

*Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos”
Facultad de Ciencias Técnicas*



**DISEÑO PRELIMINAR DE UN BRAZO ROBÓTICO DE CUATRO
GRADOS DE LIBERTAD BASADO EN PALANCAS**

Trabajo de Diploma en Ingeniería Mecánica

Autor: Elizabeth Garrote Pérez

Tutor: Ing. Renier Fagundo Mesa

Dr. C. Ramón Quiza Sardiñas

Matanzas, 2021

DECLARACIÓN DE AUTORIDAD

Por medio de la presente declaro que soy el único autor de este trabajo de diploma y, en calidad de tal, autorizo a la Universidad de Matanzas «Camilo Cienfuegos» a darle el uso que estime más conveniente.

RESUMEN

El trabajo describe el análisis cinemático de un brazo robótico basado en barras, de cuatro grados de libertad. En primer lugar, se presenta el diseño mecánico del brazo robótico con sus dimensiones nominalizadas. A continuación, se establece el análisis directo, que permite calcular la posición de todos los elementos del brazo en dependencia de los valores de los ángulos de control. Este análisis se hizo utilizando transformaciones y relaciones geométricas tridimensionales y las correspondientes expresiones de álgebra de matrices. El análisis inverso, también incluido, permite determinar los valores de los ángulos de control para valores dados de la posición y la inclinación de actuador. Con este fin, se utilizaron relaciones geométricas y trigonométricas. Finalmente, se llevó a cabo una simulación utilizando código de MATLAB, para comprobar las expresiones obtenidas. Las relaciones desarrolladas permitirán otros análisis del brazo robótico, como la determinación de las fuerzas estáticas y dinámicas y el estudio de las vibraciones. También serán utilizadas en la optimización de las rutas de movimiento.

Palabras clave: Brazo robótico; análisis cinemático; posiciones

ABSTRACT

This work describes the kinematic analysis of a four degrees of freedom link-based robotic arm. In the first place, the mechanical design of the proposed robotic arm and its nominalized dimensions are presented. After that, it was stated the direct analysis, which allows computing the position of all arm elements, depending on the values of the control angles. This analysis was done by using the three dimensional geometric transformations and relationships, and the corresponding matrix algebra expressions. The inverse analysis, also included, computes the values of the control angles, for the given position and inclination of the actuator. Geometric and trigonometric relationships were used for this purpose. Finally, a simulation by using a MATLAB code, was done for testing the obtained expressions. The achieved relationships will allow other analyses of the robotic arm, such as the static and dynamic force analysis, and vibration studies. It also will be used in the optimization of its motion paths.

Keywords: Robotic arm; kinematic analysis; positions

TABLA DE CONTENIDO

Introducción	1
Capítulo 1 Estado del Arte	3
1.1 Generalidades sobre los brazos robóticos	3
1.2 Principios del análisis mecánico de los mecanismos de palanca	6
1.2.1 Análisis de posiciones directo.....	7
1.2.2 Análisis de posiciones inverso	7
1.2.3 Análisis de fuerzas	7
1.3 Conclusiones parciales.....	8
Capítulo 2 Análisis Cinemático	9
2.1 Diseño Preliminar	9
2.2 Análisis de posiciones directo.....	11
2.3 Análisis de posiciones inverso	16
2.4 Conclusiones parciales.....	19
Capítulo 3 Análisis Dinámico.....	20
3.1 Análisis de fuerzas	20
3.2 Conclusiones parciales.....	25
Conclusiones	26
Recomendaciones	27
Referencias Bibliográficas	28
Anexos	30

INTRODUCCIÓN

La robótica no es solo uno de los pilares de la fabricación moderna (Bi et al., 2020), sino también, gracias a la integración con otras herramientas como la inteligencia artificial y la Internet de las cosas, constituye una tecnología básica en las transformaciones conducentes a la Industria 4.0 (Ribeiro et al., 2021).

Dentro de esta rama, los brazos robóticos juegan un papel fundamental, por la versatilidad de sus aplicaciones (Al-Qahtani et al., 2017). A pesar de una concepción relativamente simple (Matulis & Harvey, 2021), los brazos robóticos pueden realizar un grupo de movimientos bastante amplio, dado por los grados de libertad con los cuales se haya diseñado, además de otras restricciones mecánicas (Evliyaoglu & Elitas, 2017).

El control de los brazos robóticos se realiza a base de servomotores o motores de paso (De Jesús Rubio et al., 2014), para lo cual es necesario conocer las expresiones que relacionan las rotaciones de los mismos (llamados, ángulos de control) con la posición de los diferentes elementos del brazo, principalmente, del órgano de trabajo (Xu, 2019). De modo similar, es importante realizar el llamado análisis inverso, con el cual se determinan los ángulos de control a partir de conocer la posición del brazo (Siemasz et al., 2020).

En el presente trabajo, se realizará el análisis cinemático, tanto directo como inverso, de un brazo robótico de barras, el cual se construirá como parte de una línea piloto, a escala, para el desarrollo y prueba de tecnologías de Industria 4.0.

Problema científico: Se necesita diseñar un brazo robótico de cuatro grados de libertad para ser utilizado como parte de una línea piloto de Industria 4.0.

Hipótesis: Mediante el uso de los principios de la mecánica del sólido rígido es posible diseñar un brazo robótico de cuatro grados de libertad, conociendo sus desplazamientos, velocidades, aceleraciones y fuerzas.

Objetivo general: Diseñar un brazo robótico de cuatro grados de libertad, analizando su comportamiento cinemático y dinámico.

Tareas:

1. Realizar el diseño conceptual del brazo robótico.
2. Realizar el análisis cinemático directo del brazo robótico.
3. Realizar el análisis cinemático inverso del brazo robótico.
4. Realizar el análisis dinámico del brazo robótico.

CAPÍTULO 1 ESTADO DEL ARTE

En este primer capítulo se exponen los principales conceptos utilizados en la investigación, la fundamentación teórica de los diferentes criterios del tema necesarios para el desarrollo de la metodología, diseño y el análisis de los parámetros de un brazo robótico de cuatro grados de libertad basado en palancas.

1.1 Generalidades sobre los brazos robóticos

En esencia la definición corta de un brazo robótico son robots articulados pues un brazo mecánico es construido y elaborado con estructuras de carácter flexible y conformadas por articulaciones adaptables que permiten ejecutar un amplio rango de movimientos y funciones simulando a un brazo humano. Tienen como principal característica el cumplir las funciones de agilizar actividades, tareas y funciones que requieren una actividad de repetitividad y precisión con entornos humanos seguros; durante los procesos de automatización de líneas de producción y manipulación de máquinas en diferentes industrias, Mecánica, Minería, Automovilística, Farmacéutica y Alimenticia.

El funcionamiento generalmente de los brazos robóticos es mediante la ejecución de un conjunto de lenguajes de programación que establecen las principales funciones, además de la incorporación de sensores que consolidan los objetivos de automatización para poder ejecutar las referencias por: fuerzas, aceleración, temperatura y ubicación durante la realización de sus actividades.

