricción se transformó en dos desigualdades para poder aplicar este método:

$$Purga \geq 0 \quad \text{y}$$

$$Purga \leq 0.0325$$

y la optimización se realizó con las condiciones por defecto del software, es decir: 100 iteraciones como máximo antes de detenerse por no alcanzar el óptimo, precisión de una millonésima en las respuestas y una milésima en la convergencia de la función objetivo para que *Solver* detecte la solución óptima.

#### 3.4.1. Resultados de la minimización.

Los resultados finales de la optimización se muestran en el Anexo 12. La Tabla A12-1 muestra el valor de la variable *Purga* que hace mínima a la función objetivo:

$$D^* = 11.332$$

$$Purga^* = 0.741 \%$$

Esto significa que una fracción de lodo purgada de la corriente de recirculación igual a 0.00741 hace mínimas, ante todo, a las concentraciones estables de contaminantes en el efluente, aunque también acerca al sistema al mínimo de los valores acumulados de estas concentraciones de contaminantes, al menor tiempo de estabilización del sistema y finalmente a las mínimas concentraciones de microorganismos, según el orden de los pesos dados.

Para comprobar experimentalmente el óptimo teórico del sistema, se realizó una simulación del modelo en *Madonna* utilizando una fracción de purga igual a 0.741 %. Los resultados gráficos de esta simulación se muestran en el Anexo 13 y se resumen en la Tabla 3.5.

**Tabla 3.5: Resultados simulados del caso óptimo.**

<b><i>Purga*</i></b> %	<b><i>Y*<sub>1</sub></i></b> g/m <sup>3</sup>	<b><i>Y*<sub>2</sub></i></b> g/m <sup>3</sup>	<b><i>Y*<sub>3</sub></i></b> h	<b><i>Y*<sub>4</sub></i></b> g/m <sup>3</sup>	<b><i>Y*<sub>5</sub></i></b> g/m <sup>3</sup>	<b><i>Y*<sub>6</sub></i></b> h	<b><i>Y*<sub>7</sub></i></b> g/m <sup>3</sup>	<b><i>Y*<sub>8</sub></i></b> h	<b><i>Y*<sub>9</sub></i></b> g/m <sup>3</sup>	<b><i>Y*<sub>10</sub></i></b> h
<b>0.741</b>	2.2	13.0	72	1.7	4.0	54	10000	230	450	160

El valor de la función de “deseabilidad” evaluada para los resultados simulados en la condición óptima de *Purga*, mostrados en la tabla anterior es:

$$D^*_{exp} = 11.647$$

y el error relativo entre este valor experimental y el predicho por la optimización es:

$$Err = \frac{|D^*_{exp} - D^*|}{D^*_{exp}} \cdot 100 = 2.78 \%$$

Este error relativo indica que, para el intervalo seleccionado en el diseño experimental para la variable *Purga*, realmente se mejoró el comportamiento dinámico del sistema, logrando reducir el valor de la función de “desabilidad” hasta un valor muy cercano al predicho por el óptimo.

### **Conclusiones parciales**

1. El óptimo global del sistema se logra mediante el uso de una función multiobjetivo de “deseabilidad” que minimiza simultáneamente todas las variables dependientes.
2. La función de “deseabilidad” que mejor se ajusta a los datos experimentales es un polinomio de cuarto grado.
3. Existe una fracción de purga de la corriente de lodos que hace óptimo el funcionamiento dinámico global del sistema al ocurrir un aumento en la carga contaminante del afluente que perturba el estado estacionario.

## CONCLUSIONES

---

1. Los parámetros que indican la estabilidad dinámica de los procesos biológicos de depuración de aguas residuales de cultivo suspendido –concentraciones de contaminantes en el efluente, de microorganismos en el reactor y tiempo de estabilización del sistema– pueden ser optimizados globalmente en función de la fracción de lodo que se extrae del clarificador mediante el uso de una función multiobjetivo de “deseabilidad”, por lo que se corrobora la hipótesis planteada inicialmente.
2. Los resultados del ajuste al caso base permiten asegurar que el modelo obtenido representa adecuadamente el comportamiento de la planta de tratamiento de “Sol-Palmeras” en Varadero, una vez alcanzado el estado estacionario.
3. La ecuación que representa el crecimiento celular junto a la correspondiente ecuación para el consumo de sustrato (ecuaciones de Monod), son las expresiones claves en la cinética microbiana, aunque es importante tener en cuenta otros factores como son la temperatura y la presencia de sustancias inhibidoras.

## RECOMENDACIONES

---

1. Comprobar experimentalmente las condiciones óptimas en la EDAR “Sol – Palmeras”.
2. Adecuar el modelo al caso de la dinámica de las lagunas de oxidación y comprobar experimentalmente la calidad de este.

# NOMENCLATURA

---

## Nomenclatura introducida en el Capítulo 1.

- $\Theta_C$  Edad del lodo (h)
- $\theta$  Coeficiente de actividad – temperatura
- $\Delta qm_i$  Gasto másico del componente  $i$  con el exterior del sistema (g / h)
- $r_S$  Concentración másica de sustrato (g / m<sup>3</sup>)
- $r_X$  Concentración másica de microorganismos en interior del sistema (g / m<sup>3</sup>)
- $r_{Xo}$  Concentración de microorganismos en la corriente de entrada (g / m<sup>3</sup>)
- $r_{Xp}$  Concentración de microorganismos en la corriente de purga (g / m<sup>3</sup>)
- $\mu_{max}$  Velocidad máxima de crecimiento (h<sup>-1</sup>)
- $dm_i / dt$  Variación temporal neta de la masa del componente  $i$  en el sistema (g / h)
- $g_{Vo}$  Caudal alimentado al reactor (m<sup>3</sup> / h)
- $g_{Vp}$  Caudal de lodos purgados de la corriente de fondo del clarificador (m<sup>3</sup> / h)
- $k$  Tasa máxima de utilización del sustrato por unidad de microorganismos (h<sup>-1</sup>)
- $k_d$  Constante de descomposición endógena (h<sup>-1</sup>)
- $K_S$  Constante de saturación (g / m<sup>3</sup>)
- $qm_i^{(m)}$  Gasto másico del componente  $i$  a través de la interfase con otros componentes (g / h)
- $R$  Relación de reciclaje de lodos
- $r_i$  Gasto másico de producción o consumo del componente  $i$  por reacción química (g / h)
- $V_A$  Volumen del reactor (m<sup>3</sup>)
- $Y$  Constante conversión másica de sustrato en biomasa

## Nomenclatura introducida en el Capítulo 2.

<i>DBO5</i>	Concentración de materia orgánica en el sistema ( $\text{g} / \text{m}^3$ )
<i>DBO5_Convertido</i>	Caudal de materia orgánica que se transforma en microorganismos heterótrofos ( $\text{g} / \text{m}^3 \cdot \text{h}$ )
<i>DBO5_Perdido</i>	Caudal de materia orgánica utilizada en el metabolismo de los microorganismos ( $\text{g} / \text{m}^3 \cdot \text{h}$ )
<i>DBO5Max</i>	Concentración máxima de materia orgánica que entra al sistema ( $\text{g} / \text{m}^3$ )
<i>DBO5Min</i>	Concentración mínima de materia orgánica que entra al sistema ( $\text{g} / \text{m}^3$ )
<i>Entra_DBO5</i>	Caudal de materia orgánica que entra al sistema ( $\text{g} / \text{m}^3 \cdot \text{h}$ )
<i>Entra_NH3</i>	Caudal de nitrógeno amoniacal que entra al sistema ( $\text{g} / \text{m}^3 \cdot \text{h}$ )
<i>Horas_del_dia</i>	Tiempo en períodos de 24 horas (h)
<i>Ks_DBO5</i>	Constante de saturación para la materia orgánica ( $\text{g} / \text{m}^3$ )
<i>Ks_NH3</i>	Constante de saturación para el nitrógeno amoniacal ( $\text{g} / \text{m}^3$ )
<i>NH3</i>	Concentración de nitrógeno amoniacal en el sistema ( $\text{g} / \text{m}^3$ )
<i>NH3_Convertido</i>	Caudal de nitrógeno amoniacal que se transforma en microorganismos nitrificantes ( $\text{g} / \text{m}^3 \cdot \text{h}$ )
<i>NH3_Perdido</i>	Caudal de nitrógeno amoniacal utilizada en el metabolismo de los microorganismos ( $\text{g} / \text{m}^3 \cdot \text{h}$ )
<i>NH3Max</i>	Concentración máxima de nitrógeno amoniacal que entra al sistema ( $\text{g} / \text{m}^3$ )
<i>NH3Min</i>	Concentración mínima de nitrógeno amoniacal que entra al sistema ( $\text{g} / \text{m}^3$ )
<i>Purga</i>	Fracción de lodo purgado del sistema
<i>Purga_Xh</i>	Caudal de microorganismos heterótrofos purgados del lodo ( $\text{g} / \text{m}^3 \cdot \text{h}$ )
<i>Purga_Xi</i>	Caudal de biomasa inerte purgada del lodo ( $\text{g} / \text{m}^3 \cdot \text{h}$ )
<i>Purga_Xn</i>	Caudal de microorganismos nitrificantes purgados del lodo ( $\text{g} / \text{m}^3 \cdot \text{h}$ )
<i>r_DBO5</i>	Velocidad de crecimiento de microorganismos heterótrofos ( $\text{g} / \text{m}^3 \cdot \text{h}$ )
<i>r_NH3</i>	Velocidad de crecimiento de microorganismos nitrificantes ( $\text{g} / \text{m}^3 \cdot \text{h}$ )
<i>r_Xh</i>	Velocidad de crecimiento de la biomasa inerte por la muerte de microorganismos heterótrofos ( $\text{g} / \text{m}^3 \cdot \text{h}$ )

- $r_{Xn}$  Velocidad de crecimiento de la biomasa inerte por la muerte de microorganismos nitrificantes ( $g / m^3 - h$ )
- $r_{max\_DBO5}$  Velocidad máxima de crecimiento de microorganismos heterótrofos ( $h^{-1}$ )
- $r_{max\_NH3}$  Velocidad máxima de crecimiento de microorganismos nitrificantes ( $h^{-1}$ )
- $\Theta$  Coeficiente de actividad – temperatura para el proceso de lodos activados
- $VarCarg$  Variación unitaria del caudal diario
- $Xh$  Concentración de microorganismos heterótrofos ( $g / m^3$ )
- $Xh\_Convertido$  Caudal de microorganismos heterótrofos que pasan a formar la biomasa inerte ( $g / m^3 - h$ )
- $Xi$  Concentración de biomasa inerte ( $g / m^3$ )
- $Xn$  Concentración de microorganismos nitrificantes ( $g / m^3$ )
- $Xn\_Convertido$  Caudal de microorganismos nitrificantes que pasan a formar la biomasa inerte ( $g / m^3 - h$ )
- $Y\_DBO5$  Constante conversión másica de materia orgánica a microorganismos heterótrofos
- $Y\_NH3$  Constante conversión másica de nitrógeno amoniacal a microorganismos nitrificantes

**Nomenclatura introducida en el Capítulo 3.**

- $D$  Función de “deseabilidad” para la optimización global del sistema
- $D^*$  Valor mínimo de la función de “deseabilidad”
- $D^*_{exp}$  Valor de la función de “deseabilidad” evaluada en la fracción óptima de lodo purgado del sistema
- $Purga^*$  Fracción óptima de lodo purgado del sistema que hace mínima a la función de “deseabilidad”
- $Y_1$  Concentración máxima de materia orgánica en estado estacionario ( $g / m^3$ )
- $Y_2$  Concentración máxima de materia orgánica acumulada después de la perturbación ( $g / m^3$ )
- $Y_3$  Tiempo de estabilización de la concentración de materia orgánica después de la perturbación (h)
- $Y_4$  Concentración máxima de nitrógeno amoniacal en estado estacionario ( $g / m^3$ )
- $Y_5$  Concentración máxima de nitrógeno amoniacal acumulada después de la perturbación ( $g / m^3$ )
- $Y_6$  Tiempo de estabilización de la concentración de nitrógeno amoniacal después de la perturbación (h)
- $Y_7$  Concentración máxima de microorganismos heterótrofos en estado estacionario ( $g / m^3$ )
- $Y_8$  Tiempo de estabilización de la concentración de microorganismos heterótrofos (h)
- $Y_9$  Concentración máxima de microorganismos nitrificantes en estado estacionario ( $g / m^3$ )
- $Y_{10}$  Tiempo de estabilización de la concentración de microorganismos nitrificantes (h)

