

República de Cuba



Universidad de Matanzas

Facultad de Educación

Departamento de Matemática

**La dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de
solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía**

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

WALTER JESÚS NAVEIRA CARREÑO

Matanzas, 2022

República de Cuba



Universidad de Matanzas

Facultad de Educación

Departamento de Matemática

**La dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de
solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía**

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

Autor: Prof. Asit., Lic. Walter Jesús Naveira Carreño, M. Sc.

Tutores: Prof. Tit., Lic. María de los Ángeles Valdivia Sardiñas, M. Sc., Dr. C.

Prof. Tit., Lic. Manuel Guillermo Pino Batista, M. Sc., Dr. C.

Matanzas, 2022

DEDICATORIA

A mis padres

A Arlett y al Dr. Cooper

A mis tutores

A mis abuelas

A mis hermanos

A mis alumnos: los de ayer, los de hoy y los de mañana

A todos los que aman enseñar y aprender Matemática

A Mary y Bernardino

AGRADECIMIENTOS

Llegar a escribir estas líneas, que se ponen al principio y se escriben al final, es ya un símbolo para mí. Es el indicativo de que el proceso está llegando a su final. Y es justo este momento una magnífica oportunidad para agradecer a todos los que han permitido que este sueño se cumpla. No fueron pocos los obstáculos que aparecieron en el camino, pandemias mundiales y cambio de tutores, son solo pinceladas al cuadro en que se ha dibujado este proceso formativo. Sin embargo, la persistencia y el empeño personal unidos a la colaboración de muchos familiares, amigos, compañeros, profesores y directivos han hecho posible exhibir estos resultados.

Agradezco en primer lugar a mis padres: Por educarme en la disciplina y en los deseos de superación personal, por enseñarme que siempre se puede dar un poco más.

A mi compañera de vida: Por acompañarme, casi desde el primer día, en este empeño. Por ayudarme, orientarme, impulsarme, incluso por detenerme cuando fue necesario. He tenido en ti un pilar sobre el que nos hemos construido hasta hoy y lo seguiremos haciendo.

A mi tutora Dr. C. María de los Ángeles Valdivia Sardiñas: Por la sabiduría con que ha conducido esta investigación sin reparar en días ni horarios para debatir y aclarar dudas.

A mi tutor Dr. C. Manuel Guillermo Pino Batista: Por aportarme sus conocimientos mediante sus oportunos comentarios siempre con miradas en lograr mejores resultados.

A toda mi familia, no solo a la de sangre, que en esta etapa ha sido de gran apoyo con sus muestras de ayuda e incondicionalidad.

A los compañeros del Programa de Formación Doctoral en Ciencias de la Educación encabezados por su coordinadora Dr. C. Bárbara Maricely Fierro Chong, quienes aportaron sistemática y constructivamente al desarrollo de la investigación, entre ellos: Dr. C. Lourdes Tarifa Lozano, Dr. C. Mirta Betancourt, Dr. C. Vilma Ramos, Dr. C. Juan Jesús Mondéjar, Dr. C. Margarita González, Dr. C. Maritza Petterson, Dr. C. María de Lourdes Artola, Dr.

C. Luisa Suárez, Dr. C. Caridad Alonso, quienes condujeron colectivamente los talleres de tesis y contribuyeron a cimentar sus resultados.

A los profesores Dr. C. Mercedes Marrero Marrero y Dr. C. Yunieski Álvarez Mesa, oponentes de la predefensa, quienes contribuyeron al perfeccionamiento de esta investigación con sus sabias observaciones.

A la dirección de la UJC Municipal de Matanzas y a la Rectora de la Universidad de Matanzas quienes oportunamente comprendieron la necesidad liberarme de mis funciones como Secretario General de la Universidad de Matanzas en virtud de mi dedicación al doctorado.

Al M. Sc. Bernardino Alfredo Almeida Carazo: mi profesor de Didáctica de la Matemática, quien ha sido un irremplazable consultor y colaborador.

A la dirección de la Facultad de Educación y del Departamento de Matemática por su comprensión y apoyo.

A la carrera Economía de la Universidad de Matanzas por su cercana colaboración durante todo el desarrollo de la tesis.

A los colegas que participaron como expertos para la evaluación del resultado científico.

A mis estudiantes de Economía

A todos los que de alguna manera apoyaron en este proceso, muchas gracias:

El autor

SÍNTESIS

La solución de tareas matemáticas que demandan actividades mentales complejas y exigentes en la formación de economistas, determina la impronta de esta investigación orientada a elaborar una estrategia didáctica para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía. En ella se propone como fundamento teórico la unidad dialéctica entre las funciones de la dirección educacional y los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de estos contenidos matemáticos. Estos últimos, matizados por un entramado de complejas relaciones interdisciplinarias entre la economía y el cálculo diferencial e integral. En la tesis se diagnostica el estado actual de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía mediante la aplicación de métodos de la investigación que permitieron conocer el comportamiento de las dimensiones e indicadores de la variable dependiente. Para resolver las insuficiencias detectadas se elabora una estrategia didáctica. La consulta realizada a un panel de expertos determinó que este resultado es válido. Su implementación en la práctica y la comparación con el diagnóstico así lo corroboró.

	Pág.
ÍNDICE	
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1: EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DESARROLLADOR DE LOS PROCEDIMIENTOS DE SOLUCIÓN EN EL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL Y SU DIRECCIÓN EN LA CARRERA ECONOMÍA.....	11
1.1. La dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de la Matemática en la Educación Superior	12
1.2. Los procedimientos de solución de la Matemática.....	30
1.2.1. Los procedimientos heurísticos	39
1.2.2. Los procedimientos algorítmicos.....	44
1.3. El cálculo diferencial e integral y la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de sus procedimientos de solución en la carrera Economía	50
Consideraciones finales del capítulo.....	67
CAPÍTULO 2: ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA DIRECCIÓN DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DESARROLLADOR DE LOS PROCEDIMIENTOS DE SOLUCIÓN EN EL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL EN LA CARRERA ECONOMÍA DE LA UNIVERSIDAD DE MATANZAS	68
2.1. Diagnóstico del estado actual de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía en la Universidad de Matanzas	69
2.1.1. Operacionalización de la variable	69
2.1.2. Metodología e Instrumentos	72
2.1.3. Análisis de los resultados de los instrumentos aplicados	75
2.2. Estrategia didáctica para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía de la Universidad de Matanzas.....	80
2.2.1. Concepción de la estrategia didáctica.....	80
2.2.2. Fundamentos y requisitos de la estrategia didáctica.....	86
2.2.3. Etapas de la estrategia didáctica	95
2.3. Resultados de la validación teórica e implementación práctica de la estrategia didáctica.....	99
2.3.1. Resultados de la valoración por el panel de expertos	99
2.3.2. La implementación práctica de la estrategia didáctica: sus resultados.....	103
2.3.3. Valoración de los resultados de la aplicación de la estrategia didáctica	109
Consideraciones finales del capítulo.....	115
CONCLUSIONES	116
RECOMENDACIONES.....	117
BIBLIOGRAFÍA	
ANEXOS	

INTRODUCCIÓN

En los dos últimos congresos del Partido Comunista de Cuba (Cuba, 2016a, 2016b, 2021) la economía se ha abordado como uno de los temas centrales con la finalidad de sobreponerse al bloqueo y orientar la nación hacia el desarrollo. Estos magnos eventos han subrayado la importancia que tiene, para el desarrollo del país, contar con profesionales especializados en economía que resuelvan sus problemas fundamentales desde la teoría, la práctica y la investigación científica. Con este fin se ha concebido el plan de estudios E para la formación de profesionales de nivel superior y particularmente economistas en las universidades cubanas (MES, 2018a).

La carrera Economía en Cuba tiene como objetivo la formación integral de profesionales para “resolver los problemas del sistema económico cubano, el cual comprende las relaciones de producción, distribución, cambio y consumo de la riqueza social para el desarrollo socialista; a nivel nacional, sectorial y empresarial, en su interacción con el entorno internacional” (MES, 2018a). La formación integral del economista requiere la adquisición de diversos contenidos de las diferentes ciencias que concurren en su plan de estudios mediante la articulación de los procesos sustantivos de la Educación Superior: formación, investigación y extensión universitaria. Se coincide con Mayer & Gróf (2020) en que la matemática¹ brinda a la carrera Economía sustentos teóricos y prácticos que han sido aplicados históricamente para conocer con mayor profundidad la dinámica de las relaciones sociales de producción. Las aplicaciones de esta ciencia a la economía² son múltiples y su conocimiento es indispensable para los economistas.

De acuerdo con Monsalve Gómez (2019) el cálculo es una de las partes de la ciencia matemática que más se usa en la economía para la modelación de diversos fenómenos y

¹ Se escribe Matemática en mayúsculas o minúsculas para diferenciar la asignatura y la ciencia respectivamente.

² Se escribe Economía en mayúsculas o minúsculas para diferenciar la carrera de la ciencia respectivamente.

procesos que atañan su objeto de estudio, de manera tal que su conocimiento es esencial para el desarrollo del economista.

En Cuba, la carrera Economía incluye contenidos del cálculo diferencial e integral en su plan de estudios a través de la disciplina Ciencias Matemáticas, Estadísticas e Informáticas. Uno de los aportes fundamentales del aprendizaje de estos contenidos a la formación integral del economista está relacionado con las maneras de proceder que requieren las tareas matemáticas que se formulan con ellos, las cuales preparan al estudiante para resolver diversas problemáticas mediante el empleo de los procedimientos de solución.

Diversas investigaciones tanto cubanas como foráneas (Ashraf, 2020; Báez et al., 2017; Barroso Pedroso, 2015; Burgos et al., 2021; Mendezabal & Tindowen, 2018; Nardín Aranela et al., 2017; Pérez González, 2020; Pérez González et al., 2019; Pramuditya & Sulaiman, 2019; Ramdani & Rohaeni, 2018; Ramdani et al., 2019; Rodríguez Rabelo, 2018; Wintarti & Fardah, 2019; Zetriuslita & Ariawan, 2021) han profundizado en el proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial e integral y sus procedimientos de solución. Los autores abordan esta problemática desde diversas perspectivas (onto-semiótica, desarrolladora o problematizadora) y arriban a contribuciones teóricas a fin de modelar didácticamente las exigencias de este proceso para la Educación Superior, particularmente para carreras como ingenierías u otras centradas en la administración. Sin embargo, sus autores no indican cómo debe transcurrir la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de estos contenidos. En estos trabajos no se refiere la importancia de las funciones que se atribuyen a la dirección de procesos y en particular al proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral, relacionados con sus dimensiones y componentes didácticos.

Por otra parte, en la Educación Superior, existen investigaciones sobre los procedimientos de solución y la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje en asignaturas relacionadas

con la Didáctica de la Matemática en carreras de perfil pedagógico, es decir, dirigidas a la formación inicial del profesional de la educación (Albarrán Pedroso, 2004; Almeida Carazo et al., 2001; Castro Hermidas, 1998; Valdivia Sardiñas, 2009) que tienen como su basamento teórico-metodológico los principales aportes en el contexto de la Didáctica de la Matemática de las educaciones Primaria y Media Superior, así como la Teoría de la Dirección Educativa. En correspondencia con lo anterior, la sistematización realizada desde el trabajo científico y metodológico acerca de los procedimientos de solución de la Matemática como concepto permitió diferenciarlos en dos clases: los heurísticos y los algorítmicos (Ballester Pedroso et al., 1992), esta clasificación es ampliamente utilizada en la actualidad (Ballester Pedroso et al., 2018; Campos Acosta, 2019; Gamboa Graus, 2020; Jiang et al., 2020; Lautert & Schliemann, 2021; Moshref-Javadi et al., 2020; Naveira-Carreño et al., 2021; Naveira Carreño, 2019; Naveira Carreño & González Hernández, 2019; Valdivia Sardiñas & Naveira Carreño, 2020; Zhao & Schuchardt, 2021).

Los autores (Babintseva, 2021; Bonilla Carmona, 2020; Díaz Lozada & Díaz Fuentes, 2018; Gómez Clavijo & Fiallo Rendón, 2019; Shahbari, 2020) reconocen la estrecha relación entre las formas de trabajo y de pensamiento fundamentales de la ciencia matemática y sus procedimientos de solución, la cual permite estructurar programas heurísticos específicos para otras situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática (Albornoz & Zamora, 2021; Ballester Pedroso et al., 1992; del Risco Machado & Rodríguez Nuñez, 2020; Jungk, 1981; Ledo Miralles et al., 2020; Müller, 1988; Valdivia Sardiñas, 2009; Zilmer, 1981).

Un aspecto novedoso relacionado con el proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución de la Matemática tiene que ver con su carácter desarrollador. De acuerdo con Ballester Pedroso et al. (2018) este proceso debe orientarse hacia el logro de niveles superiores de independencia y creatividad de los estudiantes a partir de la consideración de la significatividad y la motivación. Por su parte, González Monsibáez &

Duvergel Vázquez (2020); Vázquez Furelos et al. (2020) consideran que esta característica permite que los estudiantes alcancen mejores resultados en su aprendizaje, puesto que está orientado a su vida futura, lo cual es esencial para la Educación Superior.

Al revisar el programa de la disciplina Ciencias Matemáticas, Estadísticas e Informáticas (MES, 2018a) se encontraron referencias a los procedimientos de solución que deben dominar los estudiantes de la carrera Economía para resolver ejercicios y problemas en el cálculo diferencial e integral. Estos procedimientos de solución se caracterizan por combinar el contenido matemático con aplicaciones a las ciencias económicas, sin embargo, en este documento no se ofrecen indicaciones metodológicas para la dirección de su proceso de enseñanza-aprendizaje.

A partir de los antecedentes teóricos planteados se considera transcendental atender no solo el proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral, sino la dirección de este desde una perspectiva desarrolladora. Este criterio está sustentado en la necesidad de la particularización del objeto de estudio de la didáctica general y su enseñanza en la Educación Superior planteado por Addine-García (2017) a los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía, al articularse con la propuesta de profesores de Matemática cubanos (Gibert-Benítez, 2012; Ballester-Pedroso et al., 2018) para concebir desarrolladoramente este proceso.

Por otra parte, en indagaciones empíricas realizadas por el doctorando, tanto en las observaciones a clases como la revisión del plan de clases de los profesores del Departamento de Matemática de la Universidad de Matanzas que imparten el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía, se constataron las siguientes insuficiencias:

- Existencia de dificultades para planificar y organizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución.

- Presentación de tareas matemáticas descontextualizadas que no resultan motivantes ni significativas para los estudiantes.
- La solución de tareas complejas la realiza el profesor, sin detenerse a estimular a los estudiantes para la construcción de procedimientos de manera independiente.
- El control y evaluación solo se realiza en las pruebas parciales y finales, esta función se observó muy limitada en las clases prácticas, donde los estudiantes hacen un esfuerzo por repetir el accionar del profesor, pero al carecer de procedimientos que estimulen su pensamiento para enfrentar la nueva tarea lo conducen al fracaso.

De esta manera, se evidencia falta de conocimiento de los profesores sobre las funciones de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución y su accionar en la práctica educativa, así como el limitado aprendizaje de los estudiantes, por lo que se hace necesario la realización de investigaciones que contribuyan a la construcción de una Didáctica de la Matemática de la Educación Superior que al tener en cuenta los procesos sustantivos de este nivel educativo favorezcan preparación de los profesores universitarios en aras de conseguir mejores resultados en el aprendizaje y formación de los estudiantes.

A partir de los análisis anteriores el doctorando considera que existe un vacío teórico en la articulación de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía desde los fundamentos de la didáctica de la Educación Superior, en tanto estos no han sido sistematizados a tenor de las exigencias de este nivel educativo.

De lo anterior se considera la existencia de una contradicción entre la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral y los resultados que se obtienen en la práctica durante la dirección de este proceso en la carrera Economía que no permiten evidenciar su carácter desarrollador.

Lo que permitió plantearse el siguiente problema científico ¿cómo contribuir a la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía?

Se reconoce como objeto de la investigación la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución de la Matemática y como campo de acción la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía. Esta investigación tiene como objetivo elaborar una estrategia didáctica para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía.

Para orientar el proceso investigativo el doctorando se planteó las siguientes preguntas científicas:

1. ¿Cuáles son los fundamentos teórico-metodológicos que sustentan la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía?
2. ¿Cuál es el estado actual de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía de la Universidad de Matanzas?
3. ¿Cuáles son los componentes y la estructura de una estrategia didáctica para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía?
4. ¿Qué resultados se obtienen en la validación teórica por un panel de expertos y en la implementación práctica de la estrategia didáctica para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía de la Universidad de Matanzas?

Para responder estas preguntas se plantean las siguientes tareas de investigación:

1. Determinación de los fundamentos teórico-metodológicos para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía.
2. Diagnóstico del estado actual de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía de la Universidad de Matanzas.
3. Conformación de una estrategia didáctica para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía.
4. Valoración de la estrategia didáctica a través del criterio de un panel de expertos y de su implementación práctica en el primer año de la carrera Economía de la Universidad de Matanzas.

Se seleccionaron cuatro unidades de análisis para el desarrollo de la investigación con carácter intencionado. Las unidades integradas por estudiantes se seleccionaron a partir del criterio estar cursando contenidos del cálculo diferencial e integral. Los profesores se seleccionaron a partir de su experiencia en la enseñanza del cálculo diferencial e integral o en la enseñanza de la Matemática en carreras relacionadas con la Economía.

La dialéctica materialista de la filosofía marxista leninista operó como método filosófico general de la investigación, lo que permitió concebir el problema en toda su integralidad y complejidad. Del nivel teórico se emplearon los siguientes métodos:

El método histórico-lógico se empleó para estudiar las regularidades que presenta la dirección del proceso de enseñanza -aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en diferentes contextos de la enseñanza de la Matemática.

El método analítico-sintético permitió separar el todo en sus partes para profundizar individualmente en los elementos claves de la investigación para luego sintetizar esta información y arribar a nuevos conocimientos acerca del objeto de investigación.

El método inductivo-deductivo se utilizó para la fundamentación del problema de investigación y la propuesta de solución, así como lograr la generalización del estudio y la posibilidad de la implementación de la estrategia didáctica propuesta.

El método hipotético-deductivo favoreció la determinación de las dimensiones e indicadores que estructuran la operacionalización de la variable dependiente para su estudio, a la vez que se concibe como un todo indivisible en la práctica.

La modelación permitió conformar la estrategia didáctica como un sistema coherente en función de contribuir a la transformación de la realidad hacia estados cualitativamente superiores.

Los métodos del nivel empírico se emplearon para fundamentar el problema de la investigación, así como para evaluar y caracterizar el comportamiento de los indicadores integrantes de las dimensiones que componen la variable de la investigación. Entre ellos:

El análisis documental permitió la revisión de documentos legales y metodológicos (plan de clases y programa analítico de la asignatura) para estudiar la situación real y deseada de la variable.

La observación se empleó en clases donde se impartieron contenidos del cálculo diferencial e integral por otros profesores del colectivo, para observar el proceder del profesor y el de los estudiantes ante distintas tareas vinculadas con los procedimientos de solución.

La entrevista se utilizó para determinar los criterios de los estudiantes en torno a su aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral, así como para profundizar en sus actitudes y opiniones relativas a su aprendizaje.

La encuesta fue utilizada para comprobar la manera en que los profesores de Matemática de la Universidad de Matanzas dirigen el proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución en las diversas carreras de ciencias empresariales.

El empleo de la prueba pedagógica permitió valorar el dominio y aplicación de la base conceptual del cálculo diferencial e integral a situaciones reales.

El método de criterio de expertos permitió conformar un juicio de valor positivo del resultado científico propuesto antes de su implementación en la práctica educativa.

La triangulación fue empleada para cruzar la información aportada por los diferentes instrumentos que se aplicaron y llegar a generalizaciones del comportamiento de la variable de investigación en las unidades de análisis.

Se emplearon métodos estadístico-matemáticos como:

El análisis porcentual se utilizó para procesar numéricamente la información obtenida desde la teoría y la práctica.

Las medidas de tendencia central se emplearon para caracterizar las tendencias de los datos obtenidos, así como para la determinación de los elementos más comunes.

Las medidas de dispersión fueron útiles para el estudio del comportamiento de los datos en torno a valores medios, lo que permitió verificar la validez de las características que se determinan a partir de valores centrales.

La contribución a la teoría de la presente investigación radica en su aporte a la Didáctica de la Matemática de la Educación Superior mediante el establecimiento de relaciones entre la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral y los procesos sustantivos que tienen lugar en este nivel educativo. Para ello se considera el sistema de relaciones entre el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de dichos procedimientos de solución y el currículo del economista.

La conceptualización de la variable dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía y la determinación de las dimensiones e indicadores que permitieron estudiarla en su estado actual, así como evaluar sus transformaciones como parte del proceso de validación de la estrategia didáctica propuesta.

La significación práctica se concreta en las potencialidades transformadoras de la estrategia didáctica, la cual aporta un instrumento para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo e integral en la carrera Economía, lo que se evidenció en los resultados obtenidos a partir de su introducción en la práctica educativa. Además, en la propuesta de un material complementario para la preparación del profesor de Matemática Superior con vista a la aplicación de la estrategia didáctica.

La novedad científica consiste en la articulación que se establece en una estrategia didáctica entre los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral y su dirección, para resolver problemas de la Economía que devienen en tareas matemáticas contextualizadas a la profesión, donde se realiza una aproximación al tratamiento de las situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática y el empleo de los procedimientos heurísticos durante la aplicación del Programa Heurístico General en el ámbito de la Educación Superior, lo cual contribuye a mejorar los resultados de los estudiantes al lograr el aprendizaje desarrollador de la Matemática Superior.

La tesis consta de introducción, dos capítulos: el primero referido a los fundamentos teórico-metodológicos y el segundo al diagnóstico, la propuesta de resultado y su validación, además cuenta con conclusiones, recomendaciones y los anexos que se consideraron necesarios.

**CAPÍTULO 1: EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE
DESARROLLADOR DE LOS PROCEDIMIENTOS DE SOLUCIÓN EN EL
CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL Y SU DIRECCIÓN EN LA CARRERA
ECONOMÍA**

Capítulo 1: El proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral y su dirección en la carrera Economía

En este capítulo se abordan los fundamentos teórico-metodológicos que sustentan la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía. En él se definen los conceptos fundamentales y se establecen entre ellos todo el conjunto de relaciones que permiten concebir a esta parte de la realidad. Para ello se parten desde posiciones filosóficas, psicológicas, pedagógicas y didácticas cuya articulación con el contenido matemático y sus aplicaciones permite construir conceptualmente la investigación

1.1. La dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de la Matemática en la Educación Superior

Desde su surgimiento en la Edad Media las universidades han asumido diversos enfoques relativos a la formación de sus estudiantes, así como respecto al sistema de interrelaciones que establecen con la sociedad el cual se transforma sistemáticamente de acuerdo al desarrollo alcanzado por las ciencias en cada período histórico concreto. Es así que en el siglo XXI surgen nuevos retos para estas instituciones a partir de los problemas actuales de la ciencia, la tecnología y la sociedad que demandan su papel cada vez más protagónico como centro productor de la cultura necesaria para la transformación desarrolladora de la sociedad.

Atender estas exigencias requiere, además, la reflexión acerca de las vías que deben emplearse para satisfacer esta necesidad social con la formación de profesionales competentes y con elevado compromiso social que sean capaces de contribuir a la solución de los problemas más apremiantes del medio social en el que se desenvuelve.

El estudio por la vía científica de la problemática señalada ha dado origen a la Didáctica de la Educación Superior (Díaz Ocampo & Venet Muñoz, 2020). El surgimiento de esta

disciplina se ha visto atrasado con respecto a las didácticas específicas de otros niveles educativos (Moreno Olivos, 2011), puesto que su necesidad ha sido puesta en duda. La progresiva profesionalización de profesores universitarios ha marcado el punto de inflexión que permite ubicar a la Didáctica de la Educación Superior como una didáctica particular. Esta ciencia ha sido abordada por diferentes autores nacionales y foráneos, entre ellos (Brovka & Medvedev, 2020; Díaz Ocampo & Venet Muñoz, 2020; Hernández Infante & Infante Miranda, 2017; Mayorga Fernández & Madrid Vivar, 2010; Montes de Oca Recio et al., 2019; Moreno Olivos, 2011; Souza et al., 2020), quienes coinciden en el papel primordial que presenta, de una parte, la formación integral matizada por la articulación de los procesos sustantivos y por otra el propio proceso formativo.

El doctorando asume estos referentes, no sin antes acotar que es necesario comprender no solo las características del proceso formativo y las aspiraciones que se tienen respecto a él, sino todo el conjunto de elementos asociados a la práctica social que intervienen en este proceso entre los que se destacan, fundamentalmente, las particularidades psicológicas de los sujetos que se forman en todos los aspectos relacionados con el aprendizaje y la educación, y las características del contexto universitario en virtud de los procesos sustantivos que tienen lugar en él.

En concordancia con lo expresado anteriormente, los autores (Álvarez Gómez et al., 2021; García Abad & González Fernández-Larrea, 2021; Guillen Pereira et al., 2020; Hidalgo Valdés et al., 2021; Tapia Sosa & Estrabao Pérez, 2018; Zabaleta, 2018) consideran que el proceso de enseñanza-aprendizaje que tiene lugar en la Educación Superior está orientado a la concreción de tres funciones o procesos sustantivos, ellos son: la formación, la investigación y la extensión universitaria. El doctorando se adscribe a este criterio y considera esencial que en este nivel educativo todo aprendizaje esté orientado a estos tres procesos sustantivos. Se considera, además, que es imprescindible tener en cuenta los

elementos distintivos de la profesión para el diseño del sistema de acciones que se deben suceder para lograr la formación integral de un profesional.

En este sentido se hace necesario concebir integralmente un proyecto que ordene la formación del estudiante en la Educación Superior en correspondencia con las necesidades de su profesión. En virtud de lo anterior, diversos autores (Addine Fernández, 2017; Castillo Gómez, 2020; Machado Ramírez & Montes de Oca Recio, 2020; Villalaz-Castro & Medina-Zuta, 2020) proponen la categoría currículo. Los autores MES (2016) coinciden en que el currículo está orientado a determinar aquellos elementos que modelan el perfil de un profesional, así como el conjunto de conocimientos, habilidades, capacidades, experiencias, actitudes, aptitudes y valores que deben integrarse para la formación integral de determinado profesional.

Sin embargo, se asume el criterio dado por Addine Fernández (2017) quien, además de considerar elementos como los referidos por otros autores señala el carácter procesal e histórico-concreto que posee esta categoría. Esta interpretación dialéctica permite a la autora destacar la capacidad que tiene el currículo de ser rediseñado sistemáticamente en correspondencia con aquellos adelantos del conocimiento humano que así lo exijan. El doctorando considera que debe existir una articulación entre el currículo de una profesión y los procesos sustantivos de la Educación Superior, en tanto estos, de acuerdo con los autores (Addine Fernández, 2017; Aranda et al., 2020; Cabrera Marrero et al., 2017; Fonseca Pérez & Gamboa Graus, 2017; Freire et al., 2018; Patton & Prince, 2018; Rodríguez-Castro, 2018) actúan como agentes dinamizadores a través de los cuales se desarrolla el currículo, lo cual debe ser atendido desde el diseño curricular. En Cuba, con el tránsito a los planes de estudio E se ha profundizado en la formación de profesionales de perfil amplio para desempeñar funciones en el eslabón base de su profesión (MES, 2016), hacia estos elementos se orienta,

para cada carrera, el objeto de la profesión, los problemas y los modos de actuación profesionales.

Con vista en lo anteriormente referido se seleccionan para cada carrera aquellos elementos de la experiencia y la cultura humanas que le permitan al estudiante desempeñarse con independencia y creatividad en su puesto de trabajo una vez culmine su formación inicial.

Un elemento que aparece con cierta frecuencia en el currículo de diversas carreras que así lo demandan, está relacionado con la matemática. Esta ciencia surgida de la necesidad humana de controlar sus producciones, ganado, terrenos, entre otros aspectos de la práctica, ha sido perfeccionada a partir de la dedicación de numerosos hombres a lo largo de la historia. Sus aplicaciones se extienden a todo el conocimiento humano y se considera como una de las ciencias básicas para el desarrollo científico-técnico de la humanidad. Ella ha sido transmitida como parte de la cultura humana sobre la base de un lenguaje universal sustentado en códigos de simbología y terminología matemáticas que dotan de precisión a sus resultados y permiten la modelación matemática de múltiples procesos ya sean físicos, biológicos, sociales, económicos, entre otros.

Estas razones le han asegurado un lugar, como disciplina, en los planes de estudio de disímiles carreras. De esta manera aparece la Matemática como asignatura, destinada a preparar a los estudiantes para la vida mediante las contribuciones que hace al desarrollo del pensamiento lógico, lo que resulta clave para el desarrollo humano en todos los sectores. En la Educación Superior la Matemática actúa como herramienta o base de otros contenidos propios de aquellas carreras que los demandan, excepto en las que están dirigidas a la propia ciencia matemática o a su enseñanza. Por esta razón se concuerda con (Aguilera Castro et al., 2021; Gil Luis & Alfonso Morejón, 2021; González Aguilera et al., 2021; Medina Viñamagua, 2020; Ramos-Barrera & Bello-Rodríguez, 2020) quienes consideran que en este

nivel educativo la enseñanza de la Matemática está basada en el tipo de profesional que se pretende formar.

No obstante, este análisis no debe hacerse de manera mecánica, sino que el profesor debe ser capaz de articular los contenidos matemáticos con los contenidos específicos de la carrera, con especial atención en los objetivos del año en que se imparten, de modo que se contribuya a la apropiación de la cultura de la profesión en la que se forma el estudiante. De la misma manera la Matemática debe orientarse perspectivamente a fin de contribuir a aquellos contenidos a los que sirve como base conceptual o procedimental.

En este sentido, aprender Matemática, es un elemento decisivo en la formación integral de un profesional. El aprendizaje de la Matemática no solo requiere comprender los conceptos y las relaciones que se dan entre ellos y memorizar las acciones para aplicar determinada operación. Este exige la incorporación de formas de pensamiento que son esenciales para afrontar las complejidades de la vida, cuya formación inicia formalmente con su propio aprendizaje y es esencial en el ejercicio de la profesión.

El proceso de aprendizaje de la Matemática guarda consigo la complejidad de la propia realidad que estudia esta ciencia. Por esta razón la mayoría de los individuos necesita la presencia de mediadores para aprender Matemática. La Universidad provee a sus estudiantes de profesores de Matemática que los guían en su aprendizaje en un proceso social más complejo denominado proceso de enseñanza-aprendizaje.

El proceso de enseñanza-aprendizaje, como categoría de la Didáctica ha sido abordado por diversos autores hasta la fecha (Addine-Fernández & Batista-García, 2020; Addine Fernández, 2017; Addine Fernández & García Batista, 2020; Álvarez-Mesa, 2011; Bravo López & Cáceres Mesa, 2002; Bueno Hernández, 2019; Gil Luis & Alfonso Morejón, 2021; Ginoris Quesada, 2008; González Soca et al., 2004; Martínez Castellini, 2020; Naveira Carreño & González Hernández, 2021; Sanz Cabrera & González Pérez, 2016), sin embargo,

en las definiciones aportadas por casi todos los autores citados emergen limitaciones relativas a su alcance. Estas limitaciones están referidas, en lo fundamental, al contenido del proceso y a la concepción que presentan de la actividad humana. Por otra parte, la definición aportada por Sanz Cabrera & González Pérez (2016) formulada para la Educación Superior ofrece una amplia concepción de esta categoría al declarar que constituye “un marco de interacción y de comunicación entre varios sujetos. Un proceso de mediación social, donde se da tanto la socialización como la individualización, mediante la apropiación de la experiencia histórico-social legada por la humanidad, reconstruida y enriquecida por un ser que deviene autónomo en su quehacer, pensar y sentir” (p. 186).

En el marco de esta investigación la definición aporta una base para la concreción de fenómenos particulares orientados a la Matemática y a la resolución de sus tareas en el contexto de su aprendizaje. En ella se indican funciones que deben cumplirse por parte de los actores que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje a la vez que se comprenden como sujetos en toda su complejidad. Sus autores precisan algunos elementos que caracterizan y distinguen a este proceso, ellas son:

- “Las cualidades, tales como la sistematicidad, intencionalidad, organización y estructuración, tanto el sistema de relaciones como de la experiencia histórico-cultural que se selecciona y jerarquiza para su apropiación por el estudiante
- Su objeto: el estudiante como sujeto de aprendizaje.
- Su objetivo: la formación integral del estudiante y no reducirla solo a la esfera cognitiva, que por demás no es posible separar de otras dimensiones de la personalidad.
- Su intencionalidad social: la formación como profesionales.
- La especificidad de la actividad conjunta profesor-estudiante-grupo en la consecución de los objetivos formativos y en las funciones de cada uno.

- Su significación, su papel esencial, como vía socialmente institucionalizada para promover el desarrollo de los estudiantes.” (Sanz Cabrera & González Pérez, 2016, p. 186).

Para el caso de la Matemática este proceso debe redundar en el aprendizaje de conceptos, teoremas y procedimientos que acompañados de formas de trabajo y de pensamiento propias de la ciencia matemática le permitan al estudiante actuar con independencia en la resolución de tareas matemáticas orientadas a su profesión y a la propia práctica. Sin embargo, se reconoce por diversos autores (González Monsibáez & Duvergel Vázquez, 2020; Padilla Rodríguez & Armellini, 2021; Rico Montero, 2021) que este proceso debe poseer otras características que permitan que sea conducente al desarrollo de los estudiantes, es decir que el resultado final sea el aprendizaje desarrollador de la Matemática. Es interés de esta investigación atender el proceso mediante el cual se produce tal clase de aprendizaje. En esta dirección los autores Ballester Pedroso et al. (2018) proponen que el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de la Matemática se conciba como “un sistema en el cual, tanto la enseñanza y el aprendizaje son subsistemas que garantizan la apropiación activa, creadora, reflexiva, significativa y motivada del contenido matemático, como parte de la cultura general integral, teniendo en cuenta el desarrollo actual, con el propósito de ampliar continuamente los límites de la zona de desarrollo próximo” (p. 8).

Esta definición se asume por las potencialidades que ofrece para comprender los roles de los sujetos que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje en cada uno de sus subsistemas. También, evidencia una coherencia con la definición asumida de proceso de enseñanza-aprendizaje, de manera que logra particularizarla al caso de la Matemática. Por último, en ella se sintetiza el tránsito gradual del estudiante hacia niveles de independencia y regulación superiores a partir del establecimiento de relaciones significativas con el contenido matemático que potencien su motivación por aprender.

En este proceso intervienen los componentes didácticos declarados por la Didáctica General en los trabajos de los autores (Addine-Fernández & Batista-García, 2020; García Martínez & González Sanmamed, 2020; González Soca et al., 2004; Sanz Cabrera & González Pérez, 2016). Ellos coinciden en que estos se agrupan en dos clases componentes: personales y personalizados. En el primer conjunto aparecen como componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje el profesor, el estudiante y el grupo.

Existen diversas concepciones acerca de cuáles son los componentes personalizados que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje. A partir del análisis de las propuestas encontradas en la literatura, el doctorando asume un sistema de relaciones entre los componentes personalizados que le permite evidenciar la necesidad del surgimiento de cada componente, así como las relaciones de contradicción e interdependencia que existen entre ellos, el cual se resume a continuación:

Se considera al objetivo como el componente del proceso que orienta la configuración adoptada por el resto de los componentes, por lo que se designa como el componente rector de este. Lo anterior ocurre en medio de una tensión con el contenido del proceso, componente que determina qué se enseña y se aprende. La tensión referida ve su solución con la aparición del método. Este orienta las acciones y operaciones del profesor para que los estudiantes se apropien del contenido y logren los objetivos propuestos. Para ello el profesor emplea medios que constituyen la representación o el soporte material del método de enseñanza, los cuales son también un componente del proceso de enseñanza-aprendizaje. Los métodos tienen su reflejo, además, en las maneras en las que se organiza externamente el proceso, es decir la forma de organización como componente del proceso. Por otra parte, constantemente se debe controlar el cumplimiento de los objetivos propuestos, por lo que aparece el componente evaluación, dirigido a formar juicios de valor acerca del aprendizaje de los estudiantes.

La articulación coherente de estos componentes en el proceso es responsabilidad del profesor en su papel dirigente del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de la Matemática. Este proceso demanda una comunicación afectiva entre los componentes personales del proceso que permita el desarrollo de actividades diseñadas intencionalmente que estén dirigidas a la apropiación del contenido matemático con las características que se señalan en la definición. En este proceso el accionar didáctico del profesor deber estar orientado a que los estudiantes conformen estrategias de aprendizaje que permitan aprender a aprender Matemática, de modo que se concibe que no solo es importante asimilar conscientemente el contenido matemático, sino atender cómo se aprende según las propias individualidades de cada estudiante. Lo anterior constituye una expresión del desarrollo sistemático que debe caracterizar una personalidad integral y autodeterminada como la que se pretende formar. Resulta esencial para comprender el aprendizaje desarrollador de la Matemática profundizar en sus dimensiones. Estas fueron dadas en su aspecto más general por Castellanos-Simons et al. (2002); Rodríguez Ortiz, M., & Rodríguez Morffi, N. (2013); Hernández Infante, R. C., & Infante Miranda, M. E. (2017) y particularizadas para la enseñanza de la Matemática por Jiménez Milián (2005); Gibert Benítez (2012); Ballester Pedroso et al. (2018) y Naveira Carreño & Valdivia Sardiñas (2022).

Estos autores destacan que la activación-regulación está conformada en primer lugar, por la actividad intelectual, productiva y creadora en la Matemática. Ella se manifiesta mediante conceptos, proposiciones, procedimientos de solución, técnicas de trabajo mental y práctico. Se incluyen, además, estrategias de aprendizaje generales y específicas que se imbrican armónicamente con la formación y desarrollo de sentimientos, actitudes y valores, los cuales se aplican en la formulación y resolución de problemas. Por otra parte, el estudiante debe reconocerse a sí como aprendiz de Matemática, en el conocimiento de las tareas de aprendizaje y de las estrategias que debe aplicar para aprender y aprender a aprender

Matemática. De igual manera debe incluir el dominio de formas para el control de su actividad en función de racionalizar su trabajo mental y práctico, así como la evaluación y corrección de las tareas que realiza en su proceso de aprendizaje.