Las partes o componentes que conforman un brazo robótico según sus principales actividades de funcionamiento son:

- Controlador: Se constituye por un microordenador con unidad central encargado de calcular los procesos, movimientos y comandos a ejecutar.
- Actuadores: Corresponde a los motores encargados de generar fuerza para los movimientos.
- Manipulador: Parte mecánica que cumple la función de realizar los movimientos de los brazos mecánicos.
- Articulaciones y Muñeca: Subpartes de los manipuladores, y permiten generar los movimientos lineales y angulares.
- Muñeca: Es una parte de los robots industriales encargada de realizar los movimientos de elevación, desviación y giro, según el tipo de funciones.
- Mano robótica: Es la extensión final de la muñeca y cumple la función de la tarea de movimiento mecánico final, según sea el componente que corresponde a una pinza o alguna herramienta que cumpla las funciones de las condiciones de trabajo.

Actualmente, existe un crecimiento bastante importante de diferentes modelos de brazos robóticos que han sido incorporados a diversas aplicaciones en distintas industrias. Su uso a distintos niveles de actividades siempre han estado identificados en sus diversas capacidades según el número de articulaciones que lo conforman, las configuraciones que implican los niveles de movimiento, sus capacidades de posicionamiento, el grado de exactitud al realizar diversas tareas programadas, las capacidades de carga, sin dejar a un lado los aspectos asociados a la cantidad de peso que pueden movilizar o transportar, y finalmente la velocidad, relacionado al desplazamiento en que pueden ejecutar sus actividades.

Al mencionar este aspecto podemos indicar que son varias las industrias donde pueden incorporarse. Las aplicaciones de los brazos robóticos tienen mayor relevancia en el sector manufactura, minero y alimenticio. A continuación, enlistamos los de mayor relevancia:

- **Brazo robótico automatizado (Automotriz).** Se usan los robots de tipo cartesiano, los cuales tiene 3 ejes y cumplen con las funciones de soldadura, ensamblaje, pintura y atornillado garantizando repetitividad y bajo coste económico.
- **Brazo mecánico eléctrico.** Tienen un amplio dominio, los cuales proporcionan un eje final en el plano Z, que permiten hacer movimientos con cualquier o determinada herramienta, permiten el traslado y levantamiento de objetos.
- **Robot para Industria Minera.** Tiene predominancia de los robots articulados de 6 ejes, pues permiten realizar numerosas actividades de traslado de materiales pesados, laminación y ensamble de algunos procesos de fundición de metales.
- **Robot para Industria de Alimentos.** Existe una notable variedad de brazos mecánicos útiles para este tipo de industria, destacan los robots paralelos que cumplen diversas funciones de descarga, paletizado y distribución de objetos en una línea de producción.
- **Brazo Robótico Soldador.** Son brazos robóticos diseñados y optimizados para garantizar eficiencia y rentabilidad en los procesos de soldaduras con láser, gas o de otro tipo. Son compactos y trabajan a velocidad elevada, se caracterizan por su flexibilidad y muñeca central final para trabajar en lugares precisos al soldar.

- **Brazo Robótico para Armar.** Son un tipo de brazos robóticos industriales que permiten generar soluciones viables y polivalentes, pues generan lograr una automatización mediante tareas continuas que impliquen movilizar objetos de distintos pesos combinados con precisión y realizar montajes en diversos ángulos y posiciones.
- **Brazo Robótico para aplicación de pintura.** Están contruidos para brindar soluciones en procesos de automatización que impliquen equilibrar velocidad y rendimiento en aplicaciones de pintura en distintas industrias, son muy útiles para optimizar los márgenes de rentabilidad, tienen un balance entre capacidad de carga y alcance con ciclos de aceleración que ofrecen mejor desempeño.
- **Brazos Robóticos para Transporte de Material.** Son un tipo de brazo robótico ideal para lograr traslado de materiales pesados superiores a los 100 Kg, tienen un montaje flexible, pueden trabajar a distintas temperaturas, garantizan una actividad sostenida y rentable, pues se dedican a una tarea repetitiva con costos relativamente reducidos.

1.2 Principios del análisis mecánico de los mecanismos de palanca

El análisis mecánico de los mecanismos y máquinas tiene por objetivo comprender la relación entre el movimiento de las partes de la máquina y las fuerzas que producen el movimiento. El problema inicial en el diseño o análisis de un sistema mecánico es la determinación del movimiento del sistema. El estudio del movimiento es denominado cinemática, siendo el análisis cinemático el objetivo primario. Como problema secundario debe ser seleccionada la fuente de energía que proveerá la fuerza suficiente para operar la máquina.

1.2.1 Análisis de posiciones directo

El análisis de posiciones directo se plantea en términos de encontrar una matriz de transformación que relaciona el sistema de coordenadas ligado al cuerpo en movimiento respecto a un sistema de coordenadas que se toma como referencia. Para lograr esta representación se usan las matrices de transformación homogénea.

1.2.2 Análisis de posiciones inverso

La posición inversa consiste en hallar los valores de las coordenadas articulares del robot, conocida la posición y orientación del extremo del robot. A pesar de que se pueden encontrar diversos métodos genéricos para la resolución de la cinemática inversa que pueden ser implementados en computadora, suele ser habitual la resolución por medio de métodos geométricos. La mayor parte de los robots suelen tener cadenas cinemáticas relativamente sencillas, que facilitan la utilización de los métodos geométricos. Para muchos robots, si se consideran sólo los tres primeros grados de libertad, se tiene una estructura planar. Este hecho facilita la resolución del problema. Asimismo, los últimos tres grados de libertad suelen usarse para la orientación de la herramienta, lo cual permite una resolución geométrica desacoplada de la posición de la muñeca del robot y de la orientación de la herramienta.

1.2.3 Análisis de fuerzas

El **análisis** de Campo de **Fuerzas** es una herramienta que permite trabajar la resistencia al cambio a través de identificar las **fuerzas** positivas (impulsoras) y las **fuerzas** negativas (represoras) del cambio.

1.3 Conclusiones parciales

El análisis realizado permitirá la programación de los movimientos del brazo robótico, en combinación con su diseño electrónico y lógico. Permitirá, además, realizar el análisis de cargas dinámicas y estáticas, para realizar el diseño detallado de cada uno de sus componentes, lo que constituye el paso siguiente de esta investigación.

CAPÍTULO 2 ANÁLISIS CINEMÁTICO

En este segundo capítulo se expone diseño preliminar, acompañado de los análisis de posiciones directo e inversa y concluye dando resultados de ángulos y dimensiones que permiten el posterior análisis de fuerzas. Los conceptos utilizados en la investigación, la fundamentación teórica de los diferentes criterios del tema necesarios para el desarrollo de la metodología, diseño y el análisis de los parámetros de un brazo robótico de cuatro grados de libertad basado en palancas.