## BIBLIOGRAFIA

---

1. ACOSTA, JA. y JOVA, LS. 1995. *Biorreactores*. La Habana : Editorial Científico-Técnica, p. 86. ISBN 959-05-0134-6.
2. ANDERSON, MJ. y WHITCOMB, PJ. 1999. Optimizing formulation performance with desirability functions. En: *Proceedings Canadian Institute of Metallurgy*. Quebec, Canada, August 1999.
3. BAETENS, D. 2001. *Enhanced biological phosphorus removal: modelling and experimental design*. Thesis for the degree of Doctor in Applied Biological Sciences [on-line]. Ghent University, Belgium. 261 p. Disponible en el *World Wide Web*: <<http://biomath.rug.ac.be/>>.
4. BALSACANTO, E. 2001. Dynamic optimization of chemical and biochemical processes using restricted second-order information. *Computers Chem. Engng.*, vol. 25, p. 539–546.
5. BENITEZ, A. y MARTINEZ, Y. 2000. Descripción matemática y simulación de sistemas de lodos activados para el tratamiento de aguas residuales, *Avanzada Científica* [on-line], enero/abril del 2000, vol. 3, no. 1. Disponible en el *World Wide Web*: <[http://www.atenas.inf.cu/publicaciones/avan\\_cientif/num7/artic\\_w95.html](http://www.atenas.inf.cu/publicaciones/avan_cientif/num7/artic_w95.html)>. ISSN 1029-3450.
6. BENITEZ, A. y MARTINEZ, Y. 2001. Software para el diseño y evaluación de EDARs. En *Memorias de COMAT-2001* [CD-ROM]. Universidad de Matanzas. ISBN 959-160098-4.
7. BENITEZ, A. y MARTINEZ, Y. 2002 (a). Estudio dinámico de EDARs utilizando la metodología de dinámica de los sistemas. En *Memorias del V Taller Internacional Ecología y Desarrollo* [CD-ROM]. Universidad de Matanzas. ISBN 959-16-0162-X.
8. BENITEZ, A. y MARTINEZ, Y. 2002 (b). Modelación matemática de EDARs utilizando la metodología de geoeología de los paisajes. En *Memorias del V Taller Internacional Ecología y Desarrollo* [CD-ROM]. Universidad de Matanzas. ISBN 959-16-0162-X.
9. BENITEZ, A. y MARTINEZ, Y. 2002 (c). Valoración ecológica y económica de las aguas

- residuales procedentes del polo turístico de Varadero. En *Memorias del V Taller Internacional Ecología y Desarrollo* [CD-ROM]. Universidad de Matanzas. ISBN 959-16-0162-X.
10. BENITEZ, A., MARTINEZ, Y. y JUNCO, JZ. 1997. Fill: Un software a favor del medio ambiente. En *Memorias de COMAT-97* [CD-ROM]. Universidad de Matanzas. ISBN 959-160097-6.
  11. BIXIO, D. y PARMENTIER, G. 2001. Integrating risk analysis in the design / simulation of activated sludge systems. En: *Proceedings 74th Annual WEF Conference and Exposition*. Atlanta, USA, October 14-18 2001.
  12. BOGUSCH, R. y MARQUARDT, W. 1997. A formal representation of process model equations. *Computers Chem. Engng.*, vol. 21, no. 10, p. 1105-1115.
  13. BOUCHAD, DC. 1995. Environmental modelling software at the U.S. Environmental Protection Agency's Center for exposure assessment modelling. En BEROGGI, GE. y WALLACE, WA. *Computer Supported Risk Management*. New York : U.S. Government, p. 321-360.
  14. BOVET, MT. y RIBAS, J. 1992. *Metodología general de los estudios de paisajes*. En BOLÓS, M. *Manual de ciencia del paisaje*. Barcelona : Masson, S.A., Capítulo 10, p. 123-134. ISBN: 84-311-0595-X.
  15. BREKKE, KA. y MOXNES, E. 2002. Do numerical simulation and optimization results improve management? Experimental evidence. *J. Economic Behavior & Organization*, vol. 1441, p. 1-15.
  16. BUNGAY, HR. y HUMPHREY, AE. 1997. Biochemical Engineering. En PERRY, RH., GREEN, DW. y MALONEY, JO., *Perry's Chemical Engineer's Handbook*. 7ma ed. New York : McGraw-Hill. Sección 24. ISBN 0-07-049841-5.
  17. BURNHAM, R. 1998. How to select design of experiments software. *Quality Digest*, November 1998.
  18. CARLSSON, B. 2000 (a). An introduction to modelling bioreactors. En *Wastewater Treatment* [on-line]. Uppsala University. Disponible en el *World Wide Web*: <<http://www.syscon.uu.se/education/MSc/courses/wwt98/modbior98.pdf>>.

19. CARLSSON, B. 2000 (b). An introduction to sedimentation theory in wastewater treatment. En *Wastewater Treatment* [on-line], Uppsala University. Disponible en el *World Wide Web*: <<http://www.syscon.uu.se/education/MSc/courses/wwt98/sett98.pdf>>.
20. CARSTENSEN, J. y VANROLLEGHEM PA. 1998. *Modelling terminology and methodology for activated sludge modelling*. Kollokole, Denmark, March 15 1998. 58 p.
21. CARVALHO, G. y NOVAIS JM. 2002. Optimal operation for timely adaptation of activated sludge plants to changes in the surfactant composition of wastewater. *Wat. Sci. Tech.*, (en prensa).
22. CHECKLAND, P. 1999. *Systems thinking, systems practice: A 30 - years retrospective*. New York : John Wiley & Sons. 214 p.
23. CITMA. 1995. *Cuba: datos e informaciones sobre medio ambiente y desarrollo*. La Habana : Agencia de Medio Ambiente. Ministerio de Ciencia, Tecnología y Medio Ambiente. 20 p.
24. CLERCQ, BD. y NOPENS, I. 2001. Sludge (de)floculation dynamics in secondary clarifiers. *Med. Fac. Landbouww. Univ. Gent*, vol. 65, no. 4, p. 235-240.
25. COEN, F. 1997. Improved design and control of industrial and municipal nutrient removal plants using dynamics models. *Wat. Sci. Tech.*, vol. 35, no. 10, p. 53-61.
26. DEMEY, D. y VANDERHAEGEN, B. 2001. Validation and implementation of model based control strategies at an industrial wastewater treatment plant. *Wat. Sci. Tech.*, vol. 44, no. 2-3, p. 145-153.
27. DRENNER, RW. 1997. Ecological water treatment system for removal of phosphorus and nitrogen from polluted water, *Ecological Applications*, vol. 7, no. 2, p. 381-390.
28. FIGUEIRAS, A. 1997. *Simulación*. 1ra. ed. Madrid : COTEC. 62 p. Volumen 3 de la serie: Documentos COTEC sobre Oportunidades Tecnológicas. Depósito legal: M. 37.748-1992.
29. FRONTEAU, C. 1997. Integrated modelling: comparison of state variables, processes and parameters in sewer and waste water treatment models. En: *Proceedings 2<sup>nd</sup> IAWQ Conference on the Sewer as a physical, chemical and biological reactor*. Aalborg, Denmark, May 26-28 1997. p. 8.
30. GERNAEY, K. 2001. Activated sludge monitoring with combined respirometric - titrimetric measurements. *Wat. Res.* vol. 35, no. 5, p. 1280-1294.

31. GERNAEY, K. y PETERSEN, B. 2000. Application of dynamic models (ASM1) and simulation to minimize renovation costs of a municipal activated sludge wastewater treatment plant. En: *Proceedings 1<sup>st</sup> World Congress of the International Water Association*. Paris, France, July 3-7 2000.
32. GERNAEY, K. y PETERSEN, B. 2001. Model-based interpretation of titrimetric data to estimate aerobic carbon source degradation kinetics. En: *Proceedings 8<sup>th</sup> IFAC Conference on Computer Applications in Biotechnology*. Québec, Canada, June 24-27 2001. p. 263-268.
33. GERNAEY, K. y VANROLLEGHEM, PA. 2001. Modeling of a reactive primary clarifier. *Wat. Sci. Tech.*, vol. 43, no. 7, p. 73-81.
34. GILLOT, S y CLERCQ, BD. 1999. Optimization of wastewater treatment plant design and operation using simulation and cost analysis. En: *Proceedings 72<sup>nd</sup> Annual WEF Conference and Exposition [CD-ROM]*. New Orleans, USA, October 9-13 1999.
35. GOMEZ, E. 1999. *Tratamiento y caracterización de aguas residuales: tecnologías de bajo coste*. León : Escuela Superior Técnica de Ingenieros Agrarios. 220 p. ISBN 84-89398-22-4.
36. GONZALEZ, A. y MORENO, G. 1998. Dinámica de poblaciones en un proceso de lodos activados durante la aclimatación a compuestos fenólicos. En *Memorias del XXV Congreso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental - AIDIS [CD-ROM]*. Ciudad de México, 1998.
37. GONZALEZ, L .2002. *Aprovechamiento de los lodos de depuradoras urbanas para la remoción de contaminantes orgánicos de aguas residuales*. Tesis en opción al título académico de “Máster en Control y Tratamiento de la Contaminación Ambiental”, Universidad de Matanzas. Cuba. 154 p.
38. GRIJSPEERDT, K. y VANROLLEGHEM, PA. 1999. Estimating the parameters of the Baranyi-model for bacterial growth. En: *Proceedings 9<sup>th</sup> European Congress on Biotechnology*. Brussels, Belgium, July 11-15 1999.
39. GROS, J. y RAMIREZ, E. 1999. *Aguas residuales industriales*. 1ra. ed Madrid : COTEC. 125 p. Volumen 10 de la serie: Documentos COTEC sobre Necesidades Tecnológicas. Depósito legal: M. 17.906-1999.
40. HENZE, M. 2000. Activated sludge model no.2. En *IAWQ scientific and technical reports no. 3*. London.

41. HERNANDEZ, A. 1998. *Depuración de aguas residuales*. 4ta ed. Madrid : Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. 1006 p. ISBN 84-380-0138-6.
42. INSMET. 2002. *Resumen mensual del tiempo en Cuba*. Instituto de Meteorología de Cuba. CITMA, Disponible en el *World Wide Web*: <<http://www.met.inf.cu/>> en el vínculo *Resumen Mensual* del menú *El Tiempo*.
43. JANSSEN, MJ. y HOPKINS, LN. 2000. Reduction of an activated sludge process model to facilitate controller tuning. En: VANLANDEGHEM R. *Proceedings of the 14<sup>th</sup> European Simulation Multiconference*. Gent, Belgium, May 23-26 2000. p. 697-701.
44. JEPPSSON, U. 1999. *A general description of the IAWQ activated sludge model no.1*. Lund Institute of Technology, Sweden.
45. JUNCO, JZ., MARTÍNEZ, Y., y AUGUSTO FJ. 2002. Sistemas de tratamiento biológico: aplicación y efectividad en la provincia de Matanzas. En *Memorias del V Taller Internacional Ecología y Desarrollo* [CD-ROM]. Universidad de Matanzas. ISBN 959-16-0162-X.
46. KOPS, S. 2000. The process of model building and simulation of ill-defined systems: application to wastewater treatment. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, vol. 5, p. 298-312.
47. KUBA, T. 1997. Kinetics and stoichiometry in the biological phosphorus removal process with short cycle time, *Wat. Res.*, vol. 31, no. 4, p. 918-928.
48. LINDBERG, CF. 1997. *Control and estimation strategies applied to the activated sludge process*. Thesis for the Degree of Doctor of Philosophy in Automatic Control [online]. Uppsala University, Sweden. 214 p. ISBN 91-506-1202-6. Disponible en el *World Wide Web*: <<http://www.syscon.uu.se/Staff/CFL/PhD.pdf>>.
49. LUEJE, MA. Y GOMEZ, A. 2000. Optimización energética a partir de los fangos generados en la estación depuradora de aguas residuales de Galindo (Sestao). *Energía*, marzo/abril, p. 157-167.
50. LLANES, J. 1999. *Políticas económicas ambientales: el caso contaminación*. 1ra. ed. La Habana : Ciencias Sociales. ISBN 959-06-0390-4.
51. MARIA, GH. y MARIA, C. 1998. On-line model identification in wastewater biological treatment by using hybrid short-cut and adaptative search techniques. En *Proceeding of 2<sup>dn</sup> European Symposium on Biochemical Engineering Science*, Porto, 16-19 Sept.

52. MARTINEZ, S. y REQUENA, A. 1986. *Dinámica de sistemas*. Madrid : Alianza Editorial. 480 p. Obra en 2 tomos. ISBN 84-206-9820-2.
53. MARTINEZ, Y. 1998. *Caracterización físico - química del efluente de una EDAR por lodos activados*. Tesis de Diplomado en Evaluación de Impacto Ambiental. ISPJAE, Ciudad de La Habana. 58 p.
54. MARTINEZ, Y. y BENITEZ, A. 1997. Descripción matemática de los sistemas de lodos activados para el tratamiento de aguas residuales. En *Memorias de COMAT-97* [CD-ROM]. Universidad de Matanzas. ISBN 959-160097-6.
55. MARTINEZ, Y. y BENITEZ, A. 2002. Impacto de la contaminación con nutrientes en las zonas costeras. En *Memorias del V Taller Internacional Ecología y Desarrollo* [CD-ROM]. Universidad de Matanzas. ISBN 959-16-0162-X.
56. MARTINEZ, Y. y BERRIOS, F. 1996. *Propuesta de sistema de tratamiento de aguas albañales para zonas turísticas*. Trabajo de Diploma en Ingeniería Química. Universidad de Matanzas. 45 p.
57. MARTINEZ, Y., BENITEZ, A. y DOMINGUEZ, F. 2002. Evaluación de una EDAR por lodos activados. En *Memorias del V Taller Internacional Ecología y Desarrollo* [CD-ROM]. Universidad de Matanzas. ISBN 959-16-0162-X.
58. MARTINEZ, Y. 2002. *Estudio de variantes operacionales para el mejoramiento de la calidad de efluentes de EDARs a través de la simulación matemática*. Tesis en opción al título académico de “Máster en Control y Tratamiento de la Contaminación Ambiental”. Universidad de Matanzas, Cuba. 156 p.
59. MEIRLAEN, J. y HUYGHEBAERT, B. 2001. Fast, simultaneous simulation of the integrated urban wastewater system using mechanistic surrogate models. *Wat. Sci. Tech.*, vol. 43, no. 7, p. 301–309.
60. MEIRLAEN, J. y VANASSEL, J. 2002. Real time control of the integrated urban wastewater system using simultaneously simulating surrogate models. *Wat. Sci. Tech.*, (en prensa).
61. MEIRLAEN, J. y VANROLLEGHEM, PA. 2000. Simulation of the integrated urban wastewater system using mechanistic surrogate models. En: *Proceedings Conference on Monitoring and Modelling Catchment Water Quantity and Quality*, Gent, Belgium, September 27-29 2000.

