

*Universidad de Matanzas  
Sede: "Camilo Cienfuegos"  
Facultad de Ciencias Técnicas*



**ANÁLISIS DE LA ROTURA DE UN ENGRANAJE HELICOIDAL DE UN  
CAJA DE VELOCIDAD.**

**Trabajo de Diploma en Ingeniería Mecánica**

**Autor: Ariel Enríquez Mateo**

*Matanzas, 2022*

*Universidad de Matanzas  
Sede: "Camilo Cienfuegos"  
Facultad de Ciencias Técnicas*



**ANÁLISIS DE LA ROTURA DE UN ENGRANAJE HELICOIDAL DE  
UNA CAJA DE VELOCIDAD.**

**Trabajo de Diploma en Ingeniería Mecánica**

**Autor: Ariel Enríquez Mateo**

**Tutor: DrC. Orestes González Quintero**

*Matanzas, 2022*

## **DECLARACIÓN DE AUTORIDAD**

Por medio de la presente declaro que soy el único autor de este trabajo de diploma y, en calidad de tal, autorizo a la Universidad de Matanzas «Camilo Cienfuegos» a darle el uso que estime más conveniente.

## NOTA DE ACEPTACIÓN

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Miembros del Tribunal:

---

Presidente

---

Secretario

---

Vocal

## RESUMEN

En el siguiente trabajo se realiza un análisis de la rotura a flexión de los dientes de un engranaje helicoidal de la caja de velocidad del motor de *Hyundai D4AF*. Se hace una búsqueda de las principales fallas que ocurren en los engranajes, así como los materiales idóneos para su construcción y los tratamientos térmicos empleados. Mediante la aplicación del Diseño Experimental se analiza cómo influye el coeficiente de corrección y el material en la resistencia del diente. Para la realización del experimento se seleccionaron tres materiales y tres coeficientes de corrección. Se calculan los parámetros geométricos y la resistencia del diente para cada una de las variantes. Utilizando el software *AutoCAD* se logra representar en 3d el diente helicoidal para su exportación al *software ANSYS*, donde se realiza una modelación de la variante seleccionada usando el Método de Elementos Finitos (MEF) para obtener los valores de esfuerzo a flexión que actúan en el diente y comprobar si resiste las condiciones de carga. Como resultado se obtuvo que el diente si resiste por lo que evidentemente la rotura es por mal manejo del mecanismo de cambios de la caja de velocidad.

**Palabras claves:** rotura; dientes; engranaje helicoidal; caja de velocidad; Diseño Experimental, MEF.

## **ABSTRACT**

In the following work, an analysis of the bending fracture of the teeth of a helical gear of the gearbox of the Hyundai D4AF engine is carried out. A search is made for the main failures that occur in the gears, as well as the suitable materials for their construction and the heat treatments used. Through the application of the Experimental Design, it is analyzed how the correction coefficient and the material influence the resistance of the tooth. To carry out the experiment, three materials and three correction coefficients were selected. The geometric parameters and the resistance of the tooth are calculated for each of the variants. Using the AutoCAD software, it is possible to represent the helical tooth in 3d for its export to the ANSYS software, where a modeling of the selected variant is carried out using the Finite Element Method (FEM) to obtain the flexural stress values that act on the tooth. and check if it resists the load conditions. As a result, it was obtained that the tooth does resist, so evidently the breakage is due to mishandling of the gearbox gear mechanism.

**Keywords:** breakage; teeth; helical gear; Velocity Box; Experimental design; FEM; Experimental design

## TABLA DE CONTENIDO

Introducción .....	1
Capítulo 1 Revisión Bibliográfica .....	3
1.1 Transmisiones Mecánicas .....	3
1.2 Caja de velocidad .....	4
1.3 Engranajes .....	5
1.3.1 Ley fundamental de engranaje .....	6
1.3.2 Engranajes Helicoidales .....	6
1.3.3 Ecuaciones fundamentales para el cálculo de engranajes cilíndricos helicoidales. .....	7
1.3.4 Relaciones de los engranajes acoplados. ....	9
1.3.5 Fuerzas en los engranajes helicoidales .....	10
1.4 Ecuación de Resistencia .....	11
1.5 Correcciones de las ruedas dentadas .....	12
1.6 Clases de deterioros de los dientes de los engranajes. ....	13
1.7 Materiales para la fabricación de engranajes de cajas de velocidad y tratamientos térmicos empleados .....	16
1.7.1 Clasificación de aceros para la fabricación de engranajes .....	16
1.8 Análisis Estático .....	19
1.8.1 Esfuerzos combinados .....	19
1.8.2 Principio de Saint Venant. ....	20
1.9 Método de Elementos Finitos (FEM). ....	21
1.9.1 Formulación matemática del método .....	21
1.10 Recuperación de piezas por soldadura .....	23
1.10.1 Pre calentamiento .....	23
1.10.2 Tratamiento térmico de las uniones soldadas. ....	24
1.10.3 La soldadura de relleno superficial como método de restauración de piezas. ....	24
1.11 Conclusiones Parciales del Capítulo .....	25
Capítulo 2 Materiales y métodos .....	26
2.1 Engranaje Estudiado .....	26
2.2 Cálculo del momento torsor de la rueda (2) .....	27
2.3 Diseño Experimental .....	29
2.3.1 Selección de los materiales para la realización del experimento. ....	29
2.3.2 Parámetros geométricos comunes para todas las variantes .....	30
2.3.3 Parámetros Geométricos de cada variante .....	30
2.3.4 Fuerza normal. ....	32
2.3.5 Resistencia del diente .....	32
2.3.6 Diseño Experimental .....	33
2.4 Análisis mediante el FEM de las Tensiones en el diente en el software ANSYS. .	35
2.4.1 Obtención del modelo geométrico del diente analizado .....	35
2.4.2 Representación 3d del diente en AutoCAD .....	35
2.4.3 Características del material .....	38
2.4.4 Modelo del diente en el software ANSYS .....	38

2.4.5 Elemento ANSYS utilizado. ....	38
2.4.6 Idealización. ....	39
2.5 Conclusiones Parciales del Capítulo.....	40
Capítulo 3 Análisis de los Resultados.....	41
3.1 Análisis de los resultados obtenidos mediante el Diseño Experimental. ....	41
3.2 Comprobación de los esfuerzos mediante el método de Elemento Finitos en el software ANSYS de la variante del diente seleccionada. ....	43
3.2.1 Análisis de los Esfuerzos a Flexión. ....	43
3.2.2 Análisis de los Esfuerzos de Von Mises o Equivalente. ....	44
3.2.3 Otros resultados que demuestran la resistencia del diente a la carga aplicada. ....	45
3.3 Caracterización de la falla ocurrida. ....	49
3.4 Propuesta para recuperar el engranaje helicoidal.....	49
3.4.1 Recuperación por soldadura de relleno superficial. ....	49
3.5 Conclusiones Parciales del Capítulo.....	50
Conclusiones.....	51
Recomendaciones.....	52
Referencias Bibliográficas.....	53
Anexos.....	55

## INTRODUCCIÓN

Las transmisiones por engranajes son el grupo de transmisiones mecánicas más difundido e importante desde los inicios de la Revolución Industrial hasta nuestros días, se utilizan para transmitir el movimiento giratorio uniforme de un árbol a otro, así como transformar el movimiento de rotación en movimiento de avance y viceversa. Una de las aplicaciones más importantes de dichas transmisiones es en las cajas de velocidades primordiales para el funcionamiento de las máquinas automotrices porque permiten la transmisión desde el eje de una fuente de energía (motor de combustión interna o eléctrico), hasta otro eje situado a cierta distancia, que realiza un trabajo.

La rotura de sólo un engranaje de una caja de velocidad provoca que no pueda funcionar la máquina automotriz a la que pertenece, por lo que resulta de vital importancia evitar que esto ocurra. En este trabajo se analiza porque ocurre la falla por rotura a flexión de los dientes de un engranaje helicoidal de la caja de velocidad del motor de *Hyundai D4AF* ubicado en un Zil 130 que brinda servicios en la Empresa EQUIVAR donde se realizan labores de construcción, montaje y conservación para obras destinadas al turismo de vital importancia para la economía del país.

Problema Científico: Existen impactos en la caja de velocidad del motor Hyundai D4AF que provocan la rotura de los dientes de un engranaje helicoidal, los cuales no han sido identificados lo que impide establecer una estrategia para evaluar las causas de los mismos y proponer una solución.

**Hipótesis:** Si se identifican las causas de la rotura de los dientes de un engranaje helicoidal en la caja de velocidad del motor Hyundai D4AF mediante una acertada caracterización de las condiciones de trabajo del mismo se podrá entonces proponer una solución para recuperar dicho mecanismo.

**Objetivo General:** Identificar las causas de la rotura del engranaje cilíndrico helicoidal de la caja de velocidad del motor *Hyundai D4AF* de manera que permita proponer una solución al problema.

### **Objetivos Específicos:**

- Caracterizar las condiciones de trabajo de la caja de velocidad.
- Identificar el tipo de falla que produjo la rotura del diente.
- Realizar un experimento para analizar cómo influye el material y el coeficiente de corrección en la resistencia del diente.
- Obtener los Parámetros Geométricos y la resistencia del diente a la flexión para cada una de las variantes con o sin corrección.
- Modelación geométrica tridimensional de un diente del engranaje cilíndrico helicoidal en el software *AutoCAD*
- Analizar mediante el *MEF* con el software *ANSYS* las tensiones a flexión del diente helicoidal.

## CAPÍTULO 1 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En el presente capítulo se exponen los fundamentos teóricos en que se basa la investigación desarrollada, luego de realizar una búsqueda bibliográfica sobre todo lo relacionado con el tema analizado.

### 1.1 Transmisiones Mecánicas

Son aquellos mecanismos que se emplean para transmitir la energía mecánica desde la máquina motriz hasta los órganos de trabajo de la máquina movida, con transformación de velocidad, fuerza o momento; y a veces con transformación del carácter y la ley de movimiento. (V.Dobrovolski et al., 1980)

En las transmisiones mecánicas se cumplen las siguientes relaciones:

$$\eta = \frac{N_{(2)}}{N_{(1)}} = \frac{M_{t(2)}}{M_{t(1)} * u_{12}} \quad (1.1)$$

$$M_t = \frac{N}{\omega} \quad (1.2)$$

$$\omega = \frac{\pi * n}{30} \quad (1.3)$$

Donde:

Los subíndices 1 y 2 se refieren a la entrada y la salida de la transmisión.

$\eta$ - Eficiencia de la transmisión.

$M_t$ -Momento torsor, Nm

$N$ - Potencia, W

$\omega$ - Velocidad angular, rad/s

$n$  - Frecuencia de rotación, rev/min

## 1.2 Caja de velocidad

En los vehículos, la caja de velocidad o caja de cambios es el elemento encargado de obtener en las ruedas el par motor suficiente para poner en movimiento el vehículo parado y, una vez en marcha, obtener un par suficiente en ellas para vencer las resistencias al avance, fundamentalmente las derivadas del perfil aerodinámico, del rozamiento con la rodadura y de la pendiente en ascenso. (Cruz Crespo et al., 2021)



*Figura 1.1 Imagen interna de una caja de Cambios. (Cruz Crespo et al., 2021)*

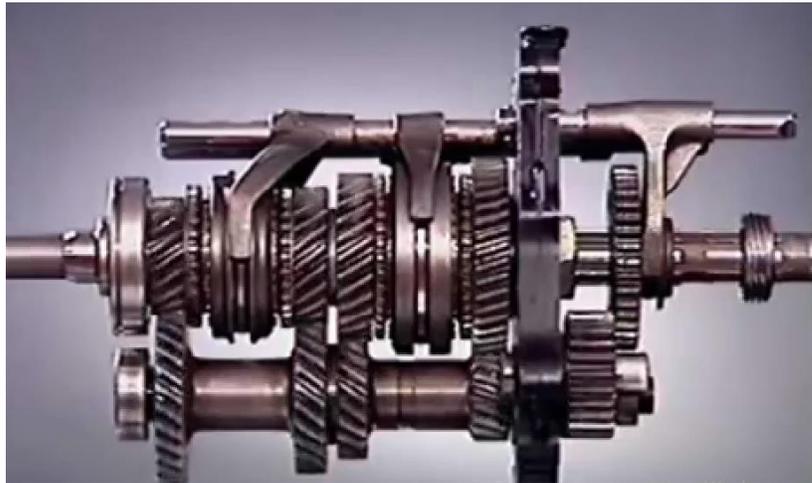
Las cajas de cambios son un ejemplo de aplicación de los trenes de engranajes (figura 1.1), que permite establecer elevadas relaciones de transmisión sin necesidad de mecanismos excesivamente voluminosos y variar la relación de transmisión en dependencia de las exigencias de operación. Este mecanismo tiene la función de intermediar entre el cigüeñal y las ruedas, de manera que estas obtengan siempre el par motor necesario para desplazar el vehículo, subiendo y bajando las revoluciones del motor, según la fuerza necesaria en cada instante, además de invertir el sentido de giro en las ruedas, cuando las necesidades de la marcha así lo requieren. (Cruz Crespo et al., 2021)

La caja de velocidad del motor Hyundai D4AF es del tipo manual y de tres ejes, necesita de la acción del conductor, por medio de la palanca de cambios y el embrague, para poder realizar el cambio de velocidad o marcha. Estas cajas se valen de sincronizadores el cual es un disco intermedio que evita que en el cambio de marcha choquen los dientes de diferentes discos al engranar.