2.1 Diseño Preliminar

El brazo robótico analizado, se moverá a base de mecanismos de barras (Fig. 1), lo cual es recomendable para brazos ligeros ya que, aunque disminuye su rigidez, permite situar los motores de paso en la base, lo cual, a la larga, hace más liviano el diseño. El brazo contará con cuatro grados de libertad, cada uno controlado por un ángulo. El primer grado de libertad (ángulo θ) define la rotación del plano del brazo ($x'z$) alrededor del eje z . El segundo grado (ángulo φ), determina la rotación del primer segmento (OA) del brazo. El tercer grado de libertad (ángulo ϕ) establece la inclinación del segundo segmento (AB) del brazo. Finalmente, el cuarto grado de libertad (ángulo ψ), fija la inclinación del tercer segmento (BC) del brazo (donde se acopla el actuador). Todas las rotaciones están dadas sobre el eje horizontal (x').

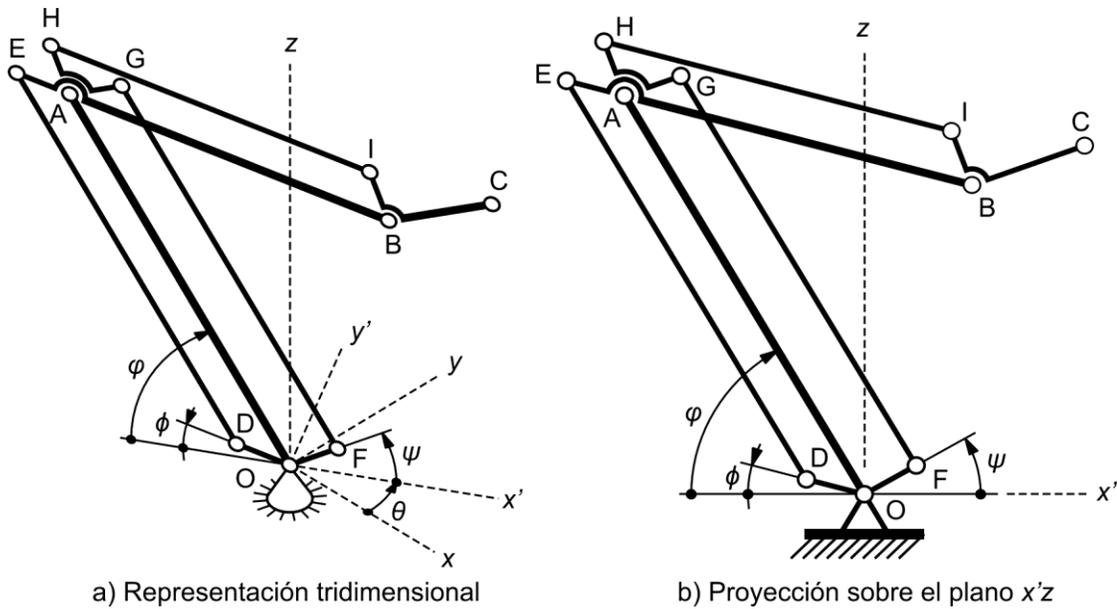


Figura 1. Esquema cinemático del brazo robótico

Además de los elementos principales del brazo (OA, AB y BC), se tienen dos mecanismos para transmitir el movimiento a los dos últimos: OD, DE y EA, para el elemento AB, y OF, FG, GA, AH, HI e IB, para el elemento BC. Nótese que las barras EA y AB están solidariamente unidos, por lo que EAB constituye un único elemento cinemático. Lo mismo ocurre con las barras GA y AH, que conforman el elemento GAH, y con las barras IB y BC que conforman el elemento IBC.

Las dimensiones de los elementos del brazo están dadas tal como se establecen en las relaciones siguientes:

$$OA = DE = FG = b; \quad (1a)$$

$$AB = HI = c; \quad (1b)$$

$$BC = d; \quad (1c)$$

$$OD = AE = p; \quad (1d)$$

$$OF = AG = q; \quad (1e)$$

$$AH = BI = r; \quad (1f)$$

de modo tal que OAED, OFGA y ABIH sean siempre paralelogramos. Además, los ángulos $\angle GAH = 90^\circ$, $\angle BAE = 180^\circ$ y $\angle CBI = 90^\circ$.

2.2 Análisis de posiciones directo

Como primer paso, se determinan las posiciones de los puntos nodales del brazo, para valores establecidos de los ángulos φ , ϕ y ψ , sobre el plano $x'z$. La posición del punto A se determina utilizando la expresión de rotación del elemento OA sobre el eje y' :

$$\mathbf{r}'_A = \mathbf{r}'_{A/O} + \mathbf{r}'_{O/O} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b \cos \varphi \\ 0 \\ b \sin \varphi \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Por su parte, la posición del punto D, se determina de modo análogo, con la rotación del elemento OD sobre dicho eje:

$$\mathbf{r}'_D = \mathbf{r}'_{D/O} + \mathbf{r}'_{O/O} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p \cos \phi \\ 0 \\ p \sin \phi \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Como los vectores OD y AE son iguales:

$$\mathbf{r}'_{E/A} = \mathbf{r}'_{D/O};$$

la posición del punto E se determina por la suma de vectores:

$$\mathbf{r}'_E = \mathbf{r}'_A + \mathbf{r}'_{E/A} = \begin{bmatrix} -b \cos \varphi \\ 0 \\ b \sin \varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -p \cos \phi \\ 0 \\ p \sin \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b \cos \varphi - p \cos \phi \\ 0 \\ b \sin \varphi + p \sin \phi \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Para calcular la posición del punto B, se determina el vector unitario en dirección AB:

$$\lambda'_{B/A} = -\lambda'_{E/A} = -\frac{\mathbf{r}'_{E/A}}{|\mathbf{r}'_{E/A}|} = -\frac{1}{\rho} \begin{bmatrix} -\rho \cos \phi \\ 0 \\ \rho \sin \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi \\ 0 \\ -\sin \phi \end{bmatrix};$$

con lo cual:

$$\mathbf{r}'_B = \mathbf{r}'_A + c\lambda'_{B/A} = \begin{bmatrix} -b \cos \phi \\ 0 \\ b \sin \phi \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} \cos \phi \\ 0 \\ -\sin \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b \cos \phi + c \cos \phi \\ 0 \\ b \sin \phi - c \sin \phi \end{bmatrix}. \quad (5)$$