La significatividad como dimensión del aprendizaje desarrollador de la Matemática consiste en el establecimiento de relaciones significativas en el aprendizaje de los contenidos matemáticos y sus consecuencias en la formación de sentimientos, actitudes y valores. Esta se manifiesta en las relaciones que potencialmente se pueden establecer entre los nuevos conocimientos y los anteriores, con los de otras disciplinas del currículo, con sus experiencias y en general con su esfera afectivo-motivacional. Se expresa en la construcción permanente de formas de pensar y actuar, lo que favorece aprender a aprender Matemática en disímiles escenarios de aprendizaje, mediados por la implicación personal (mediante valoraciones, reflexiones, puntos de vista, perspectivas, análisis de consecuencias, criterios, comparaciones con experiencias previas, entre otros) que declare la manera en que se relacionan los contenidos con su comportamiento, sus sentimientos y su relación con el mundo. El vínculo de la Matemática con los contenidos propios de la profesión del estudiante resalta como una de las fuentes fundamentales para el establecimiento de relaciones significativas. El profesor debe seleccionar ejercicios, problemas y situaciones de la ciencia en la que se forma el estudiante y plantearlos como punto de partida o ejemplos de aplicación de nuevos contenidos matemáticos que se imparten.

La motivación por aprender constituye la tercera dimensión del aprendizaje desarrollador de la Matemática. Ella está constituida por las motivaciones fundamentalmente intramatemáticas hacia el aprendizaje y el sistema de autovaloraciones y expectativas positivas en relación con él. Esta aparece, además, cuando se estimula la motivación extramatemática y la intramatemática en estrecha vinculación con los intereses, necesidades y motivos de los estudiantes, de modo que se identifiquen contradicciones e incompletitudes

ya sea de la Matemática o de la práctica, así como propias que conduzcan el planteamiento de objetivos individuales y grupales de aprendizaje, a partir del conocimiento de sí mismos, lo que debe conjugarse con la seguridad necesaria para esforzarse y perseverar en el proceso de resolución de tareas matemáticas.

Para lograr el aprendizaje desarrollador de la Matemática deben preverse estratégicamente las acciones de cada uno de los sujetos implicados en él. Ello demanda abordar la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de la Matemática desde fundamentos generales.

La dirección es una ciencia general que surge a partir de la necesidad social de organizarse en función de optimizar recursos, tiempo y energía de quienes intervienen en determinado proceso. Para que exista dirección se impone necesariamente la existencia de dirigentes y dirigidos, así como el conjunto de normas que los primeros hacen cumplir a los segundos como sus deberes y las que estos, a su vez, exigen como sus derechos, por lo que todos son sujetos de la dirección. Diversos autores (Bastida Lugones & Mora Quintana, 2017; Borges Torres, 2015; Bringas Linares & Carbonell Pérez, 2010; Gamboa Graus et al., 2019; García-Garnica & Martínez-Garrido, 2019; Llorent Bedmar et al., 2017; Parra Rodríguez et al., 2020; Pérez Díaz, 2018; Ritacco Real & Amores Fernández, 2017; Rodríguez-Gallego et al., 2020; Rodríguez, 2017; Valle Lima, 2006) han abordado las particularidades de la dirección en el ámbito educativo. El autor Valle Lima (2006) parte de la idea general de qué es la dirección al considerarla como “una actividad de tipo social y puede ser aplicada a todas las esferas de la vida” (p. 22). Por lo que es totalmente lógico pensar en aplicarla al proceso de enseñanza-aprendizaje como actividad social. Este mismo autor reconoce a la planificación, la organización, la ejecución y el control y evaluación como funciones de la dirección educacional (Valle Lima, 2006, p. 22).

Por tanto, a la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje le pueden ser atribuidas estas características como un proceso inmerso en la dirección educacional, considerada esta como una rama de la dirección, que según Valle Lima (2006) se define como: “el proceso de planificación, organización, ejecución, control y evaluación de la educación considerando los recursos de que se disponen y los resultados del trabajo para lograr determinados objetivos.” (p.26).

Por su parte, Bringas Linares & Carbonell Pérez (2010) definen la dirección educacional como: “un proceso social para alcanzar a partir de una determinada previsualización del futuro, las metas fijadas, las formas de involucrar a los participantes en su ejecución y las vías para institucionalizar los cambios producidos en la formación de las personas.” (p. 24).

Ambas definiciones declaran a la dirección como actividad social con impacto en todas las esferas de la vida, cuestión que es acotada por los autores Bringas y Carbonell al referirse a contextos educativos. Esta visión es consecuente con el proceso que desarrolla el profesor para guiar el aprendizaje de sus estudiantes. Los autores Bastida Lugones & Mora Quintana (2017) declaran otros aspectos que se deben considerar para comprender la dirección educacional: “La complejidad de la dirección educacional exige una atención a las especificidades de la actividad en el sector, en este sentido se precisa comprender que:

- La dirección educacional es un proceso de formación de hombres y un proceso de formación de formadores de hombres.
- Todo personal que labora profesionalmente en el sector de la Educación dirige y es dirigido, es decir funge a la vez como sujeto y objeto de dirección.
- No existe un mando sin dirección, pero en cambio, abunda en el sector educacional la autonomía en la dirección. Por ejemplo: el maestro, el secretario docente, el metodólogo y el asesor.” (p. 24)

Los autores anteriormente citados refieren características de la dirección educacional. Estas orientan la comprensión del concepto a la vez que permiten un tránsito a la limitación de este a la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje. En tal sentido la autora Castellanos Simons (2007) ofrece una caracterización sobre la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desde una perspectiva desarrolladora cuando expresa que ella “implica que los educadores puedan asumir la responsabilidad en este proceso desde una posición creadora que les permita planificar y organizar la situación de enseñanza-aprendizaje, orientar y apoyar la actividad de los educandos y evaluar de forma sistemática todo el proceso tomando como referente y foco de la acción intencional y estratégica de los ejes sobre los cuales se estructuran los aprendizajes desarrolladores de nuestros educandos” (p. 30).

Sobre la base de estas ideas se entiende que el profesor debe trabajar por lograr aprendizajes desarrolladores en los estudiantes. En este sentido es importante realzar la importancia que tiene para todo el proceso de dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje la coherencia entre los aspectos afectivos y cognitivos vinculados al contenido. En este proceso pueden presentarse en los estudiantes diferentes tipos de emociones asociadas al contenido con implicaciones en su aprendizaje. Su mera aparición no tiene una consecuencia inmediata, sino que su combinación iterativa con otras emociones y conocimientos conlleva a cambios en el aprendizaje esperado. Abarcar esta clase de relaciones permite, de una parte, entender al estudiante como sujeto en toda su complejidad, y por otra, orientar la acción del profesor a favorecer aquellos estados que potencian el aprendizaje de los estudiantes. De esta manera se entiende también que determinados procesos afectivos en interacción con el contenido de enseñanza y viceversa, pueden constituir barreras o catalizadores para el aprendizaje. El adecuado tratamiento de lo anteriormente explicado potencia el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia, la autorregulación y a la adquisición de aprendizajes durante toda la vida.

La propia consideración de todos los fundamentos teóricos abordados hasta el momento implica considerar su contextualización en la didáctica como la ciencia que permite explicar la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de determinados contenidos (Addine Fernández, 2017). Para ello se asume la dinámica entre los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje propuesta por Addine Fernández (1998) y las exigencias para una enseñanza desarrolladora elaboradas por Silvestre Oramas & Zilberstein Toruncha (2002). La unión entre estos referentes didácticos y los abordados respecto a la dirección educacional constituyen un fundamento teórico esencial para esta investigación.

Se coincide con Valdivia Sardiñas (2009) en la necesidad de establecer relaciones explícitas entre las funciones de la dirección declaradas por Valle Lima (2006) y Valladares González & Alfonso Moreira (2020) y los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje. Se considera que tal unidad para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática debe funcionar de la siguiente manera:

La planificación aparece como el punto de partida en la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje. Es en esta etapa donde se formulan los objetivos que deben cumplirse a partir de un proceso de derivación gradual de aquellos que han sido propuestos en documentos normativos y metodológicos (ya sea en planes de estudio, programas de disciplina, programas de asignatura u otros). Estos objetivos deben expresar las aspiraciones que se desean lograr en cuanto al aprendizaje del contenido matemático. Para el cumplimiento de estos debe trazarse una estrategia en función del diagnóstico que se tenga del grupo, el cual debe elaborarse también en esta etapa. Por otra parte, no solo deben planificarse los objetivos a cumplir, sino el proceso mediante el cual se les dará cumplimiento. Para ello deben considerarse qué actividades deben realizarse en la clase para alcanzarlos y evaluar dicho alcance.

Otro aspecto que resulta clave en la etapa de planificación está relacionado con el diagnóstico. El profesor debe obtener información acerca de los vínculos afectivo-cognitivo que presentan los estudiantes con el contenido de su asignatura en niveles precedentes. El uso consciente, planificado e inteligente de esta información debe permitirle al profesor elaborar sistemas de acciones que modifiquen la realidad del alumno en cuanto a su asignatura. En este aspecto resulta importante que el profesor intercambie esta información con otros profesores del año académico, de manera que pueda contrastarla, esta acción permite que se tracen estrategias más generales en el colectivo de año para dirigir el proceso formativo del grupo. En este sentido el trabajo docente-metodológico resalta como un aspecto clave para la planificación de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Es necesario atender en esta etapa la selección del contenido matemático. Este debe abarcar, de acuerdo con Álvarez Pérez et al. (2014) y Ballester-Pedroso et al. (2018), conceptos matemáticos de objetos, relaciones y operaciones que se determinan por su contenido, extensión y significado, representados por diferentes vías expresado en forma de descripciones, caracterizaciones o definiciones; proposiciones matemáticas expresadas en forma de axiomas, conjeturas, teoremas y demostraciones; procedimientos de diversos tipos, particularmente de identificación, construcción, realización y transformación, así como reglas de cálculo, algoritmos para la identificación de conceptos, la realización de construcciones, la transformación de ecuaciones, entre otros que pueden representarse mediante sucesiones de indicaciones con carácter heurístico o algorítmicos.

Por otra parte, se encuentran habilidades que se derivan del dominio de las acciones y operaciones que se demandan para la aplicación de procedimientos de solución. Habilidades destinadas a la interpretación, argumentación, elaboración, y comunicación de las ideas matemáticas. También se consideran acciones de planificación, organización y control del trabajo en la resolución de ejercicios y problemas. Incluyen en el contenido matemático

aspectos relacionados a las formas de trabajo y pensamiento de la ciencia matemática y el empleo de recursos heurísticos. Plantean que el contenido matemático atañe a situaciones en las que el propio contenido tiene sentido para ellos. Además, encierran en este aspecto convicciones de índole filosófica, política, moral e ideológica, que se integran armónicamente a los aspectos anteriores en función de desarrollar valores, sentimientos, concepciones y puntos de vista acordes a las aspiraciones de formación declarada en la política educativa de la sociedad. Estas características del contenido matemático abarcan a todos los niveles educativos y son los elementos que distinguen al proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática del de otras asignaturas.

En lo referido a la categoría contenido debe destacarse, además, el aprendizaje de hábitos y habilidades que garanticen el tránsito progresivo de los estudiantes de la dependencia a la independencia. De manera que el aprendizaje del contenido matemático debe contribuir al aprendizaje de la búsqueda, discriminación y procesamiento de la información. Tal contribución asegura la capacidad del estudiante para investigar como parte de la solución de determinado problema. En esta dirección juega un rol esencial la autorregulación, de modo que el estudiante sea capaz de evaluar sus resultados y reorientar sus acciones hacia otras vías más adecuadas o eficientes.

El aprendizaje de estos contenidos matemáticos debe ser garante de la capacidad para adquirir nuevos aprendizajes a lo largo de su vida como parte de su desarrollo personal y profesional en una sociedad donde el volumen de conocimiento crece continuamente (De Hoyos Benítez, 2020; Fernández Sánchez et al., 2020). Para ello debe trabajarse con intencionalidad por parte del profesor a fin de producir una clase superior de aprendizaje: el aprendizaje desarrollador.

En la función organizativa se prevé la ejecución de lo planificado. En ella se determinan las relaciones que se establecen entre los participantes en el proceso (componentes personales)

y la forma en que estos se deben comunicar. Esta función exige el conocimiento de los aspectos psicológicos y pedagógicos que atañan el proceso de enseñanza-aprendizaje, cuya consideración es imprescindible para el propio proceso.

Resulta clave la adecuada selección de los métodos de enseñanza, los medios y las formas de organización, las cuales tienen una estrecha relación con el contenido de enseñanza y deben contribuir al logro de los objetivos propuestos. Los métodos seleccionados deben permitir no solo la transmisión del contenido matemático por parte del profesor, sino la reflexión de los estudiantes en un ambiente propicio para el debate y la discusión respetuosa en torno al contenido. Deben proponerse actividades que permitan el trabajo independiente de los estudiantes mediante situaciones simuladoras de la realidad en las que los estudiantes formulen sus hipótesis y emprendan acciones que permitan demostrarla o refutarla.

Los medios de enseñanza que se empleen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática deben representar las características de los objetos o relaciones que se estudian, así como las acciones de determinadas operaciones matemáticas. Su utilización debe estar en concordancia con los métodos, de manera que favorezcan el aprendizaje del contenido matemático y el logro de los objetivos propuestos. Otro aspecto relevante está relacionado con la relación entre la selección de los medios de enseñanza y las características del desarrollo psíquico de los estudiantes. Este elemento resalta, en la actualidad, la importancia de las tecnologías de la información y las comunicaciones para sostener y modelar medios de enseñanza en plataformas digitales. Es por ello que se considera que el trabajo del profesor con estos medios debe orientarse a favorecer la independencia y la autorregulación de los estudiantes en su proceso de aprendizaje.

Por su parte, las formas de organización deben favorecer el debate y la reflexión referidos anteriormente. Para ello se deben emplear tipologías de clase que potencien la investigación y el intercambio en torno al nuevo contenido, de modo que se generen dinámicas grupales

orientadas al aprendizaje de los contenidos matemáticos. Esta función tiene en cuenta las medidas organizativas para el proceso de evaluación, por lo que en ella se asegura el diseño de materiales evaluativos y las acciones materiales que permiten que el proceso evaluativo transcurra de manera ordenada.

La ejecución o realización como función de la dirección hace referencia a la materialización de lo planificado sobre la base de las medidas organizativas que se declararon. Es en esta función donde los participantes ejecutan las acciones que se han previsto desde la planificación, por lo que tiene un carácter eminentemente práctico. Para esta función el profesor debe contar con una preparación tal que le permita enfrentar exitosamente los elementos imprevistos desde la planificación que no dependen de su accionar, sino que pueden ser motivos de fuerza mayor.

En esta función el profesor debe aprovechar todas las vías o acciones que potencien el aprendizaje de sus estudiantes, las preguntas, las dudas y los errores, aparecen como algunos de los elementos que se deben disponer para hacer nuevas observaciones y profundizar en el contenido. La experiencia del profesor puede permitirle saber con antelación cuáles son las dudas y errores más frecuentes de los estudiantes que se asocian a determinado contenido de enseñanza, por lo que puede, desde la planificación, emplearlas como vías para generar debates e introducir nuevos aspectos del contenido. Tratar con naturalidad los errores es otra de las cuestiones que debe prevalecer en esta función, puesto que estos son normales en el proceso de aprendizaje.

El control y evaluación aparece como aquella función de la dirección que permite constatar los resultados, en la práctica, del trabajo realizado. La dirección del aprendizaje resulta imposible sin llevar un control de este que en la teoría general de la dirección se le denomina retroalimentación, es decir, la información no solo va del que dirige hacia el que es dirigido, sino que recorre el sentido contrario. La evaluación pone de manifiesto la valoración de los

resultados esperados, por lo que garantiza el contenido que debe ser reforzado. No debe confundirse la evaluación con el control, este último a la vez que es una función de la dirección, es una función de la evaluación; por lo que ella es más amplia ya que abarca otros aspectos. Esta función es transversal al resto de las funciones de la dirección y reorienta las acciones de los involucrados en el proceso de aprendizaje hacia el cumplimiento de los objetivos. En consecuencia, el profesor debe conocer las normas jurídicas y las orientaciones que regulan las distintas formas de evaluar y controlar el aprendizaje, de manera tal que conciba estas acciones desde la planificación.

La dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje debe considerar, además, otras particularidades entre las que pueden destacarse el nivel educativo y el propio contenido de enseñanza-aprendizaje. En el caso de la presente investigación resulta necesario acotar cómo transcurre la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía. Lo cual, hace imprescindible primeramente tratar de manera general los procedimientos de solución de la Matemática.

1.2. Los procedimientos de solución de la Matemática

Durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática el profesor se encuentra con diversas regularidades del contenido cuya enseñanza tiene muchos elementos comunes. Este fenómeno se describe con la categoría didáctica situaciones típicas de la enseñanza que fue definida por Zilmer (1981) como: “la clase (clase de abstracción) de todas aquellas situaciones reales en la enseñanza de una o de varias asignaturas, que poseen semejanza con respecto a determinados parámetros esenciales, especialmente, con respecto a la estructura de los objetivos y a la estructura objetivo – materia” (p. 155).

Esta definición permite determinar el objeto situaciones típicas de la enseñanza en toda su integridad, a la vez que ofrece posibilidades para particularizar en la enseñanza de una

asignatura de manera simple. Por otra parte, a partir del momento histórico en que fue concebido, necesita ser enriquecida a la luz de los resultados científicos que han tenido lugar en las ciencias de la Educación y en particular, en la Didáctica de la Matemática.

Este concepto está dirigido a comprender, buscar y modelar las similitudes que se dan en el proceso de enseñanza, sin embargo, obvia la necesidad de provocar acciones análogas para el proceso de aprendizaje. Las clases de abstracción a las que se refiere el concepto son situaciones que tienen lugar en el proceso de enseñanza-aprendizaje, de manera que si solo se consideran las regularidades en la enseñanza se está en presencia de un enfoque centrado en la actividad del profesor.

Este enfoque ha sido superado por otros que se han asumido como fundamentos teóricos de esta investigación. Tal es la concepción de aprendizaje desarrollador de la Matemática modelado en Ballester-Pedroso et al. (2018, p. 8). En él se considera la importancia del carácter activo-reflexivo del estudiante durante su aprendizaje, la regulación metacognitiva que debe realizar durante este proceso, lo significativo que es el contenido matemático para él, así como los aspectos motivacionales que intervienen. Estos aspectos, abordados en profundidad en el primer epígrafe de la presente tesis no se contemplan en la definición dada por Zilmer (1981), por lo que se requiere su perfeccionamiento a partir de las potencialidades que se evidencian en ella.

La limitación del concepto dado por Zilmer (1981) a la didáctica de la Matemática deviene en situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática (Crespo Hurtado, 2007; Depaepe et al., 2020; Lubachewski & Cerutti, 2020; Naveira Carreño & Valdivia Sardiñas, 2021; Obando et al., 2014; Ouvrier-Buffet, 2020; Rebollar Morote, 2000; Sousa Santos et al., 2020; Torres Fernández, 1994; Yoppiz Fuentes et al., 2016) con la contradicción aparente de que este concepto no es definido en ninguna de las investigaciones citadas, a excepción de

Rebollar Morote (2000) y Naveira Carreño & Valdivia Sardiñas (2021), sino que se entrevé su concordancia con la definición dada en Zilmer (1981).

En la obra de Rebollar Morote (2000) se ofrece lo que se considera por el investigador uno de los conceptos que permiten darle un nivel alto de sistematización y de abstracción al proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. Ello permite tipificar mejor las acciones del profesor ante determinadas regularidades que se repiten en el contenido matemático, de manera que concibe la enseñanza de modo transversal. Esta forma de organizar el contenido matemático permite establecer relaciones internas entre conocimientos que aparentemente son diferentes, de modo que el proceder metodológico del profesor en su enseñanza puede ser similar. Rebollar Morote (2000) define a las situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática como: “formas metodológico-organizativas de las clases que se estructuran desde el punto de vista didáctico a partir del trabajo en un problema, lo que fundamenta los procesos de formación de conceptos, búsqueda de teoremas y su demostración, la resolución de ejercicios con texto y de construcción y la búsqueda de un procedimiento algorítmico como procesos de solución de problemas específicos, que generalmente se resuelven en una clase o parte de ella” (p. 56).

La visión dada por este autor avanza en la crítica realizada a la definición anterior en tanto no la hace exclusiva de la actividad del profesor. Un aspecto clave resulta el papel que le otorga este autor a la categoría problema en el proceso de enseñanza-aprendizaje de una situación típica. Por otra parte, el autor señala no solo aquellos elementos que considera como situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática, sino que resalta su carácter trascendente a la clase, de manera tal que se pueden dedicar varias, incluso un sistema de clases al tratamiento de una situación típica concreta.

Se considera como una insuficiencia definir a las situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática como formas metodológico-organizativas en tanto se subvalora el alcance de

esta categoría en el proceso. Las situaciones típicas no permiten únicamente la organización metodológica de la clase. Ellas actúan como un elemento que permite clasificar los contenidos de enseñanza-aprendizaje y a la vez le permite al profesor elaborar las acciones necesarias para dirigir su proceso de enseñanza-aprendizaje. El énfasis dado por el doctorando en la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje permite comprender el influjo de las situaciones típicas no solo en la planificación y organización del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, también se contempla su importancia en la ejecución y el control como otras funciones de la dirección educacional (Gamboa Graus et al., 2020; Valdivia Sardiñas & Jorge Martín, 2020).

Todo lo anterior le permite al doctorando redimensionar el concepto situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática, entendidas estas de la siguiente manera: “conjunto de todas las situaciones que se dan durante la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática, las cuales emergen a partir del planteamiento de una situación contradictoria para el estudiante cuya solución se estructura metodológicamente de modo que se conciba una activa participación de todos los sujetos del proceso en función de apropiarse del contenido matemático y lograr los objetivos que se han trazado a corto, mediano o largo plazo” (Naveira Carreño & Valdivia Sardiñas, 2021, p. 12)

Resulta pertinente aclarar que en una clase pueden converger varias situaciones típicas. El profesor debe determinar durante su preparación individual cuál o cuáles serán las situaciones predominantes para estructurar su proceso de enseñanza-aprendizaje. Naveira Carreño & Valdivia Sardiñas (2021) consideran como situaciones típicas durante la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática las siguientes:

- Los conceptos y definiciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática

- Los teoremas y demostraciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática
- Los procedimientos algorítmicos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática
- Los procedimientos heurísticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática
- Los ejercicios de aplicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática
- Los ejercicios geométricos de construcción en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática

Esta perspectiva permite concebir armónicamente el papel de cada uno de los sujetos que intervienen en el proceso como componentes personales, así como de los componentes personalizados cuya visión no se limita a las funciones de la dirección: planificación y organización, sino que se enfatiza, además, en la ejecución y en el control y evaluación. De este modo se incluye en la concepción de las situaciones típicas una visión más práctica de estas que se adhiere a las necesidades de profesores y estudiantes.

Resulta importante destacar que estas situaciones típicas han sido declaradas para la didáctica de la escuela media, por lo que es necesario asumir posiciones respecto a su trascendencia hacia la Educación Superior. El autor de esta investigación considera que el contenido matemático de la Educación Superior se puede organizar, enseñar y aprender basado en estas situaciones típicas, debido a que la ciencia matemática no se desprende de estos elementos que son propios de su desarrollo (definiciones, teoremas, problemas, procedimientos, entre otros). Sin embargo, en este nivel educativo ellas se configuran en función del perfil profesional que se quiere formar y según las necesidades del currículo, es decir, están atemperadas al perfil profesional de la carrera.

Cada una de las situaciones típicas tiene sus características individuales que la distinguen del resto, las cuales configuran el método de enseñanza como el componente didáctico que debe resolver la tensión que se genera entre la apropiación del contenido matemático y el logro de los objetivos declarados por el profesor para una clase. A partir de esta triada objetivo-contenido-método y su configuración, surge la forma que adoptan el resto de los componentes del proceso. El proceso de enseñanza-aprendizaje de estas situaciones típicas usualmente requiere abordarlas como problemas, por lo que el empleo de los procedimientos heurísticos tiene un elevado valor en su concepción y desarrollo práctico, por lo que resulta necesario el estudio de los procedimientos de solución en la enseñanza de la Matemática.

Los procedimientos de solución de la Matemática tienen su origen en los procedimientos matemáticos. Según Villegas Jiménez & Valdivia Sardiñas (s/f) se cuenta con evidencias de procedimientos matemáticos que datan de hace más de tres mil años. Los procedimientos matemáticos son acciones que se ejecutan con el conocimiento matemático con la finalidad de resolver un problema de la ciencia matemática, de otra ciencia, o de la práctica. Los autores citados refieren la importancia que tiene para la vida dominar estos procedimientos, por esta razón se han incluido como contenido de enseñanza de la Matemática en todos los niveles educativos.

El vocablo procedimiento está relacionado con un conjunto de acciones que se ejecutan por una persona o institución y que persiguen el logro de un objetivo. Según el diccionario de la Real Academia de la Lengua Española el término procedimiento está vinculado con “actividades mediante las cuales se obtiene un resultado” (Española, 2001, p. 93). En este sentido, se reconocen procedimientos jurídicos, médicos, matemáticos, ambientales, lógicos, sociales, entre otros.

A partir de lo anterior se entiende que el aspecto procedimental está estrechamente ligado a la acción concreta de un conjunto de individuos. Se deduce de los planteamientos anteriores

que un procedimiento de solución serán aquellas actividades dirigidas a la obtención de un resultado demandado por determinadas exigencias que se deben cumplir bajo ciertas condiciones que puede imponer una situación concreta. En la enseñanza de la Matemática los sujetos se enfrentan frecuentemente con esta clase de situaciones que demandan la aplicación de un procedimiento de solución, por lo que se hace necesario profundizar en ellos como regularidad del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Para fundamentar el desarrollo histórico de la categoría procedimientos de solución se tiene como punto de partida a la obra Jungk (1981), esta surge como un sistema de conferencias sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática, dirigida a estudiantes que se forman como profesores de la asignatura Matemática para el nivel medio. En ella se caracteriza el concepto “procedimientos de solución”, sin llegar a una definición formal. Algo similar ocurre en Ballester Pedroso et al. (1992), donde se reformulan importantes preceptos de la didáctica de la Matemática alemana en función del contexto educativo cubano.

En el texto de Villegas Jiménez & Valdivia Sardiñas (s/f) se define el concepto procedimientos de solución de la siguiente forma: “modo ordenado y sistemático de reaccionar ante una tarea para llegar a realizarla. Los procedimientos de solución en la enseñanza de la Matemática son procedimientos matemáticos estructurados con fines didácticos para realizar tareas y se clasifican en dos grandes clases: los algorítmicos y los heurísticos” (p. 8).

Se destaca como un aspecto positivo de esta definición el hecho de concebir a los procedimientos de solución de la Matemática, como procedimientos matemáticos que se estructuran con fines didácticos. Este aspecto le confiere científicidad al concepto y a su enseñanza en la práctica pedagógica. Se coincide con los autores en la clasificación de los procedimientos de solución. Por otra parte, el doctorando critica la no acotación a la idea de que los procedimientos de solución son un modo “ordenado” de reaccionar ante una tarea.

Se considera que este orden debe estar en la manera de pensar, es decir, orden en el proceso de búsqueda de aquellas relaciones y dependencias que aparezcan en el ejercicio, de las condiciones que pueden variarse, así como de las consideraciones de aspectos que figuren en el ejercicio y sean análogos respecto a otros que ya sean conocidos por el estudiante.

Por su generalización, los procedimientos de solución pueden existir en cualquier asignatura que demande un conjunto de actividades o pasos para resolver una tarea dada, tal es el caso de la Física, la Química, la Informática o la propia Economía, entre otras. En el caso de la enseñanza de la Matemática ellos se caracterizan por el empleo de los recursos de esta ciencia para la resolución de determinadas exigencias. En este sentido aparecen las tareas matemáticas como aquellas situaciones contradictorias que se encuentran en cualquier campo del conocimiento humano cuya solución depende del empleo consciente y racional del contenido matemático.

Lo anterior permite al doctorando determinar que las acciones que se siguen para resolver una tarea matemática se denominan procedimientos de solución, ellos se caracterizan por la estructuración de un sistema de acciones y operaciones modeladas con contenido matemático cuyo objetivo es la resolución de una tarea matemática.

En los procedimientos de solución tiene un rol crucial el componente afectivo motivacional que impulsa al estudiante a resolver la tarea planteada. Es por ello que el profesor debe seleccionar adecuadamente las tareas que deben resolver los estudiantes en función del diagnóstico de cada uno. Estas tareas deben ser capaces de movilizar la voluntad de los estudiantes, de manera tal que estén dispuestos a resolverla. La propuesta de tareas que tengan carácter significativo para el estudiante potencia que este comprenda la utilidad práctica del procedimiento de solución. En la Educación Superior deben seleccionarse tareas vinculadas con la profesión, de manera que se evidencie el papel de la Matemática y particularmente de los procedimientos de solución en su proceso formativo en virtud de su

aplicación por el estudiante una vez concluya sus estudios y durante estos en la práctica laboral.

Los procedimientos de solución en la Matemática exigen el dominio del sistema de conocimientos necesarios para resolver una tarea matemática, por lo que el profesor debe asegurar las condiciones previas en los estudiantes para que puedan acometer su resolución.

En este sentido es imprescindible el conocimiento de conceptos y teoremas que fundamenten las acciones que deben seguirse. La ejecución del sistema de acciones y operaciones que componen el procedimiento de solución demanda, por sí mismas, que estén desarrollados hábitos y habilidades en interrelación dialéctica con el sistema de conocimientos en cuestión.

La autorregulación resalta como un componente esencial para la ejecución del procedimiento de solución, de manera que el estudiante debe trabajar con racionalidad en el proceso de resolución de la tarea matemática.

Resulta imposible caracterizar a los procedimientos de solución sin considerar los métodos y experiencias de la actividad creadora. En el caso de la enseñanza de la Matemática este sistema de la categoría contenido aparece indisolublemente ligado a las formas de trabajo y de pensamiento de la ciencia matemática, por lo que orientan el proceso de búsqueda y transformaciones que debe acometerse para el logro del objetivo trazado en la tarea matemática. De este modo se influye en el estudiante sobre la formación de valores, actitudes, puntos de vista, cosmovisión, entre otros, que le permite el uso de la matemática para comprender fenómenos y procesos de la realidad circundante, lo cual refuerza los aspectos motivacionales que fueron abordados. Por otra parte, se adquiere un método de proceder ante tareas nuevas, lo cual debe extrapolarse a otras esferas de la vida del estudiante.

Los procedimientos de solución tienen un componente implícito que siempre está presente: la vía de solución. El conocimiento de la vía tiene una relevancia tal en el estudio de los

procedimientos de solución que permite agruparlos en clases: los heurísticos y los algorítmicos. La descripción en profundidad de los procedimientos de solución es sumamente compleja si no se tienen en cuenta las particularidades de ambos grupos, por lo que se considera imprescindible abordarlos en esta investigación.

1.2.1. Los procedimientos heurísticos

La ciencia matemática ha estado ligada a la actividad filosófica de la búsqueda de la verdad. Esta tarea emprendida por los griegos antiguos, comenzó a demandar de una forma de pensamiento más flexible encaminada a descubrir relaciones entre determinados elementos. Estrechamente ligado a la búsqueda aparece el término “heurística”, que proviene del griego *euriska* o *eureka* que significa hallar o encontrar.

La extensión de este término a la enseñanza de la Matemática está estrechamente relacionada con el método heurístico introducido en la obra *How to solve it?* que el matemático húngaro George Polya legara a la humanidad en 1954. Este autor logró fusionar los elementos retomados de la ciencia de la antigua Grecia con los conceptos más contemporáneos de su época en términos de resolución de problemas, con lo que originó la heurística moderna (Polya, 1982), así rescata la necesidad de convertir el proceso de búsqueda de las proposiciones matemáticas y sus demostraciones en objeto de enseñanza, para el cual ofrece a los estudiantes recursos y un programa general de resolución de problemas.

Polya planteaba que “la heurística moderna trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso. Son diversas sus fuentes de información y no se debe descuidar ninguna” (Polya, 1982, p. 102). De esta forma Polya marca el camino hacia una nueva concepción de la enseñanza de la Matemática en la que el alumno, como el científico matemático, debe formular suposiciones, elaborar conjeturas, trazarse planes de solución, entre otras acciones que deben ser favorecidas por el accionar del profesor durante la clase.

El empleo de la heurística en las clases de Matemática tiene lugar a partir de la aplicación del método heurístico. En este sentido aparecen los procedimientos heurísticos como una clase particular de procedimientos de solución que constituyen contenido de enseñanza-aprendizaje en la asignatura Matemática. Ellos están compuestos por un conjunto de principios, reglas y estrategias heurísticas que acercan al estudiante a la solución de un ejercicio o problema ya sea a partir de la obtención de la vía de solución o de la realización de acciones particulares en función de determinada vía de solución.

Los principios heurísticos “casi nunca aparecen de forma aislada, sino que al emplear las formas de trabajo y de pensamiento de la matemática se combinan y vinculan unos con otros” (Morales Carballo et al., 2016; Naveira Carreño, 2018; Parra Aguilera et al., 2017). Los principios heurísticos a menudo se complementan con las reglas heurísticas, ellas “tienen carácter de impulsos dentro del proceso de búsqueda de nuevos conocimientos y la resolución de problemas” (Andrés Romano, 2019; Ballester Pedroso et al., 1992; Fernández Suárez et al., 2019). Las reglas se diferencian de los principios por su alcance, esto es: las reglas no indican de forma instantánea la solución o la vía, sino que sugieren acciones o recomendaciones.

En algunos casos los estudiantes deben ser capaces de discernir si es conveniente utilizar una regla heurística en un determinado momento de la solución del problema o de la búsqueda del nuevo conocimiento. Estas se utilizan durante la clase con regularidad a fin de orientar el pensamiento de los estudiantes al brindarlas como sugerencias, indicaciones o en forma de preguntas. Es importante que el profesor sea capaz de enseñar a los estudiantes a trabajar con estas reglas, lo cual favorece el desarrollo de la independencia de los alumnos para resolver determinados ejercicios y problemas, además de aumentar su capacidad para adquirir nuevos conocimientos de manera independiente.

Las estrategias heurísticas “constituyen los procedimientos principales para buscar los medios matemáticos concretos que se necesitan para resolver un problema en sentido amplio” (Ballester Pedroso et al., 1992, p. 236) y para buscar su idea de solución. Dentro de las estrategias heurísticas se destacan dos que tienen carácter general y que se aplican en la solución de diferentes problemas, ellas son el trabajo hacia adelante y el trabajo hacia atrás. Existen otras estrategias que se refieren a determinados tipos de ejercicios, entre ellas se encuentran: la suma de cero, la multiplicación por uno, el método de las transformaciones, el método de los lugares geométricos, entre otras.

Los programas heurísticos son sistemas de procedimientos heurísticos ordenados, que resulta muy provechoso conocer y utilizar para la solución de diferentes tipos de tareas matemáticas. Para lograr en los estudiantes una orientación adecuada en el trabajo con ejercicios que tienen carácter de problemas, el profesor debe emplear los programas heurísticos como instrumento para la conducción del trabajo. Al mismo tiempo debe hacer explícito el uso de los diferentes procedimientos contenidos en él, de manera que los estudiantes los aprendan conscientemente. Aunque existen programas heurísticos para las diversas situaciones típicas de la Matemática, resulta importante conocer el llamado Programa Heurístico General (Ballester et al., 1992; Jungk, 1979; Zilmer, 1981), el cual contiene a todos los demás como subprogramas, o como casos especiales.

Al analizar el programa heurístico general para la solución de problemas, se distinguen cuatro fases fundamentales para el trabajo: la de orientación; la de elaboración o de trabajo en el ejercicio; la de realización y la de evaluación. Dentro de ellas a su vez hay fases parciales. Según Ballester et al. (1992) la segunda fase fundamental tiene la mayor importancia desde el punto de vista cognitivo y metodológico, y en particular su segunda fase parcial: “Búsqueda de la idea de solución”, reviste una importancia esencial en el trabajo

heurístico, pues en ella se traza en el plano mental la solución, o sea, tanto la búsqueda de los medios matemáticos necesarios como la búsqueda de la idea de solución.

El Programa Heurístico General “constituye para el profesor un instrumento universal de dirección y para el alumno una base de orientación” (Ballester et al., 1992, p. 239). El mismo se estructura según las acciones que se llevan a cabo para la ejecución de una actividad según la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales de Y. A. Galperin como se muestra en la tabla siguiente al colocar su forma más general:

Tabla 1
Programa Heurístico General

Fases fundamentales	Tareas principales
1. Orientación hacia el problema	- Comprensión del problema
2. Trabajo en el problema	- Búsqueda de la idea de solución <ul style="list-style-type: none">• Reflexión sobre los medios• Reflexión sobre la vía
3. Solución del problema	- Ejecución del plan de solución
4. Evaluación de la solución y de la vía	- Comprobación de la solución - Reflexión sobre los métodos aplicados

Fuente: (Ballester et al., 1992)

Este programa heurístico general constituye una excelente vía para el proceso de enseñanza-aprendizaje de diversas situaciones que se consideran como problemas. La afirmación anterior se sustenta en el hecho de que este, que tiene sus orígenes en Polya y en la Matemática alemana, desde el punto de vista cognitivo organiza la actividad del alumno en una etapa para orientación, dos etapas para la ejecución, una externa y otra interna y una etapa para el control (de Jesus João, 2019; Llivina Lavigne, 2019).