62. MEIRLAEN, J. y VANROLLEGHEM, PA. 2002. Dependency-structure based model reduction to facilitate real-time control optimization in the integrated urban wastewater system. *Wat. Sci. Tech.*, (en prensa).
63. METCALF & EDDY 1996. *Ingeniería de aguas residuales: tratamiento, vertido y reutilización*. 3ra ed. Madrid : McGraw-Hill. 1485 p. ISBN 84-481-1607-0.
64. MIHELICIC, JR.. 1999. *Fundamentals of Environmental Engineering*. New York : John Wiley & Sons. 528 p.
65. MORGENROTH, E. y ARVIN, E., 2002. The use of mathematical models in teaching wastewater treatment engineering. *Wat. Sci. Tech.* (en prensa).
66. NIBIS, B. 1998. Ajustes de modelos de remoción de DBO en lagunas. En *Memorias del XXV Congreso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental - AIDIS* [CD-ROM]. Ciudad de México, 1998.
67. NIST/SEMATECH. 2002. *Engineering Statistics e-Handbook*. New York : National Institute of Standards and Technology (NIST). Disponible en el *World Wide Web*: <<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>>.
68. NOPENS, I. y CAPALOZZA, C. 2001. *Stability analysis of a synthetic municipal wastewater*. BIOMATH Technical Report. Department of Applied Mathematics, Biometrics and Process Control. Ghent University, Belgium. 22 p.
69. NOPENS, I. y HOPKINS, LN. 2001 (a). An overview of the posters presented at Watermatex 2000. I: New models / integrated urban wastewater systems / time series analysis. *Wat. Sci. Tech.*, vol 43, no. 7, p. 377–380.
70. NOPENS, I. y HOPKINS, LN. 2001 (b). An overview of the posters presented at Watermatex 2000. III: Model selection and calibration / optimal experimental design. *Wat. Sci. Tech.*, vol 43, no. 7, p. 387–389.
71. O'BRIEN, GJ. y TEATHER, EW. 1995. A dynamic model for predicting effluent concentrations of organic priority pollutants from an industrial wastewater treatment plant. *Water Environ. Res.*, vol. 67, no. 6, p. 935-942.
72. PETERSEN B. y GERNAEY, K. 2002. Calibration of activated sludge models: a critical review of experimental designs. En: AGATHOS S. y REINEKE W. *Biotechnology for the Environment*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, Volume 3. The Netherlands. 80 p.

73. PETERSEN, B. y GERNAEY, K. 1999. Modelling of activated sludge process kinetics using a combination of hybrid respirometric and titrimetric data. En: *Proceedings 9<sup>th</sup> European Congress on Biotechnology*. Brussels, Belgium, July 11-15 1999.
74. POLPRASERT, C., KHATIWADA, NR. y BHURTEL, J. 1998. A model for organic matter removal in free water surface constructed wetlands. *Wat. Sci. Tech.*, vol. 38, no. 1, p. 369-377.
75. QASIM, SR. 1994. *Wastewater Treatment Plants: Planning, Design and Operation*. Switzerland : Technomic Publishing, 725 p.
76. RAMALHO, RS. 1996. *Tratamiento de aguas residuales*. 2da ed. Barcelona : Reverté. 705 p. ISBN 84-291-7975-5.
77. RAUCH W. y VANROLLEGHEM, P. 2001. A simple dynamic multispecies biofilm model which considers diffusion and degradation of multiple substrates. En: *Proceedings 11<sup>th</sup> Forum Applied Biotechnology*. Med. Fac. Landbouww. University of Gent, p. 1649-1656.
78. ROLIM, M. 2000. *Sistemas de lagunas de estabilización*. Madrid : McGraw-Hill. 370 p. ISBN 84-481-1607-0.
79. ROMERO, H. 1998. Las vicisitudes de las plantas de tratamiento de aguas residuales en México. En *Memorias del XXV Congreso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental - AIDIS* [CD-ROM]. Ciudad de México, 1998.
80. ROONEY, TA. 1998. Statistical design: how to optimize chemical experiment and processes. *Today's Chem. Work*, vol. 7, no. 11, p. 21-23.
81. ROUSSEAU D. y VERDONCK F. 2001 (a). Risk assessment tool for the design of wastewater treatment plants. *Med. Fac. Landbouww. Univ. Gent*, vol. 65, no. 4, p. 219-223.
82. ROUSSEAU, D. y VERDONCK, F. 2001 (b). Development of a risk assessment based technique for the retrofitting of wastewater treatment plants. *Wat. Sci. Tech.*, vol. 43, no. 7, p. 287-294.
83. RUSNAK, A. 2001. Receding horizon iterative dynamic programming with discrete time models. *Computers Chem. Engng.*, vol. 25, p. 161-167.
84. RUSTEN, B. *et al.* 1998. Biological pretreatment of poultry processing wastewater. *Wat. Sci. Tech.*, vol. 38, no. 4-5, p. 19-28.

85. RUSTEN, B. y SILJUDALEN, JG. 1996. Upgrading of a biological chemical treatment plant for cheese factory wastewater. *Wat. Sci. Tech.*, vol. 34, no. 11, p. 41-49.
86. SAUNAMÄKI, R. 1997. Activated sludge plants in Finland. *Wat.Sci. Tech.*, vol. 35, no. 2-3, p. 235-243.
87. SEOANEZ, M. 1999. *Aguas residuales urbanas: tratamientos naturales de bajo costo y aprovechamiento*. 2da ed. Madrid : Mundi-Prensa. 368 p. ISBN 84-7114-798-X.
88. SOTOMAYOR, OA., PARK, SW. y GARCIA C. 2001. A simulation benchmark to evaluate the performance of advanced control techniques in biological wastewater treatment plants. *Braz. J. Chem. Eng.*, vol.18, no.1.
89. STANCICH, E. 1998. Evaluación de impacto ambiental en plantas de tratamiento de líquidos cloacales. En *Memorias del XXV Congreso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental - AIDIS* [CD-ROM]. Ciudad de México, 1998.
90. SUÁREZ, RL., GONZÁLEZ JC. e YLL, M. 2002. La estadística aplicada a la depuración de aguas residuales mediante lagunas de estabilización. En *Memorias del V Taller Internacional Ecología y Desarrollo* [CD-ROM]. Universidad de Matanzas. ISBN 959-16-0162-X.
91. THABET, M. 1998. *Evaluación de una planta de tratamiento de aguas residuales por lodos activados*. Trabajo de Diploma en Ingeniería Química. Universidad de Matanzas. 47p.
92. THEODORE, L. y BUONICORE, AJ. 1997. Waste Management. . En PERRY, RH., GREEN, DW. y MALONEY, JO., *Perry's Chemical Engineer's Handbook*. 7ma ed. New York : McGraw-Hill. Sección 25. ISBN 0-07-049841-5.
93. TRUAX, DD. 1991. Optimization of treatment system operations. *J. Water Pollut. Control Fed.*, vol. 63, no. 4, p. 425-428.
94. VANGHELUWE, H. 2001. *Multi-formalism modelling and simulation*. Thesis for the degree of Doctor in Applied Biological Sciences [on-line]. Ghent University, Belgium. 300 p. Disponible en el *World Wide Web*: <<http://biomath.rug.ac.be/>>.
95. VANHOOREN H. y YUAN, Z. 2001. Benchmarking nitrogen removal suspended-carrier biofilm systems using dynamic simulation. En: *Proceedings 3rd IWA International Specialised Conference on Microorganisms in Activated Sludge and Biofilm Processes* [CD-ROM]. Rome, Italy, June 13-15 2001.

96. VANHOOREN, H. 2001. *Modelling for optimization of biofilm wastewater treatment processes: a complexity compromise*. Thesis for the degree of Doctor in Applied Biological Sciences [on-line]. Ghent University, Belgium. 256 p. Disponible en el *World Wide Web*: <<http://biomath.rug.ac.be/>>.
97. VANROLLEGHEM, PA. 2000 (a). *Modelling biosystem dynamics*. En: *PhD Course: Trends in Research & Development* [on-line]. Faculty of Agricultural and Applied Biological Sciences, Ghent University, Belgium. December 2000. Disponible en el *World Wide Web*: <<http://biomath.rug.ac.be/>>.
98. VANROLLEGHEM, PA. 2000 (b). The use of models in advanced WWTP control. Not only model - based predictive control. In: *Proceedings TI-KVIV Studiedag Geavanceerde Controletechnieken in de Waterzuivering*. Gent, Belgium, October 25 2000. 25 p.
99. VANROLLEGHEM, PA. 2001 (a). Model simulation for improved operation and control of wastewater treatment plants. En: *Proceedings Seminaire La Modélisation en Assainissement: Remise en Cause des Pratiques?* Strasbourg, France, January 24 2001. 23p.
100. VANROLLEGHEM, PA. 2001 (b). *The usefulness of models in wastewater engineering*. Institute for Urban Water Management. Dresden University of Technology, Germany. January 18<sup>th</sup> 2001.
101. VANROLLEGHEM, PA. y BENCHEHEUB, Y. 1998. Economic optimization of wastewater treatment plant design and operation through modelling. En: *Proceedings Waste Decision '98, Decision and Control in Waste Bio-processing*. Narbonne, France, February 25- 27 1998.
102. VANROLLEGHEM, PA. y GERNAEY, K. 1998. Limitations of short-term experiments designed for identification of activated sludge biodegradation models by fast dynamic phenomena. En: *Proceedings 7<sup>th</sup> IFAC Conference on Computer Applications in Biotechnology*. Osaka, Japan, May 31 - June 4 1998. p. 567-572.
103. VANROLLEGHEM, PA. y GILLOT, S. 2000. "WEST". En: HEMMIS, NV. *COST: 'Simulation Benchmark' Manual*. Kortrijk, Belgium. Chapter 11, p. 113-123.
104. VANWELDEN, DF. 2000. *Induction of predictive models for dynamical systems via data mining*. Thesis for the degree of Doctor in Applied Biological Sciences [on-line]. Ghent University, Belgium. 271 p. Disponible en el *World Wide Web*: <<http://biomath.rug.ac.be/>>.

105. VENNIX, J. 1999. *Group model building: Facilitating team learning using system dynamics*. 3ra ed. New York : John Wiley & Sons. 436 p. ISBN 0-13-881839-8.

# ANEXO 1: Símbolos de Forrester

---

J. Forrester introduce un símil hidrodinámico para ilustrar el comportamiento de los sistemas dinámicos, y a partir de ahí elige símbolos afines para representar las distintas características estructurales y funcionales de los sistemas (Martínez y Requena, 1986):



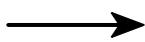
*Nube:* Representa una fuente o un sumidero; puede interpretarse como un nivel que no tiene interés y que es prácticamente inagotable o que su variación, en el intervalo de tiempo estudiado, no es significativa.



*Nivel:* Representa una acumulación de flujos. Es la variable de estado.



*Válvula:* Regula la variación de un nivel. Representa un cambio en el estado del sistema.



*Flujo material:* Canal de transmisión de una magnitud física que se debe conservar durante la simulación.



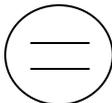
*Flujo de información:* Canal de transmisión de una cierta información que no es necesario almacenar durante la simulación.



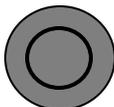
*Variable auxiliar:* Una cantidad con un cierto significado físico en el mundo real y con un tiempo de respuesta instantáneo.



*Constante o parámetro:* Un elemento del modelo que no cambia de valor durante el período de simulación.



*Relación no lineal:* Entre dos variables existe una relación funcional no lineal, por ejemplo: polinomios, funciones trigonométricas, exponenciales, etc.



*Variable exógena:* Variable cuya evolución es independiente de las del resto del sistema. Representa una acción del medio sobre el sistema.

## ANEXO 2: Perfil del Caudal

El caudal de agua residual que llega a una EDAR cambia a lo largo del día y de una estación del año a otra. El perfil varía ligeramente de una población a otra, siendo la forma típica de la curva unitaria (adaptado de Metcalf & Eddy, 1996; Gómez, 1999 y Rolim, 2000):

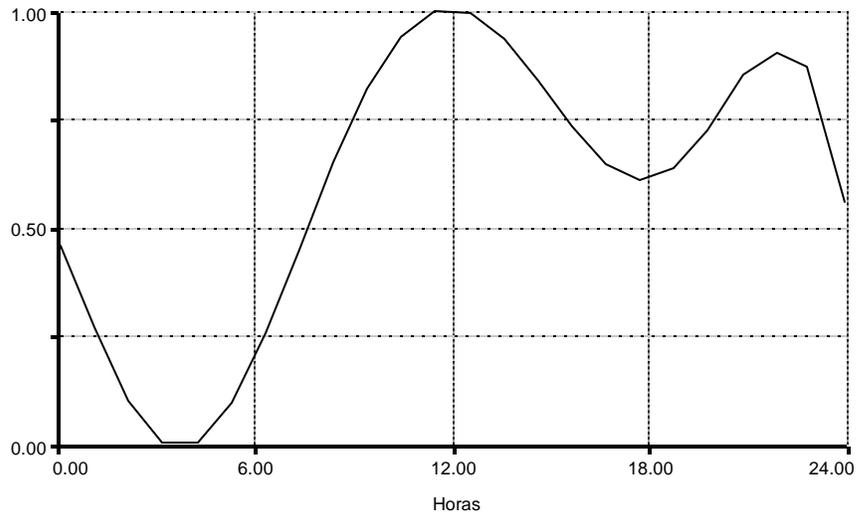


Figura A2-1: Variación típica horaria del caudal medio unitario.