De forma similar, la posición del punto F se determina mediante la rotación del elemento OF sobre el eje y' :

$$\mathbf{r}'_F = \mathbf{r}'_O + \mathbf{r}'_{F/O} = \begin{bmatrix} \cos(-\psi) & 0 & -\sin(-\psi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-\psi) & 0 & \cos(-\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \cos \psi \\ 0 \\ q \sin \psi \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Al ser, los elementos OF y AG, similares ($\mathbf{r}'_{F/O} = \mathbf{r}'_{G/A}$), la posición del punto G se calcula por suma de vectores, mediante la expresión:

$$\mathbf{r}'_G = \mathbf{r}'_A + \mathbf{r}'_{G/A} = \begin{bmatrix} -b \cos \phi \\ 0 \\ b \sin \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q \cos \psi \\ 0 \\ q \sin \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b \cos \phi + q \cos \psi \\ 0 \\ b \sin \phi + q \sin \psi \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Para la posición del punto H, se determina el vector unitario en dirección AH, rotando 90° sobre el eje y' , el vector unitario en dirección AG:

$$\lambda_{H/A} = \mathbf{R}_{y'}(-90^\circ) \frac{\mathbf{r}'_{G/A}}{|\mathbf{r}'_{G/A}|} = \begin{bmatrix} \cos(-90^\circ) & 0 & \sin(-90^\circ) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(-90^\circ) & 0 & \cos(-90^\circ) \end{bmatrix} \left(\frac{1}{q} \right) \begin{bmatrix} q \cos \psi \\ 0 \\ q \sin \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \psi \\ 0 \\ \cos \psi \end{bmatrix}.$$

con lo cual se calcula la posición de dicho punto:

$$\mathbf{r}'_H = \mathbf{r}'_A + q \lambda'_{H/A} = \begin{bmatrix} -b \cos \varphi \\ 0 \\ b \sin \varphi \end{bmatrix} + q \begin{bmatrix} -\sin \psi \\ 0 \\ \cos \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b \cos \varphi - q \sin \psi \\ 0 \\ b \sin \varphi + q \cos \psi \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Finalmente, las posiciones de los puntos C e I se determinan a partir de la del punto B, utilizando las igualdades de los vectores unitarios ($\lambda'_{C/B} = \lambda'_{G/A}$ y $\lambda'_{I/B} = \lambda'_{H/A}$):

$$\mathbf{r}'_C = \mathbf{r}'_B + d \lambda'_{G/B} = \begin{bmatrix} -b \cos \varphi + c \cos \phi \\ 0 \\ b \sin \varphi - c \sin \phi \end{bmatrix} + d \begin{bmatrix} \cos \psi \\ 0 \\ \sin \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b \cos \varphi + c \cos \phi + d \cos \psi \\ 0 \\ b \sin \varphi - c \sin \phi + d \sin \psi \end{bmatrix}. \quad (9)$$

y

$$\mathbf{r}'_I = \mathbf{r}'_B + d \lambda'_{I/B} = \begin{bmatrix} -b \cos \varphi + c \cos \phi \\ 0 \\ b \sin \varphi - c \sin \phi \end{bmatrix} + r \begin{bmatrix} -\sin \psi \\ 0 \\ \cos \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b \cos \varphi + c \cos \phi - r \sin \psi \\ 0 \\ b \sin \varphi - c \sin \phi + r \cos \psi \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Una vez determinadas las posiciones de todos los puntos, sobre el plano $x'z$, se calculan las correspondientes, sobre el sistema de coordenadas xyz , mediante la rotación de sus vectores sobre el eje z , un ángulo $-\theta$, cuya matriz operacional:

$$\mathbf{R}_z(-\theta) = \begin{bmatrix} \cos(-\theta) & \sin(-\theta) & 0 \\ -\sin(-\theta) & \cos(-\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

con lo que las posiciones resultan:

$$\mathbf{r}_A = \mathbf{R}_z(-\theta)\mathbf{r}'_A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b\cos\phi \\ 0 \\ b\sin\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b\cos\phi\cos\theta \\ -b\cos\phi\sin\theta \\ b\sin\phi \end{bmatrix}; \quad (12)$$

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{R}_z(-\theta)\mathbf{r}'_B = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b\cos\phi + c\cos\phi \\ 0 \\ b\sin\phi - c\sin\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-b\cos\phi + c\cos\phi)\cos\theta \\ (-b\cos\phi + c\cos\phi)\sin\theta \\ b\sin\phi - c\sin\phi \end{bmatrix}; \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_C = \mathbf{R}_z(-\theta)\mathbf{r}'_C &= \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b\cos\phi + c\cos\phi + d\cos\psi \\ 0 \\ b\sin\phi - c\sin\phi + d\sin\psi \end{bmatrix} = \dots \\ &\dots = \begin{bmatrix} (-b\cos\phi + c\cos\phi + d\cos\psi)\cos\theta \\ (-b\cos\phi + c\cos\phi + d\cos\psi)\sin\theta \\ b\sin\phi - c\sin\phi + d\sin\psi \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\mathbf{r}_D = \mathbf{R}_z(-\theta)\mathbf{r}'_D = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -p\cos\phi \\ 0 \\ p\sin\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p\cos\phi\cos\theta \\ -p\cos\phi\sin\theta \\ p\sin\phi \end{bmatrix}; \quad (15)$$

$$\mathbf{r}_E = \mathbf{R}_z(-\theta)\mathbf{r}'_E = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b\cos\phi - p\cos\phi \\ 0 \\ b\sin\phi + p\sin\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-b\cos\phi - p\cos\phi)\cos\theta \\ (-b\cos\phi - p\cos\phi)\sin\theta \\ b\sin\phi + p\sin\phi \end{bmatrix}; \quad (16)$$

$$\mathbf{r}_F = \mathbf{R}_z(-\theta)\mathbf{r}'_F = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q\cos\psi \\ 0 \\ q\sin\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q\cos\psi\cos\theta \\ q\cos\psi\sin\theta \\ q\sin\psi \end{bmatrix}; \quad (17)$$

$$\mathbf{r}_G = \mathbf{R}_z(-\theta)\mathbf{r}'_G = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b\cos\varphi + q\cos\psi \\ 0 \\ b\sin\varphi + q\sin\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-b\cos\varphi + q\cos\psi)\cos\theta \\ (-b\cos\varphi + q\cos\psi)\sin\theta \\ b\sin\varphi + q\sin\psi \end{bmatrix}; \quad (18)$$

$$\mathbf{r}_H = \mathbf{R}_z(-\theta)\mathbf{r}'_H = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b\cos\varphi - r\sin\psi \\ 0 \\ b\sin\varphi + r\cos\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-b\cos\varphi - r\sin\psi)\cos\theta \\ (-b\cos\varphi - r\sin\psi)\sin\theta \\ b\sin\varphi + r\cos\psi \end{bmatrix}; \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_I = \mathbf{R}_z(-\theta)\mathbf{r}'_I &= \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b\cos\varphi + c\cos\phi - r\sin\psi \\ 0 \\ b\sin\varphi - c\sin\phi + r\cos\psi \end{bmatrix} = \dots \\ &\dots = \begin{bmatrix} (-b\cos\varphi + c\cos\phi - r\sin\psi)\cos\theta \\ (-b\cos\varphi + c\cos\phi - r\sin\psi)\sin\theta \\ b\sin\varphi - c\sin\phi + r\cos\psi \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (20)$$