La enseñanza de los procedimientos heurísticos forma parte de la instrucción heurística, ella se define por autores cubanos como “la enseñanza consciente y planificada de reglas generales y especiales de la heurística para la solución de problemas, para lo cual es necesario que cuando se declaren por primera vez las mismas explícitamente, se destaquen de un modo claro, firme y se recalque su importancia en clases posteriores hasta que los

alumnos las aprendan y utilicen independientemente de manera generalizada, por lo que debe ejercitarse su uso en numerosas y variadas tareas” (Ballester et al., 1992, p. 225).

La instrucción heurística permite, por tanto, modelar las acciones que debe acometer el profesor en su papel dirigente del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática que evoquen acciones de los estudiantes, encaminadas al aprendizaje de los procedimientos heurísticos. De esta manera los estudiantes deben transitar a niveles superiores de independencia y en tal sentido aplicar de manera creadora los procedimientos heurísticos no solo en la resolución de tareas matemáticas, sino ante problemas profesionales que se le presenten a lo largo de su vida.

Los procedimientos heurísticos son muy útiles en el tratamiento de los procesos parciales de las situaciones típicas que se consideran problemas, estas son:

- Formación de conceptos (obtención de una definición).
- Obtención de teoremas por vías reductivas y deductivas.
- Demostración de una proposición
- Búsqueda de la vía de solución de ejercicios de aplicación.
- Obtención de una sucesión de indicaciones con carácter algorítmico.
- Búsqueda de la idea de solución de construcciones geométricas

Para cada uno de estos procesos parciales se cuenta con un programa heurístico que direcciona la actividad de los componentes personales del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Los procedimientos heurísticos no solo aparecen en la Matemática como acompañantes de otros contenidos, sino que, en determinadas circunstancias son el centro de atención de la actividad del profesor y de los estudiantes. Para ello se agrupan como un sistema en una sucesión de indicaciones con carácter heurístico. Estas sucesiones están integradas por un conjunto de acciones de carácter heurístico que se puede aplicar a determinada clase de tareas matemáticas para su resolución. La obtención de una sucesión de indicaciones con carácter

heurístico se considera como un problema en sentido amplio cuya resolución permite contar con el sistema ordenado de procedimientos heurísticos que resuelven esa clase de tareas matemáticas. Estos procedimientos heurísticos deben combinarse, en la práctica, con procedimientos que permitan encontrar valores numéricos o expresiones a partir de operaciones que tienen carácter algorítmico, de manera que, aunque el proceder heurístico es el predominante, no se descarta la necesidad de procedimientos algorítmicos para la solución de cualquier tarea.

Para que la sucesión de indicaciones tenga carácter heurístico lo debe tener cada una de las indicaciones individualmente. En ocasiones es un problema de formulación de la indicación, pero el profesor debe atender a este aspecto.

1.2.2. Los procedimientos algorítmicos

Los procedimientos de solución clasificados como algorítmicos (Almeida Carazo, 2012; Ballester Pedroso et al., 1992; Jungk, 1981; Naveira Carreño, 2019; Naveira Carreño & González Hernández, 2019; Zilmer, 1981) adquieren este nombre cuando en el proceso de resolución de un ejercicio se cuenta con un algoritmo (del griego y latín, *dixit algorithmus* y este a su vez del matemático persa Al-Juarismi (Brassard & Bratley, 1997)) a partir del cual se llega a la solución de este. Este tipo de procedimiento se aplica con regularidad en la enseñanza de la Matemática, ya que son varios los casos en los que determinados ejercicios se pueden resolver con el empleo de un algoritmo, cuyas operaciones tienen que ser elementales, o sea se pueden ejecutar sin descomponerla en otras acciones.

Los algoritmos en Matemática se emplean desde la escuela primaria: la adición de números naturales, la multiplicación, hallar el máximo común divisor entre dos números; hasta la Universidad en que resuelven sistemas de ecuaciones lineales aplicando el método de Gauss, el método de Cramer o mediante la inversa de la matriz de los elementos, entre muchos otros.

Los procedimientos algorítmicos favorecen el desarrollo del pensamiento de los estudiantes

ya que estos permiten ordenar las ideas de manera que se sigan vías cada vez más racionales para la resolución de determinados ejercicios. Desde luego estos contribuyen al desarrollo del pensamiento algorítmico de los estudiantes, cuya importancia reside en el empleo de formas específicas de trabajo consciente y ordenado que permite solucionar una situación con el empleo de algoritmos ya conocidos por el sujeto.

El término algoritmo ha cobrado fortaleza durante el siglo XX con el desarrollo de las ciencias de la computación, en las que este concepto es cardinal. La enseñanza de la Matemática no quedó exenta de este proceso y los algoritmos se han empleado también en ella, pero existe una diferencia que es considerable. En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática se persigue la educación de los individuos que componen la sociedad, los cuales están permeados por sus propias experiencias y poseen una personalidad que se torna única e irrepetible, por lo que cada uno adquiere un alto nivel de individualidad. Ellos pueden cuestionarse el orden y el contenido de las acciones del algoritmo, de manera que pueden llegar a otros algoritmos que logren resolver un determinado problema, los cuales pueden diferir del enseñado por el profesor en cuanto a eficiencia y complejidad.

El concepto Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico (SICA) aparece como resultado de la necesidad de contextualizar los algoritmos utilizados en la ciencia matemática a su enseñanza. Este concepto empleado en la enseñanza de la Matemática fue definido por autores cubanos como “una sucesión de órdenes o indicaciones para realizar cierto sistema de operaciones en un orden determinado, que inducen a operaciones unívocas, rigurosamente determinadas y del mismo tipo en aquellos individuos hacia los cuales está dirigida” (Ballester-Pedroso et al., 1992, p. 246). El mismo autor afirma la importancia de que estos procedimientos no sean vistos mecánicamente por los estudiantes, debido a los efectos negativos que produce al adecuado desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que resulta imprescindible que tanto el profesor como los estudiantes concienticen la

importancia que tienen estos procedimientos en su formación. Para ello el profesor debe lograr que en el proceso de elaboración de una SICA los estudiantes sean partícipes mediante la estimulación de su protagonismo.

Por otra parte, los estudiantes para disminuir su esfuerzo pudieran ejecutar acciones sin reflexionar sobre ellas, de manera que la coherencia entre el procedimiento algorítmico y el proyecto de vida del estudiante debe ser uno de los elementos más aprovechados por el profesor durante la clase. También está el hecho de las órdenes o indicaciones que se deben seguir unívocamente y que de esta manera están determinadas, lo que puede provocar que se automaticen muchos pasos y conceptos sin que sean concientizados por el estudiante, es decir que se convierta en una mera ejecución. Además, debido a que en un grupo escolar (por regla general) no todos los estudiantes poseen el mismo nivel de desarrollo por lo que las acciones del algoritmo deben tener en cuenta estas diferencias.

Anteriormente se hizo referencia a que la obtención de una sucesión de indicaciones con carácter algorítmico se hace a partir de concebir esa situación como un problema, por lo que es necesario ubicar a los estudiantes frente a una contradicción entre sus conocimientos actuales y los que aún necesita adquirir, de manera que él sea consciente de la necesidad que tiene de adquirir un nuevo conocimiento. Para ello el profesor debe recurrir a aquellos ejemplos que estén vinculados con el medio circundante de los estudiantes, así como ejemplos que les resulten interesantes o importantes según sus gustos y proyecciones futuras, particularmente, su profesión.

Según Ballester et al. (1992) al elaborar una sucesión de indicaciones con carácter algorítmico, el profesor tiene que considerar el objetivo a lograr y los conocimientos previos con que cuentan sus alumnos para enfrentar la complejidad de la sucesión. Ello debe permitir estructurar cada impulso de manera que resulte elemental para el estudiante, analizando

cómo se pueden aplicar los conocimientos matemáticos que la sustentan, lo que constituye una vía de asimilación de los mismos.

Para la concepción manejada por estos autores ya citados, la fijación de una sucesión debe ser dirigida por el profesor según las etapas de la formación de las acciones mentales, para que sea aplicada de forma breve y que permita la solución independiente de ejercicios variados, en los que la dificultad sea creciente. En el tratamiento de las sucesiones de indicaciones con carácter algorítmico para la adquisición del nuevo conocimiento se distinguen tres procesos parciales (Ballester et al., 1992, p. 252):

- Familiarización con aspectos del contenido del nuevo procedimiento.
- Obtención de la sucesión de indicaciones.
- Aplicación de la sucesión de indicaciones.

En el proceso de familiarización se trabaja con conceptos, definiciones, teoremas u otros procedimientos que son la base de la sucesión de indicaciones que van a aprender. En las actividades se evidencian particularidades y relaciones internas de los conocimientos adquiridos, así como relaciones entre estos y otros conocimientos precedentes, todo ello se ubica como el punto de partida para el nuevo procedimiento. En el proceso de obtención se llega a la determinación de la sucesión de indicaciones con carácter algorítmico la cual permite a los estudiantes realizar un cierto procedimiento de trabajo. Según Ballester et al. (1992): “la aplicación de la sucesión de indicaciones en la solución de ejercicios, requiere de una dirección por etapas en su formación como acción mental, para lo cual es necesario considerar al inicio una descripción suficientemente exacta del procedimiento, que se reducirá en la medida que los alumnos muestren mayor nivel de independencia en el trabajo con los ejercicios, los que se graduarán y variarán convenientemente según las exigencias planteadas en el objetivo. En este proceso se alcanza la interiorización de la acción, lo cual es de gran significación para racionalizar la actividad mental de los estudiantes” (p. 253).

Debido a que el proceso de obtención es el momento de determinación de la sucesión de indicaciones, es imprescindible que se haga un análisis acerca de cómo debe transcurrir el tratamiento de esta etapa. Para ello se recalca una vez más la importancia de la categoría problema dentro del proceso, por lo que se propone la elaboración de un programa heurístico para la obtención de una sucesión de indicaciones para la búsqueda de su solución.

En la fase del trabajo en el problema, cuestión en la que se centra el proceso de enseñanza-aprendizaje de la sucesión de indicaciones con carácter algorítmico, Ballester Pedroso et al. (1992) define qué aspectos se deben lograr, así como la forma en que se deben emplear los recursos heurísticos en función de la búsqueda del nuevo procedimiento. La tercera fase constituye la ejecución del plan trazado durante la segunda. Y en la cuarta fase se hacen las consideraciones retrospectivas que permiten analizar cómo se resolvió el problema y conformar la sucesión de indicaciones con carácter algorítmico. Así mismo Ballester et al. (1992) afirma que el proceso de obtención de una sucesión de indicaciones con carácter algorítmico puede realizar contribuciones al desarrollo del intelecto de los estudiantes, siempre que estas se traten desde un enfoque problémico o los estudiantes la puedan realizar de forma independiente.

La obtención de una sucesión de indicaciones con carácter algorítmico debe llevarse a cabo de manera flexible, tal que no se favorezcan elementos mecanicistas en el trabajo de los estudiantes, sino que estos sean capaces de comprender la elaboración gradual que se ha realizado de dicha sucesión de indicaciones.

En la obra de Ballester et al. (1992) se ofrecen un conjunto de formas en las que se puede representar una sucesión de indicaciones con carácter algorítmico, estas son: frases, fórmulas, esquemas, ilustración gráfica, diagramas, o mediante un programa informático. Estas formas realizan una importante contribución a la fijación de la sucesión de indicaciones con carácter algorítmico por parte de los estudiantes, de manera que el componente visual

juega un importante papel en dicha fijación producto de las características de algunas de las formas de representación que se refieren, las cuales constituyen medios auxiliares heurísticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos algorítmicos.

En el caso de los procedimientos algorítmicos, es preciso que el profesor los enseñe con especial cuidado debido a que “estos tienden a automatizarse y su realización es cada vez menos consciente” (Naveira Carreño, 2019, p. 30). De la misma forma las acciones que constituyen el procedimiento no deben declararse como las únicas, incluso debe tratarse que estas sean descubiertas por el estudiante mediante el uso de procedimientos heurísticos que ya conozca o que puede realizar con impulsos del profesor.

De esta manera se entiende que cada procedimiento algorítmico es propio de cada estudiante, y se configura en función de la complejidad de su pensamiento, el grado de flexibilidad de este y su propia personalidad. Igualmente se insiste en la individualidad que debe caracterizar cada tarea para que logre la integración armónica referida. Ello no quiere decir que el proceso no pueda ser conducido por el profesor, sino que este debe guiar a los estudiantes a conformar una vía para resolver un tipo determinado de “problema” cuyas acciones y operaciones sean tantas en número como en complejidad en función del nivel de desarrollo del estudiante. De esta forma se explica la razón por la que estudiantes que se encuentran en un nivel de desarrollo superior resuelven un ejercicio o problema de una complejidad elevada en un número de pasos (acciones u operaciones) considerablemente menor que el resto del grupo, incluso que el profesor. De la misma forma otros estudiantes requieren realizar un número mayor de pasos para resolver un ejercicio o problema como resultado de su nivel de desarrollo y de la optimización de sus procesos lógicos del pensamiento. Este análisis se puede extender en su comprensión, hasta la elección de la vía de solución que el estudiante asume en el proceso de resolución del ejercicio o problema.

Es importante que se considere el objetivo y los conocimientos con los que cuenta el estudiante previo a la enseñanza de un nuevo procedimiento. En función de ello se deben tener en cuenta las relaciones de tipo emocional precedentes que tiene el estudiante con el nuevo procedimiento o con algunos de sus elementos.

Para la fijación se conciben tres etapas fundamentales. El paso por cada una de estas etapas debe ser flexible acorde al estado de desarrollo individual de cada estudiante. Se considera que en un primer momento el estudiante debe tener el procedimiento algorítmico detalladamente escrito en un lugar de fácil acceso para él, ya sea en el pizarrón, en su libreta de notas, en una presentación electrónica o en cualquier otro medio disponible. En esta primera etapa se deben resolver ejercicios con el apoyo visual del procedimiento. Una segunda etapa tiene lugar mediante la reproducción oral de los pasos por los estudiantes. En ello juega un papel relevante los impulsos dados por el profesor, de manera que sean los estudiantes quienes modelen socialmente su proceder en la clase. La tercera etapa se alcanza cuando el procedimiento se convierte en una acción básica.

El abordaje teórico realizado sobre la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y los procedimientos de solución permite que su integración en virtud de estudiar sus rasgos esenciales para el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía.

1.3.El cálculo diferencial e integral y la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de sus procedimientos de solución en la carrera Economía

Los orígenes del cálculo diferencial e integral son tan antiguos como la propia matemática. Esta parte de la matemática debe su nacimiento a la evolución de numerosas ideas en el tratamiento del infinito que se concretaron en el siglo XVII. A lo largo de la historia, diversos hombres han aportado a la conformación de esta herramienta clave para la concepción actual que se tiene del mundo, entre ellos Eudoxo (408–355 a. C.), Arquímedes (287–212 a. C.), Zenón de Elea (490-430 a. C.). En la antigua Grecia el filósofo Apolonio de Perge (262 a,

C, - 190 a. C.) se planteó el problema de encontrar un método general para determinar una recta tangente en un punto cualquiera de una curva. Este problema fue abordado, sin éxito, por grandes matemáticos como René Descartes (1596-1650) y Pierre de Fermat (1601-1665), quienes solo hallaron soluciones particulares. En el siglo XVII Isaac Newton (1642-1727) en Inglaterra, a la vez que Gottfried Leibniz (1646-1716) en Alemania, resolvieron este problema por vías completamente diferentes dando origen al cálculo diferencial. La derivada, el concepto central de esta teoría, permite modelar problemas de diversas índoles en los que se estudia la razón de cambio de una variable respecto a otra.

El cálculo integral, por su parte, tiene un recorrido histórico similar. Las primeras aproximaciones a estas ideas las realizó el matemático griego Arquímedes de Siracusa (287 a. C.-212 a. C) quien propuso el método exhaustivo para calcular el área de un círculo y pudo hacer las primeras aproximaciones al número π (pi). Este método presenta un problema ulteriormente denominado problema de las cuadraturas. La solución final a este problema es ofrecida por los mismos protagonistas del cálculo diferencial. Estos concibieron independientemente la idea del área como una función y comprobaron que la derivada de esta función asociada al área era igual a la función inicial, lo que originó el teorema fundamental del cálculo. Esta idea esboza la interconexión entre la derivación y la integración de funciones como operaciones inversas. Los resultados de estas teorías matemáticas fueron enriquecidos con el trabajo de otros científicos entre los que destaca Jacob Bernoulli (1654–1705), Agustín Cauchy (1789 - 1857), Karl Weierstrass (1815-1897) y Bernard Riemann (1826-1866).

Las aplicaciones de estos resultados a otras áreas del conocimiento son tantas que no es posible mencionarlas individualmente. Se han encontrado relaciones que se modelan con estas herramientas matemáticas en campos tan diversos como la industria aeroespacial, la biología o la economía. Las relaciones del cálculo diferencial e integral y la economía son

de particular interés para esta investigación. Su conocimiento supone la posibilidad de plantear a los estudiantes de la carrera Economía tareas matemáticas vinculadas con su profesión que se resuelven mediante los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral, por lo que se deben profundizar en estas relaciones interdisciplinarias.

Los vínculos de la economía y la matemática tienen lugar desde tiempos remotos. Desde entonces los vendedores y mercaderes mostraban comprensión de ciertos fenómenos económicos con el empleo de la aritmética. Con el avance de la matemática, particularmente el cálculo diferencial e integral, la economía logró adelantos significativos reflejados en los trabajos de David Hume, *Political Discourses* (1752), el *Tableau Economique* de François Quesnay (1758), o *The wealth of nations* de Adam Smith (1776).

En esta etapa se formalizan razonamientos económicos que tienen un impacto en las teorías desarrolladas posteriormente. Es relevante el trabajo del economista Agustín Cournot, quien fue el primero en definir y dibujar una curva de demanda y en aplicar el cálculo diferencial para los problemas de maximización en economía (Sydsaeter & Hammond, 2007).

Particularmente, el cálculo diferencial abre un nuevo campo en la economía denominado marginalidad, propuesto por Jules Dupuit (1804-1886). El análisis de la marginalidad de determinadas variables económicas como el costo, los ingresos, la utilidad, entre otras favorece la toma de decisiones en tanto permite conocer cómo se afectan estas variables al variar la producción. Otro aspecto particularmente relevante es la elasticidad, este fue introducido por Alfred Marshall en 1920. Esta magnitud analiza cuán elástica es una función mediante la aplicación del concepto de derivada y se emplea fundamentalmente en el análisis de curvas de oferta y demanda para estudiar la posibilidad de sustituir un determinado producto por otro.

Las aplicaciones del cálculo integral a la teoría económica permiten emplear el concepto integral impropia a la solución de problemas relacionados con la elección bajo riesgo. En

esta clase de problemas se calculan integrales impropias de segunda especie que favorecen la toma de decisiones a actores económicos en situaciones en las que se presenta determinada incertidumbre. Estos problemas fueron desarrollados por Savage (1954) quien planteó la hipótesis de la utilidad esperada, la que fue ampliada por Luce y Raiffa en 1957 (Monsalve Gómez, 2019). Otra aplicación del cálculo integral a la economía tiene lugar en la teoría del consumidor, esta teoría plantea que pueden existir excedentes ya sea del productor o del consumidor cuando existen diferencias entre el punto de equilibrio de mercado y el precio de un bien (Samuelson, 2007). Es de interés de esta investigación profundizar no solo en las relaciones interdisciplinarias que a nivel teórico se presentan entre el cálculo diferencial e integral y la economía, sino profundizar en la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje que produce el aprendizaje desarrollador de sus procedimientos de solución.

Describir cómo debe transcurrir la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía requiere precisar algunos elementos vinculados con la didáctica de la Educación Superior (Páez-Suárez, 2020) que determinan requerimientos para este nivel educativo. En la Educación Superior concurren tres procesos sustantivos que marcan la dinámica de la vida en la Universidad. Los autores Samá Muñoz et al. (2019) y Mora Peña (2019) reconocen a la formación, la investigación y la extensión universitaria como los procesos sustantivos que se desarrollan en la Educación Superior. Estos procesos no deben considerarse aislados, es una aspiración de la Universidad Cubana que ellos se imbriquen como un todo en cada una de las actividades que se desarrollan. Ello significa que el aprendizaje de los contenidos que se imparten en este nivel educativo debe impactar en estos tres procesos, lo que resulta en un aspecto distintivo de la Educación Superior.

En este nivel educativo el contenido matemático se estructura bajo estas exigencias, las cuales se complementan con las abordadas en el primer epígrafe. Un elemento que distingue

al contenido matemático y particularmente al cálculo diferencial e integral en la carrera Economía es su carácter profesionalizado (Medina Viñamagua, 2020; Moreno Martín et al., 2017; Tapia Sosa & Estrabao Pérez, 2018). Es decir, el sistema de conocimientos que se puede plantear para determinada carrera puede coincidir, exactamente, con el de otra; no obstante, deben evidenciarse en el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura otros aspectos que van más allá de las relaciones interdisciplinarias entre la Matemática y el perfil profesional del estudiante.

Se considera por el doctorando que debe conceptualizarse, por parte del profesor y con apoyo en los documentos que rigen el desarrollo de la carrera (Plan de estudios, programa de la disciplina y programas analíticos de asignatura, entre otros), el papel que tiene el cálculo diferencial como contenido matemático en la formación del economista. De manera que se puedan establecer las relaciones entre estos contenidos y la ciencia en la que se forma el estudiante, que permitan que estos se articulen coherentemente desde la dirección de su proceso de enseñanza-aprendizaje con el resto de las disciplinas del currículo de la carrera. Se trata, entonces, de problematizar desde la propia carrera en la que se forma el estudiante para llegar a aprender la Matemática, no como una teoría, sino como una herramienta imprescindible para aprender y resolver problemas de su profesión.

Esta concepción ofrece la ventaja de imbricar el proyecto de vida en su arista profesional, que se ha trazado el estudiante, con el aprendizaje de la Matemática. Tal aspecto otorga significatividad al proceso de aprendizaje, lo cual, si se guía adecuadamente, puede conducir a que se produzca el aprendizaje desarrollador de la Matemática. Esta razón indica la necesidad de determinar y argumentar las relaciones entre la Matemática y la Economía, particularmente aquellas que deben considerarse en la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral.

Las relaciones que se pretenden explicar en la presente investigación responden a necesidades didácticas que han sido fundamentadas anteriormente. No es interés de esta investigación profundizar en aquellas relaciones que no se abordan como parte del contenido de enseñanza en la carrera Economía. Para ello se parte del análisis del modelo del profesional de la carrera Economía y del programa de la disciplina Ciencias Matemáticas, Estadísticas e Informáticas para esta carrera. En el modelo del profesional se declara que el economista debe “resolver los problemas que surgen en el sistema económico, relacionados con la producción, distribución, cambio y consumo de la riqueza social para alcanzar los objetivos del modelo de desarrollo socialista cubano” (MES, 2018a, p. 8). En este documento se argumenta este objetivo general de la profesión a partir del planteamiento de elementos relacionados con la independencia, autorregulación y autoperfeccionamiento continuo como elementos fundamentales que caracterizan el accionar de este profesional. De la formulación de este objetivo se desprende la importancia que tiene el aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución y por ende la dirección de su proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta afirmación está sustentada en el precepto de que, para resolver problemas, como se ha referido, debe estructurarse un sistema de acciones y operaciones que permitan arribar a su solución. La formulación de estas acciones demanda del empleo de formas de trabajo y de pensamiento que el cálculo diferencial e integral y sus procedimientos de solución brindan al estudiante durante su etapa de formación.

En este sentido la idea de alcanzar rendimientos óptimos en diversos contextos de la producción y los servicios se muestra como en una contradicción con las condicionantes históricas con las que puede interactuar el economista, por lo que buscar relaciones y dependencias entre dichas condicionantes y los objetivos de la organización que administra, la variación de estos condicionantes hacia casos más favorables a partir de su transformación o reformulación conveniente y las posibilidades de establecer analogías con otros problemas

anteriormente resueltos deviene en formas de razonar y proceder que deben caracterizar la práctica del economista y en las que el aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral tienen un aporte fundamental. Este elemento denota una de las principales relaciones con la disciplina principal integradora de esta carrera, en la cual se integran los contenidos de todas las disciplinas del plan de estudios para contribuir a la solución de los problemas del sistema económico cubano.

Por estas razones la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución debe estar orientada a la formación y desarrollo de las formas fundamentales de trabajo y de pensamiento de la ciencia matemática, de manera tal que el estudiante se apropie de los mecanismos necesarios para enfrentarse a tareas complejas y mentalmente exigentes como parte de su desarrollo profesional, de manera que se articule con la práctica laboral como espacio de preparación, lo cual debe concebirse desde el colectivo de año. El doctorando considera que para realizar estos aportes es fundamental proponer, desde el propio proceso de enseñanza-aprendizaje, tareas matemáticas que estimulen el desarrollo de estas formas de trabajo y de pensamiento, las cuales deben evidenciarse a través de debates colectivos en el aula.

Por su parte, en el programa de la disciplina se declara la importancia de esta en el plan de formación del economista en función de las contribuciones que hace en cuanto a la estructuración de ideas relativas a la Economía, y a la fundamentación de evidencias tanto de teorías, como de decisiones económicas tomadas en diversas instancias. Esta disciplina constituye la base para la modelación económica contemporánea, la cual resulta clave para la elaboración de políticas y estrategias nacionales, territoriales, sectoriales y empresariales. El programa de la disciplina Ciencias Matemáticas, Estadísticas e Informáticas elaborado por la comisión nacional de la carrera Economía (MES, 2018a) destaca las principales

relaciones que se pueden usar durante el proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial e integral en esta carrera:

- Derivación en una variable real: elasticidad, costo marginal, ingreso marginal, beneficio marginal. Crecimiento y decrecimiento: poblacional, el valor de una cuenta de ahorros con interés compuesto, interés compuesto continuamente.
- Integración en una variable real: cambio neto en la población, costo total, ingreso total, beneficio total, excedente del consumidor y del productor, índice de Gini.
- Funciones en varias variables: curvas de isocostos, isocuantas, isoutilidad y curvas de indiferencia. Elasticidades parciales. Función de producción de Cobb-Douglas, su grado de homogeneidad y la elasticidad parcial. Relación entre los rendimientos a escala de la función de producción y la homogeneidad.

Se considera que la enseñanza de estos contenidos debe estructurarse al tomar como punto de partida problemas que estén en el campo de las ciencias económicas, como los que se mostraron anteriormente, cuya solución esté en el campo de la matemática. Este tipo de relaciones es posible establecerlas desde la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral, en tanto la solución de estos problemas que tiene origen en el campo de las ciencias económicas tiene lugar mediante la modelación y la aplicación de procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral. De esta manera se hacen evidentes para el estudiante las relaciones entre el cálculo diferencial e integral y su carrera, de forma tal que pueda vislumbrar la importancia de su estudio y no lo considere como contenidos que debe vencer. Para reforzar estas ideas se hace necesario vincular los contenidos matemáticos con todas las acciones encaminadas a los procesos sustantivos que realizan los estudiantes.

A partir de las ideas anteriormente expuestas se ha sintetizado *grosso modo* las interrelaciones existentes entre el proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos

de solución en el cálculo diferencial e integral y el proceso de formación del economista. Por otra parte, son igualmente importantes las relaciones que se establecen entre este proceso y la investigación. El doctorando considera que la generación de espacios externos al proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución para que se exprese la investigación como proceso sustantivo de la Educación Superior debe complementarse con acciones previstas desde la clase. El sustento de la idea anterior se expresa en las potencialidades que presentan los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral de esta carrera para contribuir a procesos de búsqueda de nuevos conocimientos. La adquisición de estas maneras de proceder hace una esencial contribución a la formación investigativa del estudiante, por lo que desde la dirección del proceso deben concebirse actividades orientadas a esta finalidad. Se considera como elementos favorables la orientación de seminarios y talleres en los que se presenten resultados de revisiones, búsquedas o síntesis estrechamente relacionadas con el proceder para la resolución de determinada clase de tareas matemáticas.

Por otra parte, la orientación actividades investigativas favorece diversos elementos relacionados con la independencia y autorregulación de los estudiantes durante su proceso de formación. Estas contribuyen a la conformación de métodos de estudio vinculados con la búsqueda y procesamiento de la información que son imprescindibles para que pueda desarrollar aprendizajes a lo largo de toda su vida.

Las relaciones del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral con la extensión universitaria también son notables. Sin dudas la clase es un espacio desde el que se tributa al desarrollo de la sociedad. Desde este espacio el estudiante debe analizar, criticar incluso proponer soluciones a problemas sociales que se modelan mediante el cálculo diferencial e integral. Estas ideas que son objeto de discusión desde momentos iniciales del desarrollo del plan de estudios, más

tarde se expresan en actividades que realizan los estudiantes al insertarse en la práctica laboral e investigativa, donde la contribución esencial es a partir de la presentación de un trabajo de diploma en el que resuelve científicamente un problema práctico. En este sentido la contribución fundamental de los procedimientos de solución a este proceso sustantivo está relacionado con la cultura de la profesión. Es en esta categoría en la que se sintetiza toda la cultura que adquiere el estudiante como parte de su proceso formativo y que expresa socialmente al manifestar modos de proceder ante situaciones complejas que exigen una visión estratégica, de modo que progresivamente se alcancen las metas propuestas.

Los procedimientos de solución que aparecen en el cálculo diferencial e integral de la carrera Economía poseen un alto nivel de dificultad. Debido a la necesaria integración de conocimientos y habilidades requerida, en pocos casos aparecen procedimientos de solución que se puedan clasificar directamente como heurísticos o algorítmicos. Ellos se encuentran fusionados de tal modo que para resolver una tarea se recurren a unos u otros en el proceso de resolución. En este sentido los procedimientos heurísticos permiten detectar cuál será la vía empleada, mientras que los algorítmicos permiten obtener la solución de la tarea.

La fundamentación teórico-metodológica que demanda el proceso de sistematización de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía está basada en todos los fundamentos que se han determinado en esta tesis. Este fenómeno singular constituye el punto de mira de la investigación, por lo que en su elaboración teórica subyacen los fundamentos teóricos ya declarados hasta el momento: ellos permiten la estructuración teórico-metodológica de este en particular. Para ello resulta esencial considerar la dinámica que le imprimen los procedimientos de solución como contenido de enseñanza al resto de los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje. Ellos determinan la configuración que adoptan como sistema todos los componentes personalizados, así como las acciones de

dirección del profesor, las cuales se reflejan en el accionar del grupo en general y del estudiante en particular. Por lo que se hace necesario particularizar el análisis realizado en el primer epígrafe relativo a las relaciones entre las funciones de la dirección y los componentes personalizados para el caso del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución

En la planificación del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía se debe considerar, en primer lugar, el nivel de desarrollo de los estudiantes para aplicar procedimientos de solución en contenidos previos al cálculo diferencial e integral. Se debe reconocer la capacidad para encontrar dependencias entre condiciones dadas por una tarea matemática y buscar las relaciones que se dan entre estas y las exigencias de la tarea; la aptitud para transformar las condiciones de la tarea a otras más ventajosas para su solución; así como la perspicacia de aplicar ideas con las que han resuelto tareas similares. Además, debe precisarse el conocimiento de algoritmos que resuelven ciertas tareas previas al cálculo diferencial e integral como son: la descomposición factorial de polinomios, la resolución de ecuaciones, la representación gráfica de funciones elementales fundamentales, entre otros.

El profesor debe seleccionar el contenido matemático en el que se aplica el procedimiento de solución que se pretende enseñar, de acuerdo con los objetivos formulados, de modo que los estudiantes lo asimilen sobre la base de contenidos aprendidos previamente. Para ello es esencial el trabajo previo a la obtención del procedimiento en el que se destacan propiedades y definiciones que se aplican en la realización del procedimiento. En esta etapa el profesor debe determinar la situación típica predominante y auxiliarse de los procedimientos heurísticos en aquellos procesos parciales que se consideran como problemas.

La etapa de planificación del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral exige que se elaboren guías de estudio en las que

se reflejen ejemplos de aplicación de procedimientos de solución, de manera que el estudiante pueda apropiarse de maneras de hacer y actuar ante las tareas propuestas. Estos ejemplos deben integrar con otros recursos que potencien la fijación del procedimiento como pueden ser medios auxiliares heurísticos que contengan la representación del procedimiento mediante esquemas, frases, fórmulas, diagramas, gráficas, entre otros que puede elaborar el profesor, el estudiante, o el grupo, según la manera en que se conciba la actividad. De igual manera se reconoce el empleo de hojas de trabajo en las que el estudiante construye el procedimiento mediante procesos de búsqueda. Estos recursos deben ser elaborados cuidadosamente para que cumplan su objetivo dentro del proceso, por lo que requieren ser planificados para que intervengan en aquellos momentos del proceso en que son más útiles. Otro aspecto relevante de la planificación es el diseño de actividades dirigidas a la evaluación del aprendizaje de los procedimientos de solución. Para ello se deben emplear diversos instrumentos y vías que permitan conocer cómo se logran los objetivos del proceso. Estas actividades no deben estar dirigidas únicamente a la calificación, sino que deben servir como una forma de control tanto para el profesor como para el estudiante, de modo que se actualice continuamente la información diagnóstica relativa al aprendizaje de los procedimientos de solución. Deben emplearse convenientemente la vía oral y la escrita sin ponderar ninguna de las dos, de manera que se favorezca tanto la ejecución y el conocimiento de la simbología matemática como su terminología y reflexiones en torno a los procedimientos que potencien el debate acerca de las maneras de resolver las tareas planteadas. Estas actividades evaluativas deben incluir la planificación de las evaluaciones sistemáticas, parciales y finales que contengan las exigencias abordadas.

En la organización de este proceso se deben seleccionar los métodos de enseñanza para dirigirlo. El empleo de los métodos que estimulan un nivel de asimilación productivo y los métodos problémicos se consideran fundamentales para lograr el aprendizaje desarrollador

de los procedimientos de solución. El empleo de estos de manera combinada con otros métodos, contribuye al desarrollo de la independencia cognoscitiva y de las capacidades creadoras de los estudiantes.

En la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución el método heurístico permite estructurar las acciones de planificación, organización, ejecución y control y evaluación de los participantes. Este método, también conocido como conversación heurística, permite que, bajo la dirección del profesor, se produzca la apropiación gradual y consciente de los contenidos por parte de los estudiantes. Se coincide con Valdivia Sardiñas (2009) en las potencialidades de este método para que se produzcan aprendizajes desarrolladores, de manera que los estudiantes se encuentran estimulados constantemente en la búsqueda de la solución de problemas planteados a partir de lo que ya conocen. Este aspecto permite la obtención de sucesiones de indicaciones con carácter algorítmico o heurístico para la solución de determinada clase de ejercicios estrechamente relacionados con la formación del economista, así como para la formación de conceptos y la búsqueda de teoremas.

La esencia del método heurístico está en el diálogo que establece el profesor con sus estudiantes, a partir del cual se pueden conocer las ideas, más o menos claras que tengan los estudiantes respecto a determinados asuntos. Sin embargo, se hace imprescindible para la aplicación de este método la consideración de las premisas pedagógicas dadas por Torres Fernández (2000), ellas son: el dominio del contenido, el conocimiento del nivel de partida de los estudiantes y la preparación didáctico-metodológica relacionada con una buena técnica para preguntar y elaborar impulsos didácticos (Ledo Miralles et al., 2020; Pérez Ariza, 2020).

Resulta importante considerar cuál o cuáles problemas de las ciencias económicas deben emplearse para introducir determinados contenidos matemáticos y cuáles otros contenidos

deben introducirse a partir de relaciones puramente matemáticas. El doctorando propone que en el transcurso del proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial e integral en la carrera Economía tales relaciones se modelen según e indica en el Anexo 1.

Dentro de esta función de la dirección educacional se debe considerar la selección de los medios de enseñanza. Entendidos estos como soporte material del método de enseñanza y a partir de la preponderancia que tiene para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral el método heurístico, entonces deben considerarse el papel de los medios auxiliares heurísticos como medios de enseñanza. Resulta relevante explicar que estos medios auxiliares heurísticos pueden estar en plataformas materiales (entendidos tradicionalmente) o en plataformas digitales (mediadas por las tecnologías de la información y las comunicaciones). Debido a la importancia que tienen los medios auxiliares heurísticos para la resolución de problemas en sentido amplio, su elaboración requiere de la participación de los estudiantes (ya sea individual o grupalmente).

Un aspecto organizativo a considerar en la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral es la selección de tipologías de clase que promuevan el debate y la reflexión en torno a los procedimientos de solución. El reglamento de trabajo docente y metodológico de la Educación Superior (MES, 2018b) norma las tipologías de clase que se pueden emplear en este nivel educativo, entre ellas propone al seminario como aquella clase que presenta como objetivos fundamentales que los estudiantes “consoliden, amplíen, profundicen, discutan, integren y generalicen los contenidos orientados; aborden la resolución de tareas docentes mediante la utilización de los métodos propios de la rama del saber y de la investigación científica; desarrollen su expresión oral, el ordenamiento lógico de los contenidos y las habilidades en la utilización de las diferentes fuentes del conocimiento” (p. 42).

Con estos fines se pueden emplear diversos tipos de seminarios de acuerdo con Almeida Carazo (2000) se pueden emplear en la enseñanza de la Matemática seminarios de discusión de tareas, preguntas y respuestas, ponencia y oponencia, tipo informe y solución de problemas. Estos seminarios favorecen el debate sobre los procedimientos de solución y permiten la profundización en sus aspectos medulares, de manera que se indaguen los aspectos más significativos del procedimiento como manera de potenciar la motivación de los estudiantes.

La clase práctica como tipo de clase está orientada a que los estudiantes “ejecuten, amplíen, profundicen, integren y generalicen métodos de trabajo característicos de las asignaturas y disciplinas, que les permitan desarrollar habilidades para utilizar y aplicar, de modo independiente, los conocimientos” (MES, 2018b, p. 42). Para una clase práctica se deben diseñar y proponer diversas tareas que potencien la ejecución de los procedimientos estudiados. Es un espacio ideal para la fijación de los procedimientos de solución, por lo que se debe insistir en la generalización de estos para contextos diferentes a fin de demostrar su importancia.