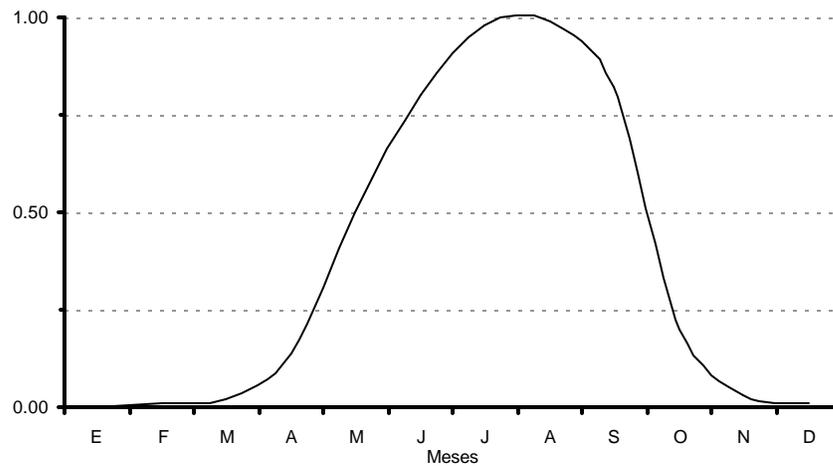


Figura A2-2: Variación típica estacional del caudal medio unitario.

## ANEXO 3: Perfil de Temperatura

La temperatura del agua residual que llega a una EDAR se comporta de manera similar a la temperatura ambiente, la cual fluctúa entre el día y la noche y de una estación a otra a lo largo del año siguiendo los siguientes perfiles (a partir de los datos de INSMET, 2002):

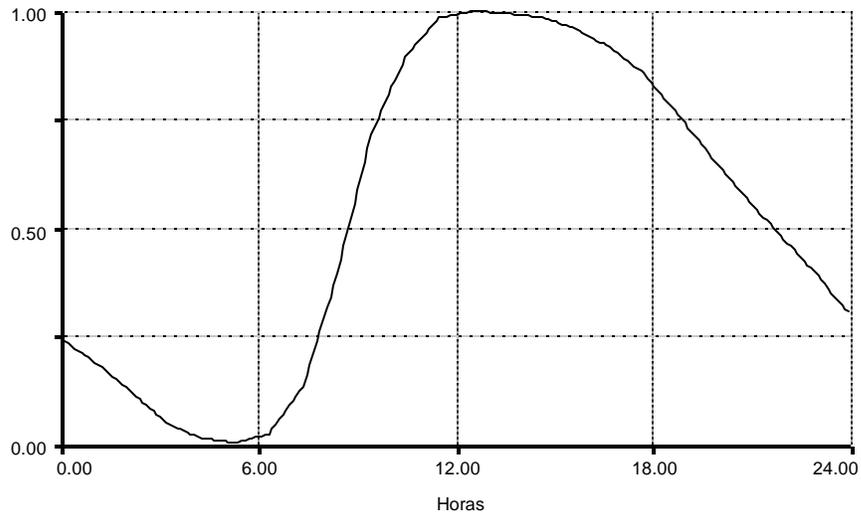


Figura A3-1: Variación típica horaria de la temperatura media unitaria.

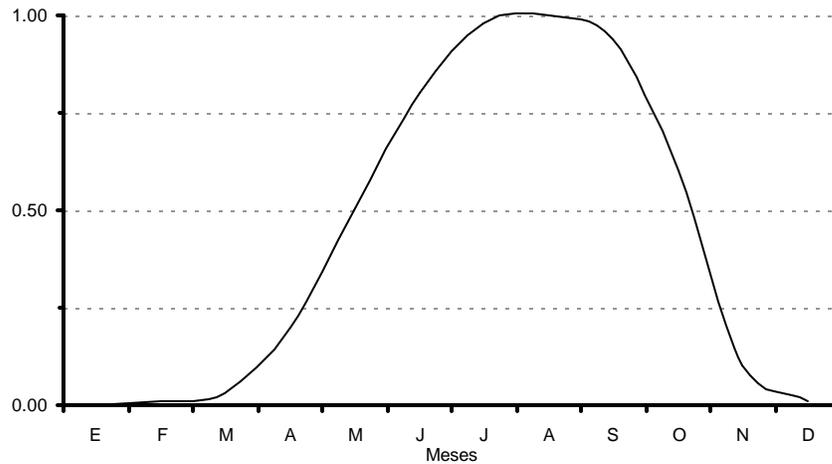


Figura A3-2: Variación típica estacional de la temperatura media unitaria.

# ANEXO 4: Diagrama de Forrester

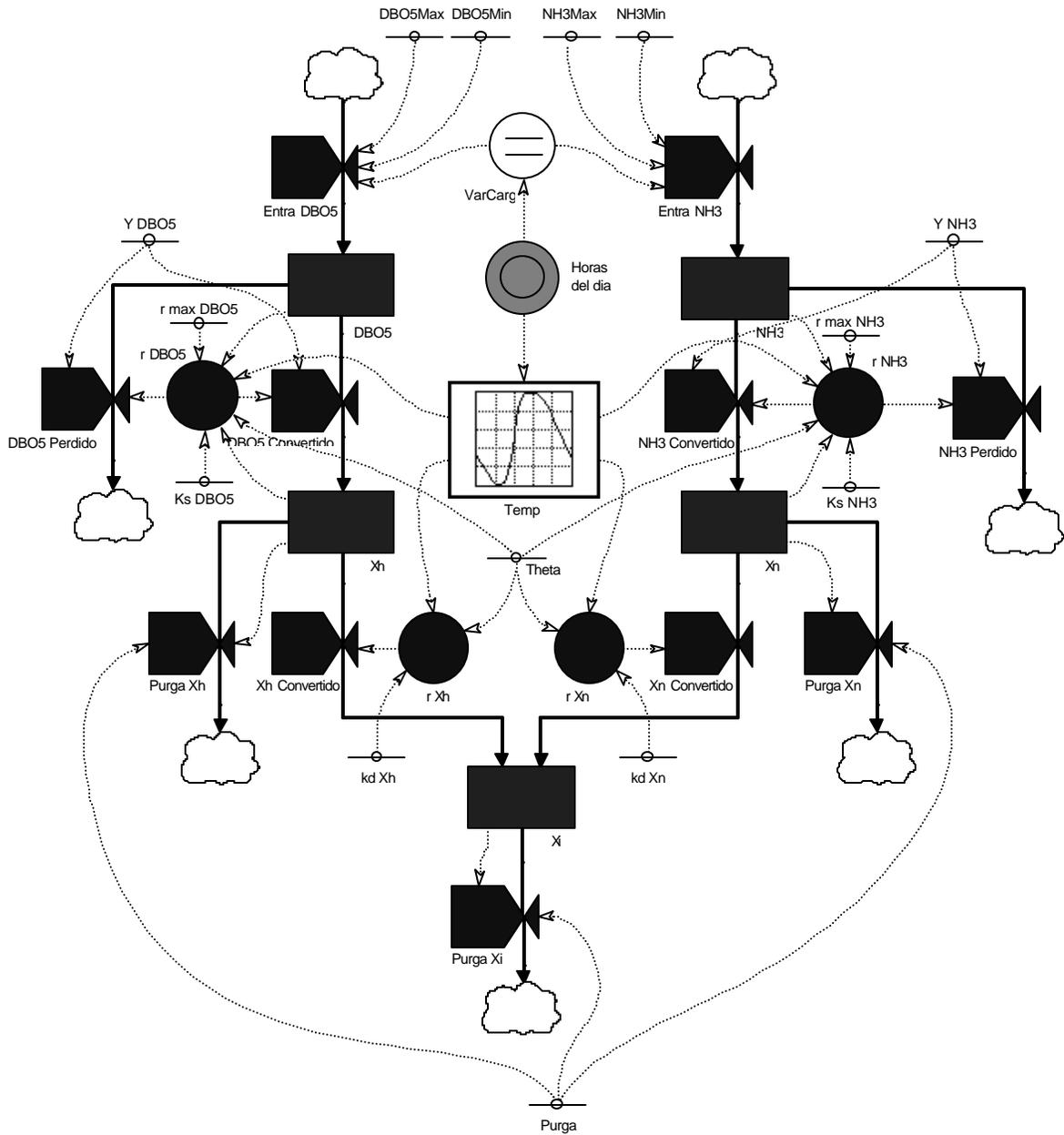


Figura A4-1: Diagrama de Forrester del modelo matemático de un sistema biológico de depuración de aguas residuales.

## ANEXO 5: Simulación del Caso Base

Perfiles de DBO5 y de concentración de nitrógeno amoniacal en el efluente obtenidos como resultado de la simulación del caso base en el período comprendido entre la puesta en marcha de la EDAR y las 500 horas de operación, indicándose el momento de la aparición del estado estacionario:

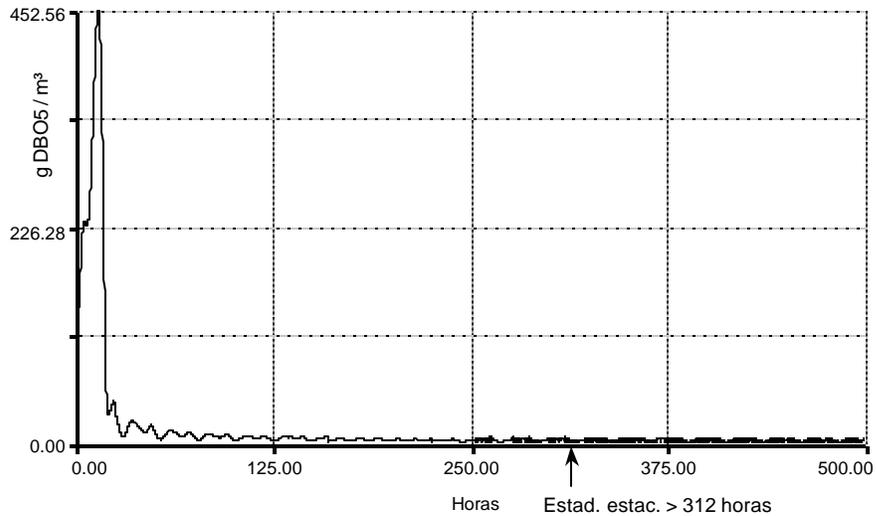


Figura A5-1: Perfil simulado de la DBO5 del efluente.

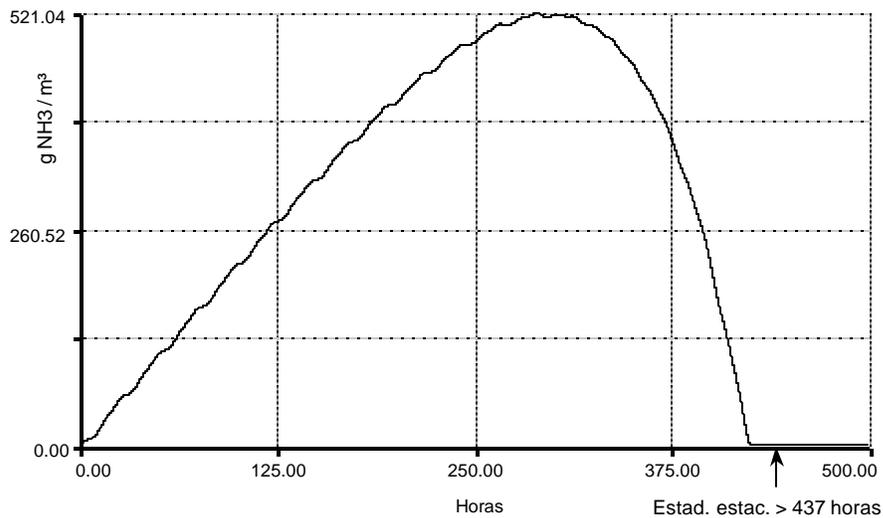


Figura A5-2: Perfil simulado del NH3 del efluente.

## Anexo 5. Continuación

Detalle de los perfiles de DBO5 y de concentración de nitrógeno amoniacal de las Figuras A5-1 y A5-2 en el período de 475 a 500 horas de operación correspondientes al estado estacionario, indicándose las concentraciones máxima y mínima:

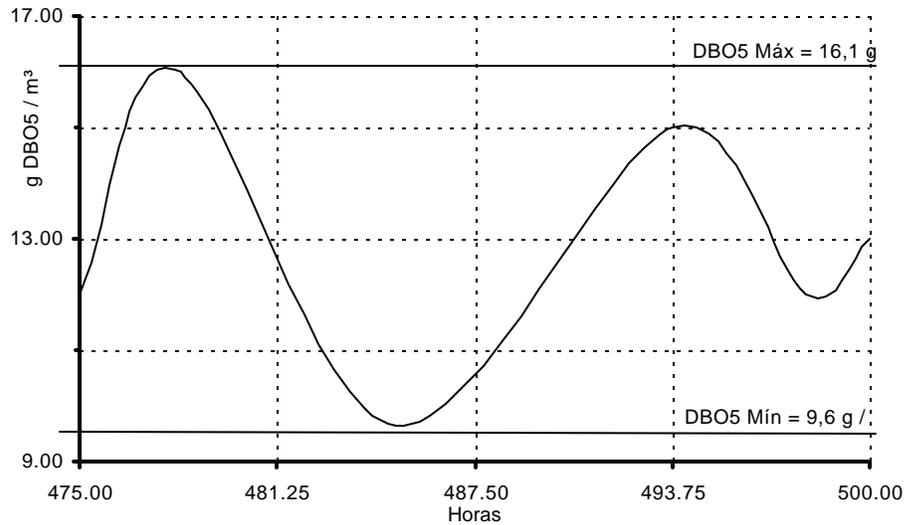


Figura A5-3: Perfil simulado de la DBO5 del efluente en estado estacionario.