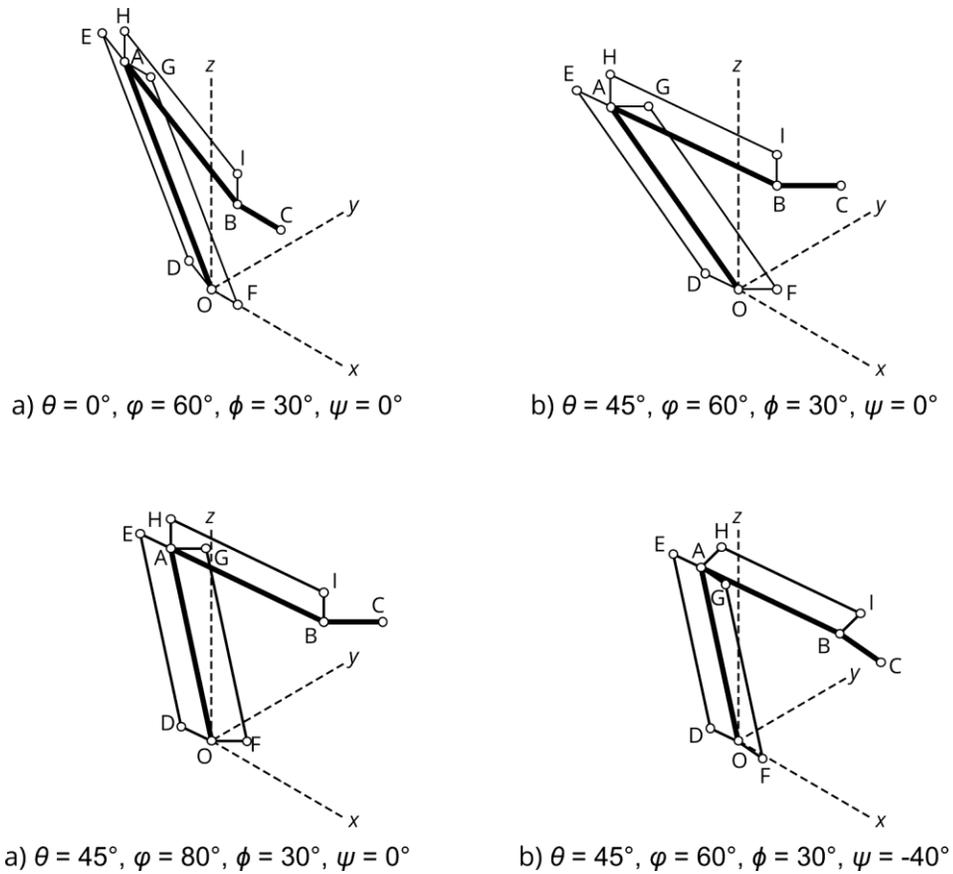


Figura 2. Posiciones calculadas para cuatro conjuntos de ángulos de control

Con el objetivo de verificar las expresiones obtenidas, se implementó el correspondiente código en MATLAB, obteniendo las representaciones gráficas de las posiciones de los elementos del brazo, para diferentes valores de los ángulos de control. En la Fig. 2 se muestran cuatro conjuntos de ángulos de control, con valores de las dimensiones $b = 200$ mm, $c = 150$ mm, $d = 50$ mm, y $p = q = r = 30$ mm; de valores simulados.

2.3 Análisis de posiciones inverso

El propósito del análisis inverso es determinar los ángulos de posición, θ , φ y ϕ , correspondiente a un punto dado del espacio, $\mathbf{r}_0 = \{x_0, y_0, z_0\}$, cuyas coordenadas, junto al ángulo de inclinación del actuador, ψ , constituyen los parámetros de trabajo del brazo.

El primer ángulo determinado es el de posición sobre el eje z:

$$\mathbf{r}_C = \begin{bmatrix} (-b\cos\varphi + c\cos\phi + d\cos\psi)\cos\theta \\ (-b\cos\varphi + c\cos\phi + d\cos\psi)\sin\theta \\ b\sin\varphi - c\sin\phi + d\sin\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \mathbf{r}_0$$

$$\frac{(-b\cos\varphi + c\cos\phi + d\cos\psi)\sin\theta}{(-b\cos\varphi + c\cos\phi + d\cos\psi)\cos\theta} = \frac{y_0}{x_0};$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y_0}{x_0}\right). \quad (21)$$

A continuación, se calcula la posición del punto B, a partir del C:

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_C - \mathbf{r}_{C/B} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} (-b\cos\varphi + c\cos\phi + d\cos\psi)\cos\theta \\ (-b\cos\varphi + c\cos\phi + d\cos\psi)\sin\theta \\ b\sin\varphi - c\sin\phi + d\sin\psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (-b\cos\varphi + c\cos\phi)\cos\theta \\ (-b\cos\varphi + c\cos\phi)\sin\theta \\ b\sin\varphi - c\sin\phi \end{bmatrix} \right)$$

$$\mathbf{r}_B = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d\cos\psi\cos\theta \\ d\cos\psi\sin\theta \\ d\sin\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 - d\cos\psi\cos\theta \\ y_0 - d\cos\psi\sin\theta \\ z_0 - d\sin\psi \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Por su parte, los ángulos φ y ϕ se determinan a partir de las longitudes de los segmentos $OA = b$, $AB = c$ y $BO = t$, del triángulo imaginario OAB (Fig. 3). En este último, la dimensión t es igual a:

$$t = \|\mathbf{r}_B\| = \sqrt{x_B^2 + y_B^2 + z_B^2}; \quad (23)$$

mientras que el ángulo λ , del segmento OB con el plano xy , es:

$$\lambda = \sin^{-1}\left(z_B / \sqrt{x_B^2 + y_B^2 + z_B^2}\right). \quad (24)$$

2.4 Conclusiones parciales

Las expresiones obtenidas permiten, en primer lugar, calcular las posiciones de todos los puntos del brazo robótico, a partir de los cuatro ángulos de control. De forma similar, el análisis reverso permitió la determinación de los ángulos de control, a partir de la posición y el ángulo del órgano de trabajo. Es importante notar que las relaciones obtenidas fueron no lineales en su mayoría, lo que implica una mayor complejidad en las relaciones cinemáticas, a la hora de lograr desplazamientos uniformes.

CAPÍTULO 3 ANÁLISIS DINÁMICO

El análisis de fuerzas parte de la anterior resolución en cuanto a las posiciones de los ejes y en este capítulo se desarrolla el análisis dinámico de fuerzas junto con sus diagramas de cuerpo libre acompañado de las ecuaciones que desarrollan cada elemento del brazo robot.

3.1 Análisis de fuerzas

El análisis dinámico del brazo robótico se llevó a cabo despreciando la masa de sus componentes, con respecto a la carga, lo cual es aceptable como una primera aproximación, para realizar un diseño preliminar de sus componentes. Con ese mismo propósito, sólo se consideraron las fuerzas en el plano $x'z$.

Para determinar las fuerzas, a partir de la existencia de una carga W , en el actuador (punto C), se realizan los diagramas de cuerpo libre de cada uno de los componentes (ver. Fig. 4).