En las cajas manuales de tres ejes (Figura 1.2) el eje primario recibe el par del motor a través del embrague y lo transmite a el eje intermediario. Éste a su vez lo transmite a el eje

secundario de salida, coaxial con el eje primario, que acciona el grupo diferencial. (Pérez Alonso, 2010)

Los piñones utilizados en los ejes son de dentado helicoidal (anexo 1), el cual presenta la ventaja de que la transmisión de par se realiza a través de dos dientes simultáneamente en lugar de uno como ocurre con el dentado recto tradicional siendo además la longitud de engrane y la capacidad de carga mayor. Esta mayor suavidad en la transmisión de esfuerzo entre piñones se traduce en un menor ruido global de la caja de cambios.



*Figura 1.2 Caja de cambio manual de tres ejes.*

### **1.3 Engranajes**

Los engranes son componentes sumamente comunes utilizados en muchas máquinas. La función de un engrane es transmitir movimiento de un eje giratorio a otro. Además de transmitir movimiento, los engranes se utilizan con frecuencia para incrementar o disminuir la velocidad, o bien, para cambiar la dirección del movimiento de un eje a otro. Son sumamente comunes en la salida de fuentes de potencia mecánica, como motores eléctricos y motores de combustión interna, que giran a velocidades mucho mayores de lo que la aplicación requiere. (Mott & P.E, 2006) (Shigley & John Joseph, 1988)

### 1.3.1 Ley fundamental de engranaje.

Una función básica de los engranes consiste en proporcionar una razón de velocidad constante entre sus respectivos ejes. Cuando un par de engranes tiene una razón de velocidad constante significa que el engrane impulsado mantiene una velocidad uniforme, mientras el engrane impulsor gire a velocidad. Esta condición lleva al desarrollo del perfil de involuta del diente. (H.Myszka, 2012)

La ley fundamental del engranaje queda definida como: La normal común a los perfiles de los dientes, en todos los puntos de contacto cuando están engranados, siempre debe pasar por un punto fijo sobre la línea de centros llamado punto de paso. La razón de velocidad del juego de engranes será entonces una constante definida por la relación de los radios respectivos de los engranes al punto de paso. (Norton, 2016)

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (1.4)$$

Donde:

1 y 2 se refieren al piñón y a la rueda

r-radio de paso

### 1.3.2 Engranajes Helicoidales.

Los engranes helicoidales, (figura 1.3), poseen dientes inclinados con respecto al eje de rotación, y se utilizan para las mismas aplicaciones que los engranes rectos, no son tan ruidosos, debido al engranado más gradual de los dientes durante el acoplamiento. (G.Budynas & Nisbett, 2008). Poseen una mayor relación de contacto y pueden transmitir mayores cargas a mayores velocidades. Los dientes helicoidales son, por otra parte, a igualdad de módulo más resistentes que los dientes rectos. El diente inclinado desarrolla cargas de empuje y pares de flexión que no están presentes en los engranes rectos. En ocasiones, los engranes helicoidales se usan para transmitir movimiento entre ejes no paralelos. (Palli Pérez, 2014)

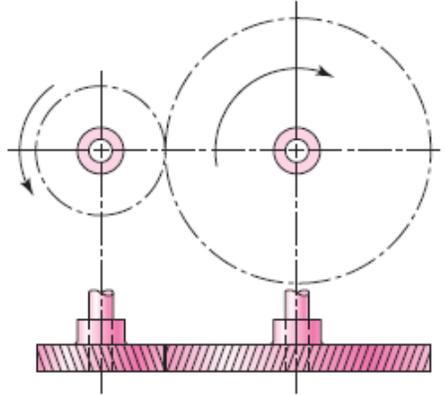


Figura 1.3 Engranajes helicoidales. (G.Budynas & Nisbett, 2008)

### 1.3.3 Ecuaciones fundamentales para el cálculo de engranajes cilíndricos helicoidales.

La geometría de los dientes de los engranajes helicoidales es en forma de una hélice envolvente alrededor de su eje de giro, en este tipo de engranaje cualquier sección plana perpendicular al eje es idéntica al plano frontal, pero desfasándose de un modo progresivo respecto a él. (González A. I., 2013)

Para transmitir el movimiento entre árboles paralelos ambas ruedas dentadas deben de tener el mismo ángulo  $\beta$  de inclinación de los dientes en el cilindro primitivo, pero en direcciones de inclinación distintas a la derecha y a la izquierda. (Baranov, 1979)

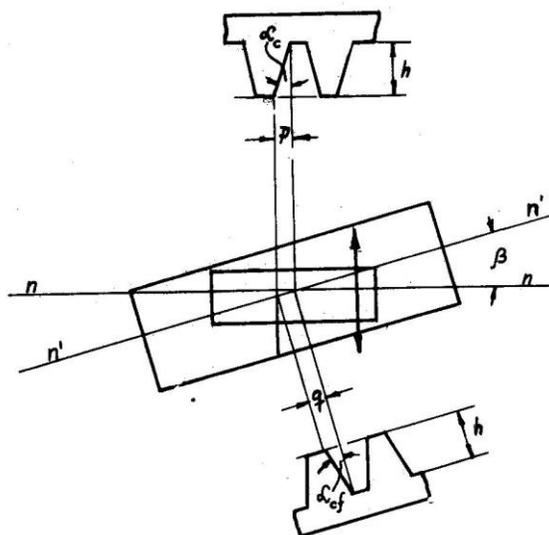


Figura 1.4 Ángulos en el engranaje helicoidal. (Golubev, 1978)

Tabla 1.1 Expresiones de cálculo para engranajes helicoidales sin y con corrección.  
(Fenández, 2019)

Parámetros	Expresión de cálculo	
	Engranajes sin corrección	Engranaje con corrección
Módulo Frontal, $m_f$ (1.5)	$m_f = \frac{m}{\cos \beta}$	
Diámetro de referencia (primitivo), $d_{p(1,2)}$ (1.6)	$d_{p(1,2)} = \frac{m * Z_2}{\cos \beta}$	
Diámetro de cresta (exterior), $d_{e(1,2)}$ (1.7)	$d_{e(1,2)} = d_{p(1,2)} + 2m$	$d_{e(1,2)} = 2 * a_w - d_{i(2,1)} - 2 * c^*m$
Diámetro de fondo (interior), $d_{i(1,2)}$ (1.8)	$d_{i(1,2)} = d_{p(1,2)} - 2.5 * m$	$d_{i(1,2)} = d_{p(1,2)} - 2m * (h_a^* + c^* - \xi)$
Diámetro básico, $d_{b(1,2)}$ (1.9)	$d_{b(1,2)} = d_{p(1,2)} \cos \alpha_t$	
Altura del diente, $h$ (1.10)	$h = 2,25 * m$	$h = \frac{d_{e(1,2)} - d_{i(1,2)}}{2}$
Altura de la cabeza del diente, $h_a$ (1.11)	$h_a = m$	$h_a = \frac{d_{e(1,2)} - d_{p(1,2)}}{2}$
Altura del pie del diente, $h_f$ (1.12)	$h_f = 1,25 * m$	$h_f = m * (h_a^* - c^* - \xi)$
Espesor normal del diente, $S_p$ (1.13)	$S_p = 0,5 * m_f * \pi$	$S_p = m_f * (\frac{\pi}{2} + 2 * \xi * \tan \alpha)$

<p>Angulo de la cremallera en la sección frontal de la rueda, <math>\alpha_{cf}</math></p> <p>(1.14)</p>	$\alpha_{mo} = \alpha_{cf} = \tan^{-1}\left(\frac{\tan \alpha}{\cos \beta}\right)$
--	--

### 1.3.4 Relaciones de los engranajes acoplados.

Para que dos engranes se acoplen, deben tener el mismo paso diametral y el mismo ángulo de presión.

- Distancia entre centro en los engranajes externos:

$$a_w = \frac{z_1 + z_2}{2 \cos \beta} * m \quad (1.15)$$

- Grado de recubrimiento:

Para garantizar el contacto permanente de las ruedas engranadas durante la rotación hay que tener la curva de engranaje mayor que el paso circular. La relación entre la curva de engranaje y el paso por la circunferencia primitiva se llama grado de recubrimiento ( $\epsilon$ ). (Golubev, 1978)

$$\epsilon = \frac{0.5 \left[ \sqrt{(d_{e1}^2 - d_{b1}^2)} + \sqrt{(d_{e2}^2 - d_{b2}^2)} \right] - a_w \sin \alpha_{tw}}{m\pi \left( \frac{\cos \alpha_t}{\cos \beta} \right)} + \frac{b_e \sin \beta}{m\pi} \quad (1.16)$$

El contacto será permanente si el grado de recubrimiento ( $\epsilon$ ) es mayor que 1.

- Línea de contacto en los engranajes helicoidales:

En las transmisiones cilíndricas helicoidales la línea de contacto AA es variable en su longitud. En el proceso de engrane de un par de dientes la línea se desplaza por la superficie lateral del diente. Para la rueda motriz el contacto empieza en la zona del pie del diente (Línea Ao-Ao) y desplazándolo paralelamente y terminando en la cabeza del diente (Línea A1-A1). En la rueda movida la sucesión del contacto es, al contrario.

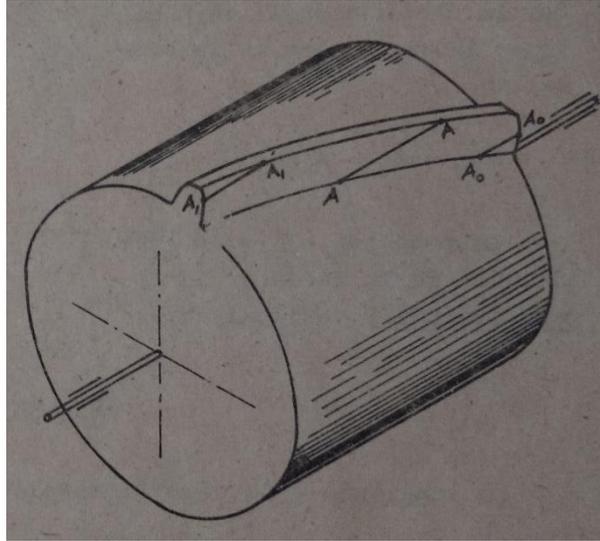


Figura 1.5 Línea de contacto en los engranajes helicoidales. (Golubev, 1978)

### 1.3.5 Fuerzas en los engranajes helicoidales

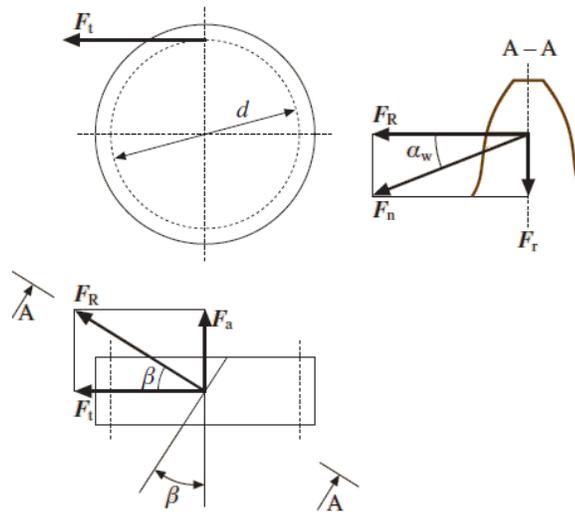


Figura 1.6 Fuerzas que actúan en los dientes de un engranaje helicoidal. (González A. I., 2013)

$$F_n = \frac{2M_t}{d_{(1,2)} \cos \alpha \cos \beta} \quad (1.17)$$

La fuerza circunferencial o tangencial es:

$$F_T = \frac{2M_t}{d_{(1,2)}} \quad (1.18)$$

En la rueda conducida la dirección de la fuerza tangencial ( $F_T$ ) coincide con la dirección de rotación mientras que en la conductora es lo contrario. La fuerza axial ( $F_a$ ) es paralela al eje de la rueda y su dirección depende de la dirección de la rotación y de la línea de contacto.

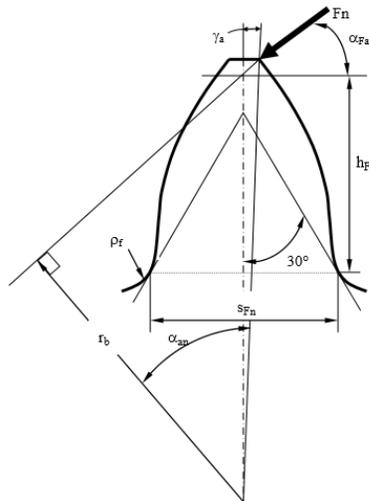
$$F_A = F_T \tan \beta \quad (1.19)$$

La fuerza radial ( $F_r$ ) es:

$$F_R = \frac{F_T \tan \alpha}{\cos \beta} \quad (1.20)$$

#### 1.4 Ecuación de Resistencia.

Cálculo de esfuerzo en la base del diente: Este cálculo toma como modelo de referencia la semejanza existente entre una barra prismática con carga en voladizo y un diente con la carga aplicada en la cresta.



1.7 Modelo de referencia en el cálculo de los esfuerzos en la base del diente. (Palli Pérez, 2014)

$$\sigma_F = \frac{6 * F_n * \cos \alpha_{Fn} * h_{Fn}}{S_{Fn}^2 * b} \quad (1.21)$$

Donde:

$-F_n$ : Fuerza normal (N). Es considerada toda la fuerza actuando en un solo par y aplicada en la cresta del diente analizado.

$-\alpha_{Fn}$ : Ángulo de incidencia de la fuerza normal cuando actúa la carga en la cresta.