Por otra parte, el taller está dirigido a aplicar “los conocimientos adquiridos en las diferentes disciplinas para la resolución de problemas propios de la profesión, a partir del vínculo entre los componentes académico, investigativo y laboral” (MES, 2018b, p. 42). En ellos se debe reflexionar acerca de la construcción del procedimiento, es un espacio para experimentar, construir y teorizar. Se puede organizar el grupo de manera individual o colectiva en función de ordenar los debates que caracterizan a este tipo de clase. Es importante poder vincular los procedimientos que se estudien en el taller a la resolución de problemas económicos, principalmente si estos son formulados por los estudiantes a partir de sus experiencias en la práctica laboral.

Durante la realización del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución se debe atender las particularidades del aprendizaje de los alumnos que integran el grupo. Estas no se deben entender únicamente como el ritmo de aprendizaje, además deben considerarse otras necesidades tanto en lo afectivo como en lo cognitivo que permitan la generación de intereses asociados al aprendizaje de los procedimientos de solución. La atención a estas diferencias está relacionada con el diseño de tareas matemáticas que demanden la aplicación de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral que se estructuren en un sistema de modo que permita avanzar en exigencias crecientes hacia la resolución de tareas más complejas con niveles superiores de independencia.

De igual manera se debe asegurar la participación de los estudiantes en debates sobre los procedimientos de solución, estos se deben propiciar a partir del descubrimiento de contradicciones o incompletitudes asociadas a los conocimientos que han adquirido, para aplicar el principio heurístico de la compleción, particularmente a los procedimientos de solución. Estos debates no solo deben orientarse hacia las acciones que componen el procedimiento, sino a la manera en que se descubren estas acciones, de modo que se favorezca el pensamiento crítico, la toma de decisiones y la resolución de problemas como procesos que contribuyen a aprender a aprender en la Universidad (García García et al., 2021; Gargallo López et al., 2020).

En la función relacionada con el control y la evaluación se expresa la importancia del tratamiento que da el profesor a los errores de los estudiantes. Estos también constituyen origen para los debates que deben generarse en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución, los que deben transcurrir en un clima respetuoso que favorezca la participación de los estudiantes sin miedo a equivocarse. El análisis en torno a los errores procedimentales debe basarse, esencialmente en el orden lógico de las inferencias y

operaciones que componen el procedimiento, de modo que se evidencien estas relaciones al estudiante y pueda profundizar en la estructura lógica de su proceder.

Finalmente, los procedimientos de solución deben incluirse siempre en el sistema de evaluación. Ellos permiten evidenciar tanto el dominio de la base conceptual del cálculo diferencial e integral, como de las propiedades de estos conceptos a partir de sus aplicaciones en la resolución de tareas. Se recalca en la importancia de que las tareas que se propongan a fin de evaluar tengan no solo un componente ejecutor, sino que favorezcan aspectos reflexivos en y sobre el proceso de solución de la tarea. Para su evaluación se deben emplear la autoevaluación, la coevaluación y la heteroevaluación.

La síntesis realizada de los aspectos y rasgos característicos de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía permite definir esta categoría singular como un sistema didáctico que articula un marco de interacción y comunicación de la experiencia humana vinculada con la resolución de tareas matemáticas, el cual es planificado, organizado, ejecutado, controlado y evaluado por el profesor, de manera que produzca en el estudiante la regulación de su accionar al concebirse como aprendiz de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral cuyas aplicaciones a la economía permiten el establecimiento de relaciones significativas que acompañan su motivación por aprender.

Consideraciones finales del capítulo

La concepción desarrolladora del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática es imprescindible en el contexto actual de la Educación Superior, es por ello que en este nivel educativo deben considerarse la dinámica establecida entre las funciones de la dirección educacional y los componentes personalizados del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador, de manera que este último se estructure en concordancia con las aspiraciones del modelo del profesional en formación acorde con el papel que desempeña la Matemática en su currículo.

La concepción propuesta para las situaciones típicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática permite comprender a los procedimientos heurísticos como una de ellas, de modo que estos se presentan en una dualidad en la que son a la vez contenido de enseñanza-aprendizaje y el medio para la determinación de la vía de solución de tareas matemáticas. En este sentido la articulación de los procedimientos heurísticos con los algorítmicos aparece como la clave para solucionar tareas matemáticas, de manera que los primeros permiten realizar las transformaciones y reformulaciones necesarias a partir de las condiciones dadas para determinar la vía de solución y los últimos permiten determinar la solución de una tarea matemática.

Los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía están estrechamente vinculados a la resolución de tareas matemáticas que en muchos casos son ejercicios de aplicación a la Economía. Estos deben enseñarse y aprenderse mediante un proceso desarrollador que es planificado, organizado, ejecutado, y controlado y evaluado por sus componentes personales bajo la guía del profesor en concordancia con los procesos sustantivos de la Educación Superior y orientados al objetivo de la profesión del economista.

**CAPÍTULO 2: ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA DIRECCIÓN DEL
PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DESARROLLADOR DE LOS
PROCEDIMIENTOS DE SOLUCIÓN EN EL CÁLCULO DIFERENCIAL E
INTEGRAL EN LA CARRERA ECONOMÍA DE LA UNIVERSIDAD DE
MATANZAS**

Capítulo 2: Estrategia didáctica para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía de la Universidad de Matanzas

En este capítulo se realiza el diagnóstico del estado actual de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía de la Universidad de Matanzas. Este proceso refrendó la existencia del problema científico planteado en la investigación, como vía de solución se propone una estrategia didáctica para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía. La valoración de la estrategia didáctica por un panel de expertos y su aplicación en la práctica educativa permitieron corroborar su validez.

2.1. Diagnóstico del estado actual de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía en la Universidad de Matanzas

En el capítulo anterior el doctorando presentó aquellos fundamentos teórico-metodológicos que, a su juicio, son de imprescindible consideración para sustentar la segunda tarea de investigación dirigida a diagnosticar la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía de la Universidad de Matanzas. En este epígrafe se exponen los resultados de la realización de la tarea de investigación referida.

2.1.1. Operacionalización de la variable

En la presente investigación se asume como variable dependiente la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía. Ella fue abordada en los fundamentos teóricos y se definió como un sistema didáctico que articula un marco de interacción y comunicación

de la experiencia humana vinculada con la resolución de tareas matemáticas, el cual es planificado, organizado, ejecutado, controlado y evaluado por el profesor, de manera que produzca en el estudiante la regulación de su accionar al concebirse como aprendiz de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral, sus aplicaciones a la economía permiten el establecimiento de relaciones significativas que acompañan la motivación por aprender.

Para diagnosticar el estado actual de esta variable se consideraron sus dimensiones e indicadores a los cuales se arribó a partir de la definición operacional dada. Se analizaron cuáles son los elementos medibles que resaltan de ella en función de los objetivos de la investigación. Este proceso permitió concebir a la variable en dos dimensiones: la actividad del profesor y la actividad del estudiante.

La primera dimensión, actividad del profesor, se define como el subsistema didáctico que permite estructurar el conjunto de acciones del profesor para planificar, organizar, ejecutar, controlar y evaluar el proceso de resolución de tareas matemáticas del cálculo diferencial e integral en la carrera Economía y que está orientado hacia el aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución. Esta dimensión está integrada por los siguientes indicadores:

- 1.1. Estado del diagnóstico de los procedimientos que emplean los estudiantes para la resolución de tareas matemáticas.
- 1.2. Selección de conceptos, teoremas y problemas de la matemática, la economía o de la práctica para la aplicación de los procedimientos de solución.
- 1.3. Frecuencia con que aparecen en las guías de estudio ejemplos de aplicación de los procedimientos de solución.
- 1.4. Diseña actividades para la evaluación de los procedimientos de solución.
- 1.5. Selección de métodos, medios y formas de organización para la enseñanza de los procedimientos de solución.

- 1.6. Empleo de tipologías de clases que promuevan el debate y la reflexión sobre los procedimientos de solución
- 1.7. Estado de la atención a las diferencias individuales en el aprendizaje de los procedimientos de solución.
- 1.8. Estado de la participación de los estudiantes en debates relacionados con los procedimientos de solución.
- 1.9. Frecuencia con que se analizan los errores cometidos por los estudiantes.
- 1.10. Frecuencia con que se incluyen los procedimientos de solución en el sistema de evaluación.
- 1.11. Nivel de variedad de tipos de evaluación realizada en las clases.

La segunda dimensión, actividad del estudiante, se define como un subsistema didáctico que tiene como protagonista a los estudiantes en su concepción grupal e individual, quienes logran, a partir de su interacción con el profesor y entre ellos, apropiarse de la experiencia humana que le antecede relativa a la resolución de tareas matemáticas, en un proceso en el que asume una posición crítica que le permite establecer relaciones significativas con su profesión a partir de la solución de contradicciones intra o extramatemáticas que favorecen su motivación por aprender. Se consideran como indicadores de esta dimensión los siguientes:

Indicadores:

- 2.1. Estado del empleo de los procedimientos de solución a tareas matemáticas.
- 2.2. Calidad de la autoevaluación del aprendizaje.
- 2.3. Frecuencia con que critica o transforma los procedimientos de solución que conoce por diversas fuentes.
- 2.4. Nivel de implicación personal con la resolución de tareas matemáticas vinculadas a la profesión o la práctica.

2.5. Grado de importancia que le concede a las aplicaciones económicas de los procedimientos de solución.

2.6. Nivel de presencia de necesidades, intereses y motivos relativos al aprendizaje de los procedimientos de solución.

2.7. Estado de las expectativas en torno al aprendizaje de los procedimientos de solución.

2.8. Grado de estimulación que generan contradicciones e incompletitudes intramatemáticas o extramatemáticas para el aprendizaje de nuevos procedimientos de solución.

Resulta necesario para los indicadores que se plantean determinar escalas de medición. Para ello se proponen descriptores de medida para cada uno de los indicadores de la variable dependiente. Estos descriptores posibilitan la formación de un juicio de valor acerca del estado del indicador que se evalúa. En el Anexo 2 se declaran estas escalas de medición.

2.1.2. Metodología e Instrumentos

Los instrumentos aplicados en esta investigación responden a métodos empíricos de la investigación que fueron explicados en la introducción de esta tesis. En ellos se busca la información que es relevante para diagnosticar el estado actual de la variable dependiente. La metodología cualitativa permitió al investigador adentrarse en el campo de acción de manera que fue partícipe de los fenómenos y procesos que tuvieron lugar en esta parte de la realidad (Hernández Sampieri & Mendoza Torres, 2018). Por otra parte, la metodología cuantitativa posibilitó el análisis de datos que se extrajeron de la realidad, cuyo estudio favoreció la toma de decisiones en función del contexto.

La mayoría de los instrumentos tienen carácter semiestructurado. Es decir, la versión que queda plasmada en la memoria escrita de la tesis constituye una guía para desarrollar los diálogos que se sostienen con los sujetos que intervienen en la investigación. Estos instrumentos no constituyen un fin en sí mismos, sino la vía que ha encontrado el doctorando

para acceder al conocimiento de la parte de la realidad que le ocupa. De esta manera se componen los instrumentos a fin de recopilar la información necesaria para evaluar el estado de los indicadores planteados en la operacionalización de la variable.

Los instrumentos que se emplearon para la medición individual o grupal de cada indicador se resumen en el Anexo 3. Para su aplicación se transitó por diferentes pasos que se explican a continuación. Una vez inscrito el tema de investigación, el doctorando se avocó en la búsqueda de los participantes de esta investigación. Se seleccionaron los estudiantes de primer año de la carrera Economía de la Universidad de Matanzas, por ser el grupo donde se imparten los contenidos del cálculo diferencial e integral esta carrera. Se consultó con los estudiantes la idea, a la vez que se le solicitó su participación en la investigación. Todos los estudiantes aceptaron participar como sujetos de la investigación. Por otra parte, se pidió la cooperación de los colegas del Departamento de Matemática para dar sus criterios y colaboraciones como sujetos de la investigación.

Todo lo anterior permitió conformar dos unidades de análisis para la realización del diagnóstico del estado actual: una unidad de análisis se integró por los 62 estudiantes de primer año de la carrera Economía de la Universidad de Matanzas del curso diurno durante el curso escolar 2019-2020. La otra unidad de análisis estuvo compuesta por 19 profesores de Matemática de la propia institución. El diagnóstico se aplicó durante el segundo semestre del curso escolar referido, en la asignatura Matemática II, por lo que es en esta donde se observaron clases y fue su preparación y programa analítico los que se estudiaron. Sin embargo, la entrevista a los estudiantes abarca su experiencia en la Universidad con los contenidos del cálculo diferencial e integral.

La metodología cualitativa le permitió al doctorando reflexionar sobre su propia conducta en función de su dualidad sujeto-objeto de la investigación. Este proceso favoreció el proceso de diagnóstico, en tanto lo hizo más eficiente, a partir del conocimiento apriorístico

del investigador. Ello orientó el trabajo hacia los aspectos que ya eran supuestos y que se constataron empíricamente a partir de la información extraída de la aplicación de los instrumentos. De igual forma, los propios instrumentos permitieron al doctorando negar dialécticamente suposiciones iniciales y avanzar hacia otros aspectos que no se conocían inicialmente.

La prueba pedagógica 1 (Anexo 4) estuvo orientada a comprobar los conocimientos y habilidades de los estudiantes para resolver tareas matemáticas relacionadas con su profesión que se modelan mediante el cálculo diferencial e integral. Este instrumento contiene otras preguntas relacionadas con la autorreflexión por parte del estudiante respecto a su proceder, así como otras orientadas a aspectos significativos y motivacionales relacionados con ese contenido.

Se aplicó una encuesta a profesores de Matemática de la Universidad de Matanzas (Anexo 5) dirigida a determinar el nivel de conocimiento, por parte de estos profesores, de los procedimientos de solución, las situaciones típicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y los modos en los que estos profesionales dirigen el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos referidos.

En el transcurso de esta investigación se empleó la observación y el análisis documental como método del nivel empírico, para ello se diseñaron tres instrumentos que favorecieron su utilización en diferentes momentos, por lo que se elaboró una guía de observación para las clases (Anexo 6) y dos guías de revisión de documentos, una para el análisis de la preparación de la asignatura (Anexo 7) y otra para su programa analítico (Anexo 8) respectivamente.

La entrevista grupal realizada a los estudiantes (Anexo 9) estuvo orientada a profundizar en los aspectos significativos y motivacionales relacionados con el aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral. Esta se realizó en un

clima proclive al debate en el que los estudiantes se expresaron con naturalidad y respondieron a las preguntas de la entrevista.

2.1.3. Análisis de los resultados de los instrumentos aplicados

En los anexos de esta investigación (del 10 al 17) se expresan, en detalle, los resultados de cada uno de los instrumentos aplicados. Por lo que se presenta un resumen de estos, de manera que se expone en profundidad los resultados que se obtienen para cada indicador a partir de la evaluación que se realiza mediante la triangulación de los resultados de cada instrumento.

A la prueba pedagógica aplicada se presentaron 49 estudiantes de un total de 62, lo cual representa el 79% del total de estudiantes integran la unidad de análisis, por lo que se considera que estos resultados describen el carácter del grupo. Se obtuvo un valor promedio de $\bar{x} = 2,46$ y una desviación típica de $\sigma = 0.93$.

Los resultados de la encuesta a los profesores (Anexo 11) permitieron determinar que es pobre su dominio de los conocimientos que se midieron en la encuesta. De manera que se asume que su desconocimiento implica que estos elementos no pueden ser tenidos en cuenta por ellos durante su actividad profesional.

Pudo constatarse (Anexo 12) que en las clases el protagonismo es fundamentalmente del profesor, de manera que no se favorece adecuadamente la participación de los estudiantes, ni tampoco su reflexión en torno a los procedimientos que requieren los ejercicios y problemas que se plantean en las clases.

Los resultados del análisis de la preparación de la asignatura (Anexo 13) permitió afirmar que no se prevén actividades de debate en torno a los procedimientos de solución, de manera que se trabajan fundamentalmente procedimientos algorítmicos sin que se propongan acciones para reflexionar sobre su vía de solución. No se emplean otras tipologías de clase

que no sean la conferencia y la clase práctica. De igual manera se constató que las evaluaciones son fundamentalmente escritas.

La revisión del programa analítico de la asignatura (Anexo 14) permitió conocer que existen dificultades en su elaboración, en tanto este no permite orientar al profesor en el transcurso de la asignatura. Se presentan dificultades en la formulación de los objetivos y en su derivación gradual en los temas. En el documento no se hace referencia a los procedimientos de solución.

En el desarrollo de la entrevista grupal realizada a los estudiantes (Anexo 15) se conoció que ellos consideran que sus profesores poseen un elevado dominio del contenido matemático relativo al cálculo diferencial e integral. Por otra parte, los estudiantes arguyen que solo se utiliza la conferencia y la clase práctica como tipologías de clase, en las primeras el protagonismo lo tienen el profesor y ellos intervienen solo ocasionalmente, mientras que en la segunda si bien la actividad está centrada en las acciones de los estudiantes no se resalta el debate colectivo en torno a las tareas que se orientan, por lo que tienen un carácter meramente ejecutor.

Para sintetizar los resultados de cada indicador se trianguló la información ofrecida por cada uno de los instrumentos aplicados (Anexo 16), de manera que esta no estuviera sesgada por la observación o la subjetividad del doctorando, sino que se exprese como el resultado de un análisis desde el punto de vista científico dirigido a caracterizar el estado de la variable dependiente. A partir de los resultados obtenidos se considera pertinente describir cualitativamente los indicadores en cada una de las dimensiones de la variable. En la dimensión actividad del profesor se obtuvieron los resultados siguientes:

Se presenta poco estructurado el proceso de diagnóstico que debe llevar a cabo el colectivo de asignatura acerca de los procedimientos que emplean los estudiantes en la resolución de tareas matemáticas del cálculo diferencial e integral. Se conoció que no se emplean de

manera sistémica instrumentos para la realización del diagnóstico, por lo que se pierde información en este sentido.

El profesor selecciona el contenido matemático que está declarado en el programa de la disciplina, pero no logra establecer relaciones didácticas entre los contenidos referidos. Es decir, no se aprecia la concepción del profesor relativa al rol de los procedimientos de solución como parte del contenido matemático. Lo anterior se expresa en que no se estructura el proceso de enseñanza-aprendizaje de las situaciones típicas que intervienen en el cálculo diferencial e integral.

Las guías de estudio se orientan previas a las clases prácticas. En ellas no aparecen ejemplos resueltos que ilustren el empleo de determinado procedimiento de solución. Por otra parte, tampoco se emplean otros medios a fin de ilustrar el procedimiento que se pretende enseñar. Las actividades que se diseñan para la evaluación del aprendizaje de los procedimientos de solución tienen un marcado carácter algorítmico y escrito. Por esta razón no se favorece la reflexión en torno al proceder de los estudiantes ni el aprendizaje de los procedimientos heurísticos.

Se aprecia la ausencia de medios de enseñanza en el proceso. Los métodos empleados no siempre favorecen el debate entre los estudiantes acerca de un procedimiento de solución, lo cual es consecuencia de que el mayor protagonismo lo tiene el profesor. La conferencia y la clase práctica son las únicas tipologías de clase que se emplean durante el curso. Este elemento unido al estado de los métodos de enseñanza referido anteriormente hace que el debate y la reflexión sobre los procedimientos de solución no alcance los niveles deseados. Se destaca la poca atención que se da a las diferencias individuales de los estudiantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral. Por otra parte, el grado de participación de los estudiantes en debates sobre los procedimientos de solución es nulo, puesto que estos no se producen en la clase.

Se conoció que el tratamiento que reciben los errores cometidos por los estudiantes es insuficiente puesto que estos solo son corregidos, pero no se aprovecha como una fuente para la reflexión de los estudiantes en torno a los procedimientos de solución.

En el sistema evaluativo aparecen objetivos vinculados al aprendizaje de los procedimientos de solución, sin embargo, se destacan las dificultades referidas anteriormente en el diseño de las actividades con este fin.

A partir de los resultados expresados con anterioridad pudo conocerse que de los 11 indicadores de esta dimensión el 72.7% (8) de ellos obtuvieron la evaluación de Insuficiente (I) y el 27.3% (3) restante fue evaluado de Mal (M). Es por ello que la evaluación de la dimensión actividad del profesor se evalúa de Insuficiente (I).

El análisis de los indicadores de la dimensión actividad del estudiante permitió conocer que se emplean correctamente con escasa frecuencia los procedimientos de solución en las tareas matemáticas que se orientan. De igual manera, se considera insuficiente la calidad de la autoevaluación del aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral por parte de los estudiantes.

Pudo conocerse que es la baja frecuencia con que los estudiantes critican o transforman procedimientos de solución que conocen por diversas fuentes, de manera que se incurre en un aprendizaje memorístico y acrítico dado por la ponderación que tienen los procedimientos algorítmicos sobre los heurísticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución.

Existen escasos niveles de implicación personal por parte de los estudiantes en la resolución de tareas matemáticas. Este elemento ocupa un papel importante en el proceso de aprendizaje de los procedimientos de solución, en tanto se refiere a la importancia que tiene para el estudiante resolver determinada tarea. Este aspecto tiene estrecha relación con el limitado

nivel de desarrollo de sentimientos, valores y actitudes a partir del aprendizaje de los procedimientos de solución.

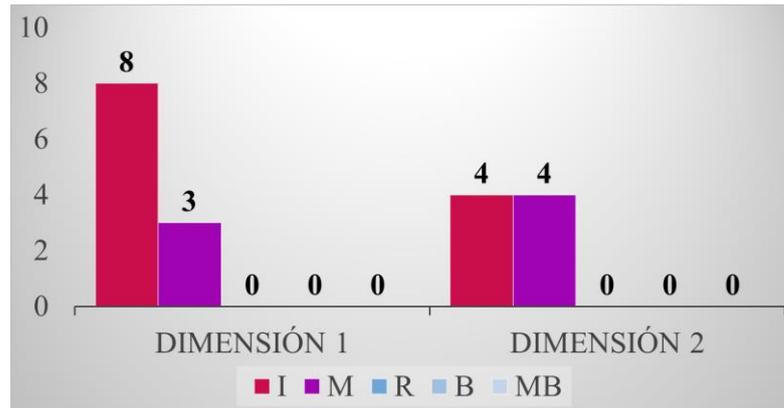
Se considera que los estudiantes frecuentemente tienen expectativas negativas en torno al aprendizaje de los procedimientos de solución, puesto que lo ven como algo más que deben aprender, sin haber comprendido la importancia de este procedimiento para su desarrollo profesional y personal.

Un elemento limitante resulta que no se evidencian contradicciones entre el conocimiento que tiene el estudiante y los nuevos conocimientos que debe adquirir, lo cual va en detrimento de la motivación de estos por aprender nuevos procedimientos de solución. Por último, se pudo apreciar que el esfuerzo que realizan los estudiantes por resolver tareas matemáticas es limitado. Por tanto, estos desisten con relativa facilidad de encontrar la solución a determinadas tareas que son fundamentales para el aprendizaje de los procedimientos de solución.

El análisis de los resultados evaluativos de los indicadores de la presente dimensión permitió conocer que el 50% (4) de ellos alcanzó la evaluación de Insuficiente (I) y que el 50% (4) restante fue evaluado de Mal (M). Es por ello que se considera que la evaluación de la dimensión actividad del estudiante es Insuficiente (I).

El siguiente gráfico muestra la frecuencia absoluta de la evaluación de los indicadores de cada dimensión a fin de condensar el estado de la variable:

Figura 1
Evaluación de la variable



Fuente: Elaboración propia (2020).

Como se observa los resultados son deficientes en las cuestiones que atañan a ambas dimensiones, en tanto las dos se evalúan en la categoría Insuficiente (I). Ello implica que la evaluación que se tiene de la variable a partir del proceso de diagnóstico ejecutado es, también, Insuficiente (I).

La integración de la información diagnóstica, confirmó la necesidad de instrumentar acciones para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía de la Universidad de Matanzas. Esta información permitió corroborar la existencia del problema científico que condujo a la realización de esta investigación. Por lo que para su solución se propone una estrategia didáctica, de manera tal que se cumpla con el objetivo de esta tesis.

2.2. Estrategia didáctica para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía de la Universidad de Matanzas

Durante este epígrafe se argumentan los fundamentos y el contenido de la estrategia didáctica y se orientan las acciones que debe seguirse para contribuir a la solución del problema científico que originó la investigación.

2.2.1. Concepción de la estrategia didáctica

En las investigaciones pedagógicas es frecuente encontrarse con estrategias que se proponen para resolver determinado problema científico (Martínez Cuba et al., 2020). Ello se debe a

la capacidad práctica que tiene este resultado científico en contextos en los que se debe dirigir cierta actividad. Justamente en la teoría de la dirección tiene sus orígenes este término debido a su uso para referirse a acciones de carácter militar, empresarial, entre otras que destacan por la existencia de un estrategia que conduce la actividad.

Una estrategia puede clasificarse de diferentes maneras en correspondencia con la actividad en la que se aplica. Según Valle Lima (2012) las estrategias pueden clasificarse como didácticas cuando se estructuran como un “conjunto de acciones secuenciales e interrelacionadas que partiendo de un estado inicial y considerando los objetivos propuestos permite dirigir el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje en la escuela” (p. 159). Este autor subraya que en la estructura de una estrategia se tienen la misión y los objetivos, la caracterización del objeto que se pretende transformar, así como las acciones que deben seguirse con esta finalidad las cuales pueden estructurarse en etapas, las formas de implementación y las formas de evaluación.

García Pimentel (2018) define que: “la estrategia didáctica es la proyección de un sistema de acciones dirigidas a la transformación del proceso de enseñanza- aprendizaje, la cual toma como base sus componentes” (p. 68).

También, en Matos Ceballos et al. (2018), se define la estrategia didáctica como los procedimientos mediante los cuales el docente y los estudiantes organizan las acciones en forma consciente para construir y lograr metas previstas e imprevistas en el proceso de enseñanza-aprendizaje y se adaptan a las necesidades de los participantes de modo significativo.

Por su parte, Martínez Cuba et al. (2020) caracteriza a la estrategia didáctica a partir de que esta tiene lugar para transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje de manera tal que participan sus componentes personales bajo la dirección del profesor, quien diseña un

sistema de acciones que se deben acometer consciente, planificada y organizadamente con este fin.

El autor de esta investigación, a partir de las coincidencias que se evidencian entre los autores citados comparte sus criterios, lo que le permite definir a la estrategia didáctica para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía como un: sistema de acciones que se implementan por el profesor para transformar la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo diferencial e integral al tener en cuenta sus componentes, en aras de lograr el aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en los estudiantes de la carrera de Economía.

Para la elaboración de esta estrategia se tienen en cuenta los principios propuestos en Mazarío (2007), los cuales fueron diseñados para la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior y que en el marco de la presente investigación consisten en:

- Principio de ordenación: La estrategia didáctica permite tanto a los estudiantes, como al profesor, ordenar la secuencia de acciones que se ejecutarán durante el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en función de obtener los resultados deseados en el aprendizaje.
- Principio de orientación: La estrategia didáctica proporciona una orientación para transformar la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral
- Principio de la finalidad: Se orienta hacia la aspiración de lograr el aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral.
- Principio de la adecuación: Está determinado por la adecuación al nivel de desarrollo de los estudiantes del primer año de la carrera Economía.

- Principio de la economía: Señala la necesidad de optimizar los recursos en cuanto al tiempo que se emplea.

La estrategia didáctica propuesta tiene como misión perfeccionar la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía de la Universidad de Matanzas. Para su cumplimiento se proponen los siguientes objetivos específicos:

- Diagnosticar el dominio de los procedimientos de solución previos al cálculo diferencial e integral en el grupo donde se aplique la estrategia didáctica como base para la determinación del nivel de partida de los estudiantes.
- Familiarizar a los estudiantes con los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral a partir de la introducción de estos contenidos.
- Transformar la actividad de profesores y estudiantes en la resolución de tareas matemáticas del cálculo diferencial e integral en la carrera Economía durante la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución.

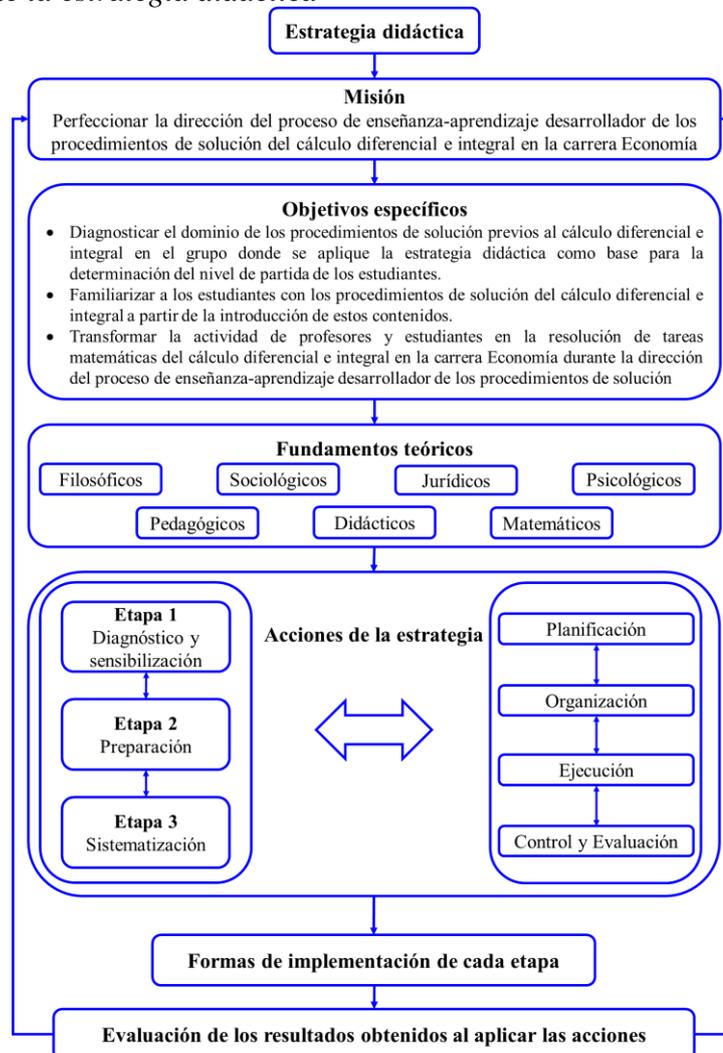
Estos objetivos están orientados a todos los componentes personales del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía, por lo que de ellos dimanarán acciones propuestas en las diversas etapas en las que intervienen tanto el profesor, el estudiante, como el grupo. Para cumplir con estos objetivos deben seleccionarse, de una parte, los fundamentos en los que se basa la estrategia didáctica para cumplir su misión, y por otra, las acciones que integran cada una de las etapas que deben diseñarse para cumplir con los objetivos específicos. Las acciones están en correspondencia con las funciones de la dirección tratadas en el capítulo 1, que se manifiestan a su vez, como parte de la

operacionalización de la variable “la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral de la carrera Economía”.

La aplicación de la modelación y otros métodos del nivel teórico de la investigación educativa permitió, al considerar las características del contexto que se pretende transformar, estructurar una estrategia didáctica que actúe como una variable independiente en la investigación actual. La estrategia didáctica adquiere connotación de variable independiente puesto que es introducida por el investigador con el fin de transformar a la variable dependiente. La estrategia didáctica tiene la siguiente estructura:

Figura 2

Representación de la estrategia didáctica



Fuente: Elaboración propia (2021).

La estrategia didáctica que se propone se caracteriza por ser:

- Abierta: Se concibe para ser adaptable a cualquier escenario educativo de la Educación Superior cubana en el que se pretenda enseñar procedimientos de solución de la Matemática, aunque se definen particularidades para la carrera Economía.
- Flexible: La estrategia didáctica está concebida para tener en cuenta las características individuales de los sujetos que intervienen en la realidad educativa.
- Dinámica: La relación entre sus componentes no es estática, sino se cambia a la par de las condiciones externas. Lo que permite que su estructura se modifique según los roles y las relaciones que se establecen entre sus componentes.
- Desarrolladora: Está concebida para dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución de manera que se produzcan aprendizajes desarrolladores por parte de los estudiantes.
- Contextual: Está enmarcada y fue elaborada en un contexto histórico-social concreto, por lo que responde a las características propias de la universidad cubana en general a las características y exigencias de la carrera Economía en particular.
- Temporal: Sus etapas están ordenadas en una línea de tiempo de modo que se avance desde situaciones simples hacia otras cada vez más complejas durante el período en el que tiene lugar el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral.
- Directiva: Se concibe como un instrumento para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía, por lo que las acciones de cada etapa están estructuradas a partir de las funciones de la dirección educacional.
- Interdisciplinar: Se desarrolla en medio de las relaciones interdisciplinarias que tienen lugar entre el cálculo diferencial e integral y la economía, de manera que se plantean tareas matemáticas orientadas a la resolución de problemas de contextos

económicos que requieren la aplicación de los procedimientos de solución de la Matemática.

Al ubicar la estrategia didáctica en su contexto de actuación y su aplicación en la práctica educativa universitaria, se destaca en su contenido la presencia de:

- Los procesos sustantivos de la Educación Superior.
- El plan de estudios para la formación economista y la disciplina Ciencias matemáticas, estadísticas e informáticas.
- Las estrategias curriculares vinculadas a la ciencia matemática.
- Los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía.

Para la modelación de la estrategia didáctica se consideraron diversos elementos de la teoría, los cuales se procede a describir.

2.2.2. Fundamentos y requisitos de la estrategia didáctica

Desde el punto de vista filosófico se asume una concepción marxista-leninista, de manera que la estrategia didáctica se sustenta en la dialéctica materialista como "... la ciencia que estudia las leyes más generales que rigen la dinámica y el desarrollo de la naturaleza, la sociedad y el pensamiento" (Engels, 1968). Esta posición filosófica permite asumir los principios y leyes de la dialéctica materialista los cuales posibilitan entender la realidad educativa como procesos concatenados, multivariados y multifactoriales, integrados entre sí en diversos modos. De manera particular, se resalta la función heurística de la filosofía, ella está orientada a la búsqueda de lo desconocido en función de responder a las interrogantes que se formula la humanidad. Este es un elemento que resulta clave en la concepción de la estrategia, de manera que sustenta a los procedimientos de solución como la materialización matemática de esta función filosófica.

A su vez, la dialéctica permite comprender que en las contradicciones que tienen lugar en la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución se tiene la fuente de las transformaciones que lo llevan a un estado cualitativamente superior. De forma tal que se analizan cuáles son los factores que originan contradicciones y se evalúan sus potencialidades para perfeccionar el propio proceso. De igual manera es este fundamento el que posibilita vislumbrar la manera en que ocurre el proceso de aprendizaje de los procedimientos de solución a partir de la concepción que tiene sobre el conocimiento.

El fundamento sociológico está basado en el condicionamiento histórico-social de la educación, dirigida a la formación y desarrollo de la personalidad mediante la transmisión y apropiación de la herencia cultural de la humanidad a partir de la influencia de los diferentes niveles de socialización, en correspondencia con los fines de la educación del proyecto social socialista cubano y con la política de formación del profesional revolucionario y portador de una cultura general integral. Desde esta perspectiva se entiende que el profesor aparece como aquel componente al que se le ha dado, a través de una institución, la misión de educar a las nuevas generaciones. De ahí que ocupe el papel dirigente del proceso de enseñanza-aprendizaje para llegar a la educación a través de la instrucción.

En la enseñanza de la Matemática se debe dotar de contenido matemático al estudiante de manera que este alcance determinados objetivos que son de importancia a nivel social, como es: la concepción científica del mundo, el pensamiento lógico, la resolución de problemas en sentido general, la concepción de que la matemática es una herramienta vital para la comprensión y transformación de la realidad, el trabajo con las aproximaciones, el planteamiento de conjeturas y suposiciones, así como la satisfacción en la búsqueda de la exactitud a través del rigor en demostraciones de proposiciones que pueden resultar verdaderas o falsas, la precisión del lenguaje, entre otros. Estos aspectos revisten especial importancia a nivel sociológico, de manera tal que preparan a los individuos de la sociedad

para enfrentarse a lo desconocido, encontrar soluciones óptimas ante problemas existentes o nuevos y avanzar hacia niveles de desarrollo superior en todas las esferas sociales.

Los fundamentos jurídicos de la estrategia didáctica propuesta están expresados en la Constitución de la República de Cuba, donde se expresa que “La educación es un derecho de todas las personas y responsabilidad del Estado, que garantiza servicios de educación gratuitos, asequibles y de calidad para la formación integral, desde la primera infancia hasta la enseñanza universitaria de posgrado” (Cuba, 2019), lo que manifiesta la accesibilidad con la que se elabora esta estrategia, así como los patrones de calidad que lo rigen. Ello es reflejo de los documentos del VII Congreso del Partido Comunista de Cuba que orientaron el camino hacia la redacción de la constitución (Cuba, 2016a) y más recientemente el VIII Congreso que evaluó los resultados de las etapas anteriores y reorientó los objetivos de desarrollo en materia de educación (Cuba, 2021). Otro de los documentos esenciales que forman parte de los fundamentos jurídicos lo constituyen los lineamientos de la política económica y social del Partido y la Revolución (2017). Las normas jurídicas que rigen la organización de la Educación Superior (MES, 2017, 2018b) se integran a los antes citados de manera que contextualizan en este nivel educativo las aspiraciones y normativas de la sociedad socialista cubana.

El fundamento psicológico de la estrategia es el enfoque histórico-cultural de Vygotsky. De este sistema teórico se asume la concepción del hombre como un ser biopsicosocial cuya personalidad se forma y desarrolla en interrelación dialéctica con el medio que lo rodea. Ello permite la comprensión de diversas influencias naturales o sociales en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución de la Matemática. En este sentido se entiende la importancia de considerar las individualidades del aprendizaje de cada uno de los estudiantes, de forma tal que se favorezcan sus potencialidades.