Para el elemento IBC (Fig. 4a), las ecuaciones de equilibrio estático toman la forma:

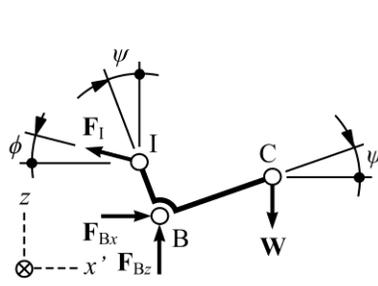
$$\sum \mathbf{M}^{(B)} = \mathbf{r}_{IB} \times \mathbf{F}_I + \mathbf{r}_{CB} \times \mathbf{W} = \mathbf{0}; \text{ y} \quad (27a)$$

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_I + \mathbf{F}_C + \mathbf{W} = \mathbf{0}; \quad (27b)$$

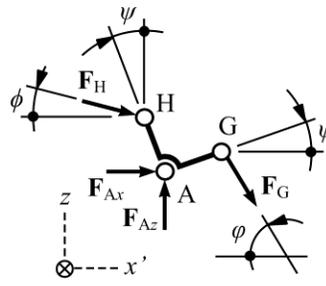
cuya solución lleva a:

$$\mathbf{F}_I = -\frac{d \cos \varphi \cos \phi}{r \cos(\varphi + \phi)} W \mathbf{i}' + \frac{d \cos \varphi \sin \phi}{r \cos(\varphi + \phi)} W \mathbf{k}; \quad (28a)$$

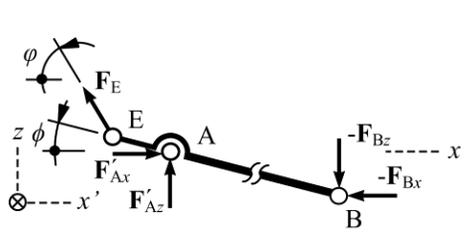
$$\mathbf{F}_B = \frac{d \cos \varphi \cos \phi}{r \cos(\varphi + \phi)} W \mathbf{i}' + \left[1 - \frac{d \cos \varphi \sin \phi}{r \cos(\varphi + \phi)} \right] W \mathbf{k}; \quad (28b)$$



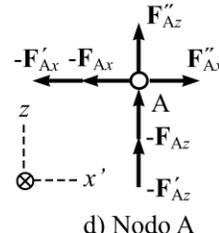
a) Elemento IBC



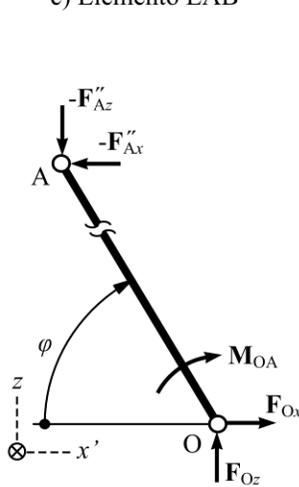
b) Elemento HAG



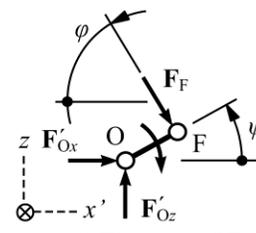
c) Elemento EAB



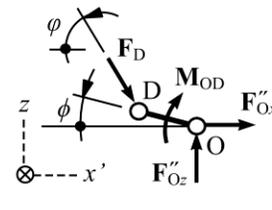
d) Nodo A



e) Elemento OA



f) Elemento OF



g) Elemento OD

Fig.4 Diagramas de cuerpo libre de cada uno de los componentes del brazo robótico

Por su parte, para el elemento HAG (Fig. 4b) las ecuaciones de equilibrio toman la forma:

$$\sum \mathbf{M}^{(A)} = \mathbf{r}_{H/A} \times \mathbf{F}_H + \mathbf{r}_{G/A} \times \mathbf{F}_G = \mathbf{0}; y \quad (29a)$$

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_H + \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_A = \mathbf{0}. \quad (29b)$$

Dado que $\mathbf{F}_H = -\mathbf{F}_I$, la solución de las ecuaciones anteriores lleva a las expresiones:

$$\mathbf{F}_G = -\frac{d \cos \varphi \cos \psi}{q \sin(\varphi + \psi)} W \mathbf{i}' + \frac{d \sin \varphi \cos \psi}{r \sin(\varphi + \psi)} W \mathbf{k}; \quad (30a)$$

$$\mathbf{F}_A = -\frac{2d \cos \phi \cos \psi}{r \cos(\phi + \psi)} W \mathbf{i}' + \frac{2d \sin \phi \cos \psi}{r \cos(\phi + \psi)} W \mathbf{k}. \quad (30b)$$

Para el siguiente elemento EAB (Fig. 4c), se plantean las siguientes ecuaciones de equilibrio:

$$\sum \mathbf{M}^{(A)} = \mathbf{r}_{E/A} \times \mathbf{F}_E - \mathbf{r}_{B/A} \times \mathbf{F}_B = \mathbf{0}; y \quad (31a)$$

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}'_A - \mathbf{F}_B = \mathbf{0}; \quad (31b)$$

cuya solución lleva a las expresiones:

$$\mathbf{F}_E = \frac{c \cos \varphi \cos \phi}{p \sin(\varphi - \phi)} W \mathbf{i}' - \frac{c \sin \varphi \cos \phi}{p \sin(\varphi - \phi)} W \mathbf{k}; \quad (32a)$$

$$\mathbf{F}'_A = \left[\frac{d \cos \phi \cos \psi}{r \cos(\phi + \psi)} - \frac{c \cos \varphi \cos \phi}{p \sin(\varphi - \phi)} \right] W \mathbf{i}' + \left[1 - \frac{d \sin \phi \cos \psi}{r \cos(\phi + \psi)} + \frac{c \sin \varphi \cos \phi}{p \sin(\varphi - \phi)} \right] W \mathbf{k}. \quad (32b)$$

Para determinar el valor de la fuerza que actúa sobre el punto A en el elemento OA, \mathbf{F}''_A , se analiza el equilibrio en el nodo A (Fig. 4d):

$$\sum \mathbf{F} = -\mathbf{F}_A - \mathbf{F}'_A - \mathbf{F}''_A = \mathbf{0}; \quad (33)$$

que da, como resultado, la expresión:

$$\mathbf{F}''_A = - \left[\frac{d \cos \phi \cos \psi}{r \cos(\phi + \psi)} + \frac{c \cos \varphi \cos \phi}{p \sin(\varphi - \phi)} \right] W \mathbf{i}' + \left[1 + \frac{d \sin \phi \cos \psi}{r \cos(\phi + \psi)} + \frac{c \sin \varphi \cos \phi}{p \sin(\varphi - \phi)} \right] W \mathbf{k}. \quad (34)$$

Para el elemento OA (Fig. 4e), se plantean las siguientes ecuaciones de equilibrio:

$$\sum \mathbf{M}^{(O)} = \mathbf{M}_{OA} - \mathbf{r}_{A/O} \times \mathbf{F}''_A = \mathbf{0}; \text{ y} \quad (35a)$$

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_O - \mathbf{F}_A'' = \mathbf{0}; \quad (35b)$$

cuya solución lleva a las expresiones:

$$\mathbf{M}_{OA} = \left[\cos \varphi + \frac{d \sin(\phi - \varphi) \cos \psi}{r \cos(\phi + \psi)} \right] W d \mathbf{j}'; \quad (36a)$$

$$\mathbf{F}_O = - \left[\frac{d \cos \phi \cos \psi}{r \cos(\phi + \psi)} + \frac{c \cos \varphi \cos \phi}{p \sin(\varphi - \phi)} \right] W \mathbf{i}' + \left[1 + \frac{d \sin \phi \cos \psi}{r \cos(\phi + \psi)} + \frac{c \sin \varphi \cos \phi}{p \sin(\varphi - \phi)} \right] W \mathbf{k}. \quad (36b)$$