$-h_{Fn}$ : Altura desde la zona crítica por rotura en la raíz del diente hasta el punto de intersección de la línea de acción de la fuerza normal y el eje de simetría del diente (mm).

$-S_{Fn}$ : Espesor cordal en la zona crítica del diente por rotura de su base (mm).

$-b$  : Ancho del diente en la base (mm).

### 1.5 Correcciones de las ruedas dentadas.

Si una rueda dentada esta tallada con cualquier desplazamiento de la herramienta respecto a su posición normal, entonces esa rueda recibe el nombre de rueda corregida.

Uno de los tipos de correcciones es la angular que se utiliza en ocasiones para atenuar determinada falla del dentado, o para llevar una pareja de engranajes a una distancia entre centros mayor o menor de la que tendrían si fueran normales. Estamos en presencia de una corrección angular cuando el coeficiente de corrección sumario es diferente de cero, es decir el valor de corrección positiva que se le da a una rueda no coincide con el valor de corrección negativa que se le da a la otra.

$$\xi_{\Sigma} = \xi_1 + \xi_2 \neq 0 \quad (1.22)$$

Ordinariamente se emplea  $\xi_{\Sigma} > 0$ , entonces la distancia axial aumenta, el  $\alpha_{mo} > \alpha_c$ , las circunferencias primitivas y de paso no coinciden. (Golubev, 1978)

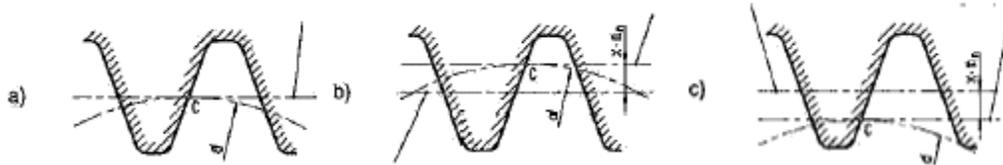


Figura 1.8 a) Rueda tallada sin corrección, b) Rueda tallada con corrección negativa, c) Rueda tallada con corrección positiva. (González & Alfonso, 2006)

Al emplear en la práctica las ruedas corregidas, hay que tener en cuenta las indicaciones siguientes (Golubev, 1978):

- Con el desplazamiento positivo de la herramienta se pueden tallar, evitando la interferencia de los dientes.
- Las ruedas corregidas positivamente tienen, en comparación con la rueda dentada normal, un mayor grueso del diente y por consiguiente mayor estabilidad a la flexión.
- Los perfiles laterales de la rueda dentada positiva se describen con una evolvente de menor curvatura, esto trae consigo un aumento de la superficie de contacto entre los dientes y por consiguiente una disminución de la presión específica.
- El aumento del ángulo de montaje  $\alpha_{mo}$  trae consigo la disminución del grado de recubrimiento.
- Las ruedas corregidas negativamente se emplean generalmente para garantizar la distancia axial dada. En este caso se recomienda  $\xi < -0.5$ .
- Las ruedas dentadas negativas tienen un menor grueso del diente en comparación con las ruedas normales, por consiguiente, tienen menor estabilidad en flexión.

## 1.6 Clases de deterioros de los dientes de los engranajes.

Si las insuficiencias de la construcción son considerables, inexactos los cálculos o se altera el régimen de funcionamiento normal de la transmisión se pueden deteriorar los dientes de las ruedas. (V.Dobrovolski et al., 1980)

Las clases típicas de deterioro son:

- Roturas de los dientes

Las roturas de los dientes, por regla general, tienen un carácter de fatiga como consecuencia de la acción periódica de la carga variables de flexión.

De resultar de un cambio brusco de la forma del diente, en la zona de la curva de transición tienen lugar concentraciones de tensiones.

En la superficie de transmisión, en la zona de máxima concentración de tensiones, a un determinado número de ciclos de carga, es posible el surgimiento de una grieta que se forma en la zona de elongación. En los dientes largos rectos y, con frecuencia en los oblicuos y helicoidales la grieta se propaga, al principio, a lo largo del pie del diente y luego sale al vértice transversalmente al diente u oblicuamente por la sección, en el cuál las tensiones serán las mayores.

Una sobrecarga considerable puede romper de súbito los dientes. Con más frecuencia las roturas de esta naturaleza se observan en las ruedas dentadas de materiales frágiles (fundición o acero templado). La concentración de carga en los extremos del diente a causa del incompleto contacto con los mismos por su longitud, debido a su tallado inexacto, a la falta de precisión del montaje y a la deformación de los elementos de transmisión bajo carga también puede producir roturas.

Las sobrecargas menores que ocasionan tensiones superiores a la de los límites de fluidez puede provocar deformaciones permanentes de flexión.

La resistencia de los dientes a la fractura se puede elevar, aumentando las dimensiones de la base del diente y disminuyendo la concentración de tensiones en la sección peligrosa mediante el aumento de la curva de transición y un acabado minucioso de la superficie de la cavidad, el mejoramiento de distribución de la carga por las líneas de contacto, el aumento de la exactitud de la fabricación y la elevación de las propiedades mecánicas del material de las ruedas. El empleo de las ruedas de desplazamiento positivo es más efectivo. (V.Dobrovolski et al., 1980)

- Escoriación superficial (picadura)

La falla por picadura es la fatiga en la superficie de los dientes del engranaje, y consiste en la aparición sobre la superficie de pequeños hoyos semejantes a cavidades alveolares que crecen, convirtiéndose luego en oquedades. La picadura puede ser inicial (limitada) o progresiva.

La picadura inicial es debido a la concentración de la carga en la longitud de los dientes. En las ruedas de materiales de buena adaptación funcional la picadura puede cesar, y prácticamente no influye sobre el trabajo de la transmisión por engranajes, ya que las cavidades formadas desaparecen poco a poco por laminado. Es peligrosa sólo la picadura progresiva que se extiende a toda o una parte de la longitud de los dientes.

La picadura lleva al aumento de la presión sobre las partes aún no desmenuzadas de la superficie, a la expulsión del lubricante a las cavidades y, finalmente, al aplastamiento plástico o bien al agarrotamiento. La picadura aparece cerca de la línea polar, sobre los pies de los dientes, donde, debido a las pequeñas velocidades de desplazamiento, se originan grandes esfuerzos de fricción. Luego se extiende a toda la superficie de los pies. Para evitar la picadura los dientes se calculan a la fatiga superficial. (Palli Pérez, 2014)

- Desgaste

En el caso de la falla por desgaste puede aparecer en varias formas, cada una responde a una o varias causas específicas, según su comportamiento.

El desgaste de las superficies de los dientes será tanto mayor, cuanto más deslizamiento específico haya entre los dientes y cuanto mayor sea la tensión por contacto a la compresión en estas superficies. Por cuanto el máximo deslizamiento específico tiene lugar en los puntos iniciales y finales de contacto de los dientes, entonces el máximo desgaste se produce en los pies y en las cabezas de los dientes.

En el polo del engrane no hay deslizamiento de los perfiles, por eso el desgaste en la zona circumpolar será mínimo. (V.Dobrovolski et al., 1980)

- Deformaciones plásticas de las superficies útiles.

Las deformaciones plásticas tienen lugar en los dientes cargados fuertemente de las ruedas dentadas de acero bajo la acción de las fuerzas de rozamiento. En estas fallas la superficie de los flancos puede entrar en fluencia, arrastrando material por la acción del deslizamiento, apareciendo estrías o rebabas en la cabeza. Las partículas de metal de la capa superficial de los dientes de la rueda conductora se alejan del polo y los dientes de la rueda conducida que se acercan al polo; como resultado de esto, sobre los dientes impulsores se forman surcos a lo largo de la línea polar, y en los dientes impulsados, crestas. Estas deformaciones plásticas aparecen con más intensidad en los dientes de acero con dureza poco elevada, particularmente con insuficiencia de lubricación y en las transmisiones de pequeña velocidad. (V.Dobrovolski et al., 1980)

## **1.7 Materiales para la fabricación de engranajes de cajas de velocidad y tratamientos térmicos empleados**

El material para fabricar una rueda dentada, conviene determinarlo de tal modo que sea posible dentar y rasurar sus dientes con la exactitud y el grado de acabado de la superficie predeterminado. (V.Dobrovolski et al., 1980). Desde el punto de vista mecánico hay gran variedad de propiedades en los materiales que influyen en la decisión a la hora de elegir, entre las cuales se destacan la resistencia y la durabilidad. (Guliaev, 1983). Para la producción de engranajes es importante que el material de fabricación presente una alta resistencia mecánica y a la fatiga, ya que deben soportar tanto cargas estáticas como dinámicas. Las superficies de trabajo deben poseer un bajo coeficiente de fricción.

### **1.7.1 Clasificación de aceros para la fabricación de engranajes**

Los aceros utilizados para la fabricación de engranajes son los llamados aceros de construcción, los cuales se emplean para fabricar elementos de máquinas (Guliaev, 1983). Como regla general son sometidos a tratamientos térmicos o termoquímicos. Estos materiales se subdividen en aceros para cementar y aceros mejorables o bonificados.

- Aceros para cementar, al carbono, con núcleo que no se endurece:

A este primer grupo pertenecen los aceros con clasificación 10, 15, 20 (según la norma GOST 4543-71), los cuales son frecuentemente empleados para la fabricación de piezas cementadas.

La composición química de algunos de estos aceros se muestra en el (anexo 6). Este tipo de material simple y barato se emplea para elaborar las piezas que requieren una alta estabilidad al desgaste y no se le imponen condiciones elevadas con respecto a la resistencia. Este tipo de acero se temple en agua y luego se reviene entre 150 y 180 °C. Al temprarlas en agua las piezas cementadas se deforman mucho. (Guliaev, 1983). En la tabla 1.3 se dan sus propiedades mecánicas.

Estos aceros se emplean relativamente poco para fabricar ruedas dentadas, ya que el metal dispuesto de la corteza dura resiste mal, tanto las tensiones de contacto como las de volumen a la flexión. A grandes cargas se observa agrietado de la corteza dura (V.Dobrovolski et al., 1980)

- Aceros para cementar de baja aleación con núcleo que se endurece poco

En este grupo pueden incluirse las clasificaciones 15X, 20X, 15XP y 20XH, de la norma GOST 4543-71. Todos estos aceros contienen 0,17 a 0,37 % de Si y <0,035 % de S y P. En los aceros que llevan la letra P en la marca, se garantiza un contenido del 0,002 a 0,003 % de B.

En el estado inicial, de recocido, las propiedades de estos aceros son prácticamente iguales: la tensión límite ( $\sigma_B$ ) es alrededor de 50 a 60  $kgf/mm^2$  (490 a 585 MPa), la tensión de fluencia ( $\sigma_F$ ) entre 35 a 40  $kgf/mm^2$  (345 a 395 MPa), la elongación ( $\delta$ ) a 30 %, la estricción o reducción del área ( $\varphi$ ) a 60 % y la dureza HB en el rango entre 140 a 180.

Después del temple y del revenido a baja temperatura, la resistencia de los aceros de baja aleación se eleva sensiblemente, disminuyendo muy poco su plasticidad (tabla 1.4). Estas propiedades son características del acero de bajo contenido de carbono, de tipo bainítico.

Los aceros aleados al cromo 15X, 20X dan mejor calidad, menor combadura y mayor resistencia mecánica en el núcleo de las ruedas y disponen de alta resistencia el desgaste. (V.Dobrovolski et al., 1980)

*Tabla 1.2. Propiedades mecánicas luego de la cementación de los aceros para cementar que el núcleo se endurece poco. (Guliaev, 1983)*

<i>Acero</i>	$\sigma_B$ (MPa)	$\sigma_F$ (MPa)	$\delta, \%$	$\varphi, \%$
15X (AISI 5115)	785	637	55	10

Donde:

$\sigma_B$ -Tensión Limite

$\sigma_F$ -Tensión de Fluencia.

$\delta$  - Elongación

$\varphi$  -Estricción o reducción del área.

- Aceros para cementar de alta aleación con núcleo que se endurece mucho

Las piezas más seguras y estables a las cargas dinámicas deben hacerse de estos aceros para cementar de gran resistencia y someterse a cementación poco profunda. En tabla 1.5 se muestran las propiedades mecánicas de estos aceros luego de la cementación.

La elección de la marca del acero para las piezas cementada se basa en los razonamientos siguientes:

- Para las piezas de configuración simple que no sufren cargas importantes, deben emplearse aceros al carbono simples; para las piezas que experimentan grandes tensiones y choques, aceros al cromo-níquel de gran resistencia. Entre estos dos casos extremos puede existir una gran cantidad de casos intermediarios.
- Para las piezas de configuración compleja que no conviene que se deformen al templarlas, por ejemplo, los piñones, deben emplearse aceros aleados que se templen en aceite.