Por otra parte, se considera la zona de desarrollo próximo y sus implicaciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Este aspecto favorece la comprensión de la importancia del grupo como componente del proceso de enseñanza-aprendizaje, debido a las posibilidades que ofrece para el tránsito de los estudiantes hacia zonas de desarrollo potenciales. Esta categoría, a su vez, expresa el rol que tienen los niveles de ayuda en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Ellos pueden ser dados tanto por el profesor, como por otros estudiantes que sean capaces de hacerlo.

Este enfoque tiene a la actividad y la comunicación como unas de sus categorías principales. Los procedimientos de solución de la Matemática como contenido de enseñanza-aprendizaje requieren la ejecución de actividades prácticas con un alto componente de reflexión cognitiva, por lo que emerge como un proceso cuya comprensión demanda de elementos afectivos, cognitivos y autorreguladores que determinen la necesidad, el interés, los motivos, la motivación y el conocimiento necesario para resolver una tarea. Todo lo anterior destaca, a su vez, a la comunicación, ya sea por el diálogo que puede establecerse entre los individuos que conforman el grupo y el profesor, o por las preguntas internas que puede realizarse a sí mismo para la resolución de la tarea. En ambos casos esta comunicación está caracterizada por el empleo del lenguaje matemático y de las formas de trabajo y pensamientos fundamentales de la matemática.

La teoría de formación por etapas de las acciones mentales de Y. A. Galperin es uno de los sustentos que desde el punto de vista psicológico tiene la investigación. Ella permite concebir como etapas del aprendizaje de los procedimientos de solución a la familiarización, la obtención y la aplicación de procedimientos a la solución de tareas matemáticas.

Como fundamentos pedagógicos se destacan el sistema de relaciones entre la tríada escuela-familia-comunidad (Chaparro Caso et al., 2016; Martínez Priego et al., 2014). Sin embargo, para el caso de la Educación Superior se debe incluir el análisis de la empresa como un

espacio de formación. Este análisis no considera únicamente la contribución de la empresa a la formación integral del estudiante, sino la contribución de este a la solución de problemas empresariales. Esta interrelación es posible a partir de la materialización de los procesos sustantivos de la Educación Superior, de manera tal que a partir de la investigación científica se resuelvan problemas con impacto en la sociedad (extensión universitaria) con la correspondiente contribución a la formación del estudiante. El proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución permite la generación de conocimiento vinculado a la resolución de problemas donde la actividad mental es exigente, por lo que su contribución es notable en esta dirección.

Desde el aspecto didáctico se cuenta con el aprendizaje desarrollador como el fundamento didáctico de la estrategia. A él se integra armónicamente la teoría de la dirección educacional y la instrucción heurística. La conjunción de estos aspectos permite destacar el rol de los impulsos didácticos en la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución, los que deben integrarse armónicamente en la dinámica generada por la interrelación entre los componentes personales y personalizados de dicho proceso. En lo didáctico se incluyen las consideraciones curriculares que permiten determinar las necesidades formativas del economista en lo relativo a los procedimientos del cálculo diferencial e integral. El plan de estudios de la carrera Economía (MES, 2018a) aparece en esta investigación como su fundamento curricular.

La ciencia matemática permite fundamentar esta estrategia didáctica sobre la base de sus formas de trabajo y pensamiento fundamentales: “Búsqueda de relaciones y dependencias, Variación de condiciones y Consideración de analogías” (Alvarez Esteven et al., 2018; Ballester Pedroso et al., 1992). Esta ciencia posee métodos propios de investigación (Jeannot, 2018) entre los cuales sobresale el método heurístico (Ballester Pedroso et al., 2018; Ballester Pedroso et al., 1992) dichos métodos son heredados por su didáctica

particular y se aplican constantemente a su enseñanza en su tránsito de ciencia a asignatura. La abstracción necesaria para emplear este método de obtención del conocimiento es alta, por lo que la complejidad que le transfiere al aprendizaje es elevada. De la misma forma, otras operaciones lógicas del pensamiento que tienen lugar durante el proceso de resolución de una tarea permiten la solidificación de las bases sobre las que deben edificarse otros contenidos propios de la economía.

El diseño del proceso de enseñanza-aprendizaje con la estrategia didáctica como un instrumento para su dirección, abarca dialécticamente sus componentes personalizados (objetivos, contenidos, métodos, medios, formas de organización y evaluación) como elementos mediadores de las relaciones entre los componentes personales (estudiante, profesor y grupo) y las relaciones que se establecen entre ellos en correspondencia con las dimensiones e indicadores determinados para el análisis de la variable dependiente.

A partir de la misión de la estrategia didáctica y de sus fundamentos se declaran requisitos didácticos en virtud de la concepción de las acciones que deben integrarla:

El papel rector de los objetivos en el proceso de enseñanza - aprendizaje en relación con el resto de los componentes del proceso y las cualidades que debe poseer el economista, declaradas en los documentos normativos y curriculares referentes a la formación ideológica, política, científico-técnica y cultural, en correspondencia con los niveles de asimilación del contenido.

El contenido, es una parte de la cultura de la humanidad seleccionada pedagógicamente, que además de ser especializada y técnico-profesional (cálculo diferencial e integral y sus aplicaciones económicas), mantiene en la Educación Superior su carácter educativo. Así, se puede declarar que los contenidos asociados al cálculo diferencial e integral en la carrera Economía, y por tanto de la estrategia didáctica, está constituido por:

- El sistema de conocimientos: conceptos (expresados en forma de caracterizaciones o definiciones), proposiciones (especialmente teoremas) y procedimientos de solución (algorítmicos y heurísticos), presentes en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía; junto a estrategias curriculares para el trabajo con la asignatura y otros documentos relacionados con la actividad profesional.
- El sistema de hábitos y habilidades, entre otras: definir, comparar, calcular, demostrar, fichar, controlar, valorar, inducir, deducir, generalizar, medir, estimar, algoritmizar, explicar, resolver problemas, estudiar mediante guías para el trabajo independiente, confeccionar resúmenes y mapas conceptuales, seleccionar fuentes de información, auto interrogar, procesar información.
- El sistema de experiencias de la actividad creadora: métodos y procedimientos que representan lo esencial de los métodos de la matemática. Los recursos fundamentales de la heurística: medios auxiliares heurísticos, procedimientos heurísticos y el programa heurístico general.
- El sistema de normas de relación con el mundo: ideas filosóficas, políticas morales, conclusiones ideológicas fundamentales relacionadas con la matemática, la economía o que resultan directamente de ellas. En este sistema se incluyen los valores priorizados por el Ministerio de Educación Superior para la formación integral de los profesionales en Cuba (laboriosidad, responsabilidad, honradez, honestidad, solidaridad, patriotismo, antiimperialismo e incondicionalidad), sentimientos de respeto a la profesión con la intención de un buen desempeño en sus funciones y tareas, así como la cultura de la profesión.

Con esta concepción, se puede afirmar que los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía son tanto objeto de apropiación por los estudiantes, como base del desarrollo de su personalidad en todos sus aspectos. Por tanto, es

necesario lograr rigor científico en su tratamiento, potenciando la formación de relaciones significativas y axiológicas, fundamentalmente, mediante un adecuado nivel de actualización y el vínculo de lo que se aprende con y para la vida.

Se debe utilizar el programa heurístico general en las situaciones típicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, particularmente en los procedimientos heurísticos esenciales declarados en Anexo 1 y su relación con el empleo de un sistema de métodos, que incluyan, tanto métodos reproductivos como productivos (exposición problémica, búsqueda parcial o heurística e investigativo) que aseguren los niveles de independencia en la actividad cognoscitiva de los estudiantes.

Propiciar el trabajo de los estudiantes con los medios de enseñanza, como vía principal de acceso al contenido, de modo que se favorezca el uso de las guías de orientación para el estudio independiente, en las cuales está reflejada la utilización de los libros de texto y artículos, videos, y asistentes matemáticos para el aprovechamiento de las tecnologías de la información y la comunicación a las cuales los estudiantes tienen acceso.

Se prevén en la estrategia didáctica las diferentes formas organizativas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Educación Superior: la clase, la práctica de estudio, el trabajo investigativo de los estudiantes, la auto preparación de los estudiantes, la consulta y la tutoría.

Según lo establecido en la Educación Superior (MES, 2018b), las clases serán desarrolladas en: conferencias, clases prácticas, seminarios y talleres. Se prestará atención a las restantes formas organizativas, en especial la auto preparación del estudiante a través de guías de estudio que faciliten la orientación para la realización del trabajo independiente y a la consulta como la forma de organización en la cual el estudiante tenga posibilidad de recibir indicaciones y aclaraciones que apoyen dicha auto preparación. En ellas se debe favorecer la autorregulación de los estudiantes mediante la resolución de tareas matemáticas

vinculadas a su profesión como elemento dinamizador de las relaciones motivacionales y significativas.

La evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje es sistemática. En esta estrategia didáctica se reconoce a la evaluación como uno de sus más importantes componentes a través de las funciones: instructiva, educativa, de diagnóstico, de desarrollo y de control o retroalimentación.

Para la evaluación del logro de los objetivos que se prevén alcanzar durante el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral, se ha incorporado en esta estrategia didáctica el sistema de evaluación propuesto por Almeida Carazo (2000) a través de evaluaciones frecuentes donde se integren lo formativo, lo investigativo y lo extensionista en las diferentes tipologías de clases (conferencias, clases prácticas, talleres y seminarios). A juicio del doctorando resultan interesantes, novedosos y productivos los tipos de seminarios que el autor denomina seminarios de: discusión de tareas, preguntas y respuestas, ponencia y oponencia, tipo informe y solución de problemas.

La articulación entre los fundamentos, los requisitos didácticos mencionados, así como los objetivos específicos de esta estrategia didáctica orientaron la concepción de las acciones que debían integrar las etapas para cumplir con su objetivo general.

Un requisito esencial para la implementación práctica de la estrategia es que su ejecutor domine elementos que se consideran fundamentales de la didáctica de la Matemática para dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución. Con este fin se propone un material complementario a la tesis³ en él se abordan los fundamentos generales de la didáctica de la Matemática en la Educación Superior y se

³ Disponible en https://mega.nz/file/m00FkTja#tGmir_q5bhNsVLr269aJrHMFizLqn9U--6szbgVQh0

proponen ejemplos de la dirección de situaciones típicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, particularmente, de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía.

2.2.3. Etapas de la estrategia didáctica

Las etapas propuestas están dirigidas a lograr los objetivos específicos declarados en la concepción de la estrategia didáctica. En cada etapa se proponen acciones en correspondencia con las funciones de la dirección educacional que se realizan en la actividad conjunta del profesor y los estudiantes sobre la base de una constante comunicación entre ambos y el grupo durante las clases y el trabajo extra-clase, para abarcar el contenido propuesto a través de las tareas matemáticas determinadas en función del aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral. Es por ello que, de manera general, están ordenadas temporalmente, aunque se reconoce la viabilidad de que algunas se apliquen de manera simultánea en función de sus características. Se propone:

Etapa 1: Diagnóstico y Sensibilización.

Esta etapa responde al primer objetivo específico dirigido al diagnóstico del estado del dominio de los procedimientos de solución de la Matemática previos al cálculo diferencial e integral en las unidades de análisis seleccionadas para la validación de este resultado científico. Para su puesta en práctica se proponen las siguientes acciones:

- Elaborar instrumentos para realizar el diagnóstico del aprendizaje de los procedimientos de solución previos al cálculo diferencial e integral.
- Aplicar los instrumentos elaborados.
- Procesar la información obtenida de la aplicación de los instrumentos para el diagnóstico.
- Caracterizar el dominio de procedimientos de solución de la Matemática escolar por parte de los estudiantes a partir de la información recogida.

- Análisis individual y colectivo de los resultados con el profesor y los estudiantes respectivamente a fin de sensibilizarlos con ellos y la necesidad de transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje para la resolución de las debilidades detectadas.

A pesar de precisar una etapa para el diagnóstico se considera que la estrategia didáctica recoge información diagnóstica en todas sus etapas debido a que en cada una de ellas se propone controlar y evaluar.

Etapa 2: Preparación

En esta etapa se preparan las condiciones para cumplir con el segundo objetivo específico de la estrategia didáctica.

- Reelaborar el programa analítico de la asignatura donde se aplique la estrategia.
- Proponer, para su aprobación, el programa analítico de la asignatura a la dirección del Departamento de Matemática.
- Proponer una dosificación de los contenidos en la que se empleen adecuadamente el taller y el seminario como tipologías de clase de la Educación Superior a fin de aprovechar sus potencialidades para la dirección del aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución.
- Conformar la preparación de la asignatura en la que intervienen los contenidos del cálculo diferencial e integral considerando las acciones propuestas en el material complementario en las diversas tipologías de clases.
- Determinar tareas matemáticas para la aplicación de procedimientos de solución por el estudiante desde niveles precedentes que constituyen condiciones previas para el aprendizaje desarrollador del cálculo diferencial e integral.
- Poner a disposición de los estudiantes el desarrollo de los contenidos de la asignatura, las guías de estudio, la bibliografía, entre otros materiales mediante el empleo de las tecnologías de la información y las comunicaciones.

- Preparar un taller en el que se discuta con los estudiantes acerca de los procedimientos de solución de la Matemática, de manera que a partir de sus vivencias se clasifiquen y estructuren en función de su aprendizaje.
- Impartir un taller a los estudiantes donde se aborden los procedimientos de solución de la Matemática en función de favorecer su aprendizaje.
- Incluir en las guías de orientación para el estudio independiente ejemplos de aplicación de procedimientos de solución para tareas matemáticas.
- Revelar en las clases los procedimientos de solución que intervienen en las tareas matemáticas que constituyen condiciones previas para el aprendizaje desarrollador del cálculo diferencial e integral, así como las principales vías para obtenerlos y enunciarlos.
- Resolver tareas matemáticas en las que se apliquen procedimientos de solución previos al cálculo diferencial e integral.
- Debatir grupalmente la solución de tareas matemáticas en las que se apliquen procedimientos de solución previos al cálculo diferencial e integral.
- Evaluar mediante seminarios, talleres y clases prácticas la aplicación de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en tareas matemáticas.
- Valorar la motivación hacia el aprendizaje de los procedimientos de solución.
- Valorar la importancia del planteamiento de tareas matemáticas vinculadas a la profesión para el aprendizaje de los procedimientos de solución.

Etapas 3: Sistematización

En esta etapa se realizan acciones para la fijación de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía.

- Elaborar conjuntamente o individualmente (por los estudiantes) representaciones de los procedimientos de solución.

- Proponer hojas de trabajo para la fijación de los procedimientos de solución mediante el empleo del programa heurístico general.
- Diseñar tareas matemáticas con aplicaciones a la economía que demanden el empleo de procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral.
- Orientar tareas matemáticas de cálculo diferencial e integral para la aplicación de procedimientos de solución.
- Discutir grupalmente los resultados de la aplicación de procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en tareas matemáticas mediante la realización de ejercicios metacognitivos en los que se reflejen los razonamientos empleados para la determinación de la idea de solución.
- Presentar trabajos referativos acerca de la aplicación de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral a la resolución de tareas matemáticas vinculadas con la profesión.
- Realizar evaluaciones sistemáticas en las clases prácticas, talleres y seminarios a fin de comprobar el dominio de los estudiantes de los procedimientos de solución, en las que se combinen diferentes vías y formas de evaluación, particularmente la autoevaluación y la coevaluación.
- Evaluar en exámenes parciales el aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía.
- Proponer a la dirección de la disciplina donde se integre la asignatura en la que se implementa la estrategia la aplicación de un examen final oral o escrito que permita comprobar el dominio de los procedimientos de solución por parte de los estudiantes.

Concebir la estrategia didáctica como un instrumento para la dirección del proceso posibilitó que se elaborara un plan de desarrollo. Este plan permite la determinación de los roles de aquellos sujetos que intervienen en la estrategia, así como, para cada acción, sus

participantes, responsables y momento. En el Anexo 17 se muestra una propuesta de plan de desarrollo de esta estrategia didáctica.

La forma de implementación de las acciones de la estrategia didáctica está sustentada de una parte en sus fundamentos jurídicos que otorgan la licitud de las propuestas realizadas y, por otra parte, en las necesidades detectadas en el proceso continuo de diagnóstico a los estudiantes. En este sentido se considera que las acciones se deben ejecutar en el marco de la universidad cubana y por tanto atemperadas a sus objetivos y proyecciones de formación. Un aspecto esencial es la evaluación de los resultados que se obtienen al aplicar las acciones de la estrategia. El próximo epígrafe contiene una valoración general de esta que permite ahondar en su validez.

2.3. Resultados de la validación teórica e implementación práctica de la estrategia didáctica

En este epígrafe se aborda el proceso de evaluación teórica y práctica de la estrategia didáctica propuesta. En él se muestran los resultados de la introducción del resultado científico referido en la práctica educativa, así como las valoraciones realizadas por un panel de expertos en el tema.

2.3.1. Resultados de la valoración por el panel de expertos

La estrategia didáctica para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía, fue sometida a un proceso externo de valoración en correspondencia con las preguntas científicas y tareas de investigación formuladas en el diseño teórico-metodológico de la investigación. En este proceso valorativo intervinieron profesionales foráneos al proceso de construcción de esta investigación, pero que se dedican a estudiar aspectos comunes a ella. Para ello se empleó el Método Delphi, lo que demandó la constitución de un panel de expertos en el tema. Este método se ha estandarizado internacionalmente, debido a que en él

se establecen requerimientos y procedimientos mediante los que emergen juicios de valor de expertos que no se vincularon directamente con el proceso investigativo, ni con el resultado que este propone, por lo que pueden emitir criterios sobre el resultado propuesto sin que medie condicionamiento alguno. En este método los expertos son clasificados de esta manera según su propia autoevaluación, la cual está conducida por aspectos convincentes que están preestablecidos por el propio método.

Para conformar el panel de expertos no se considera el grado científico o la categoría docente de los seleccionados, sino, su experiencia profesional o desarrollo científico alrededor del tema que se investiga. El carácter anónimo de los expertos y de sus criterios individuales es otra de las cualidades del Método Delphi. En este método no se considera la realización de intercambios de opiniones entre los miembros del panel de expertos, pues cada uno debe desconocer cuáles expertos integran el resto del panel. Por otra parte, la aplicación de este método permite la obtención de una opinión grupal del panel, lo que se sustenta en la aplicación de procedimientos para el análisis de opiniones grupales. Ello permite colectivizar las opiniones individuales, lo que representa una expresión de la aceptación por consenso científico

Lo anterior permite obtener un juicio de valor grupal que supera a los criterios individuales de los expertos ni del investigador. Este método permite obtener, además de valoraciones sobre determinados aspectos del producto científico en cuestión, sugerencias que enriquecen el resultado científico propuesto. Es, por tanto, un método abierto de búsqueda, lo que aumenta su valor en la colecta de consideraciones valorativas. Se logró así disponer de un panel de expertos para evaluar la estrategia didáctica para que expresaran sus criterios valorativos. Se aplicaron con esta finalidad todos los procedimientos y pasos establecidos por el Método Delphi. El procedimiento seguido para obtener una valoración del panel de expertos fue el siguiente:

Determinación de los aspectos a ser evaluados. Se decidió por el doctorando presentar a la valoración de los expertos la estrategia didáctica que se propone como resultado científico de esta tesis. Los aspectos que se evaluaron son los siguientes:

- Misión y objetivos de la estrategia didáctica
- Estructura de la estrategia didáctica
- Correspondencia entre la misión, los objetivos y la estructura de la estrategia didáctica
- Fundamentos teóricos de la estrategia didáctica
- Requisitos de la estrategia didáctica
- Acciones de la etapa 1: Diagnóstico Inicial y Sensibilización
- Acciones de la etapa 2: Preparación
- Acciones de la etapa 3: Sistematización
- Coherencia entre las etapas de la estrategia didácticas
- Factibilidad de la estrategia didáctica para contribuir al aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía

Localización de los expertos potenciales. El proceso de localización se llevó a cabo mediante búsquedas en repositorios digitales en Internet, en los que se destacan diversos autores según diferentes índices bibliométricos. Debido a las características de la investigación se buscó la participación de profesores de Matemática que se desempeñen en la Educación Superior. De igual manera, se consideró la inclusión de experimentados profesionales en la formación de economistas.

Se localizaron 45 profesionales como potenciales expertos. A todos ellos por correo electrónico se les envió la solicitud (Anexo 18) de cooperación en la tarea investigativa para evaluar la estrategia didáctica, lo que requería previamente de su autoevaluación en el tema

para su inclusión o no en el panel de expertos. Se recibió la aceptación de autoevaluarse de 27 profesionales a los cuales se les envió la guía de autoevaluación (Anexo 19). Se enviaron al autor de esta tesis un total de 27 autoevaluaciones. De los profesionales autoevaluados se determinó el “coeficiente de conocimiento” (Kc) sobre una escala creciente de 1 a 10, del “coeficiente de argumentación” (Ka) y del “grado de competencia” [$K = \frac{1}{2} (Kc + Ka)$].

Selección de los expertos. Los 27 profesionales autoevaluados obtuvieron un coeficiente de competencia entre 0,8 y 1, por lo que conformaron el panel de expertos (Anexo 20). Ellos recibieron los componentes referidos para la evaluación de la estrategia didáctica, así como un material escrito en el que ilustra la estrategia didáctica y la correspondiente guía para su valoración (Anexo 21). Se recibieron de vuelta 27 evaluaciones de estos profesionales, los que fueron finalmente considerados miembros del panel de expertos.

El panel de expertos quedó conformado por 27 profesionales, de ellos 23 con grado científico, cuatro con título de máster; 21 tienen categoría docente de Profesor Titular y seis de Profesor Auxiliar. El tiempo medio de experiencia profesional del panel es de 15,6 años. Se procesaron las opiniones de los expertos sobre los diez aspectos de la estrategia que debían ser analizados. Las consideraciones valorativas expresadas por los expertos se ofrecen en el Anexo 22. Las opiniones y sugerencias ofrecidas por los expertos se tuvieron en cuenta y están contempladas en la versión final de la estrategia didáctica.

Validación teórica de la estrategia didáctica. Se calculó la opinión grupal del panel de expertos, obteniéndose la frecuencia relativa por aspectos evaluados. De esta forma, el proceso de valoración de la estrategia didáctica que en esta tesis se presenta obtuvo una consideración positiva por un panel que fue conformado según el Método Delphi. Los resultados obtenidos son positivos, destacándose el predominio de la más alta categoría evaluativa (Muy adecuado) en la mayoría de los aspectos de la estrategia didáctica objeto de análisis. Se arribó a este resultado a partir del análisis de los puntos de corte en comparación

con las imágenes de las frecuencias relativas acumuladas en una distribución normal estándar, estos resultados se muestran en la tabla 32 del anexo 22.

2.3.2. La implementación práctica de la estrategia didáctica: sus resultados

La implementación práctica del resultado científico propuesto tuvo como antecedente el pilotaje realizado en una unidad de análisis de seis estudiantes de segundo año de la carrera Economía, seleccionada intencionalmente puesto que cursaban como arrastre los contenidos del cálculo diferencial e integral. Este pilotaje se llevó a cabo de manera no presencial. Los resultados obtenidos en esta introducción de la estrategia didáctica en la práctica educativa se consideran como favorables y orientaron la modificación de las acciones del resultado propuesto hacia la versión que se fundamentó en el epígrafe anterior.

Los cambios fundamentales estuvieron en las acciones de la segunda etapa “Preparación”, de manera que rediseñaron sus acciones a fin de fortalecer el proceso de familiarización de los estudiantes con los procedimientos de solución, particularmente los heurísticos, así como las formas de trabajo y de pensamiento de la ciencia matemática. Para ello se emplearon los instrumentos concebidos con este fin, los cuales se muestran en los anexos 24, 30 y 31. Los resultados de este proceso, si bien son favorables, no se muestran en esta tesis debido a la diferencia numérica entre la unidad de análisis referida y la utilizada en el epígrafe 2.1. Para profundizar en las potencialidades transformadoras de la estrategia didáctica se introdujo en otra unidad de análisis, numéricamente mayor. Son los resultados de esta aplicación los que se muestran en la presente tesis.

Para la implementación práctica de la estrategia didáctica se seleccionó intencionalmente otra unidad de análisis integrada por 41 estudiantes del primer año de la carrera Economía de la Universidad de Matanzas. Se empleó para direccionar la introducción del resultado el plan de desarrollo elaborado para la estrategia didáctica (Anexo 17) el cual orientó las acciones seguidas para el cumplimiento de su misión. Este plan se cumplió en su integralidad

durante el segundo período del curso 2021. Él vio su concreción en la práctica durante el tema II y parte del tema III de la asignatura Matemática en la carrera Economía en el curso referido, así como durante el período académico anterior el cual funcionó como un marco en el que se prepararon las condiciones para ejecutar las acciones de la estrategia que involucran a los estudiantes. La estrategia fue aplicada totalmente y este proceso fue dirigido por el doctorando quien asumió el rol de profesor de la asignatura donde se introdujo el resultado científico referido.

En la implementación de la primera etapa, Diagnóstico Inicial, se preparó la prueba pedagógica de entrada (Anexo 23) para diagnosticar el dominio de los procedimientos de solución de la Matemática escolar por parte de los estudiantes. Se escogió una tarea matemática para esta prueba en la que se indica encontrar el conjunto de puntos de una función que están por encima de otra función. Para ello debieron emplearse diversos procedimientos, tanto heurísticos como algorítmicos.

Esta prueba pedagógica se aplicó en la primera clase del tema II en el que se iniciaron los contenidos relacionados con el cálculo diferencial. Sus resultados se expresan en el Anexo 24, vale la pena destacar que en ella se empleó la escala de evaluación propuesta en el Reglamento de trabajo docente y metodológico de la Educación Superior (MES, 2018b). En esta prueba el 82,9% (34) de los estudiantes obtuvieron una calificación de mal (2), el 9,76% (4) alcanzó la nota de regular (3) y el 7,32% (3) restante obtuvo la calificación de bien (4). Se considera oportuno señalar que ningún estudiante obtuvo la calificación de excelente (5). La media aritmética es de $\bar{x} = 2,2$ con una desviación típica de $\sigma = 0,5$. Mediante la aplicación de la prueba de validación estadística Kolmogorov-Smirnov (Anexo 25) con un nivel de significatividad de 0,05, pudo constatar que estos datos siguen una distribución normal.

A partir de los resultados obtenidos se plantea que el dominio que presentaron los estudiantes en el instrumento evaluativo aplicado es deficitario, lo cual demuestra la necesidad de influir en su transformación mediante la estrategia didáctica. Los resultados de esta prueba se discutieron con los estudiantes en una sesión grupal en la que ellos expresaron que el trabajo con las funciones matemáticas fue un elemento de difícil comprensión durante su educación preuniversitaria. Por otra parte, los estudiantes arguyeron que nunca se habían enfrentado a un ejercicio con esas características. En este intercambio el investigador explicó la importancia de las funciones matemáticas para describir fenómenos de la realidad, entre ellos los relacionados con la economía, por lo que su dominio es esencial para el estudio de esta ciencia. De igual manera se fundamentó el papel de las funciones matemáticas en el cálculo diferencial e integral. Los resultados alcanzados permiten aseverar que se cumplió el objetivo propuesto para esta etapa, en tanto se obtuvo la información diagnóstica demandada para la implementación del resto de las acciones de la estrategia y se logró sensibilizar a los estudiantes en virtud de la implementación de la estrategia didáctica.

En la aplicación de las acciones de la segunda etapa, Preparación, reelaboró el programa analítico de la asignatura⁴ en la que se desarrolló la estrategia didáctica, este tuvo particularidades surgidas del contexto de enfrentamiento a la pandemia del Covid-19, por lo que se impartió en una única asignatura el sistema de conocimientos que usualmente se impartiría en dos. Este programa fue aprobado por la dirección del Departamento de Matemática con el visto bueno de la dirección de la disciplina Ciencias Matemáticas, Estadísticas e Informáticas.

A partir del programa analítico referido se propuso una dosificación en la que se integran armónicamente las diversas tipologías de clase de la Educación Superior. Se evidencia como

⁴ Disponible en <https://mega.nz/file/34s3xLhS#iotM5bv1WTy--4pdHEAapOTMAFivEemkMlb26zYhBdQ>

positivo el empleo de talleres, seminarios y clases prácticas como las más frecuentes, de manera que se estimula adecuadamente el protagonismo de los estudiantes en las clases. Se conformó la preparación de la asignatura. En ella se seleccionaron los conceptos, teoremas y procedimientos del cálculo diferencial e integral para el desarrollo de la estrategia y en total correspondencia con los orientados por el programa de la asignatura.

En el transcurso de esta etapa se orientaron tareas matemáticas en las que se aplican procedimientos de solución que constituyen condiciones previas para el aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral. Mediante el empleo de las tecnologías de la información y las comunicaciones se pusieron diversos materiales a disposición de los estudiantes para su preparación, entre ellos resaltan presentaciones electrónicas con las conferencias de la asignatura, la bibliografía básica, complementaria y de consulta, guías de estudio, así como otros materiales como asistentes matemáticos, vídeos, podcasts, pósters, esquemas, diagramas, mapas conceptuales, entre otros que constituyeron medios auxiliares heurísticos en el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral.

Las acciones relacionadas con la familiarización de los estudiantes con los procedimientos de solución no se llevaron a cabo mediante un taller como se propone en las acciones de la estrategia. Esto se logró mediante conversatorios con los estudiantes en torno a los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral, estos procedimientos se evidenciaron durante las clases y fueron señalados por el profesor. En esta dirección se construyeron colectivamente en los seminarios, talleres y clases prácticas medios auxiliares heurísticos para la solución de tareas matemáticas entre los que resalta la representación de funciones elementales fundamentales y de funciones por ramas, así como la determinación de la convergencia de series numéricas.

En las guías de estudio se incluyeron ejemplos de aplicación de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral. Estos fueron elaborados en algunos casos por el profesor y en otros fueron seleccionados en la bibliografía de la asignatura. El análisis colectivo de estos ejemplos en el aula permitió evidenciar los procedimientos de solución empleados y discutir sobre su pertinencia y racionalidad. En estas actividades surgieron propuestas de los estudiantes de vías más eficientes para la solución de estas tareas, las cuales fueron aplicadas en la resolución de ejercicios y problemas propuestos.

En las clases y fuera de ellas se resolvieron de modo individual y colectivo, por parte de los estudiantes, tareas matemáticas en algunos casos vinculadas con la profesión, en las que fue necesario aplicar tanto procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral como otros previos a estos contenidos. Estas tareas fueron debatidas en las clases prácticas, talleres y seminarios, en estas actividades era una exigencia que el estudiante asumiera posiciones respecto a la factibilidad y racionalidad de la vía de solución empleada, lo cual se sometió a la crítica colectiva a fin de obtener la vía más adecuada para la solución de determinada clase de tarea matemática. Se enfatizó en el empleo de las formas fundamentales de trabajo y pensamiento de la matemática.

Las acciones referidas anteriormente permitieron evaluar en las clases el dominio de los estudiantes de los procedimientos de solución. En esta etapa se obtuvieron resultados satisfactorios en la evaluación de los estudiantes que demuestran su esfuerzo por aprender los procedimientos de solución, así como la pertinencia de las orientaciones en virtud de la actividad del estudiante. Es preciso señalar que los estudiantes se mostraron motivados por resolver las tareas matemáticas orientadas, particularmente aquellas vinculadas a su profesión.

En la tercera etapa, Sistematización, los estudiantes construyeron representaciones digitales de los procedimientos de solución, resaltan la representación en medios auxiliares

heurísticos de procedimientos relacionados con el cálculo del límite, particularmente propusieron una tabla para los procederes que se deben emplear en las diversas formas indeterminadas que pueden aparecer en el cálculo del límite y un diagrama para el cálculo de los límites infinitos y en el infinito y para la regla de Leibniz.

Se propusieron hojas de trabajo para la obtención de procedimientos que no fueron abordados en las conferencias como vía de auto preparación para las clases prácticas. En el Anexo 26 se muestra una de las hojas de trabajo ofrecidas a los estudiantes, esta tiene como objetivo la obtención del procedimiento para calcular límites con el empleo del límite fundamental algebraico.

Se diseñaron tareas matemáticas que reflejan aplicaciones a la economía, para ello se emplearon libros de texto de Matemática y de Micro y Macroeconomía como fuente para la conformación de estas tareas. Se propusieron 76 tareas matemáticas de las cuales se resolvieron individualmente el 100%, lo cual fue controlado mediante la observación a la auto preparación de los estudiantes. Se discutieron grupalmente el 25% (19) de las tareas orientadas, las soluciones se consensuaron colectivamente mediante debates en los que se demostró el dominio de los conceptos y teoremas necesarios para resolver las tareas, así como de los procedimientos de solución necesarios. En los debates los estudiantes reflexionaron no solo acerca de cómo procedieron para resolver la tarea, sino que se profundizó en la obtención de la idea de solución. Además, se expresaron elementos tanto afectivos como cognitivos relacionados a la dificultad de las condiciones y exigencias de las tareas, a la complejidad que entrañan las relaciones y dependencias que en ella subyacen, así como la satisfacción que experimentaron los que resolvieron correctamente las tareas.

Se presentaron trabajos referativos en los seminarios cuatro “Aplicaciones económicas del cálculo del límite” y cinco “La derivada y sus aplicaciones a la Economía”. En ellos los estudiantes demostraron habilidades para investigar acerca de aplicaciones económicas, en

particular del cálculo diferencial. En la presentación de estos trabajos se pudo debatir acerca de las vías de solución más adecuadas, así como sobre los procedimientos de solución estudiados que con más frecuencia se emplean para resolver estas tareas matemáticas.

Se evaluó sistemáticamente a los estudiantes en las diversas tipologías de clases previstas desde la dosificación de la asignatura. En ellas se combinaron coherentemente formas orales y escritas de evaluación de modo que se favoreció tanto el intercambio grupal como el desempeño individual de todos los estudiantes. En cada una de estas clases fue una exigencia que al concluir la realización de una tarea matemática el estudiante hiciera una autoevaluación de su accionar señalando debilidades y fortalezas, este criterio se sometió al criterio grupal, de manera que se conformaron juicios de valores evaluativos mediante la autoevaluación y la coevaluación. En el caso de las evaluaciones escritas se empleó la heteroevaluación.

En el transcurso de la investigación se realizó una evaluación parcial con el objetivo de comprobar el desarrollo de habilidades para resolver tareas matemáticas del cálculo diferencial en la carrera Economía con el empleo de sus procedimientos de solución. Los resultados alcanzados por los estudiantes se consideran como satisfactorios debido a que solo el 25% (12) obtuvieron una calificación de mal (2), en tanto el 62,5% (30) alcanzaron calificaciones de bien (4) y excelente (5).

Para determinar el impacto de la aplicación de la estrategia didáctica se considera pertinente evaluar, en esta unidad de análisis, las dimensiones e indicadores de la variable dependiente de la investigación para su posterior comparación con los resultados obtenidos previamente a su implementación práctica.

2.3.3. Valoración de los resultados de la aplicación de la estrategia didáctica

Para valorar los resultados alcanzados con la aplicación de la estrategia didáctica se hizo una prueba pedagógica de salida a los estudiantes (Anexo 27). En ella se comprobó el dominio

de los procedimientos de solución del cálculo diferencial aplicados a una tarea matemática planteada por el profesor. En ella el 73,2% (30) de los estudiantes obtuvieron una calificación de bien (4) o excelente (5) y el 9,75% (4) alcanzó una calificación de regular (3) y el 17,1% (7) restante se evaluó de mal (2) según se muestra en el anexo 28.

Para poder evaluarse la transformación en los resultados de los estudiantes en las pruebas pedagógicas se pretende emplear una prueba paramétrica, este tipo de pruebas requieren conocer qué distribución estadística siguen los datos. Para ello se aplicó a los datos de los resultados de la prueba pedagógica de salida, tal como se hizo en la prueba pedagógica de entrada, la prueba Kolmogórov-Smírnov (Anexo 29), la que permitió conocer que estos datos siguen una distribución normal.

Los resultados de la prueba de validación estadística “*T student*” (Anexo 30) para unidades aparejadas, permiten rechazar su hipótesis nula y afirmar que se produjo una transformación positiva en los indicadores medidos en las pruebas pedagógicas de entrada y salida mediada por la introducción de la estrategia didáctica.

Se aplicó una entrevista a los estudiantes (Anexo 31) para conocer sus opiniones acerca de la estrategia didáctica aplicada. Con ella se pudo conocer que el 90,2% (37) de los estudiantes considera que se tiene en cuenta sus particularidades durante la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en tanto se presentan tareas individuales atendiendo a sus respectivos niveles de desarrollo en las diversas formas de organización del proceso.

Los estudiantes refirieron que los métodos empleados por el profesor les parecen adecuados y reconocieron que ellos no siempre logran alcanzar los niveles de independencia requeridos, aunque en el transcurso de la asignatura este ha sido un aspecto que mejoró progresivamente. Respecto a los medios expresaron que estos favorecen su aprendizaje puesto que logran representar los procedimientos que deben emplear en la solución de tareas matemáticas.

Destacaron como positivo el empleo de objetos digitales de aprendizaje y de asistentes matemáticos.

En lo referido a la evaluación los estudiantes reconocieron la necesidad de realizarla de la manera empleada por el profesor en tanto esta parte de su propia autoevaluación, así como de la evaluación del colectivo. Resaltaron que nunca habían sido evaluados de esta manera. Por otra parte, refirieron que las evaluaciones estaban muy cercanas en el tiempo, lo que no permitió que la preparación fuera óptima. Tal elemento estuvo dado por las condiciones impuestas por la Covid-19 que impuso modificaciones al plan del proceso docente resultantes en la unificación de dos asignaturas de Matemática en una sola a impartirse en un único período académico, lo cual aumentó ostensiblemente la frecuencia semanal atentando en algunos casos contra la preparación individual de los estudiantes para seminarios, talleres y clases prácticas.

En lo referido a la autoevaluación el 18,75% (9) de los estudiantes refirieron que no logran saber con certeza si han resuelto correctamente o no una tarea matemática, para ello se apoyan siempre en el criterio de otros compañeros. El resto explicó que con este fin emplean varios recursos, entre ellos resaltan resolver la tarea por otras vías, así como mediante asistentes matemáticos que corroboren sus resultados.