El análisis del elemento OF (Fig. 4f), conduce a las siguientes ecuaciones de equilibrio:

$$\sum \mathbf{M}_O^{(OF)} = \mathbf{M}_{OF} + \mathbf{r}_{F/O} \times \mathbf{F}_F = \mathbf{0}; \text{ y} \quad (37a)$$

$$\sum \mathbf{F}^{(OF)} = \mathbf{F}'_O + \mathbf{F}_F = \mathbf{0}; \quad (37b)$$

cuya solución, teniendo en cuenta que $\mathbf{F}_F = -\mathbf{F}_G$, conlleva a las expresiones:

$$\mathbf{M}_{OF} = -\cos \psi W d \mathbf{j}'; \quad (38a)$$

$$\mathbf{F}'_O = -\frac{d \cos \varphi \cos \psi}{q \cos(\varphi + \psi)} W \mathbf{i}' + \frac{d \sin \varphi \cos \psi}{q \cos(\varphi + \psi)} W \mathbf{k}. \quad (38b)$$

Finalmente, para el elemento OD, se obtienen las ecuaciones de equilibrio:

$$\sum \mathbf{M}_O^{(OD)} = \mathbf{M}_{OD} + \mathbf{r}_{D/O} \times \mathbf{F}_D = \mathbf{0}; \text{ y} \quad (39a)$$

$$\sum \mathbf{F}^{(OF)} = \mathbf{F}_O'' + \mathbf{F}_F = \mathbf{0}; \quad (39b)$$

las cuales se resuelven, obteniéndose las expresiones:

$$\mathbf{M}_{OD} = -\cos \phi Wc \mathbf{j}'; \quad (40a)$$

$$\mathbf{F}_O'' = \frac{c \cos \varphi \cos \phi}{p \sin(\varphi - \phi)} W \mathbf{i}' + \frac{c \sin \varphi \cos \phi}{p \sin(\varphi - \phi)} W \mathbf{k}. \quad (40b)$$

3.2 Conclusiones parciales

El movimiento del mecanismo, las fuerzas y los esfuerzos internos que aparecen sobre cada uno de sus elementos en cada posición comprueban el funcionamiento futuro del brazo robótico y esto permite que se realicen cambios o correcciones en el diseño en cuanto a limitaciones de materiales o entorno se refiere.

CONCLUSIONES

1. En el diseño, desarrollo y fabricación de mecanismos autónomos, siempre será necesario implementarlos con un sistema de control, para que les permita interactuar con el entorno de una forma óptima. Se debe evaluar si el funcionamiento del mecanismo es el adecuado y que las acciones que ejecuta contribuyan a realizar tareas cumplir los objetivos que se asignaron.
2. Posterior a la construcción de la parte mecánica de un robot, es necesario que se realicen pruebas para determinar si existen elementos que no se incluyeron en el diseño y que su presencia o ausencia afectan al desempeño planificado.
3. Los robots están contruidos con piezas mecánicas y fuerzas externas como la gravedad y fricción que provocan distintos efectos en estos mecanismos.
4. El mayor aporte de la robótica a la humanidad y especialmente a la industria, es que a contribuido al mejoramiento de la producción, minimizando el tiempo de fabricación, mejorando la calidad y uniformidad.
5. Los beneficios que brinda la robótica en el presente y que brindara en el futuro son muy importantes y beneficiosos para la humanidad, pero no debemos olvidar que su significación social llevara a la mano de obra humana a otros niveles específicos lo que desencadenara una mayor ola de especialistas.

RECOMENDACIONES

1. Si se va a implementar un proyecto similar al brazo robótico presentado, se recomienda tomar en cuenta todos los pesos y torque generados por los eslabones del brazo robótico, y tomar en cuenta el escenario del peor caso, para así abarcar más allá de lo necesitado y no tener problemas de tipo mecánico.
2. Si no se tiene experiencia en el uso de programas de diseño mecánico, solicitar cualquier tipo de asesoría es de mucha ayuda ya que existen programas muy completos que pueden, con las simulaciones adecuadas, revelar problemas o inconvenientes que a simple vista no se observan.
3. Siempre es bueno explorar varias opciones. En este proyecto se consideraron varias opciones desde el material con el que se iba a realizar la estructura hasta la metodología con la cual se calcula el modelo cinemático directo. Esto no solo lleva a encontrar la solución más fácil, o económica, o eficaz, sino que también ayuda a enriquecer el conocimiento sobre algún tema en específico sobre el cual se puede tener poco o nada de información.

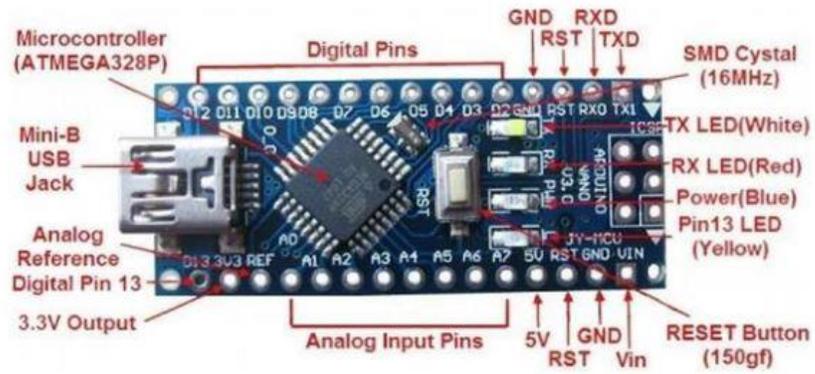
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Al-Qahtani, H. M., Mohammed, A. A., & Sunar, M. (2017). Dynamics and Control of a Robotic Arm Having Four Links. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 42(5), 1841-1852. doi:10.1007/s13369-016-2324-y
- Bi, Z. M., Miao, Z., Zhang, B., & Zhang, C. W. J. (2020). The state of the art of testing standards for integrated robotic systems. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 63, 101893. doi:10.1016/j.rcim.2019.101893
- De Jesús Rubio, J., Serrano, J., Figueroa, M., & Aguilar-Ibañez, C. F. (2014). Dynamic model with sensor and actuator for an articulated robotic arm. *Neural Computing and Applications*, 24(3), 573-581. doi:10.1007/s00521-012-1259-9
- Evliyaoglu, K. O., & Elitas, M. (2017). Design and Development of a Self-adaptive, Reconfigurable and Low-Cost Robotic Arm. Paper presented at the *Mechatronics and Robotics Engineering for Advanced and Intelligent Manufacturing*, Cham (Switzerland).
- Matulis, M., & Harvey, C. (2021). A robot arm digital twin utilising reinforcement learning. *Computers & Graphics*, 95, 106-114. doi:10.1016/j.cag.2021.01.011
- Ribeiro, J., Lima, R., Eckhardt, T., & Paiva, S. (2021). Robotic Process Automation and Artificial Intelligence in Industry 4.0 – A Literature review. *Procedia Computer Science*, 181, 51-58. doi:10.1016/j.procs.2021.01.104
- Siemasz, R., Tomczuk, K., & Malecha, Z. (2020). 3D printed robotic arm with elements of artificial intelligence. *Procedia Computer Science*, 176, 3741-3750. doi:10.1016/j.procs.2020.09.013

Xu, L. (2019). Remote Control and Monitoring System of Robotic Arm Using Raspberry Pi. Paper presented at the *Recent Developments in Mechatronics and Intelligent Robotics*, Cham (Switzerland).