- Para las piezas cementadas de mayor responsabilidad se utilizan aceros al cromo-níquel y al cromo-níquel-wolframio 12X2H4A y 18X2H4BA. Estos aceros se emplean también en caso de posibles sobrecargas o cargas de choques (las ruedas de las transmisiones de las maquinas transportadoras, reductoras de aviación). (V.Dobrovolski et al., 1980)

*Tabla 1.3. Propiedades mecánicas luego de la cementación de los aceros para cementar que el núcleo se endurece mucho. (Guliaev, 1983)*

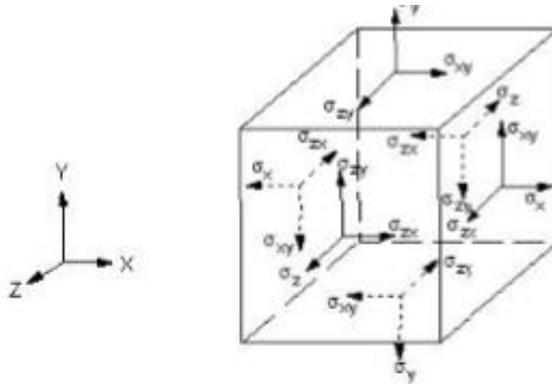
Marca del acero	$\sigma_B$ (MPa)	$\sigma_F$ (MPa)	$\delta, \%$	$\varphi, \%$
18XГТ	1 275	1 078	12	50
12XH3	1 175	980	15	60

### 1.8 Análisis Estático.

El análisis estático se utiliza para determinar los desplazamientos, tensiones, deformaciones y fuerzas en estructuras o componentes causados por cargas que no inducen efectos significativos de inercia y amortiguamiento. Se asumen condiciones de carga y respuesta constantes; es decir, se supone que las cargas y la respuesta de la estructura varían lentamente con respecto al tiempo.

#### 1.8.1 Esfuerzos combinados

Las tensiones principales ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ) se calculan a partir de los componentes de tensión mediante la ecuación cúbica:



*Figura 1.9 Componentes de la tensión. (González Quintero, 2008)*

$$\begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_0 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y - \sigma_0 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_z - \sigma_0 \end{bmatrix} = 0 \quad (1.23)$$

Dónde:

$\sigma_0$  = tensión principal (3 valores)

Los tres esfuerzos principales están etiquetados como  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$  están ordenadas de manera que  $\sigma_1$  es la más positiva (tracción) y  $\sigma_3$  es la más negativa (compresión).

La tensión de von Mises o equivalente  $\sigma_e$  se calcula como:

$$\sigma_e = \left( \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.24)$$

### 1.8.2 Principio de Saint Venant.

El Principio de *Saint Venant* establece que la tensión medida en cualquier punto de una sección transversal cargada axialmente es uniforme dado que la ubicación medida está lo suficientemente lejos del punto de aplicación de la carga o de cualquier discontinuidad en la sección transversal del miembro. (Pierre, 2000)

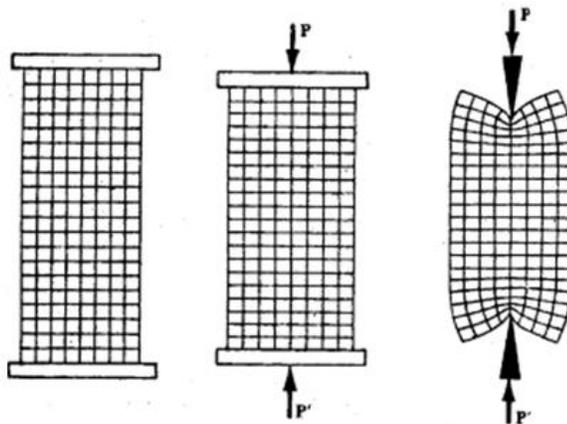


Figura 1.10 Demostración del Principio de Saint Venant. (Pierre, 2000)

## 1.9 Método de Elementos Finitos (FEM).

El Método de Elementos Finitos (*Finite Element Method, FEM*) es un método numérico que se utiliza para dar solución a diferentes problemas de ingeniería.

El concepto básico del MEF es encontrar una solución a un problema complicado reemplazándola por una más simple (Singiresu, 2005). El método de elementos finitos consiste en dividir un objeto real en un número finito de elementos, a través de elementos de figura regular y geometría conocida. El comportamiento de cada elemento es pronosticado por medio de un conjunto de ecuaciones matemáticas y teniendo en cuenta esto la computadora suma todos los comportamientos individuales para poder predecir el comportamiento del objeto real.

El desarrollo de este método lo ha convertido en una tecnología de uso indispensable dentro de la simulación, análisis, diseño y finalmente fabricación en las diferentes áreas ingenieriles. (Liu, 2003)

### 1.9.1 Formulación matemática del método.

La ecuación general de elementos finitos para los problemas de elasticidad lineal se representa según la ecuación 1.26:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

Donde:

K: Matriz de rigidez.

u: Vector de desplazamiento.

f: Vector de las componentes de fuerza.

La matriz de rigidez para elementos sólidos 3D puede ser obtenida mediante la ecuación 1.30.

$$[k_e] = \int_v [B]^T [D] [B] dV = V [B]^T [D] [B] \quad (1.26)$$

Donde:

[B]: Matriz de relación tensión deformación.

[D]: Matriz de propiedades del material.

V: Volumen.

El volumen se determina a través de las coordenadas de los nodos que componen el elemento:

$$V = \frac{1}{6} \det \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

### 1.9.2 Relación tensión-deformación-temperatura en elementos 3D (Ecuación constitutiva).

La relación constitutiva para materiales linealmente elásticos se define de la siguiente manera:

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} + \{\sigma_0\} \quad (1.28)$$

Donde:

D: Matriz de elasticidad.

$\varepsilon$ : Vector deformación.

$\sigma_0$ : Tensiones iniciales.

## **1.10 Recuperación de piezas por soldadura.**

La selección del proceso adecuado de soldadura depende de muchos factores y tiene una influencia fundamental en el costo total de operación. La forma, el tamaño y el peso de la pieza es la que establece si esta puede ser movida a otro lugar para su reparación, o si se requiere que el equipamiento de soldadura se ubique en el lugar de trabajo de la pieza.

### **1.10.1 Pre calentamiento.**

El pre calentamiento de las uniones soldadas, el cuál disminuye la velocidad de enfriamiento, es la recomendación más eficiente para evitar el agrietamiento en las zonas fundida y de influencia térmica. El pre calentamiento tiene los siguientes objetivos:

- 1 Disminuye la formación de transformaciones estructurales peligrosas y por lo tanto, las tensiones que estas originan, dando lugar a estructuras menos peligrosas y de menos volumen específico.
- 2 Facilita la difusión del hidrógeno de la unión soldada y por tanto, disminuye la tendencia al agrietamiento de la unión soldada por este efecto.
- 3 Facilita el desprendimiento de otros gases con lo cual se elimina la formación de poros. En general se puede plantear que la temperatura de pre calentamiento debe ser mayor, mientras más templeable sea el acero que se suelda.

El pre calentamiento se aplica a través de llamas de propano, con antorchas diseñadas al efecto, y se controla la llama a través de creyones térmicos de fusión y cambio de coloración. Cuando se aplica con hornos se utiliza el control de temperaturas de los mismos; aunque en la actualidad se ofertan en el mercado sistemas de pre calentamiento y tratamiento térmico, que, a través de resistencias controladas por dispositivos electrónicos, permiten suministrar al metal que se suelda la temperatura de pre calentamiento adecuada con un control de temperatura exacto.

### **1.10.2 Tratamiento térmico de las uniones soldadas.**

El tratamiento térmico que más se aplica a las uniones soldadas, realizadas en aceros de bajo contenido de carbono y baja y mediana aleación destinados para trabajos de soldadura, es el normalizado con calentamiento entre 900 y 950°C con enfriamiento al aire o un recocido con enfriamiento lento, que se obtiene recubriendo el cordón con materiales refractarios.

### **1.10.3 La soldadura de relleno superficial como método de restauración de piezas.**

El recargue es un grupo de técnicas relacionadas con la soldadura, llamadas también revestimientos o recubrimientos superficiales, la cual tiene el propósito de restaurar las dimensiones de las superficies desgastadas de las piezas mediante el aporte de un material nuevo, con vistas a extender su vida útil. Las ventajas económicas vienen dadas principalmente por la diferencia entre el costo y el de la pieza nueva. Además de que en muchas ocasiones constituye una solución tecnológica para determinados elementos de máquina, el ahorro está dado por el uso de materiales de alto costo solo en las superficies de la pieza que lo exijan según sus requerimientos de trabajo, mientras el resto del volumen se fabrica con materiales de menores costos.

Los Beneficios del recargue son los siguientes:

- Es un método de fabricación de piezas que aumentan de 3 a 10 veces la vida útil de los elementos de máquinas y permite la producción de piezas.
- Posibilita la reconstrucción de las zonas desgastadas a menores costos que el remplazo por una pieza nueva.
- Disminuye los costos de mantenimiento cuando se reacondiciona la pieza en su lugar de trabajo.
- Reduce los tiempos fuera de producción y por tanto aumenta la eficiencia del trabajo.
- Reducción del stock de piezas de repuesto.

## **1.11 Conclusiones Parciales del Capítulo**

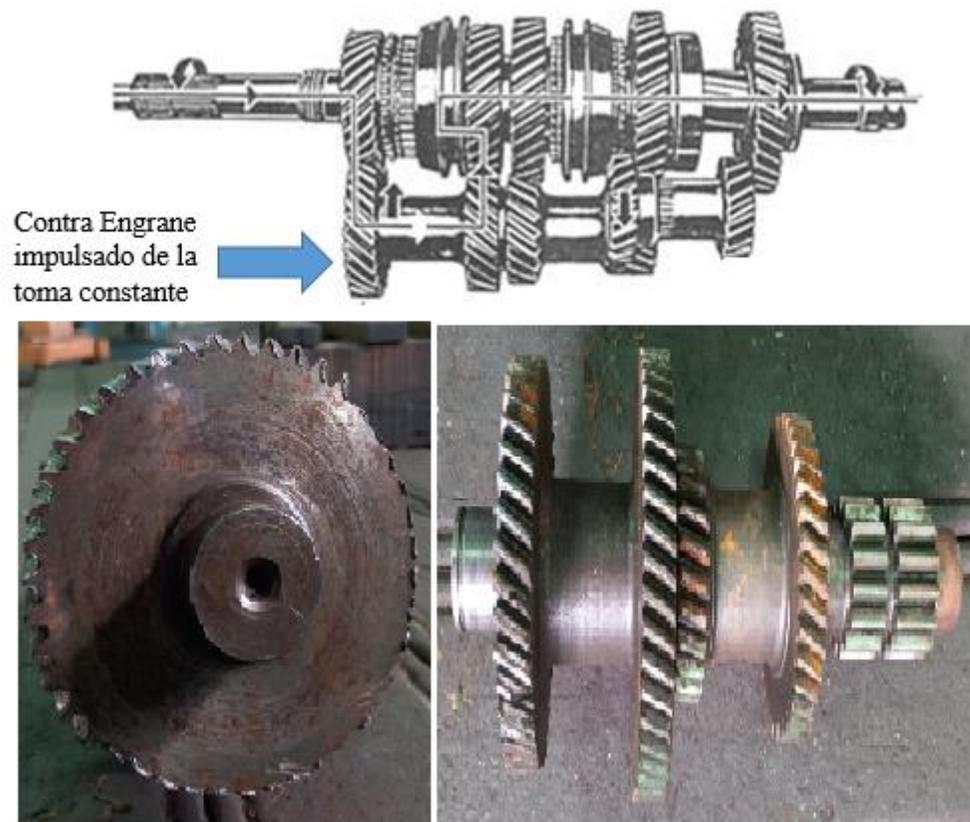
- Mediante la revisión bibliográfica se pudieron obtener las bases teóricas sobre el tema analizado.
- Se disponen de la información necesaria para seleccionar los materiales y variar la forma del diente del engranaje helicoidal aplicando corrección para aumentar su resistencia.
- Se adquirieron las principales fallas que ocurren en los engranajes para poder identificar la del engranaje analizado.
- Se obtuvieron los materiales idóneos para la fabricación de los engranajes.

## CAPÍTULO 2 MATERIALES Y MÉTODOS

En este capítulo se expone la metodología y herramientas utilizadas para poder realizar el experimento y posteriormente el análisis del diente seleccionado mediante el Método de Elementos Finito en el *software ANSYS*.

### 2.1 Engranaje Estudiado

El engranaje helicoidal estudiado es el contra engrane impulsado (rueda 2) de la toma constante de la caja de velocidad del motor *Hyundai D4AF* donde ocurrió la falla por rotura de sus dientes.



*Figura 2.1* Contra engrane impulsado (rueda 2) de la toma constante de la caja de velocidad del motor *Hyundai D4AF* donde ocurrió la falla por rotura de sus dientes.

*Tabla 2.1* Datos obtenidos de la rueda (2) y el piñón (1) helicoidal

$\beta$	$Z_2$	b (mm)	h (mm)	$Z_1$	$\alpha$
$22^\circ$	43	17	5.5	24	$20^\circ$

## 2.2 Cálculo del momento torsor de la rueda (2).

Datos de chapa obtenidos del motor D4AF (Anexo 2)

-Momento torsor máximo que entrega el motor ( $M_{T\text{máximo del motor}}$ ): 235,397 Nm

Frecuencia de rotación del motor para la cual se produce el momento torsor máximo del motor ( $n_{\text{motor}}$ ): 2 000 rev/min.