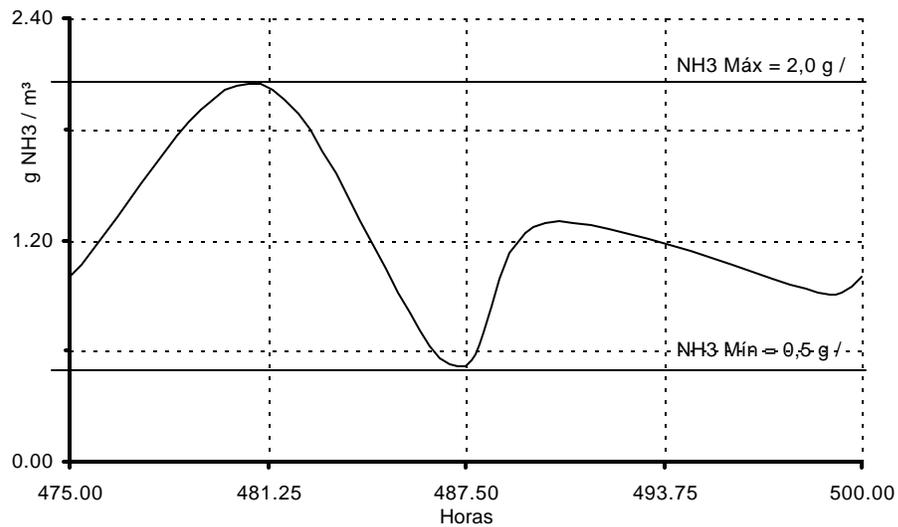


Figura A5-4: Perfil simulado del NH3 del efluente en estado estacionario.

## ANEXO 6: Análisis de Sensibilidad

Perfiles de DBO5 y de concentración de nitrógeno amoniacal en el efluente obtenidos como resultado de la simulación para cuatro niveles diferentes de carga contaminante en el afluente:

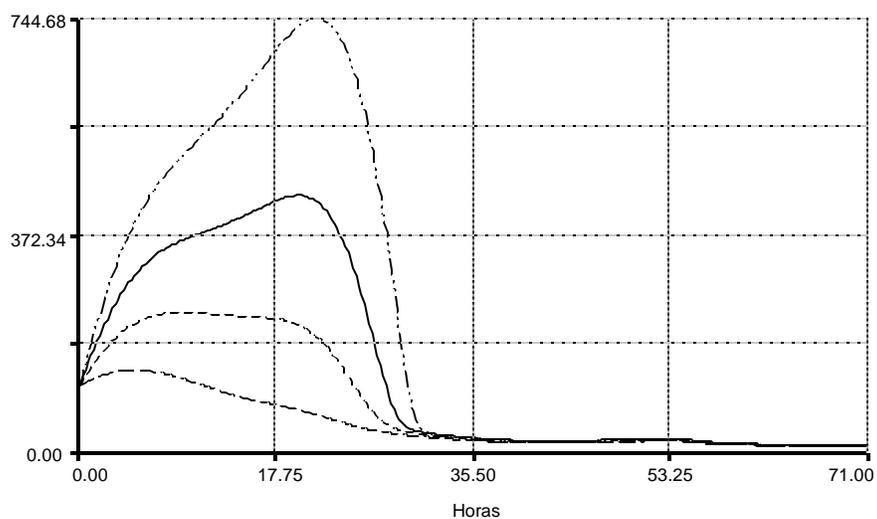


Figura A6-1: Perfiles de DBO5 en el efluente para cuatro niveles de carga en el afluente.

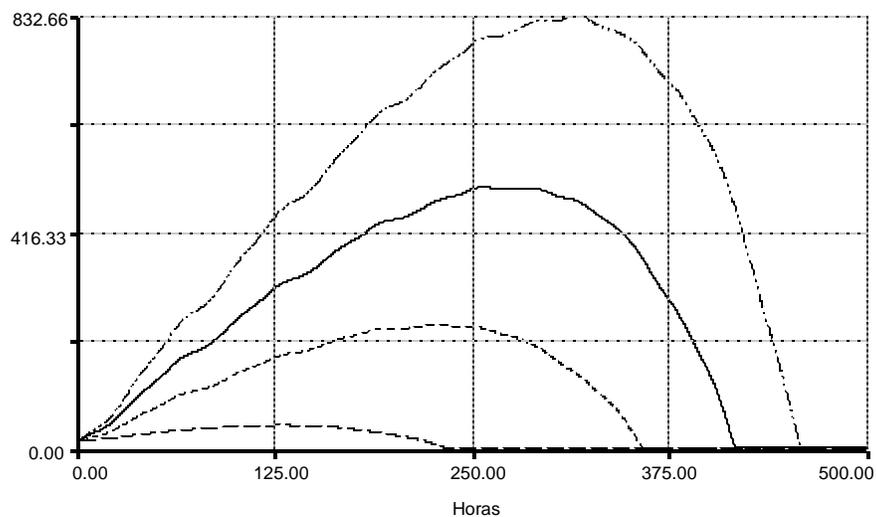


Figura A6-2: Perfiles de NH3 en el efluente para cuatro niveles de carga en el afluente.

## Anexo 6. Continuación

Detalle de los perfiles de DBO5 y de concentración de nitrógeno amoniacal de las Figuras A6-1 y A6-2 en el período de 475 a 500 horas de operación correspondientes al estado estacionario, para los cuatro niveles diferentes de carga contaminante en el afluente:

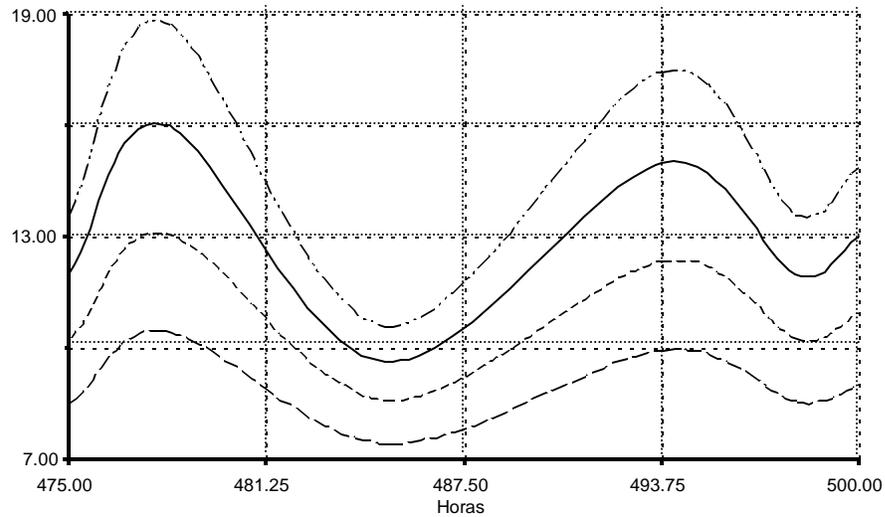


Figura A6-3: Perfiles de *DBO5* en estado estacionario para cuatro niveles de carga en el afluente.

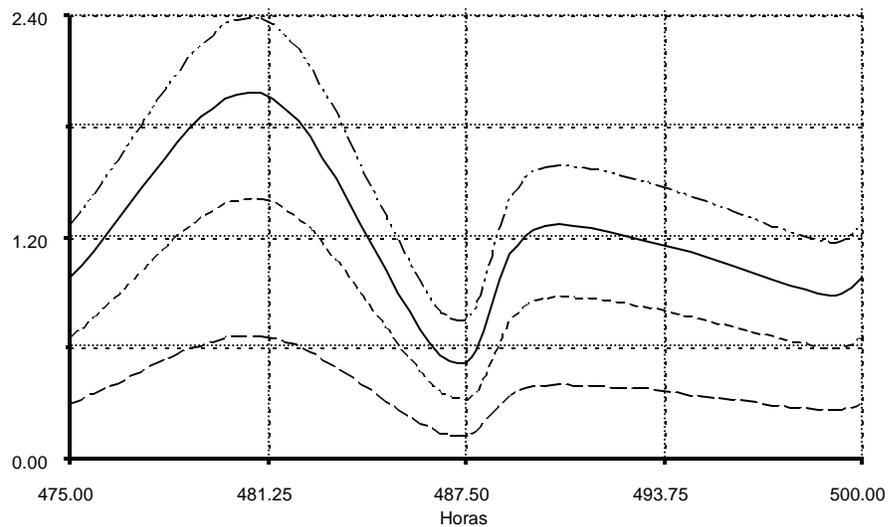


Figura A6-4: Perfiles de *NH3* en estado estacionario para cuatro niveles de carga en el afluente.



# ANEXO 7: Diagrama del modelo en *think*

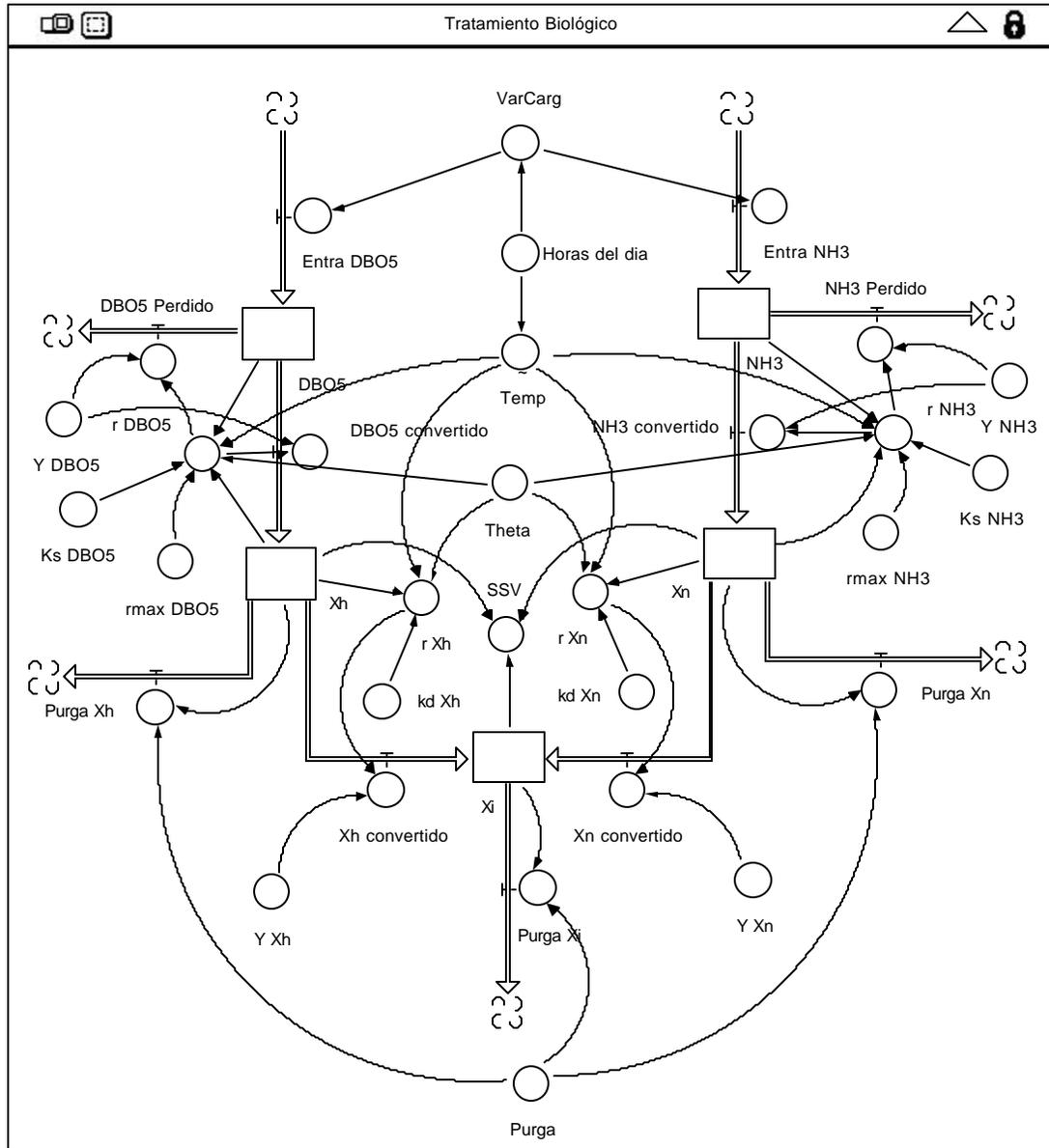


Figura A7-1: Diagrama del modelo implementado en el software *think*.