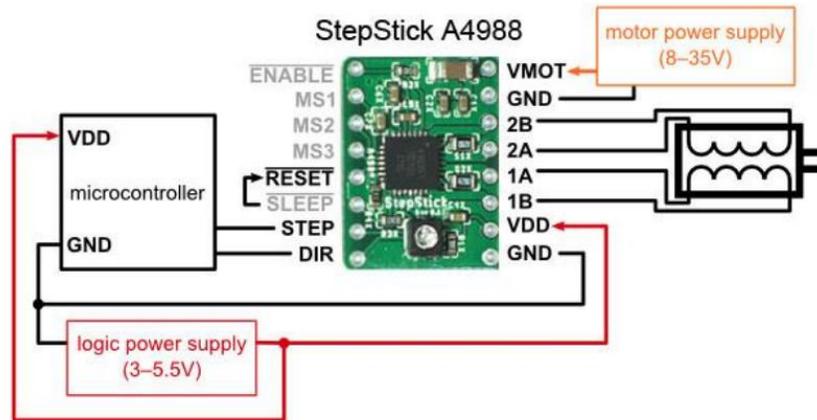
ANEXOS

Anexo 1.



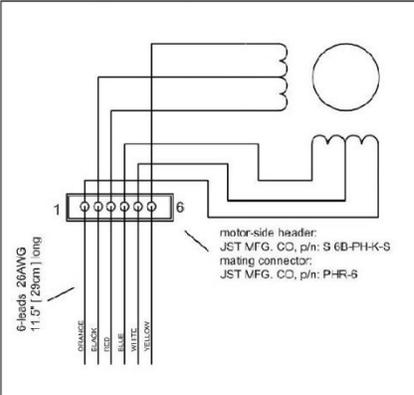
Arduino Nano (Herrero Herranz & Sánchez Allende, 2015)

Anexo 2.



Conexión del driver A4988 (De Bakker, 2020)

Anexo 3.

SPECIFICATIONS		(u) - UNIPOLAR connection (b) - BIPOLAR-SERIES connection
Step Angle	deg	1.8
Voltage	V DC	5.2 (u), 8.8(b)
Current / phase	A / phase	0.9 (u), 0.64(b)
Resistance / phase	ohm / phase	5.8 (u), 11.6 (b)
Inductance / phase	mH / phase	2.4 (u), 9.6 (b)
Holding Torque	oz-in	47 (u), 66 (b)
	N-cm	33 (u), 46 (b)
Detent Torque	oz-in	N/A
	N-cm	N/A
Rotor Inertia	oz-in ²	N/A
	g-cm ²	N/A
Weight	lbs	0.69
	kg	0.31

Características del motor STP-42D3018 (Kenshi, 2021)

Anexo 4.

Articulaciones		Sensores	
Grado de Libertad	Nombre	Pin Analógico	Unidad de entrada
GDL1	Hombro	A0	V
GDL2	Codo	A1	V
GDL3	Muñeca	A2	V
GDL4	Pinza	A3	V

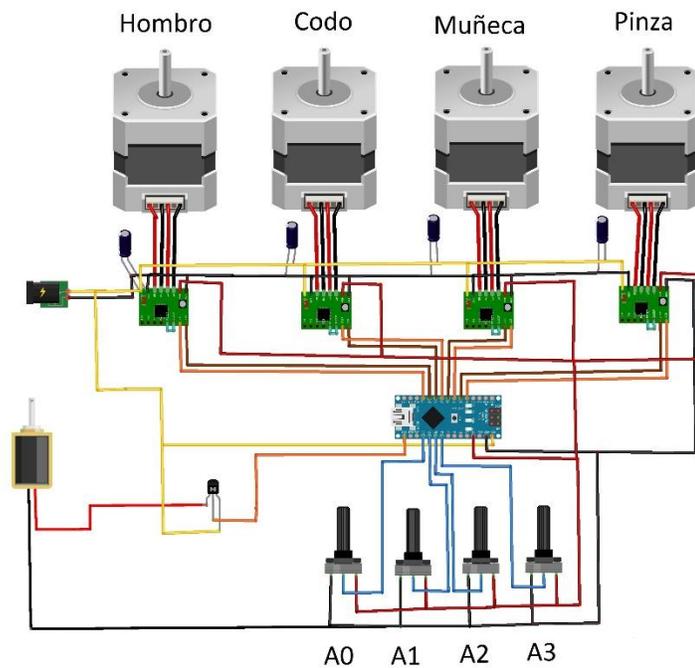
Articulaciones y sensores correspondientes

Anexo 5.

Ángulo de rotación		
Nombre	Mínimo	Máximo
Hombro	0°	270°
Codo	0°	90°
Muñeca	0°	90°
Pinza	0°	180°

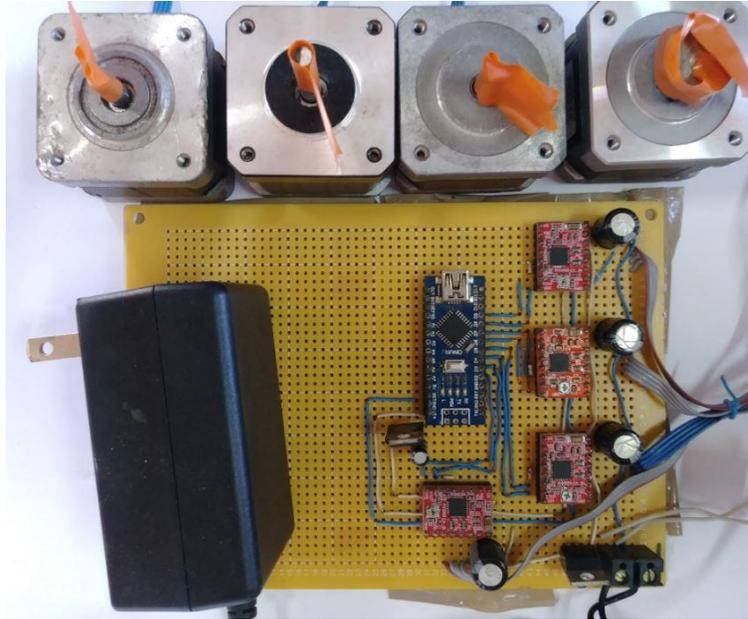
Rangos de movimiento angular por articulación

Anexo 6.



Diseño del circuito eléctrico

Anexo 7.



Circuito eléctrico del brazo robótico de 4 grados de libertad