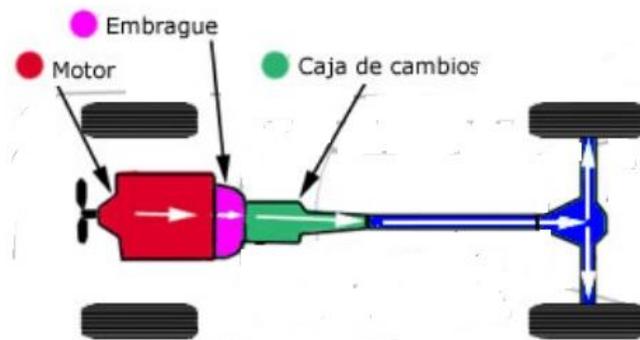


Figura 2.2 Esquema de la transmisión

La Potencia a la que se produce el momento torsor máximo del motor ( $N_{\text{motor}}$ ) se calcula aplicando las ecuaciones 1.2 y 1.3:

$$\omega_{(\text{motor})} = \frac{\pi * n_{(\text{motor})}}{30} = \frac{\pi * 2\,000 \text{ rev/min}}{30} = 209,44 \text{ rad/s}$$

$$M_{t(\text{máximo del motor})} = \frac{N_{(\text{motor})}}{\omega_{(\text{motor})}}$$

$$N_{(\text{motor})} = M_{t(\text{máximo del motor})} * \omega_{(\text{motor})}$$

$$N_{(\text{motor})} = 235,397 \text{ Nm} * 209,44 \text{ rad/s} = 49\,301,55 \text{ W}$$

En la tabla del (anexo 3) se obtiene que la eficiencia del embrague de fricción es 0,995

$$\eta_{(embrague)} = \frac{N_{(salida\ del\ embrague)}}{N_{(entrada\ del\ embrague)}} = \frac{N_{(salida\ del\ embrague)}}{N_{(motor)}}$$

$$N_{(salida\ del\ embrague)} = N_{(motor)} * \eta_{(embrague)}$$

$$N_{(salida\ del\ embrague)} = 49\ 301,55\ W * 0,995 = 49\ 055,04\ W$$

$$M_t\ (salida\ del\ embrague) = \frac{N_{(salida\ del\ embrague)}}{\omega_{(motor)}}$$

$$M_t\ (salida\ del\ embrague) = \frac{49\ 055,04\ W}{209,44\ rad/s} = 234,22\ Nm$$

La potencia y el momento torsor de salida del embrague de fricción son los de entrada del piñón helicoidal de la toma constante (1) el cual le transmite el movimiento a la rueda impulsada de la toma constante (2).

$$M_t\ (salida\ del\ embrague) = M_{t\ 1} = 234,22\ Nm$$

$$N_{(salida\ del\ embrague)} = N_1 = 49\ 055,04\ W$$

$$\omega_{(motor)} = \omega_1 = 209,44\ rad/s$$

La eficiencia de una transmisión helicoidal es 0.94. (Anexo 4)

Utilizando las ecuaciones 1.1 y 1.4 se obtiene:

$$\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{M_{t\ 2}}{M_{t\ 1} * \eta}$$

$$M_{t\ 2} = \frac{Z_2}{Z_1} * M_{t\ 1} * \eta$$

$$M_{t\ 2} = \frac{43}{24} * 234,22\ Nm * 0,94 = 394,466\ Nm$$

## 2.3 Diseño Experimental.

Mediante el diseño experimental se analizará cómo influye el coeficiente de corrección y el material en la resistencia del diente. Se realizará el análisis utilizando tres coeficientes de corrección ( $\xi= 0;0,3;0,5$ ) y tres materiales.

### 2.3.1 Selección de los materiales para la realización del experimento.

Según lo planteado en el capítulo anterior sobre los materiales para fabricar engranajes existe correlación en lo enunciado por los autores “Guliaev” y “Dobrovolski” en que mediante la utilización de los aceros cementados se logran las propiedades idóneas para aumentar la dureza de los dientes de las ruedas dentadas. A partir de dicho criterio se seleccionaron los aceros cementados siguientes:

- 15X- (5115)

-Propiedades mecánicas:

Dureza: 54-63 HRC.

Tensión de Fluencia ( $\sigma_F$ ):  $65 \text{ kgf/mm}^2 = 637 \text{ MPa}$  (Tabla 1.2 )

- 18XГТ

-Propiedades mecánicas:

Dureza: 57-63 HRC.

Tensión de Fluencia ( $\sigma_F$ ):  $110 \text{ kgf/mm}^2 = 1 078 \text{ MPa}$  (Tabla 1.3 )

- 12XH3A

Propiedades mecánicas:

Dureza: 57-63 HRC.

Tensión de Fluencia ( $\sigma_F$ ):  $100 \text{ kgf/mm}^2 = 980 \text{ MPa}$  (Tabla 1.3)

### 2.3.2 Parámetros geométricos comunes para todas las variantes.

- Módulo:

$$h = 2,25 * m$$

$$m = \frac{h}{2,25} = \frac{5,5 \text{ mm}}{2,25} = 2,44 \text{ mm}$$

- Normalizando el módulo:

$$m = 2,5 \text{ mm}$$

- Distancia entre centro:

$$a_w = \frac{24 + 43}{2 \cos(22^\circ)} * 2,5 \text{ mm} = 90,327 \text{ mm}$$

Tabla 2.2 Parámetros geométricos comunes para todas las variantes

Datos	Variantes		
	1	2	3
Relación de transmisión, u	1,792	1,792	1,792
Módulo de la transmisión, m <sub>c</sub> , mm	2,5	2,5	2,5
Número de dientes, Z <sub>2</sub>	43	43	43
Angulo de presión o de engranaje, α	20°	20°	20°
el ángulo de hélice, β	22°	22°	22°
Distancia entre centros, a <sub>w</sub>	90,327	90,327	90,327
coeficiente de corrección, ξ	0	0,3	0,5

### 2.3.3 Parámetros Geométricos de cada variante

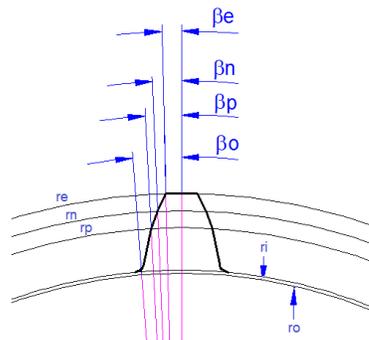
Aplicando las ecuaciones de la tabla 1.2 y mediante el empleo de la hoja de cálculo de Excel "Cálculo geométrico de transmisiones por engranajes con distancia interaxial prefijada" ajustándola para un engranaje helicoidal se obtienen los parámetros geométricos

de cada variante, así como los ángulos para representar cada diente en el *software* AutoCAD.

*Tabla 2.3 Parámetros geométricos para cada variante*

<i>Parámetros obtenidos para cada variante</i>	<i>Variantes</i>		
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
coeficiente de corrección, $\xi$	0	0,3	0,5
radio primitivo, $r_p$ , mm	57,971	57,971	57,971
radio básico, $r_o$ , mm	53,963	53,963	53,963
radio interior, $r_i$ , mm	54,846	55,596	56,096
radio exterior, $r_e$ , mm	60,471	61,221	61,721
radio redondeo, $r$ , mm	0,809	0,809	0,809
radio cualquiera, $r_n$ , mm	59,221	59,596	59,846
ángulo de montaje, $\alpha_{mo}$ , °	22,43	22,43	22,43
ángulo de presión, $\alpha e2$ , °	26,826	28,147	29,037
$\beta_{p2}$ , °	2,0928	2,3839	2,5776
$\beta_{o2}$ , °	2,9468	3,2379	3,4316
$\beta_{n2}$ , °	1,3714	1,4825	1,5622
$\beta_{e2}$ , °	0,7979	0,7057	0,6447
<i>grado de recubrimiento, <math>\varepsilon</math></i>	2.311	2.321	2.315

Al tener la rueda exactamente 43 dientes esto hace que el radio interior sea mayor que el radio básico, por lo tanto esa distancia se desprecia porque el diente siempre esta comprendido entre las circunferencias que pasan por la cabeza y por el pie del diente.



*Figura 2.3 Modelación del perfil del diente en AutoCAD.*

### 2.3.4 Fuerza normal.

Aplicando la ecuación (1.19):

$$F_{n2} = \frac{2 * 394\,466\text{ Nmm}}{115,942\text{ mm} * \cos 20^\circ \cos 22^\circ} = 7\,809,93\text{ N}$$

La fuerza normal, en los engranajes con perfil evolvente, siempre actúa normal al perfil del diente (Todo radio de curvatura de la evolvente es tangente a la circunferencia básica), cuando la fuerza actúa en la cabeza del diente su ángulo de incidencia será, como se ilustra en la Figura 2.4:

$$\alpha_{Fan} = \alpha_e - \beta_e \quad (2.1)$$

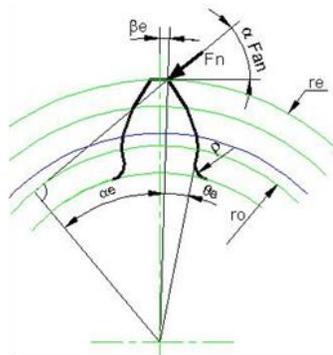


Figura 2.4 Representación de como incide la fuerza normal en la cabeza del diente

### 2.3.5 Resistencia del diente.

$$Resistencia = \frac{[\sigma_{Fluencia}]}{\sigma_F} \geq 1 \quad (2.2)$$

Donde:

$[\sigma_{Fluencia}]$ - Esfuerzo de Fluencia del material, MPa

$\sigma_F$ - Esfuerzo Normal a la Flexión, MPa

En la figura 2.3 se ilustra el diente de la rueda para cada variante de donde se obtienen los parámetros  $h_{fn}$  y  $S_{fn}$  necesarios para la determinación de la tensión en el pie del diente,  $\sigma_F$ .

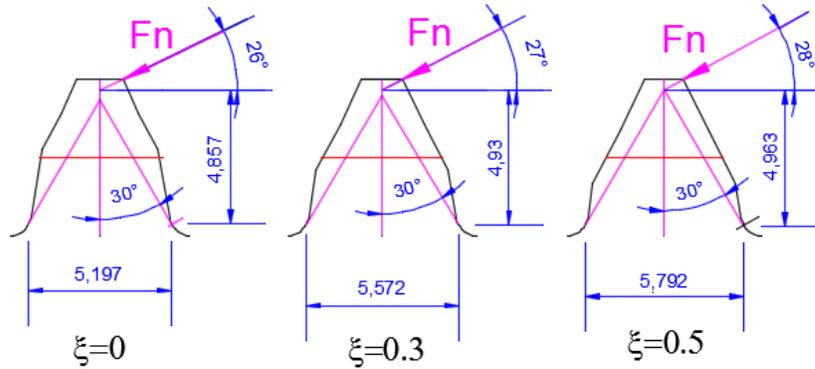


Figura 2.5 Parámetros  $h_{fn}$  y  $S_{fn}$  necesarios para determinar la tensión en el pie del diente ( $\sigma_F$ ), para los distintos coeficientes de corrección.

Tabla 2.4 Parámetros  $h_{fn}$  y  $S_{fn}$  para cada variante.

Variante	$\xi$	$h_{fn}$ (mm)	$S_{fn}$ (mm)	$\alpha_{Fan}$ (°)	$b$ mm
1	0	4,857	5,197	26,028	17
2	0,3	4,93	5,572	27,441	17
3	0,5	4,963	5,792	28,392	17

### 2.3.6 Diseño Experimental.

$$n_e = n^{vi} \quad (2.3)$$

Donde:

$n_e$  - número de experimentos

$n$  - número de niveles

vi – número de variables independientes.

- Variables independientes:

1. coeficiente de corrección ( $\xi$ )
2. Esfuerzo de fluencia del material ( $\sigma_F$ )

- Variables dependientes:

1. resistencia del diente a la flexión

- Número de niveles: ( $\xi = (0; 0,3; 0,5)$ ); ( $\sigma_F = (637; 980; 1078)$ )

Aplicando la ecuación 2.3 se obtiene que se deben realizar un total de 9 experimentos.

Mediante el empleo del *Software* "Statgraphics" se obtiene la matriz del experimento.



	BLOCK	Coeficiente de	Esfuerzo de	Resistencia
1	1	0	637	
2	1	0,3	637	
3	1	0,5	637	
4	1	0	980	
5	1	0,3	980	
6	1	0,5	980	
7	1	0	1078	
8	1	0,3	1078	
9	1	0,5	1078	
10				

*Figura 2.6 Combinaciones de las variables analizadas obtenidas en el Software "Statgraphics"*

Estas combinaciones se tabulan y se calculan los valores de la variable dependiente Resistencia del diente a la flexión para cada variante.

## **2.4 Análisis mediante el FEM de las Tensiones en el diente en el software ANSYS.**

El método de elementos finitos presenta un amplio campo de utilización y se emplea para dar solución a diferentes problemas de ingeniería. Su aplicación está en análisis estáticos, dinámicos, y comportamiento térmico de sistemas físicos y sus componentes.

Este método permite realizar el modelo matemático del sistema real, más fácil y económico de modificar que un prototipo. Es conocido además que constituye un método de cálculo aproximado. Esto indica que los prototipos siguen siendo necesarios, pero en menor cantidad, ya que el FEM puede acercarse bastante a un buen diseño. (González A. I., 2013)

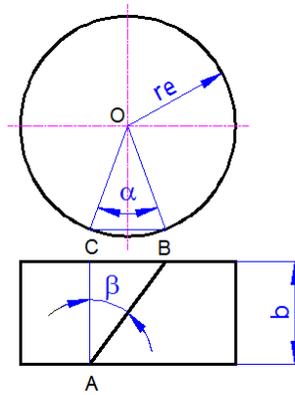
Lo anteriormente expuesto fundamenta el empleo del FEM para analizar las Tensiones que ocurren en el diente.

### **2.4.1 Obtención del modelo geométrico del diente analizado.**

Cuando la geometría del sólido a modelar es compleja para su generación directa en *ANSYS* es factible utilizar un programa CAD. En el caso que nos ocupa la geometría básica se construyó en *AutoCAD 2018*.