En lo relativo a la crítica o transformación a los procedimientos de solución el 89,25% (39) de los estudiantes expresaron que no realizan ninguna crítica a los procedimientos que conocen por diversas fuentes. El resto explicó que basan su accionar en este sentido en discriminar las vías menos racionales y asumen las que consideran óptimas para la resolución de una clase de tareas matemáticas.

Los estudiantes explicaron que les resultó muy provechoso contar con tareas matemáticas que representan contextos económicos, en tanto pudieron visualizar las aplicaciones del

cálculo diferencial e integral a la Economía, lo cual destacó el carácter significativo de estos aprendizajes.

En lo relativo a las expectativas de los estudiantes en torno al aprendizaje de nuevos procedimientos de solución el 85,09% (37) de los estudiantes enunciaron que cuando se anuncia que se estudiará un nuevo procedimiento de solución piensan que será más complicado que los anteriores, lo que implica una predisposición negativa que entorpece su desarrollo. En consecuencia, expresaron que descubrir nuevas contradicciones o incompletitudes los motiva a querer conocer cómo resolver una tarea matemática, sin embargo, el hecho de necesitar un nuevo procedimiento nubla estas motivaciones por resolver la tarea.

A partir de los descriptores de medida planteados en esta investigación como escala evaluativa de los indicadores de la variable dependiente “la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía”, los resultados obtenidos tras la implementación práctica de la estrategia didáctica propuesta como resultado científico de esta investigación, y los criterios de los estudiantes, como evaluadores de su propia actividad y de la actividad del profesor, en la entrevista (Anexo 31) aplicada y los resultados de los estudiantes en una prueba pedagógica de salida (Anexo 29) se estableció una evaluación de los indicadores de la variable dependiente. Para ello se hizo necesario procesar la información obtenida de estos instrumentos, la cual se condensó de la siguiente manera:

Tabla 2

Evaluación de los indicadores después de aplicada la estrategia didáctica

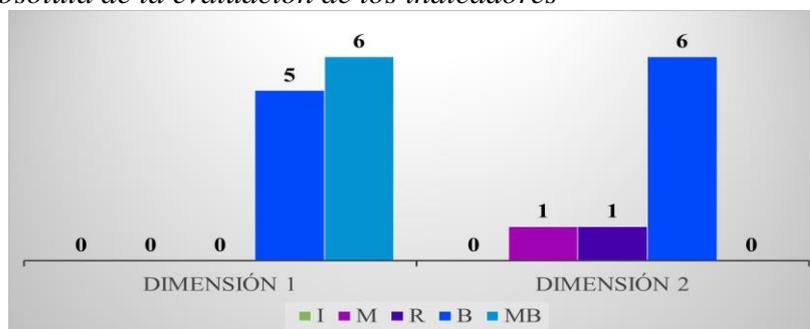
Indicadores	Ev.
1.1.Estado del diagnóstico de los procedimientos que emplean los estudiantes para la resolución de tareas matemáticas.	MB
1.2.Selección de conceptos, teoremas y problemas de la matemática, la economía o de la práctica para la aplicación de los procedimientos de solución.	MB
1.3.Frecuencia con que aparecen en las guías de estudio ejemplos de aplicación de los procedimientos de solución.	MB

1.4. Diseña actividades para la evaluación de los procedimientos de solución	MB
1.5. Selección de métodos, medios y formas de organización para la enseñanza de los procedimientos de solución	B
1.6. Empleo de tipologías de clases que promuevan el debate y la reflexión sobre los procedimientos de solución	MB
1.7. Estado de la atención a las diferencias individuales en el aprendizaje de los procedimientos de solución	B
1.8. Estado de la participación de los estudiantes en debates relacionados con los procedimientos de solución.	B
1.9. Frecuencia con que se analizan los errores cometidos por los estudiantes.	B
1.10. Frecuencia con que se incluyen los procedimientos de solución en el sistema de evaluación	MB
1.11. Nivel de variedad de tipos de evaluación realizada en las clases.	B
Estado del empleo de los procedimientos de solución a tareas matemáticas.	B
2.2. Calidad de la autoevaluación del aprendizaje.	B
2.3.2.3. Frecuencia con que critica o transforma los procedimientos de solución que conoce por diversas fuentes.	M
2.4. Nivel de implicación personal con la resolución de tareas matemáticas vinculadas a la profesión o la práctica.	B
2.5. Grado de importancia que le concede a las aplicaciones económicas de los procedimientos de solución.	B
2.6. Nivel de presencia de necesidades, intereses y motivos relativos al aprendizaje de los procedimientos de solución.	B
2.7. Estado de las expectativas en torno al aprendizaje de los procedimientos de solución.	R
2.8. Grado de estimulación que generan contradicciones e incompletitudes intramatemáticas o extramatemáticas para el aprendizaje de nuevos procedimientos de solución.	B

En el siguiente gráfico se representa la frecuencia acumulada de indicadores en cada escala evaluativa:

Figura 3

Frecuencia absoluta de la evaluación de los indicadores



Fuente: Elaboración propia (2022).

A partir de estos resultados la dimensión 1 actividad del profesor se evalúa de B (bien) y la dimensión 2 actividad del estudiante se evalúa de R (regular), lo que permite evaluar a la variable la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de solución de los

Consideraciones finales del capítulo

La operacionalización de la variable la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía favoreció la elaboración de instrumentos de investigación basados en métodos del nivel empírico que se orientaron al diagnóstico de su estado actual. La aplicación de estos instrumentos, así como el procesamiento de la información obtenida permitió evaluar como insuficiente el estado actual de la variable referida.

Para la elaboración de una estrategia didáctica a fin de resolver las debilidades detectadas en el diagnóstico se tuvo en cuenta los fundamentos teóricos que la sostienen y los requisitos que desde el punto de vista didáctico se consideraron pertinentes. La conjunción de los aspectos anteriores desembocó en la propuesta de acciones que fueron organizadas en las etapas de la estrategia didáctica, las cuales están orientadas al perfeccionamiento del estado actual de la variable dependiente.

El resultado científico de esta investigación fue validado teóricamente por un panel de expertos en el tema quienes afirmaron mediante sus criterios valorativos la factibilidad de la propuesta elaborada. Este fue introducido en la práctica educativa con excelentes resultados que destacan su validez y utilidad para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución. El análisis comparativo efectuado permite aseverar que la estrategia didáctica favoreció la transformación del estado de la variable hacia niveles cuantitativa y cualitativamente superiores.

CONCLUSIONES

Los fundamentos teórico-metodológicos que sustentan la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía se reflejan en la articulación propuesta entre la concepción del aprendizaje desarrollador y la teoría de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje como fundamentos de la didáctica general contextualizados a los procedimientos de solución como categoría de la didáctica de la matemática. Su conjunción en el contexto de la Educación Superior permite orientar el accionar didáctico a la formación integral de profesionales de la Economía.

El diagnóstico del estado actual reveló las insuficiencias de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía tanto en la actividad del profesor como en la actividad de los estudiantes.

La estrategia didáctica elaborada tiene como finalidad perfeccionar la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía. Se distingue por la propuesta de acciones en las que se integran coherentemente la actividad del profesor y los estudiantes a fin de resolver las debilidades detectadas en el proceso de diagnóstico.

Los resultados obtenidos de la validación teórica de la estrategia didáctica confirmaron su validez científica; en tanto, mediante su aplicación práctica se logró una progresiva transformación en la actividad de profesores y estudiantes, expresada en cambios cualitativos y cuantitativos en la variable dependiente.

RECOMENDACIONES

Al concluir la presente investigación se recomienda:

- Profundizar en la articulación teórico-metodológica entre los procesos sustantivos de la Educación Superior y la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de la Matemática, particularmente de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía.
- Generalizar la estrategia didáctica a otras carreras universitarias en las que se imparte el cálculo diferencial e integral.
- Proponer a la dirección de Formación del Profesional la disminución del tamaño de los grupos estudiantiles en virtud de la atención individualizada a los estudiantes durante la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral.
- Profundizar en el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador del resto de las situaciones típicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Educación Superior.
- Comunicar los resultados inherentes a la investigación para su socialización con la comunidad científica nacional e internacional mediante participación en eventos y publicaciones en revistas científicas.
- Proponer al Departamento de Matemática de la Universidad de Matanzas la inclusión del material complementario propuesto para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en el sistema de trabajo metodológico y de superación del área y socializarlo con instituciones homólogas dentro y fuera del país.

BIBLIOGRAFÍA

- Addine Fernández, F. (1998). Didáctica y optimización del proceso de enseñanza aprendizaje. *Material impreso. IPLAC. La Habana.*
- Addine Fernández, F. (2017). *La didáctica general y su enseñanza en la educación superior pedagógica. Aportes e impacto* [Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias, Universidad de Ciencias Pedagógicas Enrique José Varona]. La Habana.
- Addine Fernández, F., & García Batista, G. (2020). Componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje. *Temas de introducción a la formación pedagógica*, 157.
- Addine-Fernández, F., & Batista-García, G. (2020). Componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje. *Temas de introducción a la formación pedagógica*, 157.
- Aguilera Castro, G., Bello Rodríguez, G., & Machado Solano, M. I. (2021). Una propuesta de problemas matemáticos con enfoque profesional interdisciplinar en la carrera de Ingeniería Forestal. *Redel. Revista Granmense de Desarrollo Local*, 5(4), 228-239.
- Albarrán Pedroso, J. (2004). *Las habilidades pedagógicas – profesionales para la instrucción heurística de la Matemática*. [Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas., ISP “E. J. Varona”]. La Habana.
- Albornoz, V. M., & Zamora, G. E. (2021). Decomposition-based heuristic for the zoning and crop planning problem with adjacency constraints. *Top*, 29(1), 248-265.
- Almeida Carazo, B. (2000). *La integración de los componentes organizacionales del proceso docente educativo en la evaluación del aprendizaje*. [Tesis en opción al título académico de Máster en Didáctica de la Matemática, ISP Enrique José Varona]. La Habana.
- Almeida Carazo, B. (2012). El trabajo con problemas: vía para propiciar la autorregulación en el aprendizaje de la matemática. *El Evaluador Educativo*, 3(III), 1-19.

- Almeida Carazo, B., Borges García, T., & Almeida Carazo, J. (2001). *La Heurística: su enseñanza en la formación y capacitación de docentes*.
- Alvarez Esteven, J., Alonso Berenguer, I., & Gorina Sánchez, A. (2018). Método didáctico para reforzar el razonamiento inductivo-deductivo en la resolución de problemas matemáticos de demostración. *Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa*, 6, 17-32.
- Álvarez Gómez, G. A., Viteri Moya, J. R., Viteri Intriago, D. A., & Estupiñán Ricardo, J. (2021). Integración de los procesos sustantivos para la mejora de la calidad del aprendizaje. *Revista Conrado*, 17(80), 21-27.
- Álvarez Pérez, M., Almeida Carazo, B., & Villegas Jiménez, E. (2014). *El proceso de enseñanza aprendizaje de la asignatura Matemática*. Editorial Pueblo y Educación.
- Álvarez-Mesa, Y. (2011). *El perfeccionamiento del proceso de enseñanza aprendizaje de la Historia Contemporánea mediante el empleo del software "Geoclío" para contribuir a la autorregulación del aprendizaje de los alumnos de octavo grado* [Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, UCP Juan Marinello Vidaurreta]. Matanzas.
- Andrés Romano, C. (2019). Estudio experimental de reglas heurísticas en secuenciación. <https://polimedia.upv.es/visor/?id=3ae53160-7c69-11e9-9247-69acaf40163c>.
<http://hdl.handle.net/10251/120975>.
- Aranda, M., Lie, R., Guzey, S. S., Makarsu, M., Johnston, A., & Moore, T. (2020). Examining teacher talk in an engineering design-based science curricular unit. *Research in Science Education*, 50(2), 469-487.
- Ashraf, A. (2020). Challenges and Possibilities in Teaching and Learning of Calculus: A Case Study of India. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists*, 8, 407-433. <https://doi.org/https://doi.org/10.17478/jegys.660201>

- Babintseva, E. (2021). "Overtake and Surpass": Soviet Algorithmic Thinking as a Reinvention of Western Theories during the Cold War. In *Cold War Social Science* (pp. 45-72). Springer.
- Báez, A. M., Pérez González, O. L., & Triana Hernández, B. (2017). Propuesta didáctica basada en múltiples formas de representación semiótica de los objetos matemáticos para desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo diferencial. *Academia y Virtualidad*, 10(2), 20-30.
- Ballester Pedroso, S., García la Rosa, J. E., Almeida Carazo, B., Santana De Armas, H., Álvarez Pérez, M., Rodríguez Ortiz, M., González Noguera, R. A., Villegas Jiménez, E., Fonseca González, A. L., Puig Reyes, N. I., Arteaga Valdés, E., Valdivia Sardiñas, M., & Fernández Peña, C. L. (2018). *Didáctica de la Matemática* (Vol. Tomo I). La Habana: Editorial Felix Varela.
- Ballester Pedroso, S., Santana de Armas, H., Hernández Montes de Oca, S., Cruz, I., Arango González, C., García García, M., Álvarez Gómez, A., Rodríguez, M., Batista, L. C., Villegas Jiménez, E., Almeida Carazo, B., & Torres Fernández, P. (1992). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática* (Vol. 1). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Barroso Pedroso, Y. (2015). *Objetos de Aprendizaje para el cálculo integral en la Universidad de las Ciencias Informáticas* [Tesis de Maestría, Universidad de La Habana].
- Bastida Lugones, L., & Mora Quintana, E. (2017). La dirección educacional y la dirección en la escuela: sus especificidades. *Revista Universidad y Sociedad*, 9(3), 34-38. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2218-36202017000300005
- Bonilla Carmona, M. (2020). Desarrollo del Pensamiento Matemático y su Didáctica. *Comillas*, 25.

- Borges Torres, R. (2015). La dirección en el ámbito educacional, sus nuevos enfoques. *Maestro y Sociedad*, 12(2), 62-68.
- Brassard, G., & Bratley, P. (1997). *Fundamentos de Algoritmia*. Prentice Hall.
- Bravo López, G., & Cáceres Mesa, M. (2002). El proceso de enseñanza-aprendizaje desde una perspectiva comunicativa. *Revista Iberoamericana de educación*.
- Bringas Linares, J., & Carbonell Pérez, J. E. (2010). Contribución al concepto de dirección educacional. *Revista Varona*(51).
http://www.varona.rimed.cu/revista_varona/index.php?option=com_content&task=view&id=98&itemid=33
- Brovka, N., & Medvedev, D. (2020). Factors and Didactic Characteristics that Determine the Information and Educational Environment of the University. *4th International Conference on Informatization of Education and E-learning Methodology*.
- Bueno Hernández, R. (2019). *El proceso de enseñanza aprendizaje de los conceptos y sus definiciones en la disciplina Matemática Superior de la carrera Ingeniería Informática* [Tesis en opción al título académico de Máster en Matemática Educativa, Universidad de Matanzas]. Matanzas.
- Burgos, M., Bueno, S., Pérez, O., & Godino, J. (2021). Onto-semiotic complexity of the Definite Integral. *Journal of Research in Mathematics Education*, 10(1), 4-40.
- Cabrera Marrero, I., Crespo Zafra, L., & Portuondo Padrón, R. (2017). El diseño curricular desde la perspectiva de la actividad profesional. *Transformación*, 13 (3), 434-443.
- Campos Acosta, I. (2019). El empleo de los procedimientos heurísticos en la resolución de ejercicios geométricos. *Revista Boletín Redipe*, 8(5), 185-193.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7528266>
- Castellanos Simons, D. (2007). *Teorías actuales del aprendizaje. Maestría en Educación*. IPLAC. Imprenta universitaria UBV.

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

Castillo Gómez, L. (2020). Transformando pedagogías desde currículos universitarios interculturales. *Revista Universitaria del Caribe*, 25(02), 7-14.

Castro Hermidas, N. (1998). *Una propuesta de Instrucción Heurística mediante la disciplina geometría* [Tesis de Maestría., ISP “José de la Luz y Caballero”]. Holguín.

Chaparro Caso, A. A., González Barbera, C., & Caso Niebla, J. a. (2016). Familia y rendimiento académico: configuración de perfiles estudiantiles en secundaria. *Revista electrónica de investigación educativa*, 18(1), 53-68.

Crespo Hurtado, E. (2007). *Modelo didáctico sustentado en la heurística para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática asistida por computadora* [Tesis en opción al grado científico de doctor en ciencias pedagógicas, Universidad de Ciencias Pedagógicas" Félix Varela Morales"].
<http://dspace.uclv.edu.cu:8089/handle/123456789/7465>

Cuba. (2016a). *VII Congreso del Partido Comunista de Cuba. Conceptualización del modelo económico y social cubano de desarrollo socialista.*

Cuba. (2016b). VII Congreso del Partido Comunista de Cuba. Lineamientos de la política económica y social de Partido y la Revolución.

Cuba. (2019). *Constitución de la República de Cuba.*

Cuba. (2021). *Ideas, conceptos y directrices del 8vo. Congreso del PCC*
<http://www.granma.cu/octavo-congreso-pcc/2021-05-26/descargue-en-pdf-el-compendio-de-ideas-conceptos-y-directrices-del-8vo-congreso-del-pcc-26-05-2021-19-05-45>

Curbeira Hernández, D., Bravo Estévez, M. d. L., & Morales Díaz, Y. d. I. C. (2019). La formación de habilidades profesionales en la educación superior. *Revista Cubana de Medicina Militar*, 48.

- De Hoyos Benítez, S. M. (2020). El método científico y la filosofía como herramientas para generar conocimiento. *Revista Filosofía UIS*, 19(1), 229-245.
- de Jesus João, F. (2019). Alternativa didáctica para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina Pesquisa operacional. *Revista Órbita Pedagógica*, 6(3), 14-28.
<https://core.ac.uk/download/pdf/268044272.pdf>
- del Risco Machado, R., & Rodríguez Nuñez, L. (2020). La comprensión en la resolución de problemas matemáticos. *Universidad & Ciencia*, 9(1), 9-18.
- Depaepe, F., Verschaffel, L., & Star, J. J. Z.-M. E. (2020). Expertise in developing students' expertise in mathematics: Bridging teachers' professional knowledge and instructional quality. *52(2)*, 179-192.
- Díaz Lozada, J. A., & Díaz Fuentes, R. (2018). Los métodos de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático. *Bolema*, 32(60), 57-74.
- Díaz Ocampo, E., & Venet Muñoz, R. (2020). The University Didactic management of excellence. A collaborative method to form the didactic culture in the teachers. *Journal of Alternative Perspectives in the Social Sciences*. 10(3).
- Elías Chanchí, G., Gómez Álvarez, M. C., & Yesid Campo, W. (2020). Criterios de usabilidad para el diseño e implementación de videojuegos. *Revista Ibérica de Sistemas e Tecnologias de Informação*(E26), 461-474.
- Engels, F. (1968). *Anti-Duhring; la subversión de la ciencia por el señor Eugene Duhring*.
- Española, R. A. (2001). Diccionario de la lengua española (22 ed). In *Diccionario de la lengua española (22 ed)*. <http://www.rae.es/rae.html>
- Fernández Doural, R. A., Gil Fuentes, M. R., & Maceo Alvarez, Y. (2020). La práctica de la interdisciplinariedad heurística del proceso educativo en la enseñanza de la Matemática (Revisión). *Redel. Revista Granmense de Desarrollo Local*, 4, 1130-1140.

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

Fernández Sánchez, H., King, K., & Enríquez Hernández, C. (2020). Revisiones sistemáticas exploratorias como metodología para la síntesis del conocimiento científico. *Enfermería universitaria*, 17(1), 87-94.

Fernández Suárez, B., León Capote, M., & Otero Díaz, D. (2019). Alternativa didáctica para la motivación de los estudiantes de la carrera Licenciatura en Educación Matemática. *Conrado*, 15(68), 56-63. http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S1990-86442019000300056&script=sci_arttext&tlng=en

Fonseca Pérez, J. J., & Gamboa Graus, M. E. (2017). Aspectos teóricos sobre el diseño curricular y sus particularidades en las ciencias. *Revista Boletín Redipe*, 6(3), 83-112.

Freire, L., Páez, M. C., Núñez Espinoza, M., Narváez Rios, M., & Infante Paredes, R. (2018). El diseño curricular, una herramienta para el logro educativo. *Revista de la SEECI*(45), 75-86.

Gamboa Graus, M. (2020). Escala estadística y software para evaluar coherencia didáctica en procesos de enseñanza-aprendizaje de Matemáticas. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 11(1), 140-165.

Gamboa Graus, M. E., Castillo Rojas, Y., & Parra Rodríguez, J. F. (2019). Caracterización de la competencia de dirección en educación para el ejercicio pedagógico en el escenario educativo tunero. *Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, 3. <https://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/1811>

Gamboa Graus, M., Castillo Rojas, Y., & Parra Rodríguez, J. (2020). Medición de la Competencia de Dirección en Educación. El ejemplo de Las Tunas. *Mundo Fesc*, 10(S1), 145-155.

- García Abad, R. E., & González Fernández-Larrea, M. (2021). La integración de procesos sustantivos en la Universidad Católica de Cuenca: estado actual y prospectiva. *Universidad y Sociedad*, 13(2), 184-193.
- García García, F. J., López Francés, I., Moctezuma Ramírez, E. E., & Pérez Pérez, C. (2021). Aprender a Aprender en la Universidad: Perspectivas del Profesorado y de los Estudiantes/Learning to Learn at University: Perceptions of Teachers and Students. *Ese-Estudios Sobre Educacion*, 40, 103-126.
- García Garnica, M., & Martínez Garrido, C. (2019). Dirección escolar y liderazgo en el ámbito iberoamericano. *Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 23(2), 1-11. <https://revistaseug.ugr.es/index.php/profesorado/article/view/9690>
- García Martínez, J. A., & González Sanmamed, M. (2020). La comunicación y la interacción como aspectos clave de los entornos personales de aprendizaje: Perspectiva de estudiantes costarricenses de educación. *Revista Electrónica Educare*, 24(3), 100-119.
- García Pimentel, L. (2018). *La formación inicial del Licenciado en Educación Primaria para la atención a los alumnos con dificultades de aprendizaje en el cálculo escrito* [Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Universidad de Matanzas]. Matanzas.
- Gargallo López, B., Pérez Pérez, C., Garcia Garcia, F. J., Giménez Beut, J. A., & Portillo Poblador, N. (2020). La competencia aprender a aprender en la universidad: propuesta de modelo teórico. *Educación XXI*, 23(1), 19-44.
- Gibert Benítez, E. (2012). *Una alternativa didáctica para la estructuración del proceso de enseñanza-aprendizaje en las clases de la asignatura Matemática en la Educación Secundaria Básica* [Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias

Pedagógicas, Universidad de Ciencias Pedagógicas" Enrique José Varona"]. La Habana.

Gil Luis, J. L., & Alfonso Morejón, A. (2021). El proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática Superior I en la formación del contador. *Mendive. Revista de Educación*, 19(2).

Ginoris Quesada, O. (2008). El proceso de enseñanza–aprendizaje desarrollador. Componentes del Proceso de Enseñanza-Aprendizaje: objetivo, contenido y métodos de enseñanza-aprendizaje. . *IPLAC*.

Gómez Clavijo, Y. A., & Fiallo Rendón, N. J. (2019). Curso de acogida para estudiantes neotomasinos de la División de Ingenierías, fundamentado en el razonamiento, el pensamiento lógico-matemático y el trabajo colaborativo. *Encuentro de Ciencias Básicas*, 2, 11-22.

González Aguilera, A. A., Infante Roblejo, R., & Ricardo Zaldivar, P. M. (2021). Condicionamiento de las funciones reales de una variable en la modelación matemática. *Roca. Revista científico-educacional de la provincia Granma*, 17(1), 290-303.

González Monsibáez, Y., & Duvergel Vázquez, D. (2020). Una estrategia didáctica para el aprendizaje desarrollador de la matemática en la carrera ingeniería informática. *Universidad y Sociedad*, 12(5), 219-228.

González Soca, A., Recarey Fenández, S., & Addine Fernández, F. (2004). El proceso de enseñanza-aprendizaje: un reto para el cambio educativo. In F. Addine (Ed.), *Didáctica: Teoría y Práctica*. Editorial Pueblo y Educación.

Guillen Pereira, L., Brito Vallina, M. L., Contreras Velásquez, L. M., & Llumiquinga Quispe, S. d. R. (2020). Estrategia para desarrollar competencias profesionales en la

- educación superior a través de la integración de procesos sustantivos. *REFCalE: Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa.*, 1-22.
- Hernández Infante, R. C., & Infante Miranda, M. E. (2017). Aproximación al proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador. *Revista UNIANDES Episteme*, 4(3), 365-375.
- Hernández Infante, R. C., & Infante Miranda, M. E. (2017). La clase en la educación superior, forma organizativa esencial en el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Educación y Educadores*, 20(1), 27-40.
- Hernández Sampieri, R., & Mendoza Torres, C. P. (2018). *Metodología de la investigación* (Vol. 4). McGraw-Hill Interamericana México^ eD. F DF.
- Hidalgo Valdés, M. C., Carrasco Velar, R., & Lombillo Rivera, E. H. (2021). La extensión universitaria como denominador común de los procesos sustantivos en la universidad del nuevo tipo. *IV Conferencia Científica Internacional UCIENCIA 2021*.
- Jeannot, F. (2018). El conflicto del método. *Revista Análisis Económico*, 33, 59-72.
- Jiang, R., Li, X., Xu, P., & Lei, Y. (2020). Do teachers need to inhibit heuristic bias in mathematics problem-solving? Evidence from a negative-priming study. *Current Psychology*, 1-12.
- Jungk, W. (1981). *Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática* (Vol. 2). La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Lautert, S. L., & Schliemann, A. D. (2021). Using and Understanding Algorithms to Solve Double and Multiple Proportionality Problems. *International Journal of Science mathematics Education*, 19(7), 1421-1440.
- Ledo Miralles, O., Bello Teidy, R., & González Méndez, M. (2020). Procedimientos heurísticos para el tratamiento a problemas matemáticos. *Educación y Sociedad*, 18(3), 69-83.

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

Llivina Lavigne, M. J. (2019). La comprensión de problemas: punto de partida para resolverlos. *Revista Magisterio*, 2(3).

Llorent Bedmar, V., Cobano-Delgado Palma, V., & Navarro Granados, M. (2017). Liderazgo pedagógico y dirección escolar en contextos desfavorecidos. *Revista española de Pedagogía*, 75, 541-564. <https://doi.org/doi:https://doi.org/10.22550/REP75-3-2017-04>

Lubachewski, G. C., & Cerutti, E. J. R. R. R. I. d. P. H.-E. (2020). Metodologías ativas no ensino da matemática no anos iniciais: aprendizagem por meio de jogos. 6, e020018-e020018.

Machado Ramírez, E., & Montes de Oca Recio, N. (2020). Competencias, currículo y aprendizaje en la universidad. Examen de los conceptos previos y configuración de una nueva definición. *Transformación*, 16(3), 405-434.

Martínez Castellini, A. J. R. U. y. S. (2020). Uso de métodos problémicos en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática: metodología para calcular integrales indefinidas. *12(5)*, 445-453.

Martínez Cuba, O., Leyva Figueredo, P., & Dorrego Pupo, M. (2020). La estrategia: fundamentos de un resultado científico *Opuntia Brava*, 12(3), 19-30.

Martínez Priego, C., Anaya Hamue, M. E., & Salgado, D. (2014). Desarrollo de la personalidad y virtudes sociales: relaciones en el contexto educativo familiar. *Educación y Educadores*, 17(3), 447-467.

Matos Ceballos, J. J., Tejera Concepción, J. F., & Terry Rodríguez, C. E. (2018). Estrategia didáctica para la formación del valor responsabilidad. *Revista electrónica de Educación*. <https://sinectica.iteso.mx/index.php/SINECTICA/article/view/786>

- Mayer, M. J., & Gróf, G. (2020). Techno-economic optimization of grid-connected, ground-mounted photovoltaic power plants by genetic algorithm based on a comprehensive mathematical model. *Solar Energy*, 202, 210-226.
- Mayorga Fernández, M. J., & Madrid Vivar, D. (2010). Modelos didácticos y Estrategias de enseñanza en el Espacio Europeo de Educación Superior. *Tendencias Pedagógicas*, 1(15).
- Medina Viñamagua, G. (2020). *Concepción integradora del Cálculo diferencial en Cálculo I, Carrera de Economía de la Universidad Técnica Particular de Loja, Ecuador* [Tesis en opción al título académico de Máster en Educación Matemática Universitaria, Universidad de Holguín]. Holguín.
- Mendezabal, M. J., & Tindowen, D. J. (2018). Improving students' attitude, conceptual understanding and procedural skills in differential calculus through Microsoft mathematics. *JOTSE*, 8(4), 385-397.
- MES. (2016). Documento base para la elaboración de los planes de estudio E. La Habana: Cuba. Ministerio de Educación Superior.
- Monsalve Gómez, S. (2019). Cálculo. Con notas históricas y contextos económicos. In S. Monsalve-Gómez (Ed.), *Matemática para economistas* (Vol. 2). Universidad Nacional de Colombia.
- Montes de Oca Recio, N., Machado Ramírez, E. F., & Reyes Obediente, F. (2019). La gestión didáctica en el contexto actual de la educación superior. *Humanidades Médicas*, 19(2), 311-322.
- Mora Peña, Y. (2019). *Gestión del proceso sustantivo de investigación en la Universidad de Holguín. Subprocesos plan y balance de CTI, premios y eventos* [Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias de la Educación, Universidad de Holguín].

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

Morales Carballo, A., Locia Espinoza, E., & Salmerón Merino, P. (2016). Recursos heurísticos para la actividad de enseñanza de las transformaciones geométricas en el nivel preuniversitario. *Atenas*, 3(35), [64-79].

Moreno Martín, G., Martínez Martínez, R., Moreno Martín, M., Fernández Nieto, M. I., & Guadalupe Núñez, S. V. (2017). Acercamiento a las Teorías del Aprendizaje en la Educación Superior. *Revista UNIANDES Episteme*, 4(1), 48-60.

Moreno Olivos, T. (2011). Didáctica de la Educación Superior: nuevos desafíos en el siglo XXI. *Perspectiva educacional*, 50(2), 26-54.

Moshref-Javadi, M., Hemmati, A., & Winkenbach, M. (2020). A truck and drones model for last-mile delivery: A mathematical model and heuristic approach. *Applied Mathematical Modelling*, 80, 290-318.

Müller, H. (1987). Aspectos metodológicos acerca del trabajo con ejercicios en la enseñanza de la matemática. Folleto mimeografiado. *Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. La Habana*.

Müller, H. (1988). El programa heurístico general para la resolución de ejercicios (III parte). *Boletín Sociedad Cubana de Matemática*, 13-25.

Nardín Aranela, A., Montalván García, M., Salgado Docampo, M. I., & Pérez González, O. L. (2017). Errores de los estudiantes en el tema de derivada de funciones de varias variables. *Revista Paradigma*, 38(1), 312-330.

Naveira Carreño, W. (2018). *La habilidad argumentar matemáticamente en la unidad "Geometría del Espacio" de duodécimo grado* [Trabajo de Diploma en opción al título de Licenciado en Educación. Matemática-Física, Universidad de Matanzas]. Matanzas.

Naveira Carreño, W. (2019). *Los procedimientos de solución de la disciplina Matemática Superior en la formación del Ingeniero Informático* [Tesis en opción al título

- académico de Máster en Matemática Educativa, Universidad de Matanzas].
Matanzas.
- Naveira Carreño, W. J., & González Hernández, W. (2021). Análisis conceptual del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Educación Superior. *Revista Conrado*, 17(78), 266-275.
- Naveira Carreño, W. J., & Valdivia Sardiñas, M. Á. (2022). El proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de la Matemática y su dirección en la Educación Superior. *Didasc@ lia: didáctica y educación* ISSN 2224-2643, 13(1), 100-128.
- Naveira Carreño, W., & González Hernández, W. (2019). Una concepción de los procedimientos de solución en matemática desde la Teoría de la Subjetividad. *Teoría y Crítica de la Psicología*, 12, 81-96.
- Naveira Carreño, W., & Valdivia Sardiñas, M. (2021). Las Situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática. *Inédito*.
- Naveira Carreño, W., Valdivia Sardiñas, M., & Pino Batista, M. (2021). La dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución de la Matemática. *X Convención Científica Internacional de la Universidad de Matanzas. IV Taller de Cinecias Básicas, Matanzas, Cuba*.
- Obando, G., Vasco, C. E., & Arboleda, L. C. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 17(1), 59-81.
<https://doi.org/10.12802/relime.13.1713>
- Ouvrier-Buffet, C. J. E. o. m. e. (2020). Discrete mathematics teaching and learning. 227-233.
- Padilla Rodriguez, B. C., & Armellini, A. (2021). *Cases on Active Blended Learning in Higher Education*. IGI Global.

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

Páez-Suárez, V. C. (2020). *La Didáctica de la Educación Superior ante los retos del siglo XXI*.

Parra Aguilera, M., Gamboa Graus, M. E., López Toranzo, J., & Borrero Springer, R. (2017). Procedimientos heurísticos para resolver problemas matemáticos aplicados a resolución de problemas químicos. *Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, 5(1).

Parra Rodríguez, J. F., Gamboa Graus, M. E., & Santiesteban Almaguer, Y. (2020). La maestría en dirección educacional: Camino a la excelencia académica. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 11(4), 40-64.

Patton, A. L., & Prince, K. (2018). Curriculum Design and Planning: Using Postmodern Curricular Approaches. *Journal of Curriculum Theorizing*, 32(3).

Pérez Ariza, K. (2020). Modelos y enfoques de la comprensión en la solución de problemas aritméticos verbales la comprensión en la solución de problemas aritméticos verbales. *Revista Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 11.

Pérez Díaz, Y. (2018). *Estrategias Gerenciales Para Mejorar La Dirección Educacional En La Institución Educativa N° 16462 "San Juan Bosco" Del Distritode San Ignacio, San Ignacio-Cajamarca* [Tesis en opción al título académico de Máster en Ciencias de la Educación, Universidad Nacional Padro Luis Gallo]. Lambayeque.

Pérez González, O. L. (2020). La Formación y Desarrollo Conceptual en el Cálculo Diferencial y el Álgebra Lineal en las Carreras de Ingeniería. *Paradigma*, 41(571-599). <http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/>

Pérez González, O. L., Blanco Sánchez, R., Montes de Oca Recio, N., Yordi González, I., Caballero Mota, Y., Martín Sánchez, Á. M., Báez Urefla, N. L., Báez, A. M., Mola Reyes, C. E., & Bueno García, S. (2019). Contribución teórica y práctica a la

- didáctica del Cálculo Diferencial y del Álgebra Lineal para carreras de ingeniería. *Anales de la Academia de Ciencias de Cuba*, 9(3), 692.
- Plan de estudios E de la carrera Economía. La Habana: Gaceta Oficial de la República de Cuba, (2018a).
- Polya, G. (1982). *Cómo plantear y resolver problemas*. México D.F.: Editorial Tirillas.
- Pramuditya, S., & Sulaiman, H. (2019). Development of instructional media game education on integral and differential calculus. *Journal of Physics: Conference Series*,
- Ramdani, Y., & Rohaeni, O. (2018). Increasing Indicators Of Mathematics Competency In Integral Concept Through Debate Scientific Strategy. *International Journal of Innovation*
- Ramdani, Y., Rohaeni, O., & Wachidah, L. (2019). Competency indicator of integral calculus in scientific debate strategies based on student education background. *Journal of Physics: Conference Series*,
- Ramos Barrera, M. G., & Bello Rodríguez, S. P. (2020). Enseñanza de matemática en economía: El problema de la abstracción. *Catálogo editorial*, 84-103.
- Rebollar Morote, A. (2000). *Una variante para la estructuración del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, a partir de una nueva forma de organizar el contenido, en la escuela media cubana* [Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, ISP Frank País García]. Santiago de Cuba. <https://www.eumed.net/tesis-doctorales/2010/arm/arm.zip>
- Reglamento de trabajo docente y metodológico de la Educación Superior, (2018b). *Research Education Science*, 5(1).
- Resolución 111: Reglamento de organización docente de la Educación Superior, Gaceta de Cuba (2017).

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

- Rico Montero, P. (2021). *Técnicas para un aprendizaje desarrollador en el escolar primario*. Editorial Pueblo y Educación.
- Ritacco Real, M., & Amores Fernández, F. J. (2017). Dirección escolar y liderazgo pedagógico: un análisis de contenido del discurso de los directores de centros educativos en la Comunidad Autónoma de Andalucía (España). *Educação e Pesquisa, 44*.
- Rodríguez Ortiz, M., & Rodríguez Morffi, N. (2013). La formación del profesional de matemática para un proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador. *Opuntia Brava, 5(1)*, 61-69.
- Rodríguez Rabelo, A. (2018). *Estrategia didáctica para la enseñanza aprendizaje del Cálculo Diferencial con enfoque profesional en la Facultad Introductoria de Ciencias Informáticas Universidad de La Habana. Facultad de Matemática y Computación*].
- Rodríguez, E. (2017). Dirección escolar en Ecuador. Breve análisis. *Gestión de la Educación, 7(2)*, 20-42.
- Rodríguez-Castro, M. (2018). An integrated curricular design for computer-assisted translation tools: developing technical expertise. *The Interpreter Translator Trainer, 12(4)*, 355-374.
- Rodríguez-Gallego, M. R., Ordóñez-Sierra, R., & López-Martínez, A. (2020). La dirección escolar: Liderazgo pedagógico y mejora escolar. *Revista de Investigación Educativa, 38(1)*, 275-292.
- Sadovsky, P. (2019). *La Teoría de la Transposición Didáctica como marco para pensar la vida de los saberes en las instituciones*. Buenos Aires: Coordinación Editorial.