## ANEXO 8: Modelo para *Madonna*

**Tabla A8-1: Modelo matemático generado por *ithink* e implementado en *Madonna*.**

```
METHOD Stiff

STARTTIME = 0
STOPTIME = 500
DT = 0.001
DTMAX = 0.001
TOLERANCE = 0.001
DOUT = 0

Entra_DBO5 = VarCarg * (142.8 - 63.2) + 63.2
r_DBO5 = (rmax_DBO5 * DBO5 * Xh / (Ks_DBO5 + DBO5)) * Theta ^ (Temp - 20)
DBO5_convertido = r_DBO5 * Y_DBO5
DBO5_Perdido = r_DBO5 * (1 - Y_DBO5)

DBO5(t) = DBO5(t - dt) + (Entra_DBO5 - DBO5_convertido - DBO5_Perdido) * dt
INIT DBO5 = 142.8
LIMIT DBO5 >= 0

r_Xh = (kd_Xh * Xh) * Theta ^ (Temp - 20)
Xh_convertido = r_Xh * Y_Xh
Purga_Xh = Xh * Purga

Xh(t) = Xh(t - dt) + (DBO5_convertido - Xh_convertido - Purga_Xh) * dt
INIT Xh = 113
LIMIT Xh >= 0

Entra_NH3 = VarCarg * (32.5 - 3.3) + 3.3
r_NH3 = (rmax_NH3 * NH3 * Xn / (Ks_NH3 + NH3)) * Theta ^ (Temp - 20)
NH3_convertido = r_NH3 * Y_NH3
NH3_Perdido = r_NH3 * (1 - Y_NH3)

NH3(t) = NH3(t - dt) + (Entra_NH3 - NH3_convertido - NH3_Perdido) * dt
INIT NH3 = 32
LIMIT NH3 >= 0

r_Xn = (kd_Xn * Xn) * Theta ^ (Temp - 20)
Xn_convertido = r_Xn * Y_Xn
Purga_Xn = Xn * Purga
```

## Anexo 8. Continuación

Tabla A8-1: (Cont.)

```
Xn(t) = Xn(t - dt) + (NH3_convertido - Xn_convertido - Purga_Xn) * dt
INIT Xn = 3
LIMIT Xn >=0

Purga_Xi = Xi * Purga

Xi(t) = Xi(t - dt) + (Xh_convertido + Xn_convertido - Purga_Xi) * dt
INIT Xi = 51
LIMIT Xi >= 0

Purga = 0.013
Theta = 1.04

Y_DBO5 = 0.588
rmax_DBO5 = 0.417
Ks_DBO5 = 80

Y_Xh = 0.1905
kd_Xh = 0.002

Y_NH3 = 0.133
rmax_NH3 = 0.252
Ks_NH3 = 1.4

Y_Xn = 0.1905
kd_Xn = 0.002

t = MOD (TIME,24)

VarCarg = -1.59029E-06 * t^6 + 0.000109377 * t^5 - 0.00272335 * t^4 + 0.02876196
* t^3 - 0.10568704 * t^2 - 0.00858612 * t + 0.675

Temp = GRAPH(t)
(0.00, 23.1), (1.00, 22.4), (2.00, 21.8), (3.00, 21.2), (4.00, 20.5), (5.00,
20.1), (6.00, 20.0), (7.00, 20.2), (8.00, 21.3), (9.00, 23.9), (10.0, 27.2),
(11.0, 29.0), (12.0, 29.9), (13.0, 30.0), (14.0, 30.0), (15.0, 29.9), (16.0,
29.6), (17.0, 29.2), (18.0, 28.6), (19.0, 27.6), (20.0, 26.6), (21.0, 25.7),
(22.0, 24.8), (23.0, 24.0), (24.0, 23.0)
```

## Anexo 8. Continuación

**Tabla A8-2: Variante del modelo mostrado en la Tabla A8-1 para el caso de una perturbación en la carga contaminante del afluente a la mitad del tiempo máximo de simulación.**

```
Pert_DBO5_Max = IF TIME < STOPTIME/2 THEN 142.8 ELSE 172.4
Pert_DBO5_Min = IF TIME < STOPTIME/2 THEN 63.2 ELSE 86.9
Entra_DBO5 = VarCarg * (Pert_DBO5_Max - Pert_DBO5_Min) + Pert_DBO5_Min

Pert_NH3_Max = IF TIME < STOPTIME/2 THEN 32.5 ELSE 39.5
Pert_NH3_Min = IF TIME < STOPTIME/2 THEN 3.3 ELSE 4.9
Entra_NH3 = VarCarg * (Pert_NH3_Max - Pert_NH3_Min) + Pert_NH3_Min
```

**Nota:** La ecuación para el cálculo de la variable `Entra_DBO5` del modelo original (Tabla A8-1) se sustituye por las ecuaciones `Pert_DBO5_Max`, `Pert_DBO5_Min` y `Entra_DBO5` y la ecuación para el cálculo de la variable `Entra_NH3` se sustituye por las ecuaciones `Pert_NH3_Max`, `Pert_NH3_Min` y `Entra_NH3`

## ANEXO 9: Análisis de Estabilidad

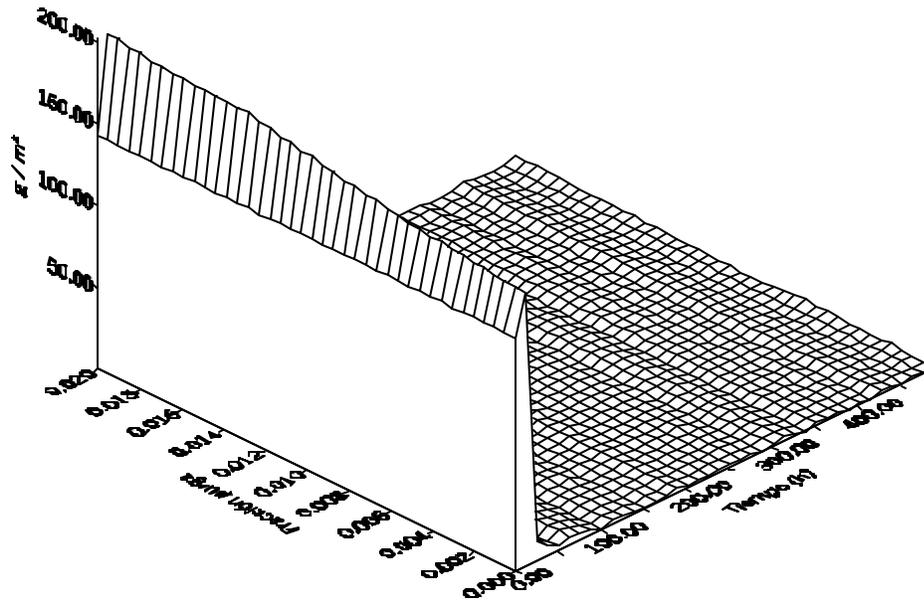


Figura A9-1: Comportamiento temporal de DBO5 en el efluente al variar la fracción de purga.

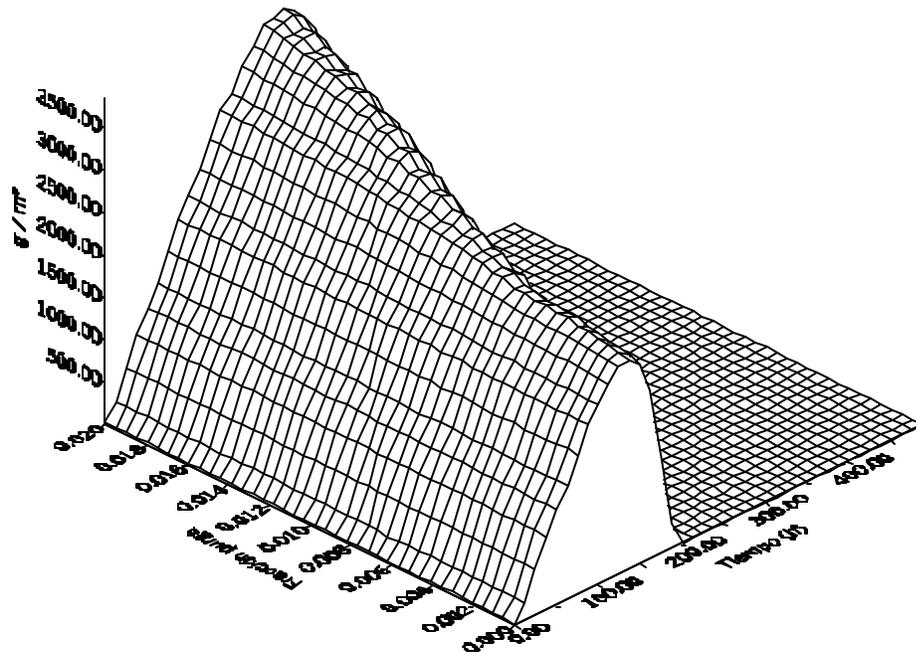


Figura A9-2: Comportamiento temporal de NH3 en el efluente al variar la fracción de purga.

## Anexo 9. Continuación

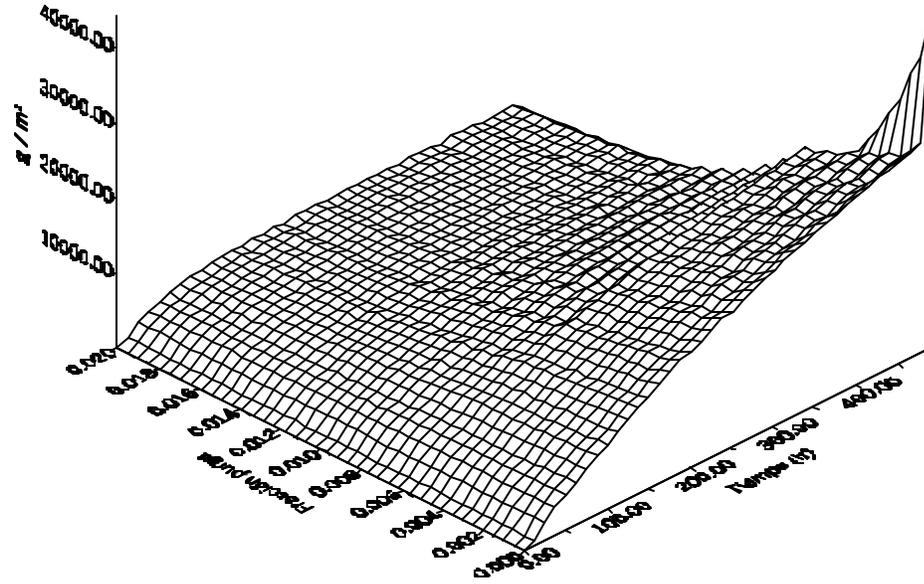


Figura A9-3: Comportamiento temporal de  $X_h$  en el reactor al variar la fracción de purga.

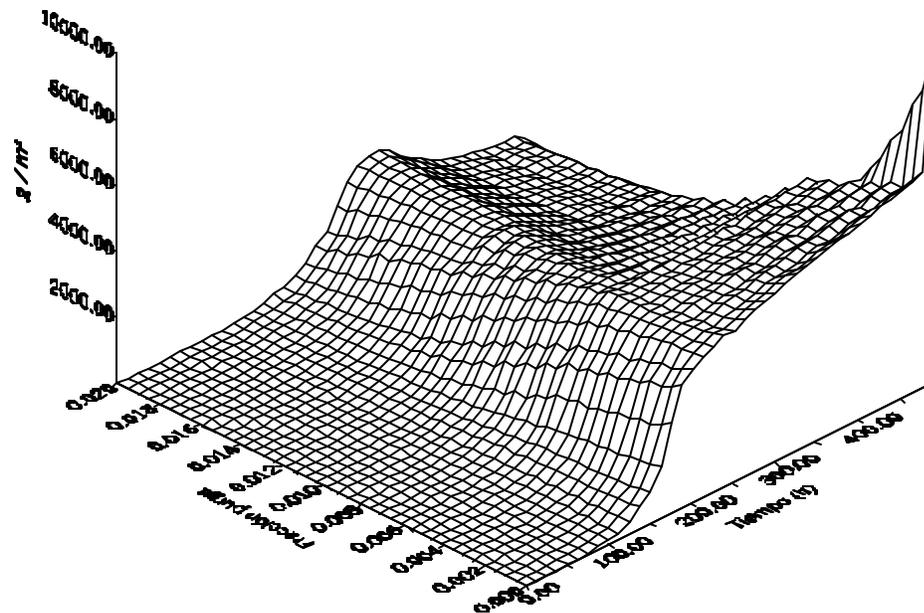


Figura A9-4: Comportamiento temporal de  $X_n$  en el reactor al variar la fracción de purga.

## ANEXO 10: Variación de *Purga*

Perfiles de DBO5 y de concentración de nitrógeno amoniacal en el efluente obtenidos como resultado de la simulación para seis niveles diferentes de la variable fracción de *Purga* en el clarificador:

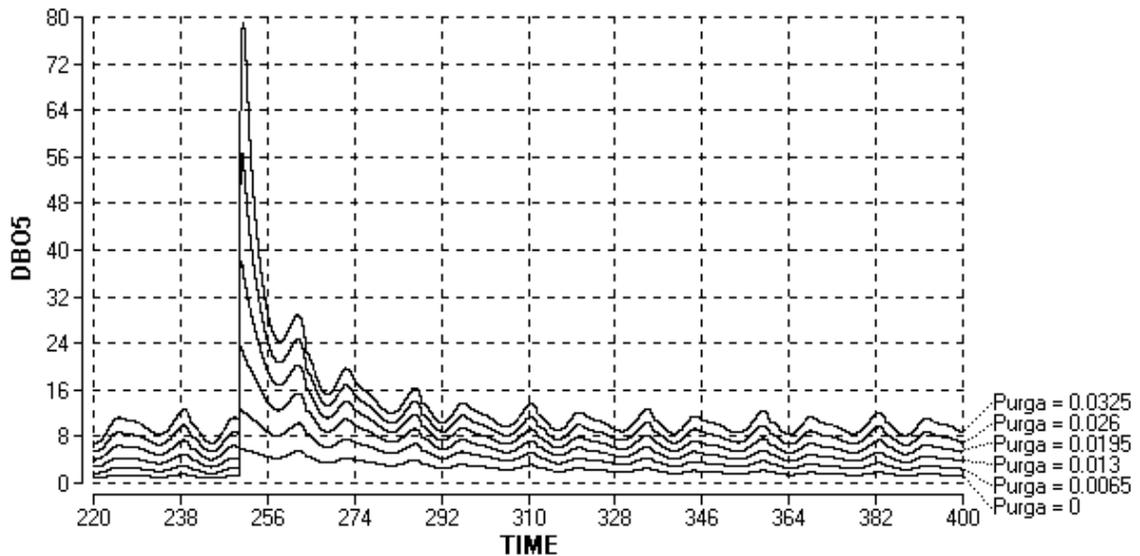


Figura A10-1: Perfiles de DBO5 en el efluente para seis niveles de fracción de *purga*.