### **2.4.2 Representación 3d del diente en AutoCAD.**

Con el comando *LOFT* (solevar) se puede crear un nuevo sólido o superficie especificando una serie de secciones transversales. El perfil de la sección transversal define la forma del objeto sólido o superficie resultante. Las secciones transversales, generalmente son curvas o líneas, pueden ser abiertas para la creación de superficies o cerradas para la creación de sólidos. El comando *LOFT* dibuja un sólido o una superficie en el espacio entre las secciones transversales. Se debe especificar al menos dos secciones transversales para usar este comando. (González Quintero & González Arias, 2012)

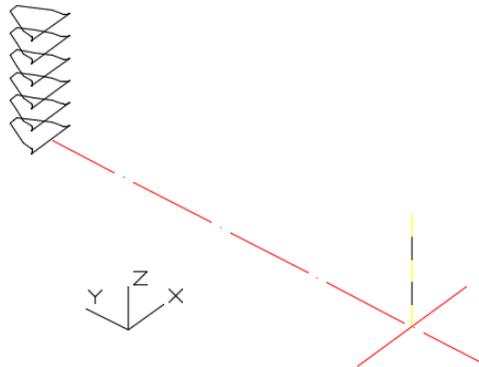


*Figura 2.7 Determinación del ángulo de giro del diente helicoidal (González & González, 2012)*

$$BC = b * (\tan \beta) \quad (2.4)$$

$$\alpha = 2 \left[ \sin^{-1} \left( \frac{BC}{2 * r_e} \right) \right] \quad (2.5)$$

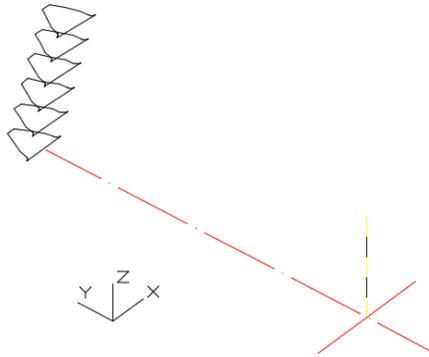
Para la elevación del diente helicoidal se dividieron la altura del diente y el ángulo de giro ( $\alpha$ ) del diente helicoidal en cinco partes (Anexo 5), utilizando 6 secciones transversales.



*Figura 2.8 Reproducción del perfil del diente.*

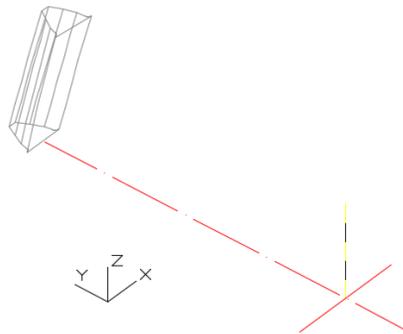
El contorno cerrado del perfil del diente se reprodujo como se muestra en la figura 2.8, y luego las 5 secciones transversales superiores fueron rotadas en la proporción calculada del

ángulo  $\alpha$  de manera que se garantice el ángulo de inclinación  $\beta$  como se ilustra en la figura 2.9.



*Figura 2.9 Rotación de las secciones transversales.*

Luego se seleccionan las secciones transversales que conformaran el sólido y mediante el comando *LOFT* (solevar) queda definido el perfil del diente (figura 2.10).



*Figura 2.10 Creación del perfil del diente mediante el comando solevar.*



*Figura 2.11 Representación de la rueda helicoidal*

### 2.4.3 Características del material.

Se seleccionó para el material un modelo del tipo estructural, lineal, elástico e isotrópico. Las propiedades del material que permiten una modelación efectiva se muestran en la tabla 2.5.

Tabla 2.5: Propiedades mecánicas del material.

Módulo de elasticidad	207 000 MPa
Límite de Fluencia.	637 MPa
Coefficiente de Poisson	0,27
Módulo Tangente	1,67e5Mpa

### 2.4.4 Modelo del diente en el software ANSYS.

Con el modelo geométrico creado en AutoCAD 2018 se logra importar la geometría del diente a ANSYS haciendo uso de la extensión SAT. Figura 2.10

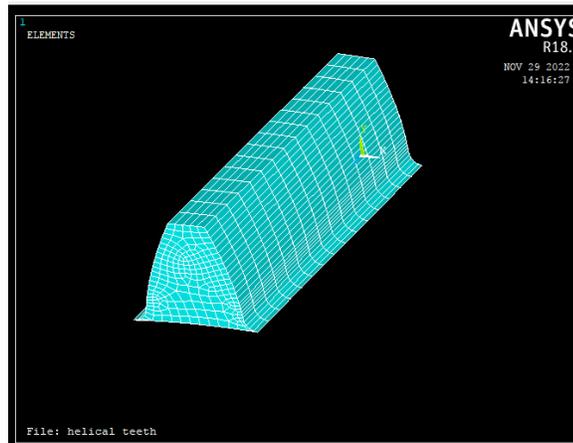


Figura 2.12 Modelación del diente en el software ANSYS.

### 2.4.5 Elemento ANSYS utilizado.

El elemento seleccionado SOLID185 se utiliza para el modelado 3D de estructuras sólidas. Está definido por ocho nodos que tienen tres grados de libertad en cada nodo: traslaciones en las direcciones nodales x, y y z. El elemento tiene plasticidad, hiperelasticidad, rigidez por tensión, fluencia, gran deflexión y gran capacidad de deformación. También tiene

capacidad de formulación mixta para simular deformaciones de materiales elastoplásticos casi incompresibles y materiales hiperelásticos totalmente incompresibles.

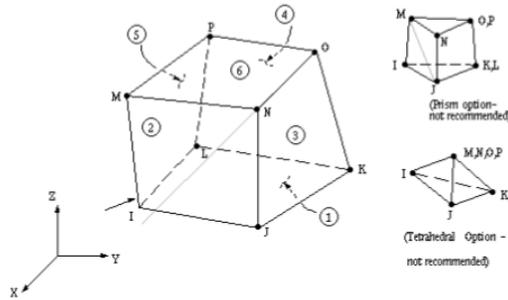


Figura 2.13 Geometría del elemento SOLID185

#### 2.4.6 Idealización.

En los engranajes helicoidales las cargas se transmiten a través de la línea de contacto como se representa en la figura 1.5, pero en la corrida del software se asume que se transmiten a lo largo de la cabeza del diente porque de resistir de esa forma, resiste de la otra manera también.

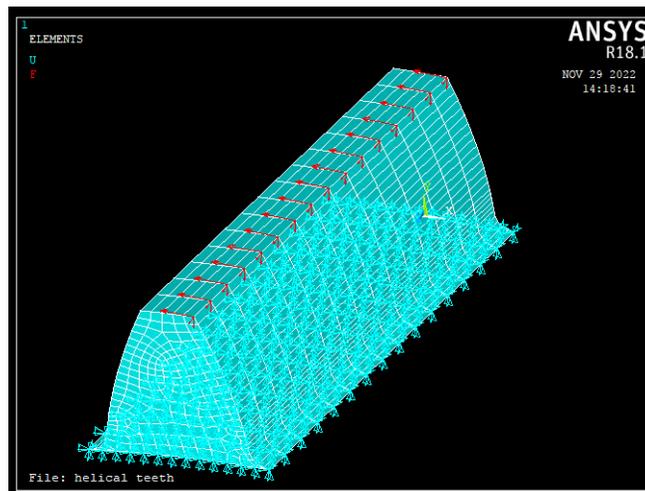


Figura 2.14 Distribución de las Fuerzas sobre el modelo del diente.

Las fuerzas Tangencial ( $F_t$ ), Radial ( $F_r$ ) y Axial ( $F_a$ ) fueron distribuidas sobre el borde superior derecho del diente de manera uniforme en 16 nodos consecutivos por lo que se dividió su magnitud entre 16.

El grado de recubrimiento en los engranajes helicoidales es mayor que 2 esto significa que hay siempre en contacto 2 o más dientes en la transmisión en el caso analizado el grado de recubrimiento es de 2,315 por lo que se divide el valor de las Fuerzas entre 2

*Tabla 2.6 Magnitud de las Fuerzas que inciden sobre cada uno de los 16 Nodos*

Fuerzas	Magnitud
Fuerza Tangencial	212 N
Fuerza Radial	83 N
Fuerza Axial	86 N

## **2.5 Conclusiones Parciales del Capítulo**

- Se estableció la metodología para la aplicación del diseño experimental obteniendo los materiales y los parámetros geométricos para cada una de las variantes.
- Con el empleo de la corrección angular positiva en la rueda se logra aumentar el espesor y la altura de aplicación de la carga del diente lo que aumenta la resistencia a la Flexión.
- Como es conocido el punto de contacto de la rueda helicoidal nunca ocurre por todo el ancho de la rueda, pero en este trabajo se propone hacer el cálculo aplicando la carga por todo el ancho del diente como un factor de seguridad.

## CAPÍTULO 3 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Este capítulo tiene como objetivo analizar los resultados obtenidos en el experimento y en la modelación del diente mediante el Método de Elemento Finito en el *software ANSYS*.

### 3.1 Análisis de los resultados obtenidos mediante el Diseño Experimental.

Con los datos obtenidos en la tabla 2.3 y aplicando las ecuaciones 1.23 y 2.1 se obtiene la resistencia a la flexión del diente para cada variante como se muestra en la tabla 3.1

$$\sigma_F = \frac{6 * 7\,809,93\,N * \cos(26,028^\circ) * 4,857\,mm}{((5,197\,mm)^2 * 17\,mm)} = 445,419\,MPa$$

$$\sigma_F = \frac{6 * 7\,809,93\,N * \cos(27,441^\circ) * 4,93\,mm}{(5,572\,mm)^2 * 17\,mm} = 388,450\,MPa$$

$$\sigma_F = \frac{6 * 7\,809,93\,N * \cos(28,392^\circ) * 4,963\,mm}{(5,792\,mm)^2 * 17\,mm} = 358,739\,MPa$$

*Tabla 3.1 Resistencia del diente a la flexión para cada variante.*

<i>Material GOST</i>	<i>Coficiente de corrección (ξ)</i>	<i>σfluencia Mpa</i>	<i>Fn N</i>	<i>hfn mm</i>	<i>Sfn mm</i>	<i>b mm</i>	<i>σflexión MPa</i>	<i>Resistencia</i>
15Cr	0	637	7 809,93	4,857	5,197	17	445,419	1,430
15Cr	0,3	637	7 809,93	4,93	5,572	17	388,450	1,640
15Cr	0,5	637	7 809,93	4,963	5,792	17	358,739	1,776
12CrNi3N	0	980	7 809,93	4,857	5,197	17	445,419	2,200
12CrNi3N	0,3	980	7 809,93	4,93	5,572	17	388,450	2,523
12CrNi3N	0,5	980	7 809,93	4,963	5,792	17	358,739	2,732
18CrMnTi	0	1 078	7 809,93	4,857	5,197	17	445,419	2,420
18CrMnTi	0,3	1 078	7 809,93	4,93	5,572	17	388,450	2,775
18CrMnTi	0,5	1 078	7 809,93	4,963	5,792	17	358,739	3,005

En las nueve variantes del experimento la resistencia da mayor que la unidad por lo que le diente resiste.

Ecuación característica del experimento brindada por el *software Statgraficphics Plus*.

Resistencia =  $-0,259922 + 0,976228 * \text{Coeficiente de corrección} + 0,00253523 * \text{Esfuerzo de fluencia}$ .

Los siguientes gráficos fueron realizados mediante el programa "Excel 2016" con el objetivo de analizar cómo influyen las variables independientes Coeficiente de Corrección y Esfuerzo de Fluencia en la variable dependiente Resistencia del Diente.

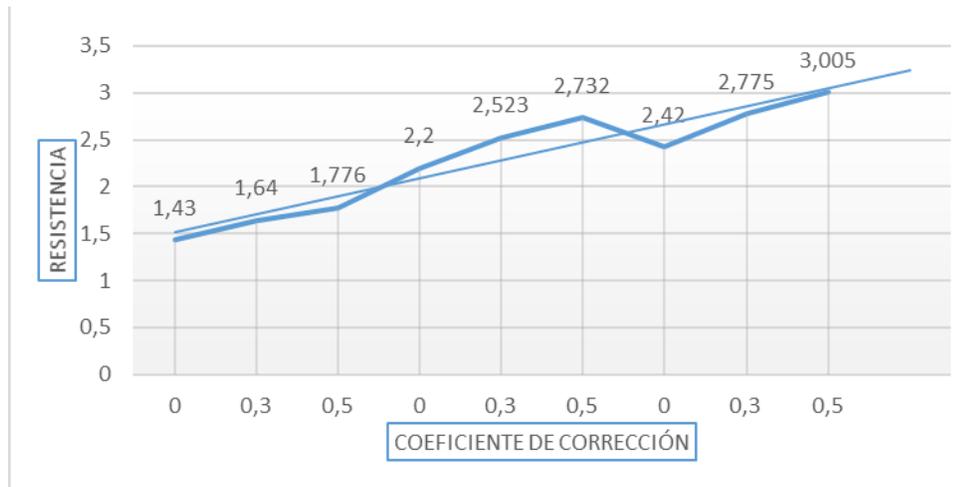
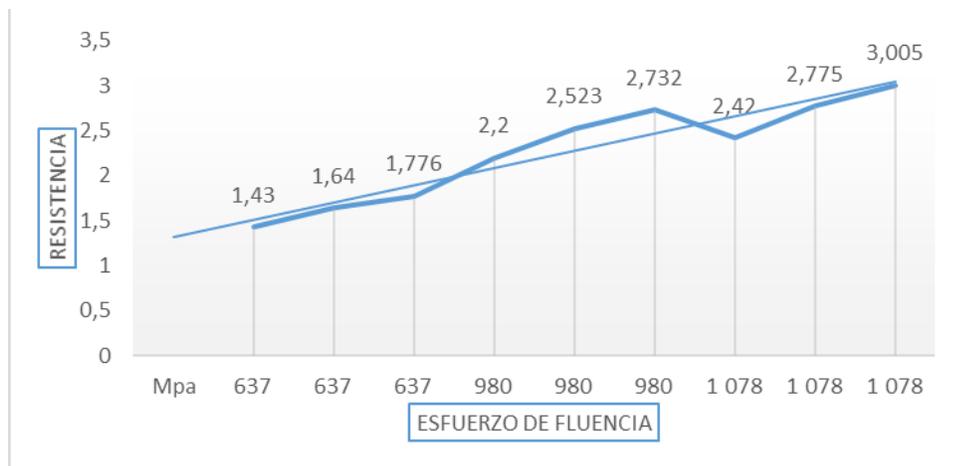


Figura 3.1 Influencia del Coeficiente de Corrección en la Resistencia del Diente.