- Samá Muñoz, D., López González, R., & Cruz Álvarez, Y. (2019). Gestión de los procesos sustantivos en la universidad cubana actual. Experiencia en el proceso de postgrado en la Universidad Agraria de La Habana. *Gestiópolis*.
- Samuelson, P. (2007). *Macroeconomía* (8448106482).
- Sanz Cabrera, T., & González Pérez, M. (2016). Categorías educación, instrucción, enseñanza, aprendizaje, proceso de enseñanza-aprendizaje. In T. Ortiz-Cárdenas & T. Sanz-Cabrera (Eds.), *Visión pedagógica de la formación universitaria actual* (pp. 170-192). Editorial UH.
- Shahbari, J. A. (2020). Mathematical Thinking Styles and the Features of Modeling Process. *Scientia in educatione*, 11(1), 59-68.
- Silvestre Oramas, M., & Zilberstein Toruncha, J. (2002). *Hacia una didáctica desarrolladora*. Editorial Pueblo y Educación.
- Sousa Santos, D., Silva Castilho, W., Porto Cavalcante, R., Silveira de Sena, M. L. G., & Dias Pereira Filho, A. (2020). Ambiente Virtual de Aprendizagem no ensino de Matemática: relato de experiência. *Ensino da Matemática em Debate*, 7(3), 188-212.
- Souza, S., Calvo del Olmo, F. J., & Rocha da Cunha, K. M. (2020). Plural Approaches as a Tool for Galician Studies at the Brazilian University: Didactic Experiences in the UFPR Letters Course. *Education and Linguistics Research*, 6(1).
- Sydsaeter, K., & Hammond, P. (2007). *Matemáticas para el análisis económico* (Vol. I).
- Tapia Sosa, E., & Estrabao Pérez, A. E. (2018). Carreras e integración de los procesos sustantivos en la Formación Profesional. *Didasc@ lia: Didáctica y Educación*, 9(2), 201-218.
- Torres Fernández, P. (1994). La didáctica de los matemáticos en la escuela cubana actual: origen y fundamento, estructura, proyecciones. *Educación Matemática*, 6(03), 82-89. <http://funes.uniandes.edu.co/9732/>

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

Torres Fernández, P. (2000). *La Instrucción Heurística de la Matemática Escolar. La Habana. ISP "E. J. Varona"*.

Valdivia Sardiñas, M. (2009). *Una estrategia didáctica para la dirección del aprendizaje de los procedimientos heurísticos en la asignatura Matemática y su metodología I de la Licenciatura en Educación en el Área de Ciencias Exactas* [Tesis presentada en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Universidad de Ciencias Pedagógicas "Juan Marinello Vidaurreta"]. Matanzas.

Valdivia Sardiñas, M., & Jorge Martín, M. (2020). El aprendizaje de la Matemática para ingenieros: Técnicas para su dirección. *Monografías. Universidad de Matanzas*.

Valdivia Sardiñas, M., & Naveira Carreño, W. (2020). Los procedimientos de solución en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. *Libro 2. "Las ciencias naturales, exactas y de la salud ante las exigencias del mundo contemporáneo", VIII, 102-116.*

Valladares González, M. G., & Alfonso Moreira, Y. (2020). La evaluación áulica en la formación de profesores de educación inicial: una práctica educativa inclusiva. *Conrado, 16(74), 325-331.*

Valle Lima, A. (2006). *La dirección de la escuela. En su: Dirección, Organización e higiene escolar* (Vol. 1). Libro en formato digital.

Valle Lima, A. (2012). *La investigación pedagógica. Otra mirada*. Editorial Pueblo y Educación.

Vázquez Furelos, M., Herrera de la Cruz, J., Arenas Amorós, J., Dueñas Ballesteros, J. M., García Pineda, M. P., Gonzalez Vega, J., Lopez Zorzano, R. A., Lozano Mena, F., Lugo Arocha, H. C., & Mera Rivas, M. E. (2020). *Propuestas de mejora en la metodología y la gestión del curso semipresencial de Matemáticas Básicas para*

- Economía “Matemáticas G0”(R79). Inclusión en la oferta de cursos MOOC y tutorías entre iguales* (España Patent No. U. C. d. M. F. d. C. E. y. Empresariales.
- Villalaz-Castro, E. S., & Medina-Zuta, P. (2020). El currículo universitario peruano: aspectos complejos. *Maestro y Sociedad, Número Especial 1*, 121-136.
- Villegas Jiménez, E., & Valdivia Sardiñas, M. (s/f). Los procedimientos de solución en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática. In S. Ballester (Ed.), *Didáctica de la Matemática II*. Editorial Felix Varela.
- Wintarti, A., & Fardah, D. (2019). The Instructional Design of Blended Learning on Differential Calculus Using Successive Approximation Model. *Journal of Physics: Conference Series*,
- Yoppiz-Fuentes, Y., Cruz-González, A., Gamboa-Graus, M., & Osorio-Rodríguez, G. (2016). Alternativa didáctica para contribuir al perfeccionamiento de la planificación del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la carrera Licenciatura en Educación Matemática-Física. *Revista Boletín Redipe*, 5(5), 147-164. <http://revista.redipe.org/index.php/1/article/view/69>
- Zabaleta, V. (2018). La Construcción de conocimiento y la integralidad de funciones en la agenda actual de la extensión universitaria. +E: *Revista de Extensión Universitaria*, 8(8), 12-25. <https://doi.org/doi: 10.14409/extensión.v8i8.Ene-Jun.7710>
- Zetriuslita, Z., & Ariawan, R. (2021). Student’s mathematical thinking skill viewed from curiosity through problem-based learning model on integral calculus. *Infinity Journal*, 10(1), 31-40.
- Zhao, F., & Schuchardt, A. (2021). Development of the Sci-math Sensemaking Framework: categorizing sensemaking of mathematical equations in science. *International Journal of STEM Education*, 8(1), 1-18.

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

Zilmer, W. (1981). *Complementos de Metodología de la Enseñanza de la Matemática*. La

Habana: Editorial Pueblo y Educación.

ANEXOS

Índice de Anexos

ANEXOS

Anexo 1: Relación entre los procedimientos de solución, las situaciones típicas y la economía

Anexo 2: Escala de medición de los indicadores

Anexo 3: Relación de instrumentos por indicador

Instrumentos aplicados en el diagnóstico

Anexo 4: Prueba Pedagógica

Anexo 5: Encuesta a los profesores de Matemática de la Universidad de Matanzas

Anexo 6: Guía de observación a clases de cálculo diferencial e integral en la carrera Economía de la Universidad de Matanzas

Anexo 7: Guía de Revisión de la preparación de asignatura

Anexo 8: Guía de Revisión del programa de la asignatura

Anexo 9: Entrevista grupal a los estudiantes de primer año de la carrera Economía de la Universidad de Matanzas curso 2019-2020

Resultados de los instrumentos aplicados en el diagnóstico

Anexo 10: Resultados de la prueba pedagógica

Anexo 11: Resultados de la encuesta a los profesores

Anexo 12: Resultados de la observación a clases

Anexo 13: Resultados de la revisión a la preparación de la asignatura

Anexo 14: Resultados de la revisión al programa de la asignatura Matemática II

Anexo 15: Resultado de la entrevista grupal a los estudiantes

Anexo 16: Análisis de la Triangulación

Anexos de la estrategia didáctica y su aplicación

Anexo 17: Plan de desarrollo de la estrategia didáctica

Anexo 18: Solicitud de participación de expertos

Anexo 19: Guía de autoevaluación de expertos potenciales

Anexo 20: Determinación del grado de competencia de los expertos

Anexo 21: Guía de valoración de la estrategia didáctica

Anexo 22: Resultados de la valoración de la estrategia didáctica por el panel de expertos

Anexo 23: Prueba pedagógica de entrada

Anexo 24: Resultados de la Prueba pedagógica de entrada

Anexo 25: Prueba de validación estadística Kolmogorov-Smirnov a la Prueba pedagógica de entrada

Anexo 26: Hoja de trabajo para la obtención de la SICA para el cálculo del Límite fundamental algebraico

Anexo 27: Prueba pedagógica de salida.

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

Anexo 28: Resultados de la prueba pedagógica de salida

Anexo 29: Prueba de validación estadística Kolmogórov-Smírnov a la prueba pedagógica de salida.

Anexo 30: Prueba de valoración estadística T student

Anexo 31: Entrevista grupal a los estudiantes de primer año de la carrera Economía de la Universidad de Matanzas curso 2021

Anexo 1: Relación entre los procedimientos de solución, las situaciones típicas y la economía**Tabla 3***Relación entre los procedimientos de solución, las situaciones típicas y la economía*

Contenido matemático	Proceso parcial	Aplicaciones a la economía	Procedimientos heurísticos
Sucesión. Límite de una sucesión.	Formación de conceptos	Tasas de interés, crecimiento demográfico, valor actual descontado, proyectos de inversión, etc	(PH): Inducción, Búsqueda de relaciones y dependencias. (RH): Determinar características comunes y no comunes.
Concepto de serie numérica. Series Convergentes y Divergentes.			(PH): Analogía, búsqueda de relaciones y dependencias, variación de condiciones. (RH): Analizar acciones de identificación o transformación
Serie geométrica. Serie armónica e hiperarmónica.	Obtención de sucesión de indicaciones con carácter algorítmico		(PH): Inducción, Búsqueda de relaciones y dependencias. (RH): Determinar características comunes y no comunes.
Límite de funciones de una variable	Formación de conceptos		(PH): Analogía, búsqueda de relaciones y dependencias, reducción. (RH): Representar las relaciones contenidas en el texto del problema, determinar si se tienen fórmulas adecuadas o será necesario elaborar un modelo u otra forma sintética de representación.
Límite de funciones de varias variables			(PH): Inducción, Búsqueda de relaciones y dependencias. (RH):
Ejercicios de cálculo de límites de funciones de una y varias variables	Búsqueda de la vía de solución de ejercicios no rutinarios		(PH): Inducción, Búsqueda de relaciones y dependencias. (RH):
Continuidad de funciones	Formación de conceptos		(PH): Inducción, Búsqueda de relaciones y dependencias. (RH):

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

Derivada de una función en un punto.	Formación de conceptos	<p>Elasticidad, costo marginal, ingreso marginal, utilidad marginal. Crecimiento y decrecimiento: poblacional, el valor de una cuenta de ahorros con interés compuesto, interés compuesto continuamente.</p>	Determinar características comunes y no comunes.
Reglas de derivación	Obtención de sucesión de indicaciones con carácter algorítmico		(PH): Analogía, búsqueda de relaciones y dependencias, variación de condiciones. (RH): Analizar acciones de identificación o transformación
Diferencial de una función	Formación de conceptos		(PH): Inducción, Búsqueda de relaciones y dependencias. (RH): Determinar características comunes y no comunes.
Regla de la cadena	Obtención de sucesión de indicaciones con carácter algorítmico		(PH): Analogía, búsqueda de relaciones y dependencias, variación de condiciones. (RH): Analizar acciones de identificación o transformación
Regla de L'Hôpital.			(PH): Analogía, búsqueda de relaciones y dependencias, reducción. (RH): Representar las relaciones contenidas en el texto del problema, determinar si se tienen fórmulas adecuadas o será necesario elaborar un modelo u otra forma sintética de representación.
Ejercicios sobre cálculo de derivadas de funciones de una variable	Búsqueda de la vía de solución de ejercicios no rutinarios		(PH): Inducción, Búsqueda de relaciones y dependencias. (RH): Determinar características comunes y no comunes.
Derivada parcial	Formación de conceptos		
derivadas parciales de orden superior			
Gradiente. Derivada direccional			

Ejercicios sobre cálculo de derivadas parciales y direccionales de funciones de varias variables	Búsqueda de la vía de solución de ejercicios no rutinarios	(PH): Analogía, búsqueda de relaciones y dependencias, reducción. (RH): Representar las relaciones contenidas en el texto del problema, determinar si se tienen fórmulas adecuadas o será necesario elaborar un modelo u otra forma sintética de representación.
Teoremas sobre las funciones derivables	Obtención de teoremas por vía deductiva	(PH): Analogía, búsqueda de relaciones y dependencias. (RH): Recordar teoremas del dominio matemático correspondiente, sustituir conceptos por su definición. (EH): Trabajo hacia adelante.
Monotonía. Concavidad. Extremos. Puntos de inflexión. Asíntotas.	Obtención de sucesión de indicaciones con carácter algorítmico	(PH): Analogía, búsqueda de relaciones y dependencias, variación de condiciones. (RH): Analizar acciones de identificación o transformación
Trazado de curvas		
Extremos de funciones de varias variables. Matriz hessiana. Extremos condicionados	Obtención de teoremas por vía deductiva	(PH): Analogía, búsqueda de relaciones y dependencias. (RH): Recordar teoremas del dominio matemático correspondiente, sustituir conceptos por su definición. (EH): Trabajo hacia adelante.
Ejercicios sobre aplicaciones del cálculo diferencial	Búsqueda de la vía de solución de ejercicios no rutinarios	(PH): Analogía, búsqueda de relaciones y dependencias, reducción. (RH): Representar las relaciones contenidas en el texto del problema, determinar si se tienen fórmulas adecuadas o será necesario elaborar
Problemas de optimización en una y varias variables. Multiplicadores de Lagrange		

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

			un modelo u otra forma sintética de representación.
Concepto de integral indefinida	Formación de conceptos	Cálculo de funciones totales a partir de funciones marginales con una condición inicial. Determinación de la oferta o la demanda a partir de funciones marginales	(PH): Inducción, Búsqueda de relaciones y dependencias. (RH): Determinar características comunes y no comunes.
Reglas de integración	Obtención de sucesión de indicaciones con carácter algorítmico		(PH): Analogía, búsqueda de relaciones y dependencias, variación de condiciones. (RH): Analizar acciones de identificación o transformación
Fórmulas de integración inmediata			
Métodos de integración			
Resolución de ejercicios y problemas del tema	Búsqueda de la vía de solución de ejercicios no rutinarios		(PH): Analogía, búsqueda de relaciones y dependencias, reducción. (RH): Representar las relaciones contenidas en el texto del problema, determinar si se tienen fórmulas adecuadas o será necesario elaborar un modelo u otra forma sintética de representación.
Concepto de integral definida	Formación de conceptos	Excedente del consumidor. Excedente del productor. Cálculo de funciones totales a partir de funciones marginales. Cálculo de funciones promedio.	(PH): Inducción, Búsqueda de relaciones y dependencias. (RH): Determinar características comunes y no comunes.

<p>Teorema fundamental del cálculo</p>	<p>Obtención de teoremas por vía deductiva</p>	<p>Cálculo de curvas de aprendizajes de obreros. Tasa de desempleo. Determinación de utilidades netas. Coeficiente de desigualdad para la distribución de ingresos. Maximización de la utilidad respecto al tiempo. Ganancias netas producidas por una maquinaria industrial. Valor presente de un ingreso continuo. Cálculo del beneficio de una empresa a partir de su interés.</p>	<p>(PH): Analogía, búsqueda de relaciones y dependencias. (RH): Recordar teoremas del dominio matemático correspondiente, sustituir conceptos por su definición. (EH): Trabajo hacia adelante.</p>
<p>Cálculo de áreas de superficies planas</p>	<p>Obtención de sucesión de indicaciones con carácter algorítmico</p>		<p>(PH): Analogía, búsqueda de relaciones y dependencias, variación de condiciones. (RH): Analizar acciones de identificación o transformación</p>
<p>Cálculo de integrales impropias</p>			
<p>Resolución de ejercicios y problemas del tema</p>	<p>Búsqueda de la vía de solución de ejercicios no rutinarios</p>		<p>(PH): Analogía, búsqueda de relaciones y dependencias, reducción. (RH): Representar las relaciones contenidas en el texto del problema, determinar si se tienen fórmulas adecuadas o será necesario elaborar un modelo u otra forma sintética de representación.</p>

Fuente: Elaboración propia (2020).

Anexo 2: Escala de medición de los indicadores

Tabla 4

Descriptorios de medida

Indicadores	Evaluación	Descriptorios
1.1.Estado del diagnóstico de los procedimientos que emplean los estudiantes para la resolución de tareas matemáticas.	MB	Se realiza un diagnóstico en profundidad que permite develar las potencialidades e insuficiencias individuales de cada estudiante, el cual se actualiza sistemáticamente durante el curso
	B	Se diagnostican las potencialidades e insuficiencias de los estudiantes
	R	Solo se diagnostica aisladamente en el transcurso de la asignatura
	M	Los instrumentos empleados a fin de diagnosticar no logran abarcar toda la información requerida
	I	No se realiza ninguna acción diagnóstica
1.2.Selección de conceptos, teoremas y problemas de la matemática, la economía o de la práctica para la aplicación de los procedimientos de solución.	MB	Se aplican procedimientos de solución a conceptos, proposiciones y procedimientos que se abordan en el proceso de enseñanza-aprendizaje
	B	La selección del contenido matemático está en correspondencia con las situaciones típicas y se aplican procedimientos de solución en su proceso de enseñanza-aprendizaje
	R	La selección del contenido matemático para la aplicación de los procedimientos de solución se realiza de manera fraccionada, por lo que se establecen pocas relaciones entre los contenidos aprendidos y los nuevos
	M	No se relacionan los procedimientos de solución con el resto del contenido matemático
	I	No se relaciona el contenido seleccionado con los procedimientos que se desea enseñar
1.3.Frecuencia con que aparecen en las guías de estudio ejemplos de aplicación de los procedimientos de solución.	MB	En todas las guías
	B	En más del 80%
	R	En más del 60%
	M	En menos del 60%
	I	No se proponen ejemplos de aplicación de los procedimientos de solución
1.4. Diseña actividades para la evaluación de los procedimientos de solución	MB	Las actividades diseñadas estimulan el debate en torno al procedimiento que se enseña, de modo que propicia la reflexión y la autorregulación en la solución de tareas matemáticas
	B	Se conjugan diversas vías de evaluación en distintas tipologías de clase
	R	Se pondera una vía de evaluación sobre las otras

	M	No se realizan actividades que propicien la reflexión metacognitiva en torno al aprendizaje de un procedimiento de solución
	I	No se diseñan actividades para evaluar los procedimientos de solución
1.5. Selección de métodos, medios y formas de organización para la enseñanza de los procedimientos de solución	MB	Se evidencia una articulación coherente y sistémica entre los objetivos trazados, los métodos propuestos, los medios empleados y las formas de organización.
	B	El empleo de métodos, medios y formas de organización está en correspondencia con los objetivos trazados
	R	Los medios empleados no cumplen con los requerimientos para la Educación Superior
	M	Se evidencia poca relación entre los métodos propuestos y los medios para el logro de los objetivos
	I	No existe relación entre los objetivos propuestos y los métodos y medios empleados
1.6. Empleo de tipologías de clases que promuevan el debate y la reflexión sobre los procedimientos de solución	MB	Los seminarios y talleres tienen una elevada presencia en la dosificación y se alternan adecuadamente con las clases prácticas
	B	Se emplean seminarios para resumir cada tema de la asignatura y los talleres y clases prácticas constituyen formas esenciales para la sistematización
	R	El empleo de seminarios y talleres es aislado y se emplea fundamentalmente la conferencia y la clase práctica
	M	Solo se emplean conferencias y clases prácticas en el transcurso de la asignatura
	I	En cualquiera de las tipologías de clase empleadas el protagonismo lo tiene el profesor y no se estimulan el debate y la reflexión sobre los procedimientos de solución
1.7. Estado de la atención a las diferencias individuales en el aprendizaje de los procedimientos de solución	MB	Se conciben actividades específicas para los estudiantes según los resultados del diagnóstico
	B	Los estudiantes se clasifican según su nivel de desarrollo en diversos niveles y en correspondencia con estos se les orienta diversas actividades
	R	La atención a las individualidades es poco sistemática
	M	La atención a las diferencias es esporádica y desestructurada
	I	No se atienden las diferencias individuales
1.8. Estado de la participación de los estudiantes en	MB	Los estudiantes participan frecuentemente en debates originados por ellos mismos durante la clase y fuera de ella

debates relacionados con los procedimientos de solución	B	Los estudiantes participan frecuentemente en debates originados por el profesor
	R	Ocasionalmente se producen debates entre los estudiantes en torno a los procedimientos de solución
	M	La participación en debates vinculados a los procedimientos de solución es escasa
	I	No se producen debates relacionados con los procedimientos de solución
1.9. Frecuencia con que se analizan los errores cometidos por los estudiantes.	MB	En la clase se utiliza cualquier error cometido por los estudiantes a fin de contribuir a su aprendizaje
	B	Los errores se analizan sistemáticamente
	R	Los errores se analizan ocasionalmente
	M	Solo se corrigen, pero no se analizan sus implicaciones
1.10. Frecuencia con que se incluyen los procedimientos de solución en el sistema de evaluación	I	Nunca se analizan
	MB	Siempre
	B	Casi siempre
	R	En ocasiones
1.11. Nivel de variedad de tipos de evaluación realizada en las clases.	M	Casi nunca
	I	Nunca
	MB	Se emplea la autoevaluación y la coevaluación en todas las evaluaciones. Este criterio se contrasta con la heteroevaluación.
	B	Se emplea la autoevaluación y la coevaluación en las evaluaciones orales. Este criterio se contrasta con la heteroevaluación.
	R	Se emplea solo la autoevaluación en la totalidad de las evaluaciones
2.1. Estado del empleo de los procedimientos de solución a tareas matemáticas.	M	Solo se emplea la heteroevaluación
	I	No se evalúa
	MB	Aplica creadoramente los procedimientos de solución a tareas matemáticas empleando las formas de trabajo y de pensamiento de la matemática
	B	Resuelve correctamente tareas matemáticas con el empleo de procedimientos de solución
	R	Conoce el procedimiento que debe aplicarse, pero no logra realizar las transformaciones necesarias para aplicarlo a la solución de la tarea
2.2. Calidad de la autoevaluación del aprendizaje.	M	Se emplean incorrectamente los procedimientos de solución a la solución de tareas matemáticas
	I	No se resuelven tareas matemáticas
	MB	Los estudiantes son capaces de analizar las insuficiencias y potencialidades que presentan en el aprendizaje de los procedimientos de solución
	B	Determinan aquellos elementos que demandan más esfuerzo para su aprendizaje

	R	Logran evaluar qué saben, pero les cuesta encontrar aquellos elementos que dificultan el aprendizaje de un procedimiento
	M	No logra autoevaluar su aprendizaje
	I	No conoce los procedimientos de solución
2.3. Frecuencia con que critica o transforma los procedimientos de solución que conoce por diversas fuentes.	MB	Siempre
	B	Casi siempre
	R	En ocasiones
	M	Casi nunca
	I	Nunca
2.4. Nivel de implicación personal con la resolución de tareas matemáticas vinculadas a la profesión o la práctica.	MB	El estudiante se implica con la resolución de tareas matemáticas, de modo que está comprometido con su solución, por lo que emprende acciones en función de resolverla, las cuales medita, ordena y ejecuta hasta que lo logra
	B	Resulta relevante para él resolver la tarea, de modo que dedica sus esfuerzos a este fin
	R	La tarea despierta interés por su resolución, pero no logra movilizar toda la prioridad del estudiante
	M	Se emprende el proceso de solución de una tarea sin importar que se logre o no
	I	No se implica personalmente con las tareas matemáticas
2.5. Grado de importancia que le concede a las aplicaciones económicas de los procedimientos de solución.	MB	Muy Adecuado
	B	Bastante Adecuado
	R	Adecuado
	M	Poco Adecuado
	I	Inadecuado
2.6. Nivel de presencia de necesidades, intereses y motivos relativos al aprendizaje de los procedimientos de solución.	MB	Elevado
	B	Adecuado
	R	Medio
	M	Bajo
	I	Escaso
2.7. Estado de las expectativas en torno al aprendizaje de los procedimientos de solución.	MB	Los estudiantes consideran importante el aprendizaje de los procedimientos de solución para la resolución de sus problemas profesionales, lo que favorece los elementos motivacionales
	B	Se forman opiniones previas positivas acerca del aprendizaje de los procedimientos de solución
	R	Consideran la importancia de aprender un nuevo procedimiento, pero sus expectativas de aprenderlo son bajas
	M	Las expectativas generadas son negativas

	I	No se generan expectativas
2.8. Grado de estimulación que generan contradicciones e incompletitudes intramatemáticas o extramatemáticas para el aprendizaje de nuevos procedimientos de solución.	MB	Los estudiantes consideran importante el aprendizaje de los procedimientos de solución para la resolución de sus problemas profesionales, lo que favorece los elementos motivacionales
	B	Se forman opiniones previas positivas acerca del aprendizaje de los procedimientos de solución
	R	Consideran la importancia de aprender un nuevo procedimiento, pero sus expectativas de aprenderlo son bajas
	M	Las expectativas generadas son negativas
	I	No se generan expectativas

Fuente: Elaboración propia (2020)

Anexo 3: Relación de instrumentos por indicador**Tabla 5***Relación de instrumentos por indicador*

Indicadores	Instrumentos
1.1.Estado del diagnóstico de los procedimientos que emplean los estudiantes para la resolución de tareas matemáticas.	Guía de observación a clases, Guía de observación al programa, Guía de observación a la preparación de asignatura, Encuesta a los profesores,
1.2.Selección de conceptos, teoremas y problemas de la matemática, la economía o de la práctica para la aplicación de los procedimientos de solución.	Guía de observación a clases, Guía de observación al programa, Guía de observación a la preparación de asignatura, Encuesta a los profesores.
1.3.Frecuencia con que aparecen en las guías de estudio ejemplos de aplicación de los procedimientos de solución.	Guía de observación a la preparación de asignatura
1.4. Diseña actividades para la evaluación de los procedimientos de solución	Guía de observación a clases, Guía de observación al programa, Guía de observación a la preparación de asignatura.
1.5.Selección de métodos, medios y formas de organización para la enseñanza de los procedimientos de solución	Guía de observación a clases, Guía de observación al programa, Guía de observación a la preparación de asignatura
1.6.Empleo de tipologías de clases que promuevan el debate y la reflexión sobre los procedimientos de solución	Guía de observación al programa, Guía de observación a la preparación de asignatura,
1.7.Estado de la atención a las diferencias individuales en el aprendizaje de los procedimientos de solución	Guía de observación a clases, Guía de observación al programa, Guía de observación a la preparación de asignatura, Entrevista a los estudiantes.
1.8.Estado de la participación de los estudiantes en debates relacionados con los procedimientos de solución.	Guía de observación a clases, Entrevista a los estudiantes.
1.9.Frecuencia con que se analizan los errores cometidos por los estudiantes.	Guía de observación a clases, Entrevista a los estudiantes.
1.10. Frecuencia con que se incluyen los procedimientos de solución en el sistema de evaluación	Guía de observación a clases, Guía de observación al programa, Guía de observación a la preparación de asignatura, Encuesta a los profesores.

1.11. Nivel de variedad de tipos de evaluación realizada en las clases.	Guía de observación a clases, Guía de observación al programa, Guía de observación a la preparación de asignatura,
2.1.Estado del empleo de los procedimientos de solución a tareas matemáticas.	Guía de observación a clases, Entrevista a los estudiantes. Prueba pedagógica
2.2. Calidad de la autoevaluación del aprendizaje.	Guía de observación a clases, Entrevista a los estudiantes. Prueba pedagógica
2.3. Frecuencia con que critica o transforma los procedimientos de solución que conoce por diversas fuentes.	Guía de observación a clases, Entrevista a los estudiantes.
2.4.Nivel de implicación personal con la resolución de tareas matemáticas vinculadas a la profesión o la práctica.	Guía de observación a clases, Entrevista a los estudiantes. Prueba pedagógica
2.5.Grado de importancia que le concede a las aplicaciones económicas de los procedimientos de solución.	Entrevista a los estudiantes
2.6.Nivel de presencia de necesidades, intereses y motivos relativos al aprendizaje de los procedimientos de solución.	Guía de observación a clases, Entrevista a los estudiantes. Prueba pedagógica
2.7.Estado de las expectativas en torno al aprendizaje de los procedimientos de solución.	Guía de observación a clases, Entrevista a los estudiantes.
2.8.Grado de estimulación que generan contradicciones e incompletitudes intramatemáticas o extramatemáticas para el aprendizaje de nuevos procedimientos de solución.	Entrevista a los estudiantes.

Fuente: Elaboración propia (2020).

Instrumentos aplicados en el diagnóstico

Anexo 4: Prueba Pedagógica

Prueba pedagógica aplicada a los estudiantes de primer año de la carrera Economía de la Universidad de Matanzas en el curso 2019-2020

Objetivo: Evaluar el aprendizaje de los procedimientos de solución del cálculo integral mediante un problema de aplicación a la economía donde se combine el uso de procedimientos heurísticos y algorítmicos.

Esta prueba pedagógica está destinada a evaluar, esencialmente, los indicadores asociados a la activación-regulación y a la significatividad en la dimensión *aprendizaje desarrollador*.

Pregunta

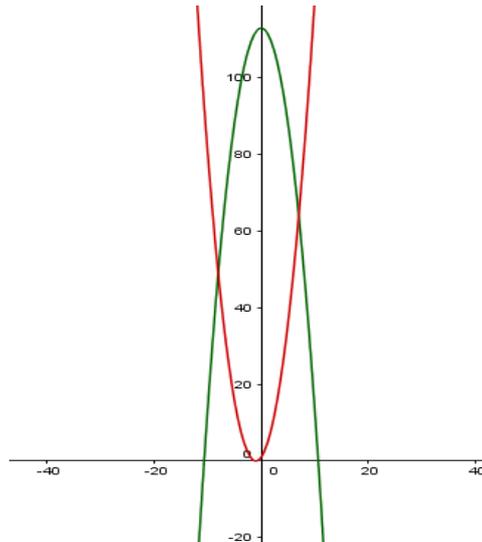
1. El mercado de comida ligera en Cuba ofrece varios productos. En el caso del pan con tortilla natural se conoce que su curva de oferta es $p_o = (q + 1)^2$ y su curva de demanda es $p_d = 113 - q^2$.
 - 1.1. Para condiciones de equilibrio de mercado determine el excedente del productor y el excedente del consumidor.
 - 1.2. Argumente el procedimiento seguido por usted para resolver el ejercicio.
 - 1.3. Le resultó fácil o difícil ¿por qué?
 - 1.4. ¿Cuáles elementos disfrutó más y cuáles menos?
 - 1.5. ¿Cómo te sientes respecto a este ejercicio?

Clave

- 1.1.
 - El estudiante puede hacer una representación gráfica para observar mejor las condiciones del problema. R. H: Construcción de una figura de análisis

Figura 5

Intersección de la oferta y la demanda



- Debe buscar la cantidad de equilibrio, para lo que iguala las dos ecuaciones y busca el valor de q_e . R. H. Sustituir un concepto por su definición.

$$113 - q^2 = (q + 1)^2$$

$$113 - q^2 = q^2 + 2q + 1$$

$$2q^2 + 2q - 112 = 0$$

$$q^2 + q - 56 = 0$$

$$(q + 8)(q - 7) = 0$$

$$q = -8 \text{ o } q = 7$$

La primera solución se desecha puesto que no puede existir una cantidad de producto negativa. R. H. ¿Es lógico el resultado obtenido?

Los estudiantes deben buscar el precio de equilibrio sustituyendo en una de las dos ecuaciones

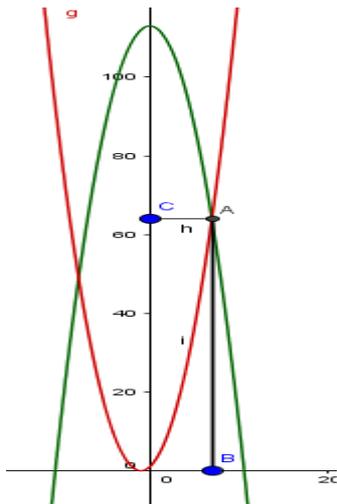
$$p_{o(7)} = (7 + 1)^2$$

$$p_{o(7)} = 64$$

Con estos datos se puede trazar en la figura las rectas del precio y la cantidad de equilibrio

Figura 6

Representación del punto de equilibrio



A partir de ahí se seleccionan las áreas de las regiones correspondientes al excedente del productor y el consumidor, donde el área limitada entre la recta del precio de equilibrio y la curva de demanda representa el excedente del consumidor, y el área limitada entre la recta del precio de equilibrio y la curva de oferta es el excedente del productor.

$$\begin{aligned}
 EC &= \int_0^7 [(113 - q^2) - 64] dq \\
 EC &= \int_0^7 (49 - q^2) dq \\
 EC &= \int_0^7 49 dq - \int_0^7 q^2 dq \\
 EC &= 49q \Big|_0^7 - \frac{q^3}{3} \Big|_0^7 \\
 EC &= 49(7) - 49(0) - \left[\frac{7^3}{3} - \frac{0}{3} \right] \\
 EC &= 32,6 \\
 EP &= \int_0^7 [64 - (q + 1)^2] dq \\
 EP &= \int_0^7 (64 - q^2 - 2q - 1) dq \\
 EP &= - \int_0^7 (q^2 + 2q - 63) dq \\
 EP &= - \int_0^7 q^2 dq - 2 \int_0^7 q dq + 63 \int_0^7 dq \\
 EP &= - \frac{q^3}{3} \Big|_0^7 - \frac{2q^2}{2} \Big|_0^7 + 63q \Big|_0^7 \\
 EP &= - \frac{7^3}{3} - 7^2 + 63(7) - 0 \\
 EP &= 277,6
 \end{aligned}$$

Anexo 5: Encuesta a los profesores de Matemática de la Universidad de Matanzas

Objetivo: Caracterizar el estado de la actividad de los profesores de matemática en la dirección del aprendizaje de los procedimientos de solución de la asignatura Matemática II en la carrera Economía de la Universidad de Matanzas

Consigna: Estimado colega, esta encuesta se realiza a usted como parte de una investigación dirigida al aprendizaje de los procedimientos de solución de la asignatura Matemática II en la carrera Economía de la Universidad de Matanzas. Se le agradece su colaboración, a la vez que se le solicita que sus respuestas estén estrictamente apegadas a su realidad.

Cuestionario

1. Durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática se manifiestan funciones de la dirección. Mencione estas funciones y explique brevemente como las considera durante su actividad docente.
2. En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática aparecen regularidades en el contenido a las que se le denomina situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática. Marque con una cruz las opciones que considere como situaciones típicas
 - a) Tratamiento metodológico de los conceptos y sus definiciones
 - b) Tratamiento metodológico de las ecuaciones, inecuaciones y funciones
 - c) Adiestramiento lógico-lingüístico
 - d) Tratamiento metodológico de los procedimientos de solución
 - e) Modelación
 - f) Tratamiento metodológico de los ejercicios con texto y de aplicación
 - g) Tratamiento metodológico de las construcciones geométricas
 - h) Tratamiento metodológico de las correspondencias y funciones
 - i) Tratamiento metodológico de los conjuntos numéricos
 - j) Tratamiento metodológico de los teoremas y sus demostraciones
3. Los procedimientos de solución en la enseñanza de la Matemática tienen diversas clasificaciones. Marque con una cruz aquellas que considere correctas:
 - a) Lógicos
 - b) Heurísticos
 - c) Metodológicos
 - d) Metacognitivos
 - e) Algorítmicos
4. La obtención de procedimientos de solución en las clases de Matemática puede realizarse por diferentes vías. Explique brevemente una de ellas.
5. Existe una clase de procedimientos de solución que permite la estructuración del resto de las situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática. Dicha estructuración se realiza:
 - a) Mediante la planificación de situaciones desconocidas para los estudiantes que los motiven a aprender un nuevo procedimiento

- b) Sobre la base de una concepción amplia de problema que permita desarrollar las acciones previstas en el programa heurístico de cada situación
 - c) A partir de conocimientos previos relacionados con el nuevo procedimiento
 - d) Asegurando la motivación de los estudiantes por aprender el nuevo procedimiento
6. Usted incluye los procedimientos de solución en el sistema evaluativo de su asignatura:
- a) Nunca
 - b) Casi nunca
 - c) A veces
 - d) Casi siempre
 - e) Siempre

Anexo 6: Guía de observación a clases de cálculo diferencial e integral en la carrera

Economía de la Universidad de Matanzas

Tabla 6

Guía de observación a clases

Indicador	SO	Descripción o argumentos
1.1.Estado del diagnóstico de los procedimientos que emplean los estudiantes para la resolución de tareas matemáticas.		
1.2.Selección de conceptos, teoremas y problemas de la matemática, la economía o de la práctica para la aplicación de los procedimientos de solución.		
1.4. Diseña actividades para la evaluación de los procedimientos de solución		
1.5. Selección de métodos, medios y formas de organización para la enseñanza de los procedimientos de solución		
1.7. Estado de la atención a las diferencias individuales en el aprendizaje de los procedimientos de solución		
Estado de la participación de los estudiantes en debates relacionados con los procedimientos de solución.		
Frecuencia con que se analizan los errores cometidos por los estudiantes.		
Frecuencia con que se incluyen los procedimientos de solución en el sistema de evaluación		
Nivel de variedad de tipos de evaluación realizada en las clases.		
Estado del empleo de los procedimientos de solución a tareas matemáticas.		
Calidad de la autoevaluación del aprendizaje.		
2.4. 2.3. Frecuencia con que critica o transforma los procedimientos de solución que conoce por diversas fuentes.		
2.5. 2.4. Nivel de implicación personal con la resolución de tareas matemáticas vinculadas a la profesión o la práctica.		
2.6. Nivel de presencia de necesidades, intereses y motivos relativos al aprendizaje de los procedimientos de solución.		
2.7. Estado de las expectativas en torno al aprendizaje de los procedimientos de solución.		

Fuente: Elaboración propia (2020)

Anexo 7: Guía de Revisión de la preparación de asignatura

Resulta pertinente enfatizar que se concuerda con el reglamento docente metodológico de la Educación Superior en Cuba (MES, 2018b) acerca de lo que se entiende por preparación de asignatura, así como los documentos que la componen.