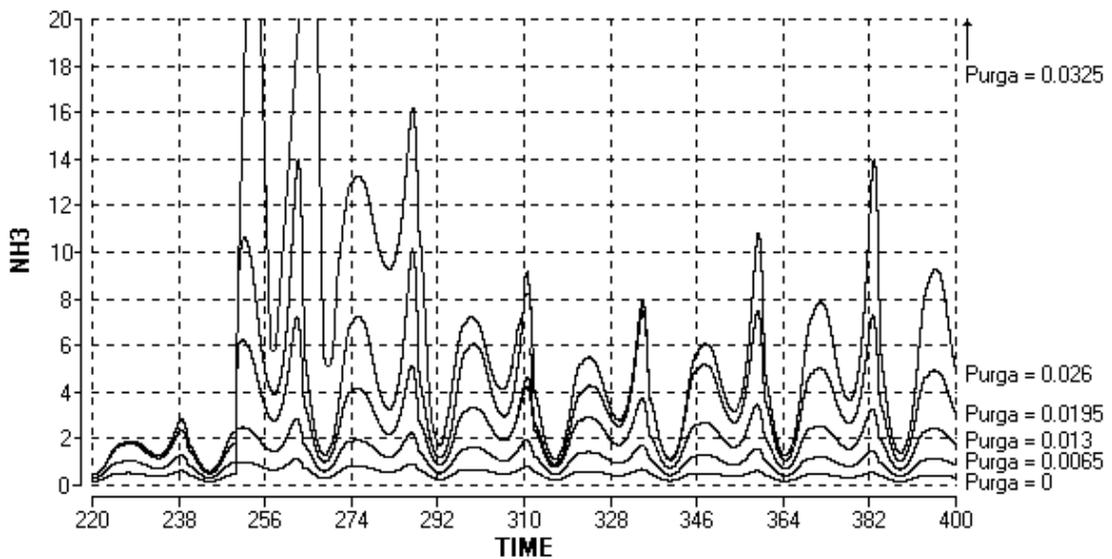


Figura A10-2: Perfiles de  $NH_3$  en el efluente para seis niveles de fracción de *purga*.

## Anexo 10. Continuación

Perfiles de microorganismos heterótrofos y autótrofos nitrificantes en el reactor obtenidos como resultado de la simulación para seis niveles diferentes de la variable fracción de *Purga* en el clarificador:

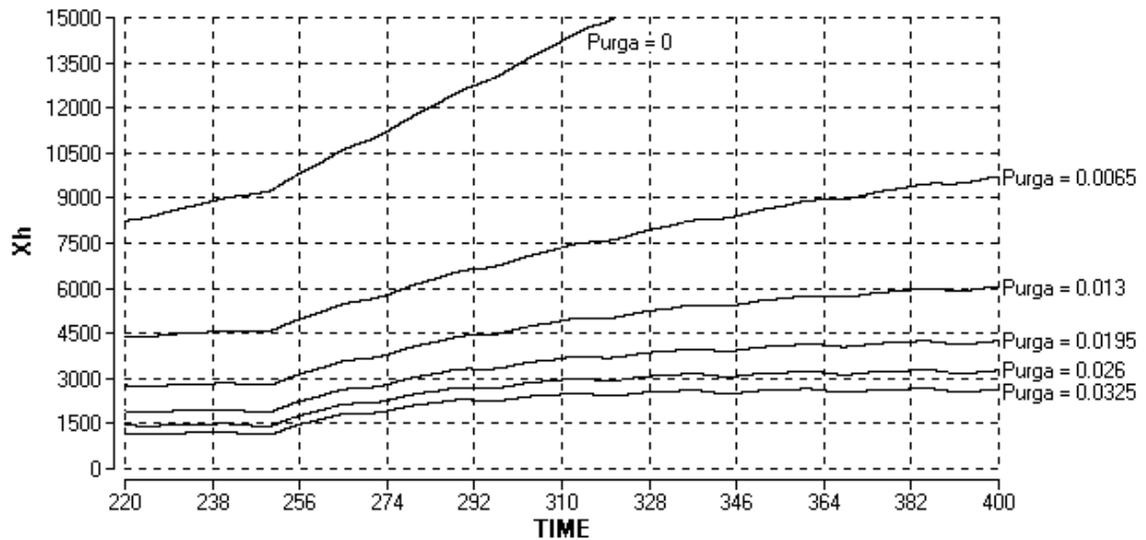


Figura A10-3: Perfiles de  $X_h$  en el reactor para seis niveles de fracción de purga.

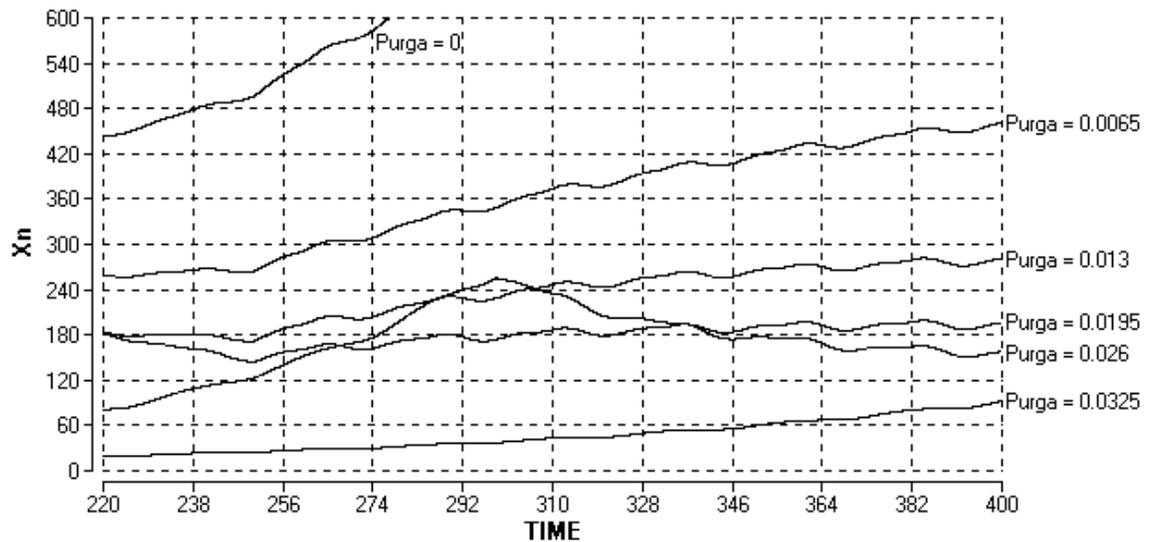


Figura A10-4: Perfiles de  $X_n$  en el reactor para seis niveles de fracción de purga.

## Anexo 10. Continuación

**Tabla A10-1: Resultados numéricos de las figuras A10-1 y A10-2.**

Purga	<i>DBO5</i>			<i>NH3</i>		
	Máximo Global	Máximo Estacionario	Tiempo para Estado Estacionario	Máximo Global	Máximo Estacionario	Tiempo para Estado Estacionario
<b>0.00 %</b>	6.5 g/m <sup>3</sup>	1.0 g/m <sup>3</sup>	72 h	1.0 g/m <sup>3</sup>	0.5 g/m <sup>3</sup>	24 h
<b>0.65 %</b>	12.0 g/m <sup>3</sup>	2.0 g/m <sup>3</sup>	72 h	3.0 g/m <sup>3</sup>	1.5 g/m <sup>3</sup>	48 h
<b>1.30 %</b>	24.0 g/m <sup>3</sup>	4.0 g/m <sup>3</sup>	72 h	7.0 g/m <sup>3</sup>	3.0 g/m <sup>3</sup>	96 h
<b>1.95 %</b>	39.0 g/m <sup>3</sup>	6.0 g/m <sup>3</sup>	72 h	14.0 g/m <sup>3</sup>	7.0 g/m <sup>3</sup>	144 h
<b>2.60 %</b>	56.0 g/m <sup>3</sup>	9.0 g/m <sup>3</sup>	72 h	26.0 g/m <sup>3</sup>	14.0 g/m <sup>3</sup>	216 h
<b>3.25 %</b>	80.0 g/m <sup>3</sup>	12.0 g/m <sup>3</sup>	72 h	120.0 g/m <sup>3</sup>	31.0 g/m <sup>3</sup>	288 h

**Tabla A10-2: Resultados numéricos de las figuras A10-3 y A10-4.**

Purga	<i>Xh</i>		<i>Xn</i>	
	Máximo Estacionario	Tiempo para Estado Estacionario	Máximo Estacionario	Tiempo para Estado Estacionario
<b>0.00 %</b>	40100 g/m <sup>3</sup>	360 h	1800 g/m <sup>3</sup>	456 h
<b>0.65 %</b>	10200 g/m <sup>3</sup>	240 h	480 g/m <sup>3</sup>	168 h
<b>1.30 %</b>	6000 g/m <sup>3</sup>	168 h	280 g/m <sup>3</sup>	120 h
<b>1.95 %</b>	4400 g/m <sup>3</sup>	120 h	190 g/m <sup>3</sup>	144 h
<b>2.60 %</b>	3100 g/m <sup>3</sup>	96 h	150 g/m <sup>3</sup>	72 h
<b>3.25 %</b>	2800 g/m <sup>3</sup>	72 h	120 g/m <sup>3</sup>	168 h

# ANEXO 11: Diseño Experimental

**Tabla A11-1: Análisis de varianza de D.**

ANOVA Table for D by Purga					
Source	Sum of Squares	Df	Mean Square	F-Ratio	P-Value
Between groups	3143,23	5	628,645	9856179,6	0,0000
Within groups	6,96E-7	24	2,9E-8		
Total (Corr.)	3143,23	29			

**Tabla A11-2: Prueba de rangos múltiples.**

Multiple Range Tests for D by Purga	
Contrast	Difference
0 - 0,0065	*8,6138
0 - 0,013	*6,73632
0 - 0,0195	*1,98834
0 - 0,026	*-4,86602
0 - 0,0325	*-22,3059
0,0065 - 0,013	*-1,87748
0,0065 - 0,0195	*-6,62546
0,0065 - 0,026	*-13,4798
0,0065 - 0,0325	*-30,9197
0,013 - 0,0195	*-4,74798
0,013 - 0,026	*-11,6023
0,013 - 0,0325	*-29,0422
0,0195 - 0,026	*-6,85436
0,0195 - 0,0325	*-24,2943
0,026 - 0,0325	*-17,4399

\* denotes a statistically significant difference.

## Anexo 11. Continuación

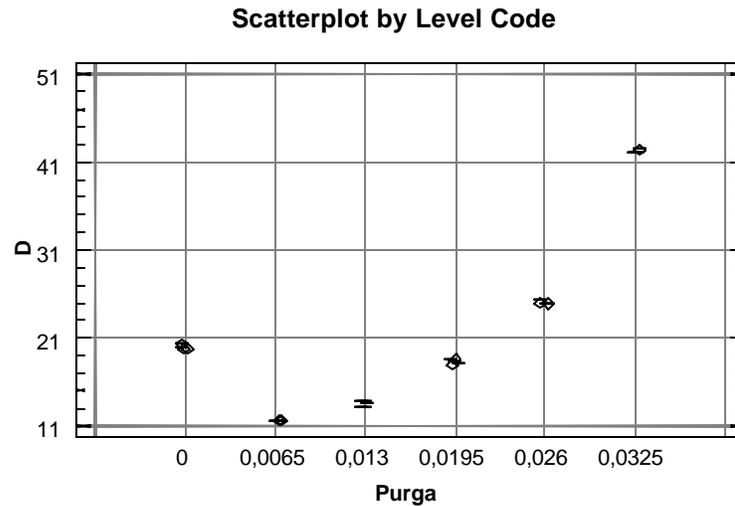


Figura A11-1: Gráfico de dispersión de la variable *D* por niveles de *Purga*.