### *3.2 Figura Influencia de Esfuerzo de Fluencia en la Resistencia del Diente*

Como se observa en ambos gráficos y demuestra la línea de tendencia a medida que aumenta el Coeficiente de Corrección y el Esfuerzo de Fluencia esto provoca un aumento de las Resistencia del Diente. En todas las variantes la resistencia da mayor que la unidad lo que indica que el diente resiste a la Flexión.

Luego de estos análisis la variante seleccionada del experimento es la tercera variante cuyo material es el 15Cr (5115) y el Coeficiente de Corrección es de 0,5 porque tiene una Resistencia mayor que uno y es el material menos costoso.

### **3.2 Comprobación de los esfuerzos mediante el método de Elemento Finitos en el software ANSYS de la variante del diente seleccionada.**

Mediante la modelación del diente por el Método de Elementos Finitos en el software ANSYS y su corrida se pueden obtener todos los gráficos y los valores de las tensiones en cualquier punto de la figura analizada. En este caso fueron considerados los esfuerzos de Flexión  $\sigma_y$  y de Von Mises o equivalente  $\sigma_e$ .

#### **3.2.1 Análisis de los Esfuerzos a Flexión.**

En la figura 3.2 se observa la distribución de los esfuerzos a flexión sobre toda la superficie del diente. Las grietas y roturas por fatiga se inician donde la concentración de tensiones es máxima en particular en la zona extendida (tracción).

Como se visualiza en la Figura 3.3, los esfuerzos a compresión tienen como valor máximo -330 MPa que se producen en la zona azul más oscura en el pie del diente a la izquierda de la parte delantera. Los esfuerzos a tracción tienen como valor máximo 252,47 MPa que se producen en la zona roja en el pie del diente de la parte derecha trasera. Ambas tensiones son menores que el esfuerzo de fluencia del material por lo tanto el diente resiste.

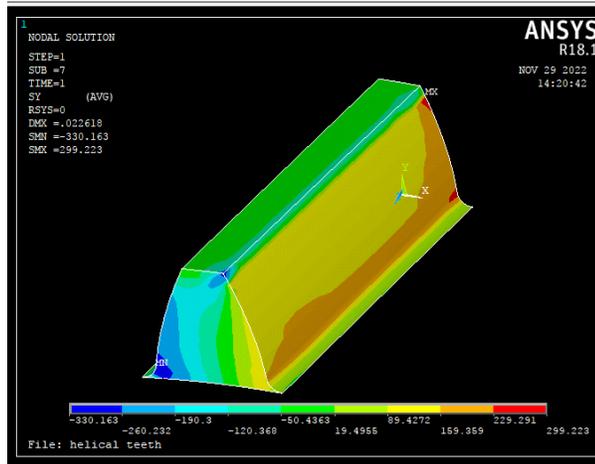


Figura 3.3 Esfuerzos a Flexión  $\sigma_y$  que inciden sobre el diente.

### 3.2.2 Análisis de los Esfuerzos de Von Mises o Equivalente.

En la figura 3.4 se observa la distribución de los esfuerzos de Von Mises o Equivalente sobre toda la superficie del diente.

Se puede observar que en la cabeza del diente se obtienen esfuerzos entre los 370 y 2 800 MPa algunos superiores incluso al límite de fluencia de la variante seleccionada, pero haciendo uso del Criterio de Saint Venant planteado en la sección (1.9.1) se puede despreciar esas tensiones en la cabeza del diente superiores al Límite de Fluencia. En realidad, el esfuerzo de Von Mises mínimo se encuentra en el nodo 1434 con un valor de 22,332 MPa y el máximo en el nodo 364 con un valor de 335.7 MPa.

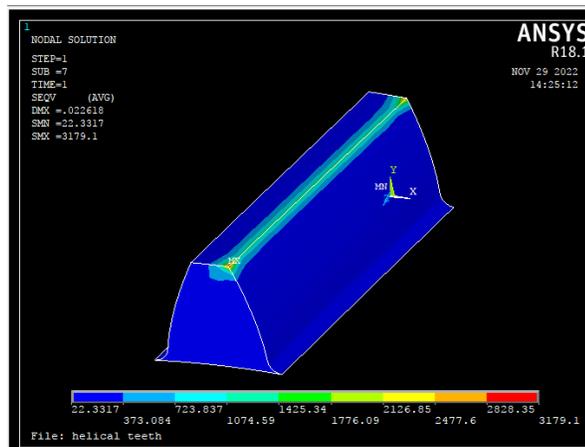


Figura 3.4 Esfuerzos de Von Mises o Equivalente

### 3.2.3 Otros resultados que demuestran la resistencia del diente a la carga aplicada.

En la figura 3.5 se muestran los desplazamientos producto de la carga aplicada, las flechas indican el sentido vectorial de los desplazamientos y si están a tracción o compresión. Los valores máximos solo llegan aproximadamente a los 0,02 mm bastante bajos.

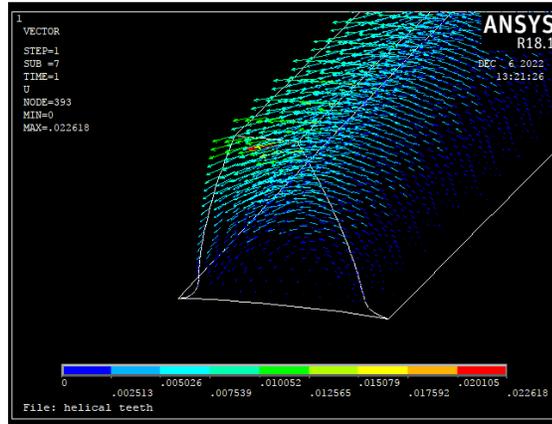


Figura 3.5 Desplazamientos producto de la carga aplicada (U).

En la figura 3.6 y 3.7 se muestra la deformación total y la deformación elástica, el color blanco corresponde con los desplazamientos provocados por la tensión más positiva  $\sigma_1$  (tracción) y el color azul con la tensión más negativa  $\sigma_3$  (compresión).

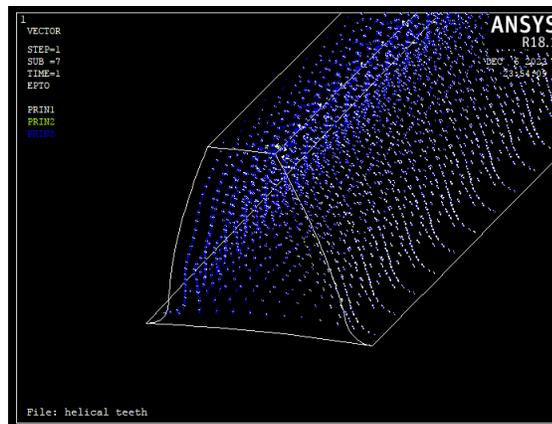
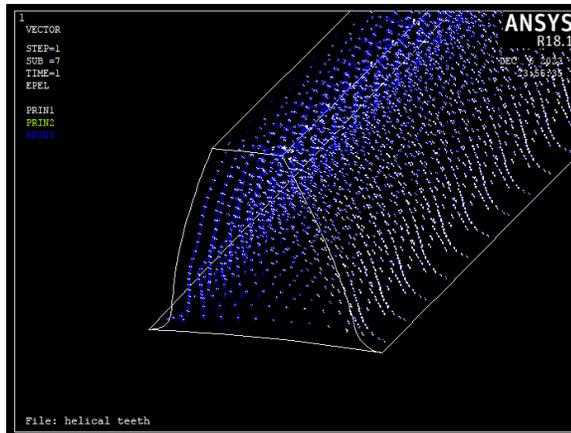
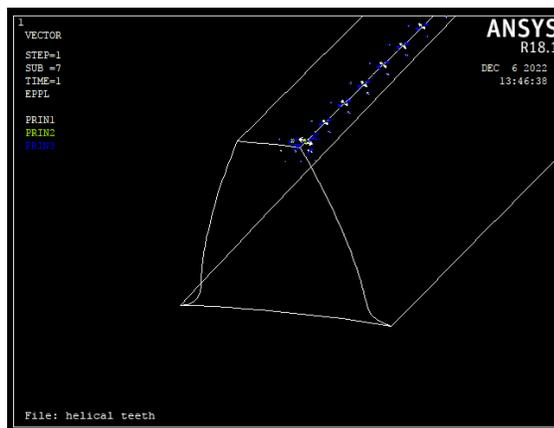


Figura 3.6 Deformación total



*Figura 3.7 Deformación elástica*

En la figura 3.8 se muestra la deformación plástica que solo existe en la zona donde se aplica la carga en la cabeza del diente las cuales se desprecian aplicando el Principio de Saint Venant en el resto del diente no hay deformaciones plásticas.



*Figura 3.8 Deformación plástica.*

En la figura 3.9 se muestran enumerados todos los nodos utilizados para la simulación. Fueron un total de 1473 nodos.

La figura 3.3 Esfuerzos a Flexión  $\sigma_y$  que inciden sobre el diente demuestra que el área donde puede encontrarse la sección más peligrosa se encuentra en el pie del diente. En las figuras 3.10; 3.11; 3.12; 3.13 y 3.14 se muestra cómo se obtuvo dicha área.

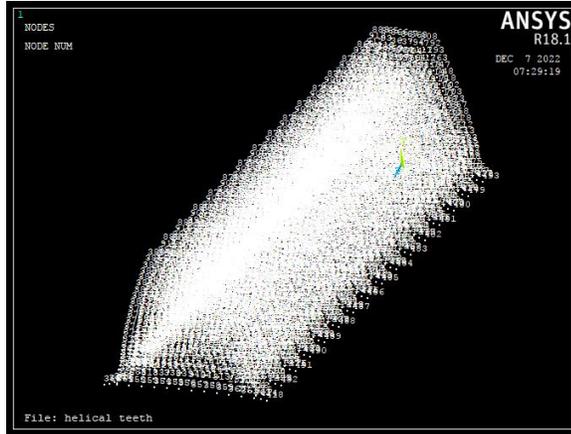


Figura 3.9 Total de nodos en la simulación (numerados)

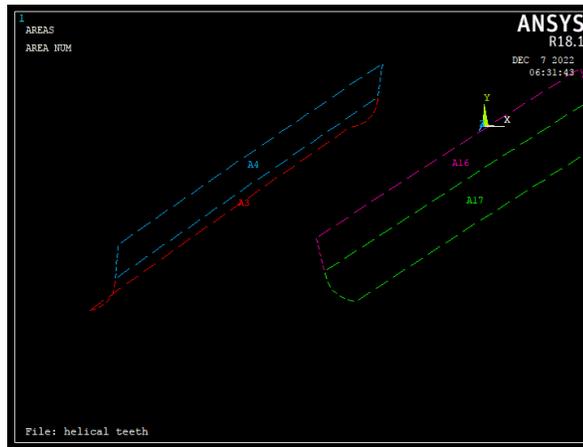


Figura 3.10 Áreas donde puede encontrarse la sección más peligrosa

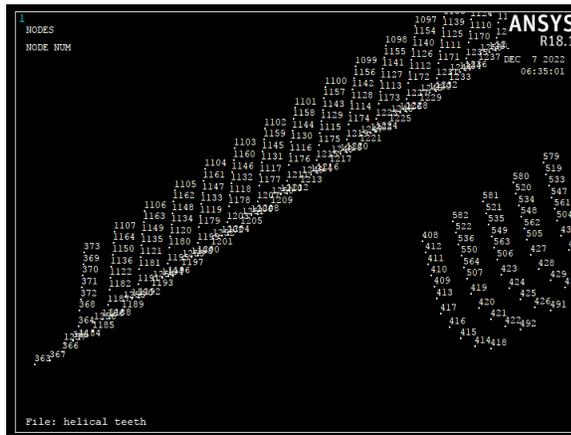


Figura 3.11 Nodos asociados a las áreas seleccionadas

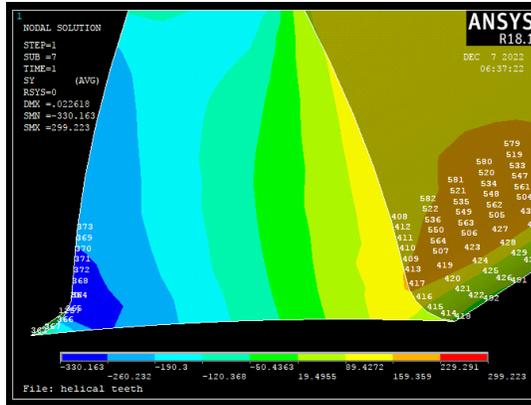


Figura 3.12 Vista de la tensión  $\sigma_y$  ( $S_y$  en ANSYS) combinada con los nodos asociados a las áreas seleccionadas



Figura 3.13 Líneas asociadas a la sección peligrosa

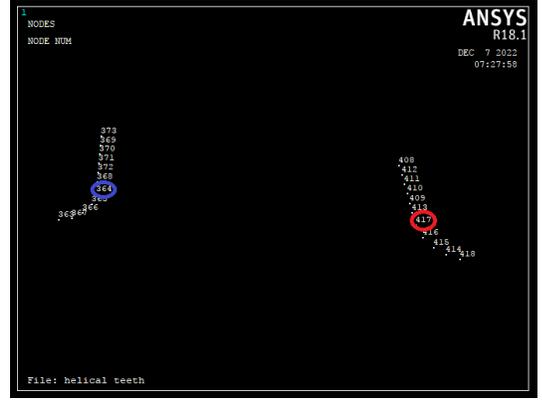


Figura 3.14 Nodos asociados a la sección peligrosa

El valor mínimo de la tensión  $\sigma_y$  en la zona peligrosa se encuentra en el nodo 364 con un valor de -330 Mpa y el valor máximo se encuentra en el nodo 417 con un valor de 170,97 Mpa.