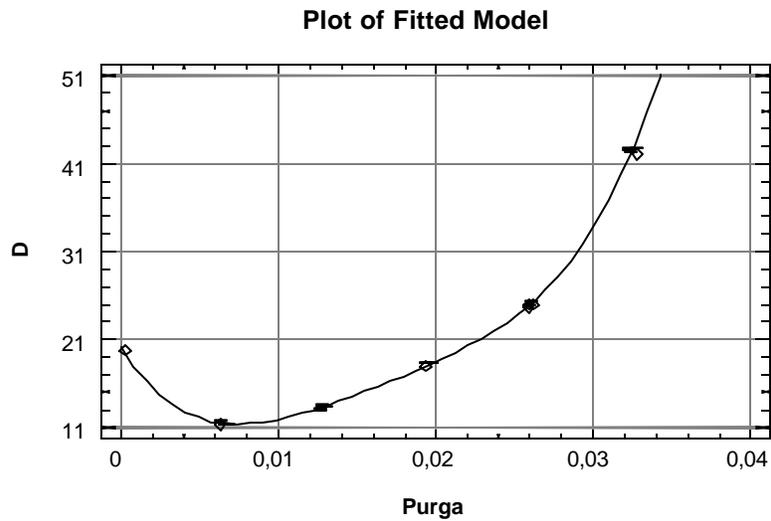
**Tabla A11-3: Análisis de regresión.**

Polynomial Regression Analysis				
Dependent variable: D				
Parameter	Estimate	St. Error	T Statistic	P-Value
CONSTANT	20,0916	0,030009	669,52	0,0000
Purga	-2883,88	17,0244	-169,397	0,0000
Purga^2	310301,0	2501,99	124,022	0,0000
Purga^3	-1,2275E7	121465,0	-101,058	0,0000
Purga^4	1,87901E8	1,85694E6	101,188	0,0000
-----				
R-squared = 99,9964 percent				
Standard Error of Est. = 0,0672356				
Durbin-Watson statistic = 2,24073 (P=0,2413)				

## Anexo 11. Continuación

**Tabla A11-4: Calidad de ajuste del modelo.**

Analysis of Variance					
Source	Sum of Squares	Df	Mean Square	F-Ratio	P-Value
Model	3143,11	4	785,778	173820,59	0,0000
Residual	0,113016	25	0,00452063		
Total (Corr.)	3143,23	29			



*Figura A11-2: Ajuste de la curva a los datos experimentales.*

## Anexo 11. Continuación

**Tabla A11-5: Significación de las potencias al ser adicionadas al modelo.**

Further ANOVA for Variables in the Order Fitted					
Source	Sum of Squares	Df	Mean Square	F-Ratio	P-Value
Purga	1754,3	1	1754,3	388066,12	0,0000
Purga^2	1342,43	1	1342,43	296956,76	0,0000
Purga^3	0,0921183	1	0,0921183	20,38	0,0001
Purga^4	46,2872	1	46,2872	10239,10	0,0000
Model	3143,11	4			

**Tabla A11-6: Prueba de pérdida de ajuste del modelo.**

Analysis of Variance with Lack-of-Fit					
Source	Sum of Squares	Df	Mean Square	F-Ratio	P-Value
Model	3143,11	4	785,778	173820,59	0,0000
Residual	0,113016	25	0,00452063		
Lack-of-Fit	0,113015	1	0,113015	3897071,96	0,0000
Pure Error	6,95999E-7	24	2,9E-8		
Total (Corr.)	3143,23	29			

## Anexo 11. Continuación

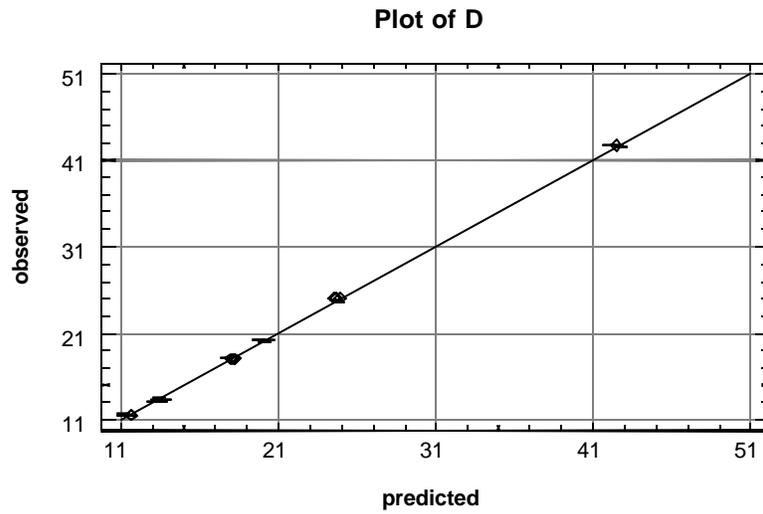


Figura A11-3: Análisis de los residuos: valores predichos vs. observados.

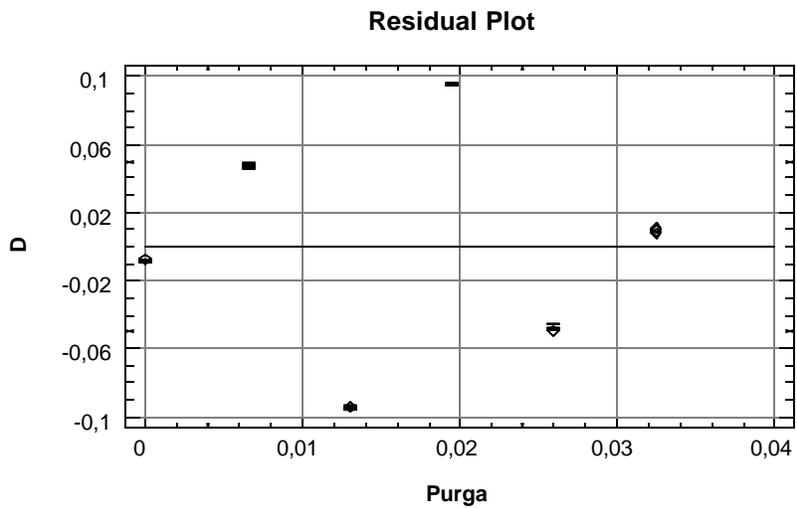


Figura A11-4: Análisis de los residuos: errores de D vs. Purga.

## ANEXO 12: Optimización

**Tabla A12-1: Informe de respuestas generado por la opción Solver de Microsoft Excel.**

Celda objetivo (Mínimo)					
Celda	Nombre	Valor original	Valor final		
\$B\$1	D	20.0916	<b>11.33226795</b>		
Celdas cambiantes					
Celda	Nombre	Valor original	Valor final		
\$B\$2	Purga	0	<b>0.00741708</b>		
Restricciones					
Celda	Nombre	Valor de la celda	fórmula	Estado	Divergencia
\$B\$2	Purga	0.00741708	\$B\$2>=0	Opcional	0.00741708
\$B\$2	Purga	0.00741708	\$B\$2<=0.0325	Opcional	0.03242583

**Tabla A12-2: Informe de límites generado por la opción Solver de Microsoft Excel.**

Celda objetivo						
Celda	Nombre	Igual				
\$B\$1	D	11.33				
Celdas cambiantes						
Celda	Nombre	Igual	Límite inferior	Celda objetivo	Límite superior	Celda objetivo
\$B\$2	Purga	0.007	0	20.0916	0.0325	2.1E+10

## ANEXO 13: Simulación del Caso Óptimo

Perfiles de DBO5 y de concentración de nitrógeno amoniacal en el efluente, así como de microorganismos heterótrofos y autótrofos nitrificantes en el reactor, obtenidos como resultado de la simulación para la condición óptima de la variable fracción de purga en la corriente de lodo del clarificador ( $Purga^* = 0.741\%$ ):

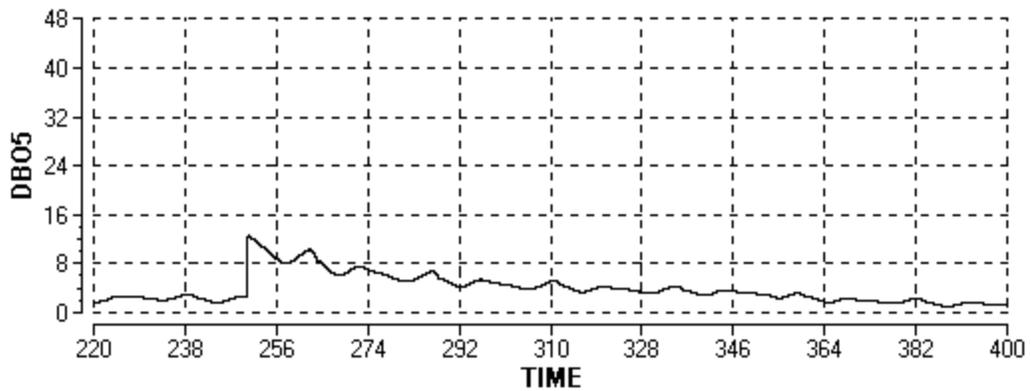


Figura A13-1: Perfil de DBO5 en el efluente para la fracción de purga óptima.

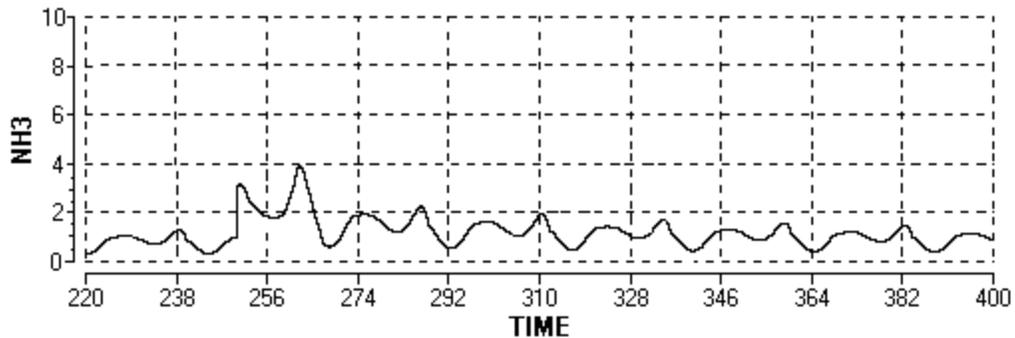


Figura A13-2: Perfil de NH3 en el efluente para la fracción de purga óptima.

## Anexo 13. Continuación

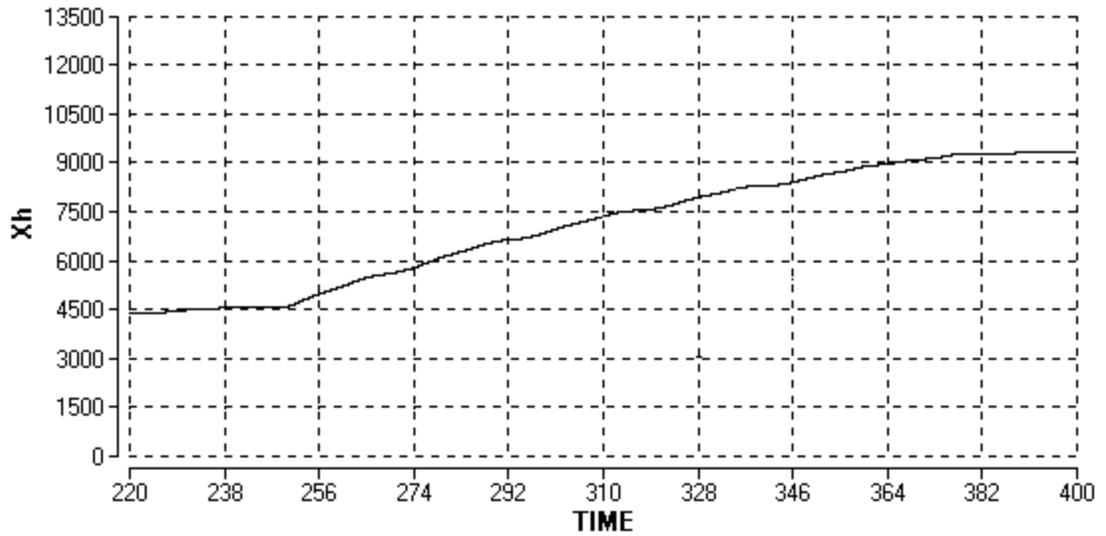


Figura A13-3: Perfil de  $X_h$  en el reactor para la fracción de purga óptima.

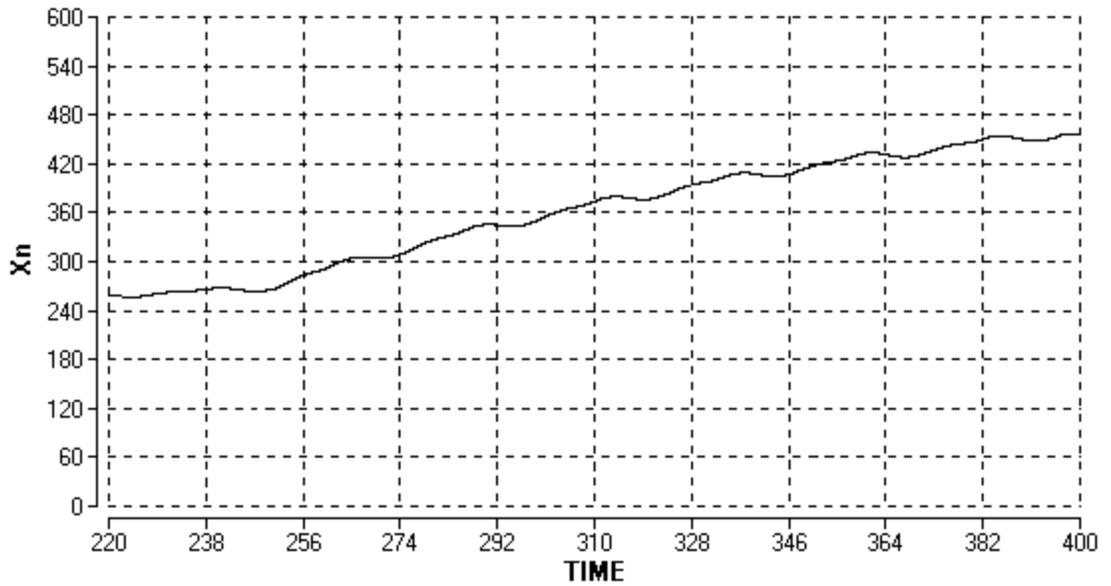


Figura A13-4: Perfil de  $X_n$  en el reactor para la fracción de purga óptima.