### **3.3 Caracterización de la falla ocurrida.**

La falla ocurrida es volumétrica por rotura a flexión debido a una sobrecarga en el pie del diente producida por cargas bruscas en la transmisión.

### **3.4 Propuesta para recuperar el engranaje helicoidal.**

La soldadura como proceso tecnológico, ha logrado imponerse indiscutiblemente en todos los campos de las construcciones metálicas por reunir a la vez factores de calidad y economía.

Como es sabido, los procesos de soldadura constituyen un conjunto de procesos que permiten dar respuesta no sólo a la construcción de piezas y conjuntos, sino que contribuyen a aumentar la vida útil de las piezas que ya han cubierto el período de servicio para el cual fueron diseñados.

#### **3.4.1 Recuperación por soldadura de relleno superficial.**

En el caso de implementos voluminosos, difíciles de mover, el proceso será preferiblemente manual y ejecutado en el lugar de trabajo por soldadores adiestrados usando un equipo portátil.

El metal base será quien dicte el procedimiento adecuado, lo que incluye el precalentamiento en materiales propensos al agrietamiento. Las capas de recargue tendrán coeficientes de expansión térmica diferentes del metal base y cuando esto se hace extremo se utilizan capas intermedias de empastado con un tercer material con propiedades intermedias.

La preparación de la superficie para el recargue consiste en la limpieza del área afectada y usualmente se realizan ranuras o acanalados en la zona de aplicación del recargue. Es

necesaria una transición suave y gradual para proteger los bordes debido a que los materiales de recargue tienden a astillarse en condiciones de impacto.

### **3.5 Conclusiones Parciales del Capítulo.**

- El experimento demuestra que a medida que aumentan las variables independientes coeficiente de corrección y esfuerzo de fluencia del material aumenta la variable dependiente resistencia
- Se obtuvo un modelo matemático que caracteriza las variables analizadas en el experimento, permite calcular la resistencia del diente para cualquier coeficiente de corrección y cualquier material.
- El análisis realizado en el software ANSYS indica que el diente resiste a la flexión.

## CONCLUSIONES

1. Los resultados obtenidos mediante el Diseño Experimental y la realización del análisis de resistencia a la flexión en el *software ANSYS* indican que el diente helicoidal resiste llegando a la conclusión que la rotura se produce por mala manipulación del mecanismo de la caja de velocidad.
2. Con la aplicación del Diseño Experimental se pudo obtener cómo influyen los parámetros coeficiente de corrección y el tipo de material en la resistencia del diente
3. Aplicando el Método de Elementos Finitos mediante la modelación del diente helicoidal en el software ANSYS se pudo analizar la resistencia del diente helicoidal a la flexión.

## RECOMENDACIONES

1. Difundir la necesidad de realizar los cambios de velocidad cumpliendo con las normas establecidas es decir por medio de la palanca de cambio y el embrague de manera correcta.
2. Proponer un método de elaboración para recuperar la rueda cilíndrica helicoidal.
3. Realizar una modelación de contacto para determinar con más precisión las tensiones a contacto y a flexión.

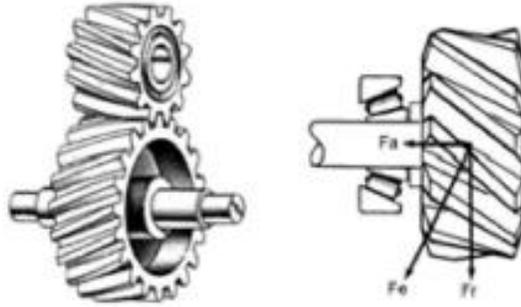
## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aragón Marrero, R., & Szczepaniak, C. (1993). *Teoría del Automóvil*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Baranov, G. (1979). *Curso de Teoría de Mecanismos y Máquinas*. Moscú.
- Cruz Crespo, A., Passi Luemba, C., Velázquez Pérez, E., & Ortiz Méndez, T. M. (2021). *Caracterización del material de un engranaje de caja de cambios de auto Lada 2105*. Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas. Santa Clara, Cuba: Editorial Feijóo.
- Fenández, F. O. (2019). *Propuestas Metodológicas para el Cálculo de Transmisiones y Uniones*.
- G.Budynas, R., & Nisbett, J. (2008). *Diseño en ingeniería mecánica De Shigley* (Octava ed.). México .
- Golubev, Y. (1978). *Teoría de Máquinas y Mecanismo*. La Habana, Cuba: Ediciones de Ciencia y Técnica.
- González Quintero, O. (2008). *Endurecimiento Subestructural en Engranajes Cilíndricos de Dientes Rectos*. Tesis Presentada para Optar por el Grado Científico de Doctor en Ciencias Técnicas , Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos" , Departamento de Ingeniería Mecánica, Matanzas.
- González, A. I. (2013). *Simulación del contacto en Engranajes Cilíndricos Helicoidales Normales utilizando el Método de Elementos Finitos*. Tesis de Maestría, Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos", Facultad de Ingenierías, Matanzas.
- González, Q. O., & Alfonso, B. E. (2006). *Modelación de engranajes cilíndricos de dientes rectos*. Monografía, Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos", Facultad de Ingenierías Química y Mecánica, Matanzas.
- González, Q. O., & González, A. I. (2012). *Modelación en AutoCad de Engranajes Cilíndricos de dientes Helicoidales*. Monografía, Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos", Matanzas.
- Guliaev, A. (1983). *Metalografía* (segunda ed.). MIR-MOSCÚ.
- H.Myszka, D. (2012). *Máquinas y Mecanismos* (Cuarta ed.). México: Pearson Educación.
- Liu. (2003). *The Finite Element Method*.

- Mott, R. L., & P.E. (2006). *Diseño de Elementos de Máquinas* (Cuarta ed.). México: Pearson Educación.
- Norton, R. L. (2016). *Diseño de maquinarias* (cuarta ed.). México.
- Palli Pérez, O. (2014). *Optimización multicriterial aplicada al diseño de engranajes cilíndricos metálicos de dientes oblicuos*. Tesis de Maestría, Universidad Central "Marta Abreu" de las Villas, Facultad de Ingeniería Mecánica; Departamento de Ingeniería Mecánica, Santa Clara.
- Pérez Alonso, J. (2010). *Técnicas del automóvil. Chasis* (Octava ed.). Madrid.
- Pierre, B. (2000). *Mecánica de Materiales*.
- Shigley, J. E., & John Joseph, U. J. (1988). *Teoría de Máquinas y Mecanismos*.
- Singiresu S, R. (2005). *The Finite Element Method in Engineering* (Cuarta ed.).
- V.Dobrovolski, Zablonki, K., A.Raschik, & L.Erlj. (1980). *Elementos de Máquinas* (tercera ed.). Moscú: MIR-MOSCÚ.

## ANEXOS

Anexo 1 Piñones de dentado helicoidal utilizados en la caja de cambios manual.



## Anexo 2 Datos del motor de Hyundai D4AF

ENGINE SPECIFICATION								
ENGINE MODEL	D6BR	D6BJ	D6BH	D4AE	D4AF	D4BF	D4BA	
PISTON DISPLACEMENT(CC)	7545	7545	7545	3298	3568	2476	2476	
BORE x STROKE (mm)	118 x 115	118 x 115	118 x 115	100 x 105	104 x 105	91.1 x 95	91.1 x 95	
MAX. POWER (PS/RPM)	188/2900	170/2900	167/2500	120/3400	100/3400	85/4200	80/4200	
MAX. TORQUE (Kg. m/RPM)	52.5/1400	44.5/1600	50.5/1400	29/2000	24/2000	20/2000	16.2/2200	
ENG. SIZE (mm)	LENGTH(BUS/TRK)	1230.3/1233	-/1188	1134/-	856.7/808.7	847.3/799.3	700.5	697/697
	WIDTH(BUS/TRK)	687/867	-/867	687/-	686.9/686.9	716.8/706.8	617.3	610/610
	HEIGHT(BUS/TRK)	830/830	-/830	830/-	760/760	760/760	677.4	674/674
WEIGHT (kg)	DRY(BUS/TRK)	520/520	-/520	520/-	323/313	310/300	199	194/194
	WET(BUS/TRK)	545/545	-/545	545/-	338/328	325/315	208.5	203.5/203.5
CYCLE	4	4	4	4	4	4	4	
COOLING TYPE	W/COOL'G	W/COOL'G	W/COOL'G	W/COOL'G	W/COOL'G	W/COOL'G	W/COOL'G	
COMBUSTION SYSTEM	DI	DI	DI	DI	DI	ID	ID	
CYLINDER NUMBER	6	6	6	4	4	4	4	
CYLINDER ARRANGEMENT	IN-LINE	IN-LINE	IN-LINE	IN-LINE	IN-LINE	IN-LINE	IN-LINE	
FIRING ORDER	1-5-3-6-2-4	1-5-3-6-2-4	1-5-3-6-2-4	1-3-4-2	1-3-4-2	1-3-4-2	1-3-4-2	
COMP. RATIO	17.5	17.5	17.5	16.5	17.5	21.0	21.0	
INJECTION TIMING (BTDC)	14°	12°	14°	11°	10°	ATDC 7°	ATDC 4°	
ASPIRATION	NA	NA	NA	TC	NA	TC	NA	
INJECTION PUMP TYPE	BOSCH AD	BOSCH A	BOSCH AD	BOSCH A	BOSCH A	EP-VE	EP-VE	
GOVERNOR TYPE	ALL SPEED (RLD)	ALL SPEED (RLD)	ALL SPEED (RLD)	ALL SPEED	ALL SPEED	HALF ALL SPEED	ALL SPEED	

## Anexo 3 Eficiencia de los Elementos que intervienen en una transmisión mecánica (Aragón Marrero & Szczepaniak, 1993)

Conjunto o elementos mecánico del sistema de transmisión	Eficiencia ( $\eta$ )
Embrague de fricción	0.995
Pareja de ruedas externas	0.980
Pareja de ruedas internas	0.985
Cojinete de rodamientos	0.995
Unión cardan	0.995
Par cónico normal	0.92-0.95
Par cónico hipoidal	0.96-0.98

#### Anexo 4 Eficiencia de las transmisiones de uso general

Tipo de Transmisión	Particularidades	Valores de $u$ por escalón.		Valores Recomendados de Eficiencia ( $\eta$ )	
		Media	Máxima	Transmisión Abierta	Transmisión Cerrada
Engranajes Cilíndricos	Rectos	2 ÷ 4	6	0.93 ÷ 0.94	0.95 ÷ 0.98
	Inclinados	4 ÷ 6	8		
Engranajes Cónicos	Rectos	2 ÷ 3	3	0.94 ÷ 0.95	0.96 ÷ 0.97
	Inclinados	3 ÷ 5	6		
Tornillo Sin Fin	$Z_1 = 1$	7	80	0.50	0.7 ÷ 0.75
	$Z_1 = 2$			0.60	0.75 ÷ 0.82
	$Z_1 = 4$			-	0.86 ÷ 0.92
Correas	Planas	2 ÷ 3	5	0.96 ÷ 0.98	-
	Trapezoidal	2 ÷ 4	5	0.95 ÷ 0.97	-
Cadenas		2 ÷ 3	7	0.90 ÷ 0.93	0.94 ÷ 0.97

## Anexo 5 Ángulo de Giro

$$BC = b (\tan \beta)$$

$$\alpha = 2 \left[ \arcsen(0.5 BC/re) \right]$$

b	$\beta$
17	22

BC	re	$\alpha$	
6,87	61,721	0,11	rad
		6,38	grados

División del ángulo alpha entre los radios a rotar (5 en este caso)

1	1,28
2	2,55
3	3,83
4	5,10
5	6,38

Activar \  
Ver Coefi

## Anexo 6 Tensiones $\sigma_y$ en los nodos de la zona crítica de la variante del diente analizada.

NODOS	SY
363	-38.340
364	-330.16
365	-306.66
366	-149.39
367	-66.967
368	-321.41
369	-256.61
370	-268.99
371	-281.01
372	-296.65
373	-248.61

NODOS	SY
408	131.18
409	150.91
410	143.99
411	139.88
412	135.54
413	164.50
414	28.137
415	61.487
416	125.55
417	170.97
418	16.599