Tabla 7

Guía de revisión de la preparación de asignatura

Indicador	SO	Descripción o argumentos
1.1.Estado del diagnóstico de los procedimientos que emplean los estudiantes para la resolución de tareas matemáticas.		
1.2.Selección de conceptos, teoremas y problemas de la matemática, la economía o de la práctica para la aplicación de los procedimientos de solución.		
1.3.Frecuencia con que aparecen en las guías de estudio ejemplos de aplicación de los procedimientos de solución.		
1.4.Diseña actividades para la evaluación de los procedimientos de solución		
1.5.Selección de métodos, medios y formas de organización para la enseñanza de los procedimientos de solución		
1.6.Empleo de tipologías de clases que promuevan el debate y la reflexión sobre los procedimientos de solución		
1.7.Estado de la atención a las diferencias individuales en el aprendizaje de los procedimientos de solución		
1.10. Frecuencia con que se incluyen los procedimientos de solución en el sistema de evaluación		
1.11. Nivel de variedad de tipos de evaluación realizada en las clases.		

Fuente: Elaboración propia (2020).

Anexo 8: Guía de Revisión del programa de la asignatura

Tabla 8

Guía de Revisión del programa de la asignatura

Indicador	SO	Descripción o argumentos
1.1.Estado del diagnóstico de los procedimientos que emplean los estudiantes para la resolución de tareas matemáticas.		
1.2.Selección de conceptos, teoremas y problemas de la matemática, la economía o de la práctica para la aplicación de los procedimientos de solución.		
1.4. Diseña actividades para la evaluación de los procedimientos de solución		
1.5. Selección de métodos, medios y formas de organización para la enseñanza de los procedimientos de solución		
1.6. Frecuencia con que prevé tipologías de clases que promuevan el debate y la reflexión sobre los procedimientos de solución		
1.7. Estado de la atención a las diferencias individuales en el aprendizaje de los procedimientos de solución		
1.10. Frecuencia con que se incluyen los procedimientos de solución en el sistema de evaluación		
1.11. Nivel de variedad de tipos de evaluación realizada en las clases.		

Fuente: Elaboración propia (2020)

Anexo 9: Entrevista grupal a los estudiantes de primer año de la carrera Economía de la Universidad de Matanzas curso 2019-2020

Objetivo: Caracterizar el aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía de la Universidad de Matanzas.

Consigna: Estimados estudiantes, esta entrevista se realiza como parte de una investigación pedagógica que aborda la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en su carrera. Se le solicita que responda con sinceridad y que se sienta en la libertad de expresar abiertamente sus criterios. Muchas gracias

Preguntas

1. ¿Qué piensas acerca de estudiar los contenidos del cálculo diferencial e integral en tu carrera?
2. ¿Logras resolver las tareas que se plantean? ¿tienes algún método en particular?
3. ¿Qué sientes cuando tu profesor te dice que van a estudiar un nuevo contenido?
4. ¿Cómo aprendes los procedimientos de solución? ¿te cuestionas el procedimiento enseñado por tu profesor o simplemente lo asumes?
5. ¿Cómo estás seguro de que has resuelto correctamente una tarea orientada?
6. ¿Qué ocurre en la clase cuando un alumno comete un error?
7. ¿Las tareas que se orientan son siempre las mismas para todos o existe alguna diferenciación?
8. ¿En clase se genera algún debate sobre el procedimiento que se estudia? ¿cuándo existe este debate cuántos estudiantes participan?
9. ¿Cómo actúas cuando no puedes resolver una tarea en los primeros intentos?
10. ¿Para qué resuelves tareas del cálculo diferencial e integral?

Resultados de los instrumentos aplicados en el diagnóstico

Anexo 10: Resultados de la prueba pedagógica

La prueba pedagógica que se le aplicó a los estudiantes del primer al de la carrera Economía de la Universidad de Matanzas durante el curso 2019-2020 (anexo 9) estaba dividida en dos partes fundamentales: una parte ejecutora y una parte reflexiva. En la primera parte los estudiantes debían resolver un problema económico con el uso de la Matemática. En esta parte se midió el dominio del contenido matemático necesario para resolver la tarea planteada. Los resultados obtenidos se sintetizan en la siguiente tabla:

Tabla 9

Resultados de la prueba pedagógica

Nota	Cantidad	Porcentaje
2	37	75,5%
3	5	10,2%
4	3	6,1%
5	4	8,2%
Total	49	100

Fuente: Elaboración propia (2020).

Es preciso destacar que más de las tres cuartas partes de los estudiantes no logran aprobar un instrumento al que se presentaron 49 estudiantes. Este aspecto demuestra una situación delicada con respecto al logro de los objetivos medidos. De igual manera, en la segunda parte de la prueba pedagógica, solo el 6,1% de los estudiantes fue capaz de argumentar bien el procedimiento usado para resolver la tarea orientada.

Por otra parte, el 83,7% de los estudiantes expresó que le resultó difícil la tarea, debido fundamentalmente, al desconocimiento del método de integración que había que aplicar. De estos 20 estudiantes no pudieron modelar la ecuación cuadrática que permitía encontrar los límites de integración. Solo dos estudiantes manifestaron haber disfrutado alguna parte de la tarea; el resto manifestó lo contrario. El 4,1% de los estudiantes expresaron sentimientos satisfactorios respecto a la tarea; en el resto la tarea tuvo un impacto frustrante, disgustoso, incluso indiferente.

La siguiente tabla muestra la evaluación por indicadores de los resultados de la prueba pedagógica:

Tabla 10*Evaluación de los indicadores en la prueba pedagógica*

Indicador	Ev.
2.1. Estado del empleo de los procedimientos de solución a tareas matemáticas.	I
2.2. Calidad de la autoevaluación del aprendizaje.	M
2.4. Nivel de implicación personal con la resolución de tareas matemáticas vinculadas a la profesión o la práctica.	M
2.6. Nivel de presencia de necesidades, intereses y motivos relativos al aprendizaje de los procedimientos de solución.	M

Fuente: Elaboración propia (2020)

Anexo 11: Resultados de la encuesta a los profesores

El cuestionario asociado a esta encuesta aparece en el anexo 10. Para procesar los resultados de la encuesta se empleó el programa “Excel” del paquete de Microsoft Office. Para ello se elaboró una tabla en la que se recogen las respuestas correctas y la cantidad de errores. Se considera como error marcar una opción incorrecta o no marcar la correcta, de esta manera se evita el efecto que pudiera tener que un participante marque todas las opciones o no marque ninguna. Además, se modeló una fórmula para cada pregunta que permite otorgar una evaluación a partir de la cantidad de respuestas correctas marcadas en cada pregunta. Se obtiene para las preguntas 1, 2, 3 y 4 un valor medio que permite valorar el estado global de la población. Para considerar las dispersiones posibles se incluyó en el análisis la varianza y la desviación típica de los datos respecto a la media. La tabla siguiente sintetiza los resultados de la encuesta:

Tabla 12

Resultados de la encuesta a los profesores

No.	Funciones de la dirección				Situaciones Típicas							Procedimientos de solución				Estructuración					
	P	O	R	C	Cantidad de errores		C	P	EG	T	Cantidad de errores		H	A	Cantidad de errores		PHG	Cantidad de errores			
1				x	3	-5	M								1	1	R		1	-2	M
2	X	X	X	X	0	4	B		X						0	2	M	X	0	1	R
3	X	X	X	X	4	0	M	X	X	X	X	X			0	2	M	X	0	1	R
4	X			X	2	-2	M	X	X	X				X	1	-1	M		2	-3	M
5	X	X	X	X	0	4	B	X				X			0	2	M		1	-2	M
6			X	X	1	-1	M	X	X			X			0	2	M	X	0	1	R
7			X	X	1	-1	M	X	X			X			0	2	M	X	0	1	R
8	X	X	X	X	0	4	B	X	X	X					1	-1	M	X	0	1	R
9	X	X	X		1	1	M	X	X	X	X	X			0	2	M		2	-3	M
10	X	X	X	X	0	4	B	X	X			X			1	-1	M	X	1	0	M
11	X	X	X	X	0	4	B	X	X			X			0	2	M	X	0	1	R
12		X	X	X	2	0	M	X				X			1	-1	M		2	-3	M
13	X		X	X	1	1	M	X	X	X					0	2	M		1	-2	M
14	X		X	X	1	1	M	X	X	X	X	X			5	0	M		1	-2	M

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

15	X		X	X	1	1	M	X	X			X	1	0	M	X	X			2	M	B	X	1	0	M
16	X		X	X	1	1	M	X	X			X	1	1	M	X	X			2	M	B		1	-2	M
17	X	X				0	M	X	X	X		X	2	1	M	X				1	-1	M		2	-3	M
18	X		X	X	1	1	M	X				X	4	-5	M	X	X			2	M	B		1	-2	M
	1		1	1				1	1			1		-		1	1									
	4	9	5	6	19	17		6	4	7	3	3	29	13		6	5			6	20		8	16	-18	
M						1	M							-	0,7	M					1	R			-1	M
V						6								6,6						2					2,7	
D																										
T.						2								2,7							1				1,7	

Tabla 13*Leyenda*

Funciones de la Dirección	P	Planificación
	O	Organización
	R	Realización
	C	Control y Evaluación
Situaciones típicas	CD	Conceptos y Definiciones
	PS	Procedimientos de solución
	P	Problemas
	EGC	Ejercicios geométricos de construcción
	T	Teoremas
Procedimientos de solución	H	Heurísticos
	A	Algorítmicos
Estructuración	PHG	Programa Heurístico General
Medidas de tendencia	M	Media
	V	Varianza
	D.T.	Desviación típica

En la cuarta pregunta el 57,1% respondió que agrega “siempre” a los procedimientos de solución en el sistema de evaluación.

Es preciso destacar que todos los aspectos medidos en la encuesta se señalan como negativos, tal como se muestra en la tabla 15.

Tabla 14*Evaluación de los indicadores de la Encuesta*

Indicadores	Evaluación
1.1.Estado del diagnóstico de los procedimientos que emplean los estudiantes para la resolución de tareas matemáticas.	M
1.2.Selección de conceptos, teoremas y problemas de la matemática, la economía o de la práctica para la aplicación de los procedimientos de solución.	M
1.10.Frecuencia con que se incluyen los procedimientos de solución en el sistema de evaluación	MB

Anexo 12: Resultados de la observación a clases

Para la caracterización del estado actual de la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución de la asignatura Matemática II de la carrera Economía de la Universidad de Matanzas se visitaron nueve clases durante el curso 2019-2020, seis de ellas fueron clases prácticas y las tres restantes conferencias. Estas clases fueron impartidas por otros miembros del colectivo de asignatura y observadas por el *doctorando*. Los resultados de la observación a estas clases se resumen en la siguiente tabla.

Tabla 15

Resultados de la observación a clases

Indicador	SO	Descripción o argumentos	Ev.
1.1.Estado del diagnóstico de los procedimientos que emplean los estudiantes para la resolución de tareas matemáticas.	9	El diagnóstico se emplea fundamentalmente durante el aseguramiento al nivel de partida, de modo que influye en la enseñanza del nuevo procedimiento de solución. Además, el profesor recoge información diagnóstica durante el control del aprendizaje	B
1.2.Selección de conceptos, teoremas y problemas de la matemática, la economía o de la práctica para la aplicación de los procedimientos de solución.	9	Se seleccionan adecuadamente los contenidos matemáticos, sin embargo, el empleo de procedimientos heurísticos durante la enseñanza de conceptos y teoremas es insuficiente. Lo anterior no está únicamente relacionado con la vía empleada, sino que no se aprecia una estructuración mediante el programa heurístico.	M
1.4. Diseña actividades para la evaluación de los procedimientos de solución	6	Se evalúan únicamente los procedimientos algorítmicos, fundamentalmente por la vía escrita	R
1.5. Selección de métodos, medios y formas de organización para la enseñanza de los procedimientos de solución	9	Existe una adecuada correlación entre los métodos de enseñanza y los objetivos propuestos, sin embargo, no se aprecia el empleo de medios de enseñanza	M
1.7. Estado de la atención a las diferencias individuales en el aprendizaje de los procedimientos de solución	-	Ocasionalmente se explican dudas, pero no se parecía la orientación según individualidades	M

1.8.Estado de la participación de los estudiantes en debates relacionados con los procedimientos de solución.	-	No se aprecia la formación de debates	I
1.9.Frecuencia con que se analizan los errores cometidos por los estudiantes.	-	Se observa que se corrigen los errores, pero no se emplean como fuente de reflexión para profundizar en la base conceptual de este	M
1.10. Frecuencia con que se incluyen los procedimientos de solución en el sistema de evaluación	6	Se evalúan fundamentalmente procedimientos algorítmicos. Lo anterior no excluye la necesidad de emplear procedimientos heurísticos para resolver la tarea evaluada, pero su propio empleo no se considera en la evaluación que es esencialmente escrita	R
1.11. Nivel de variedad de tipos de evaluación realizada en las clases.	6	Es escaso el empleo que se hace de las formas de trabajo y de pensamiento. Se evidencia que pocos estudiantes logran resolver las tareas matemáticas planteadas	M
2.1.Estado del empleo de los procedimientos de solución a tareas matemáticas.	2	Se emplea sucintamente la autoevaluación en la clase práctica, pero no se aprecia que el estudiante sepa evaluarse a sí mismo	M
2.2.Calidad de la autoevaluación del aprendizaje.	5	No se realiza	I
2.3. Frecuencia con que critica o transforma los procedimientos de solución que conoce por diversas fuentes.	-	No se aprecia	I
2.4. Nivel de implicación personal con la resolución de tareas matemáticas vinculadas a la profesión o la práctica.	4	Se observa que al menos diez estudiantes se implican con la resolución de tareas relacionadas con la economía	M
2.6. Nivel de presencia de necesidades, intereses y motivos relativos al aprendizaje de los procedimientos de solución.	-	Se evidencian escasos niveles de necesidad e intereses en el grupo respecto al aprendizaje de los procedimientos de solución. En nueve estudiantes sí se muestran niveles adecuados.	I
2.7. Estado de las expectativas en torno al aprendizaje de los	4	Se observan reticencias ante el anuncio de que se va a estudiar un nuevo procedimiento	M

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

procedimientos solución.	de			
-----------------------------	----	--	--	--

Anexo 13: Resultados de la revisión a la preparación de la asignatura

Se observó la preparación de la asignatura Matemática II en la que todos los contenidos responden al cálculo diferencial en dos variables y al cálculo integral en una variable. La asignatura cuenta con 80 horas para su desarrollo, se previó emplear 30 horas para conferencias, 44 para clases prácticas y 6 para evaluaciones parciales.

Tabla 16

Resultados de la revisión a la preparación de asignatura

Indicador	SO	Descripción o argumentos	Ev.
1.1.Estado del diagnóstico de los procedimientos que emplean los estudiantes para la resolución de tareas matemáticas.	-	No se hace referencia de manera explícita al diagnóstico ni aparecen actividades orientadas a este fin	I
1.2.Selección de conceptos, teoremas y problemas de la matemática, la economía o de la práctica para la aplicación de los procedimientos de solución.	37	No se evidencia estructuración del proceso de enseñanza de las situaciones típicas	M
1.3.Frecuencia con que aparecen en las guías de estudio ejemplos de aplicación de los procedimientos de solución.	26	Se orienta consultar ejemplos resueltos en textos que forman parte de la bibliografía, pero no se ofrecen dichos ejemplos en la guía. Tampoco se aprecia el empleo de otros recursos que favorezcan la fijación de un procedimiento de solución	I
1.4.Diseña actividades para la evaluación de los procedimientos de solución	26	Las actividades diseñadas para la evaluación de los procedimientos de solución son principalmente escritas, lo que no significa que no se evalúe oralmente, sino que esta vía se emplea espontáneamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Estas actividades solo demandan la aplicación de procedimientos esencialmente algorítmicos, por lo que se da poco espacio a la reflexión	M
1.5.Selección de métodos, medios y formas de organización para la enseñanza de los procedimientos de solución	37	Existe correspondencia entre los objetivos y los métodos de enseñanza. El empleo de medios de enseñanza es escaso	R

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

<p>1.6. Empleo de tipologías de clases que promuevan el debate y la reflexión sobre los procedimientos de solución</p>	<p>37</p>	<p>La asignatura solo emplea como tipologías de clase la conferencia y la clase práctica</p>	<p>M</p>
<p>1.7. Estado de la atención a las diferencias individuales en el aprendizaje de los procedimientos de solución</p>	<p>37</p>	<p>No se evidencian actividades dirigidas a estudiantes en particular según su nivel de desarrollo</p>	<p>I</p>
<p>1.10. Frecuencia con que se incluyen los procedimientos de solución en el sistema de evaluación</p>	<p>40</p>	<p>Los procedimientos algorítmicos se incluyen siempre, sin embargo, los heurísticos, a pesar de la necesidad de emplearlos, no se consideran en el proceso evaluativo con igual peso</p>	<p>R</p>
<p>1.11. Nivel de variedad de tipos de evaluación realizada en las clases.</p>	<p>37</p>	<p>No se emplea la autoevaluación ni la coevaluación</p>	<p>M</p>

Anexo 14: Resultados de la revisión al programa de la asignatura Matemática II

Crítica al programa analítico de la asignatura Matemática II en la carrera Economía

Aspectos generales

El programa consta de cinco páginas en las que se abordan algunos de los aspectos esenciales de los que debe contener un programa analítico de asignatura según el reglamento docente-metodológico. En él se esboza una breve guía para el desarrollo de la asignatura. Este programa fue elaborado por el otro profesor del colectivo asignatura quien ocupó la función de profesor principal.

Aspectos positivos

- Contiene información acerca del momento en el plan del proceso docente en el que se incluye la asignatura para el caso de la Universidad de Matanzas.
- Destaca algunos de los contenidos que previamente debe haber vencido el estudiante para desarrollar esta asignatura.
- Aporta objetivos generales para la asignatura.
- Propone un plan temático.
- Declara el sistema de conocimientos y de habilidades que se debe lograr en cada tema.
- Concibe la realización de exámenes parciales y de un examen final escrito.
- Propone bibliografía básica y de consulta.

Aspectos negativos

- La fundamentación no ofrece consideraciones sobre el lugar que ocupa la asignatura en el plan del proceso docente ni argumenta las relaciones de la asignatura con el resto de las que componen la carrera.
- En los objetivos generales no se devela la presencia del aspecto educativo de estos, debido a que solo se refieren elementos instructivos.

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

- En el tratamiento del contenido de enseñanza por temas solo se hace alusión al sistema de conocimientos y al sistema de habilidades, de manera que se obvia el sistema de experiencias de la actividad creadora y el sistema de normas de relación con el mundo como aspectos constituyentes de la categoría contenido. Esto es una consecuencia de no concebirlos desde el objetivo como componente rector del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- En el sistema de evaluación no se propone la realización de evaluaciones sistemáticas.
- Carece de información acerca de los momentos en los que se aplican las tres evaluaciones parciales propuestas.
- El programa no cuenta con indicaciones metodológicas y de organización. Ello limita la comprensión del enfoque metodológico general de la asignatura.
- No se ofrecen sugerencias ni ejemplos que orienten al colectivo de asignatura a comprender la esencialidad de los contenidos de la asignatura como un requerimiento del plan de estudios E.
- No se propone el trabajo con medios auxiliares salvo los libros que integran la bibliografía.
- No se indica el empleo de ninguna tipología de clase de la Educación Superior.
- No se presenta bibliografía complementaria.
- No se propone el trabajo con artículos científicos ni otros materiales más actuales, lo que provoca la desactualización de la bibliografía propuesta.
- No se propone el trabajo con materiales elaborados por profesores de la Universidad de Matanzas para la enseñanza de la Matemática en esta carrera.

A partir de los elementos anteriores la evaluación de los indicadores declarados en el programa de la asignatura se comporta de la siguiente manera

Tabla 17*Evaluación de los indicadores en la revisión al programa*

Indicador	SO	Descripción o argumentos	Ev.
1.1.Estado del diagnóstico de los procedimientos que emplean los estudiantes para la resolución de tareas matemáticas.	-	No se hace referencia, puesto que no se proponen indicaciones metodológicas y de organización	I
1.2.Selección de conceptos, teoremas y problemas de la matemática, la economía o de la práctica para la aplicación de los procedimientos de solución.	1	Se selecciona el contenido matemático a partir del programa de la disciplina. No se ofrecen consideraciones acerca de la relación de los contenidos que se abordan y los procedimientos de solución ni tampoco acerca de la enseñanza de las situaciones típicas	M
1.4. Diseña actividades para la evaluación de los procedimientos de solución	-	No se hace alusión a este tipo de actividades	I
1.5. Selección de métodos, medios y formas de organización para la enseñanza de los procedimientos de solución	-	No se propone el empleo de medios de enseñanza ni se describen indicaciones acerca del proceder metodológico	I
1.6. Frecuencia con que prevé tipologías de clases que promuevan el debate y la reflexión sobre los procedimientos de solución	-	No se hace alusión a tipologías de clases	I
1.7. Estado de la atención a las diferencias individuales en el aprendizaje de los procedimientos de solución	-	No se ofrecen indicaciones con respecto a este elemento	I
1.10. Frecuencia con que se incluyen los procedimientos de solución en el sistema de evaluación	-	No se menciona nada relativo a la evaluación de los procedimientos de solución	I
1.11. Nivel de variedad de tipos de evaluación realizada en las clases.	-	No se refiere a este elemento	I

Fuente: Elaboración Propia (2020)

Anexo 15: Resultado de la entrevista grupal a los estudiantes

La entrevista aplicada a los estudiantes (anexo 14) responde a un instrumento semiestructurado, por lo que en la práctica las preguntas que aparecen en el instrumento funcionaron como guía para el diálogo que se sostuvo con los estudiantes. Las preguntas se hicieron e intervinieron todos los estudiantes indistintamente en cada una, se llegaron a consenso generales en las respuestas y estos son los que se resumen.

Los estudiantes consideran que los profesores que imparten los contenidos del cálculo diferencial e integral conocen en profundidad las relaciones internas de esta parte de la Matemática. Ellos destacan los conocimientos de sus profesores y lo valoran como un aspecto positivo. Señalan que se les propone la realización de tareas matemáticas que están vinculadas con la economía o con la práctica, sin embargo, resaltan que estas se orientan de manera general con las mismas exigencias para todos los estudiantes. Por otra parte, los estudiantes arguyen que solo se utiliza la conferencia y la clase práctica como tipologías de clase, en las primeras el protagonismo lo tienen el profesor y ellos intervienen solo ocasionalmente, mientras que en la segunda si bien la actividad está centrada en las acciones de los estudiantes no se resalta el debate colectivo en torno a las tareas que se orientan, por lo que tienen un carácter meramente ejecutor.

En cuanto al control los estudiantes apuntan que se utiliza la retroalimentación oral, pero esta pocas veces modifica el transcurso de la clase en función de las insuficiencias que ellos presentan. Se acostumbra a resaltar los resultados positivos que obtienen ciertos estudiantes individualmente, pero los errores son criticados por el profesor y su tratamiento se basa únicamente en destacar las razones por las cuales el proceder es incorrecto. El criterio de los estudiantes es que no se concilia con ellos las acciones que el profesor asume para perfeccionar los resultados del aprendizaje. A su vez, señalan que en las evaluaciones que se

realizan se evalúa el aprendizaje de los procedimientos de solución, sin embargo, resaltan el carácter escrito de la mayoría de las evaluaciones.

Los resultados de la entrevista aportan, además, aspectos relativos al accionar de los estudiantes como sujeto activo del proceso de enseñanza-aprendizaje de los procedimientos de solución. Se señala por parte de los estudiantes que el centro de su pensamiento durante el aprendizaje radica en conocer las acciones unívocas que deben seguir para resolver una tarea. Este elemento permite develar dos insuficiencias fundamentales: desconocimiento de los procedimientos heurísticos y las formas de trabajo y de pensamiento de la Matemática como aspectos fundamentales para el aprendizaje de esta asignatura, y la automatización que le confieren al proceso de resolución de tareas matemáticas, lo que propicia que la reflexión acerca de su accionar sea limitada. En este sentido los estudiantes refieren que no se les ha enseñado a proceder de esta manera y no se hace tampoco en la Educación Superior.

Los estudiantes expresaron que no buscan otras fuentes para apropiarse de los procedimientos de solución, por lo que asumen acríticamente los impartidos por el profesor. Se evidenció que los estudiantes que no logran comprender el procedimiento enseñado por su profesor acuden a otros profesores que posibiliten su comprensión de manera eficaz y asumen, entonces, el procedimiento sin críticas desde esta otra fuente. La limitada comprensión que presentan los estudiantes acerca de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral implica que las relaciones de estos con la economía o la práctica se tornen aún más complejas, con lo cual se ve obstaculizado el establecimiento de relaciones significativas entre su futura profesión o la práctica y los procedimientos de solución.

Los criterios de los estudiantes permitieron conocer que el aprendizaje de los procedimientos de solución tiene lugar de una manera tan limitada que no se puede apreciar su impacto en la formación de sentimientos, actitudes y valores. También, los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral no constituyen una vía generadora de motivación para su

propio aprendizaje por parte de los estudiantes. Lo anterior está en estrecha interrelación con la escasa comprensión, referida anteriormente, que se tiene del cálculo diferencial e integral.

Por su parte, las relaciones entre el cálculo diferencial e integral y la economía o la práctica despiertan necesidades o intereses, pero no llegan a constituir motivación.

A partir de los criterios dados por los estudiantes se evalúan los indicadores de la entrevista de la siguiente manera

Tabla 18

Evaluación de los indicadores en la entrevista grupal

Indicador	Ev.
1.7. Estado de la atención a las diferencias individuales en el aprendizaje de los procedimientos de solución.	M
1.8. Estado de la participación de los estudiantes en debates relacionados con los procedimientos de solución.	I
1.9. Frecuencia con que se analizan los errores cometidos por los estudiantes.	M
2.1. Frecuencia con que emplea correctamente los procedimientos de solución a tareas matemáticas.	M
2.2. Calidad de la autoevaluación del aprendizaje.	I
2.3. Frecuencia con que critica o transforma los procedimientos de solución que conoce por diversas fuentes.	I
2.4. Nivel de implicación personal con la resolución de tareas matemáticas vinculadas a la profesión o la práctica.	M
2.5. Grado de importancia que le concede a las aplicaciones económicas de los procedimientos de solución.	M
2.6. Nivel de presencia de necesidades, intereses y motivos relativos al aprendizaje de los procedimientos de solución.	M
2.7. Estado de las expectativas en torno al aprendizaje de los procedimientos de solución.	M
2.8. Grado de estimulación que generan contradicciones e incompletitudes intramatemáticas o extramatemáticas para el aprendizaje de nuevos procedimientos de solución.	R

Anexo 16: Análisis de la Triangulación

Tabla 19

Triangulación de los resultados por indicadores

Indicadores	Instrumentos						
	1	2	3	4	5	6	Ev.
1.1.Estado del diagnóstico de los procedimientos que emplean los estudiantes para la resolución de tareas matemáticas.		M	B	I	I		I
1.2.Selección de conceptos, teoremas y problemas de la matemática, la economía o de la práctica para la aplicación de los procedimientos de solución.		M	M	M	M		M
1.3.Frecuencia con que aparecen en las guías de estudio ejemplos de aplicación de los procedimientos de solución.				I			I
1.4. Diseña actividades para la evaluación de los procedimientos de solución			R	M	I		I
1.5.Selección de métodos, medios y formas de organización para la enseñanza de los procedimientos de solución			M	R	I		I
1.6.Empleo de tipologías de clases que promuevan el debate y la reflexión sobre los procedimientos de solución				M	I		I
1.7.Estado de la atención a las diferencias individuales en el aprendizaje de los procedimientos de solución			M	I	I	M	I
1.8.Estado de la participación de los estudiantes en debates relacionados con los procedimientos de solución.			I			I	I
1.9.Frecuencia con que se analizan los errores cometidos por los estudiantes.			M			M	M
1.10. Frecuencia con que se incluyen los procedimientos de solución en el sistema de evaluación		M B	R	R	I		M
1.11. Nivel de variedad de tipos de evaluación realizada en las clases.			M	M	I		I
Estado del empleo de los procedimientos de solución a tareas matemáticas.	I		M			M	I
2.2. Calidad de la autoevaluación del aprendizaje.	M		I			I	I
2.3.2.3. Frecuencia con que critica o transforma los procedimientos de solución que conoce por diversas fuentes.			I			I	I
2.4.Nivel de implicación personal con la resolución de tareas matemáticas vinculadas a la profesión o la práctica.	M		M			M	M
2.5.Grado de importancia que le concede a las aplicaciones económicas de los procedimientos de solución.						M	M

2.6. Nivel de presencia de necesidades, intereses y motivos relativos al aprendizaje de los procedimientos de solución.	M		I			M	I
2.7. Estado de las expectativas en torno al aprendizaje de los procedimientos de solución.			M			M	M
2.8. Grado de estimulación que generan contradicciones e incompletitudes intramatemáticas o extramatemáticas para el aprendizaje de nuevos procedimientos de solución.						M	M

Fuente: Elaboración propia (2020)

Anexos de la estrategia didáctica y su aplicación

Anexo 17: Plan de desarrollo de la estrategia didáctica

Esta estrategia didáctica cuenta con un conjunto de roles cuya interrelación permite su desarrollo en la práctica. El rol *directivo* lo puede desempeñar tanto un profesor que imparte la asignatura donde se imparten los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía, un investigador u otra persona (Jefe de Departamento, profesor principal de la disciplina, Coordinador de carrera, etc.). Este *directivo* es el responsable de que la estrategia didáctica se ejecute con apego a sus fundamentos y etapas, de manera que pueda producir los resultados esperados.

El rol *profesor* puede existir, o no, en función de si el directivo de la estrategia didáctica es otra persona. Es decir, si la estrategia la dirige el propio profesor este rol se superpone al de *directivo*. Al *profesor* le corresponde la responsabilidad de ejecutar las acciones propuestas en la estrategia didáctica y recopilar los resultados que se alcancen al ejecutarlas. Estos resultados deben ser analizados en algún colectivo de trabajo metodológico competente para la toma de decisiones que permitan mejorarlos.

El rol *estudiante* aparece como el otro ejecutor de las acciones de la estrategia didáctica y a quien estas están dirigidas en la mayoría de los casos.

Tabla 20

Plan de desarrollo de la estrategia didáctica

Acción	Participantes	Responsables	Momento
Etapa 1: Diagnóstico y Sensibilización			
Elaborar instrumentos para realizar el diagnóstico del aprendizaje de los procedimientos de solución previos al cálculo diferencial e integral.	Profesor	Directivo y Profesor	Semestre anterior
Aplicar los instrumentos elaborados	Profesor y estudiante	Directivo y Profesor	Inicio de la asignatura
Procesar la información obtenida de la aplicación de los instrumentos para el diagnóstico	Profesor	Directivo y Profesor	Primera semana del curso

Caracterizar el dominio de procedimientos de solución de la Matemática escolar por parte de los estudiantes a partir de la información recogida	Profesor	Directivo y Profesor	Primera semana del curso
Análisis individual y colectivo de los resultados con el profesor y los estudiantes respectivamente a fin de sensibilizarlos con ellos y la necesidad de transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje para la resolución de las debilidades detectadas.	Profesor y Estudiante	Directivo y Profesor	Segunda semana del curso
Etapa 2: Preparación			
Reelaborar el programa analítico de la asignatura donde se aplique la estrategia, precisando las orientaciones metodológicas necesarias para dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución	Profesor	Directivo	Semestre anterior
Proponer, para su aprobación, el programa analítico de la asignatura a la dirección del Departamento de Matemática.	Profesor	Directivo	Semestre anterior
Proponer una dosificación de los contenidos en la que se empleen adecuadamente las tipologías de clase de la Educación Superior	Profesor	Directivo	Semestre anterior
Conformar la preparación de la asignatura en la que intervienen los contenidos del cálculo diferencial e integral considerando las acciones propuestas en el material complementario en las diversas tipologías de clases	Profesor	Directivo	Semestre anterior
Determinar tareas matemáticas para la aplicación de procedimientos de solución por el estudiante desde niveles precedentes que constituyen condiciones previas para el aprendizaje desarrollador del cálculo diferencial e integral	Profesor	Directivo y Profesor	Semestre anterior
Poner a disposición de los estudiantes el desarrollo de los contenidos de la asignatura, las guías de estudio, la bibliografía, entre otros materiales mediante el empleo de las tecnologías de la información y las comunicaciones	Profesor	Directivo y Profesor	Semestre anterior
Preparar un taller en el que se discuta con los estudiantes acerca de los procedimientos de solución en la Matemática, de manera que a partir de sus	Profesor y Estudiante	Directivo y Profesor	Semestre anterior

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

vivencias se clasifiquen y estructuren en función de su aprendizaje			
Impartir un taller a los estudiantes donde se aborden los procedimientos de solución de la Matemática en función de favorecer su aprendizaje	Profesor y Estudiante	Profesor	Este taller debe realizarse en horario extra-clase en la segunda semana del curso
Incluir en las guías de orientación para el estudio independiente ejemplos de aplicación de procedimientos de solución para tareas matemáticas.	Profesor	Directivo	Desarrollo de la(s) asignatura(s)
Revelar en las clases los procedimientos de solución que intervienen en las tareas matemáticas que constituyen para el aprendizaje desarrollador del cálculo diferencial e integral, así como las principales vías para obtenerlos y enunciarlos.	Profesor y Estudiante	Profesor	Desarrollo de la(s) asignatura(s)
Resolver tareas matemáticas en las que se apliquen procedimientos de solución previos al cálculo diferencial e integral.	Profesor y Estudiante	Profesor	Desarrollo de la(s) asignatura(s)
Debatir grupalmente la solución de tareas matemáticas en las que se apliquen procedimientos de solución previos al cálculo diferencial e integral.	Profesor y Estudiante	Profesor	Desarrollo de la(s) asignatura(s)
Evaluar mediante seminarios, talleres y clases prácticas la aplicación de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en tareas matemáticas	Profesor y Estudiante	Profesor	En las evaluaciones sistemáticas
Valorar la motivación hacia el aprendizaje de los procedimientos de solución.	Profesor	Directivo	Fin de la etapa
Valorar la importancia del planteamiento de tareas matemáticas vinculadas a la profesión para el aprendizaje de los procedimientos de solución	Profesor	Directivo	Fin de la etapa
Etapa 3: Sistematización			

Elaborar conjuntamente o individualmente (por los estudiantes) representaciones de los procedimientos de solución	Estudiante	Profesor	Desarrollo de la(s) asignatura(s)
Proponer hojas de trabajo para la fijación de los procedimientos de solución	Profesor	Directivo	Desarrollo de la(s) asignatura(s)
Diseñar tareas matemáticas con aplicaciones a la economía que demanden el empleo de procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral	Profesor	Directivo y Profesor	Semestre anterior
Orientar tareas matemáticas de cálculo diferencial e integral para la aplicación sus procedimientos de solución.	Profesor	Directivo y Profesor	Desarrollo de la(s) asignatura(s)
Discutir grupalmente los resultados de la aplicación de procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en tareas matemáticas mediante la realización de ejercicios metacognitivos en los que se reflejen los razonamientos empleados para la determinación de la idea de solución	Profesor y Estudiante	Profesor	En los seminarios y talleres
Presentar trabajos referativos acerca de la aplicación de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral a la resolución de tareas matemáticas.	Profesor y Estudiante	Directivo y Profesor	Eventos científico-estudiantiles
Realizar evaluaciones sistemáticas en las clases prácticas, talleres y seminarios a fin de comprobar el dominio de los estudiantes de los procedimientos de solución, en las que se combinen diferentes vías y formas de evaluación	Profesor y Estudiante	Directivo y Profesor	Clases prácticas, talleres y seminarios
Evaluar en exámenes parciales el aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía	Profesor y Estudiante	Profesor	Evaluaciones parciales y finales
Proponer a la dirección de la disciplina donde se integre la asignatura en la que se implementa la estrategia la aplicación de un examen final oral y escrito que permita comprobar el dominio de los procedimientos de solución por parte de los estudiantes	Profesor	Directivo	Semestre anterior

Anexo 18: Solicitud de participación de expertos

Estimado colega, a partir de su experiencia profesional y prestigio en la comunidad científica se le solicita su colaboración en una investigación que se realiza sobre la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía. En esta investigación conducente al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación se propone una estrategia didáctica como solución a su problema científico. Es interés del autor y sus tutores que este resultado sea evaluado por usted. Para ello se le adjuntan dos cuestionarios y un material que contiene la estrategia didáctica referida. Una vez haya completado sus respuestas a los cuestionarios puede enviarlos a esta propia dirección. Muchas gracias por su colaboración. Atentamente, Walter Jesús Naveira Carreño.

Anexo 19: Guía de autoevaluación de expertos potenciales

Datos generales

Nombre y Apellidos:						
Marcar con una X	<input type="checkbox"/> Profesor Asistente	<input type="checkbox"/> Profesor Auxiliar	<input type="checkbox"/> Profesor Titular	M. Sc. _____	Dr. C. _____	Dr. Cs. _____
Profesor Universitario		Si		No		
IES: _____				Años de experiencia: _____		

Estimado(a) colega, este es el cuestionario para su autoevaluación como posible experto sobre el tema que investigo en el Doctorado en Ciencias de la Educación. Mediante este instrumento se determinarán su “coeficiente de conocimiento” (Kc) o de información sobre el problema y el “coeficiente de argumentación” (Ka) según sus propios criterios

Le anticipo mi agradecimiento por su colaboración.

1. Si tuviera que decidir sobre una escala creciente de 0 a 10 el conocimiento que usted posee sobre la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral ¿dónde usted se ubicaría?

Desconocimiento Conocimiento

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

2. En la siguiente tabla marque en qué grado cada una de las fuentes indicadas ha influido en su conocimiento sobre la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución de la Matemática en la Educación Superior.

Tabla 25

Fuentes de conocimiento de los expertos

Fuentes que han influido en su conocimiento sobre estos aspectos	Grado de influencia de cada una de las fuentes		
	Alto	Medio	Bajo
Sus análisis teóricos sobre este tema			
Sus experiencias en el trabajo profesional			
Consultas de trabajos de autores nacionales			
Consultas de trabajos de autores extranjeros			
Sus conocimientos/experiencias sobre el tema en el extranjero			
Su intuición basada en sus conocimientos y experiencias profesionales			

Por su colaboración y disposición. Muchas gracias.

Anexo 20: Determinación del grado de competencia de los expertos

Tabla 26

Determinación del grado de competencia

Expertos	Ka	Kc	K	Categoría
E1	0.8	0.9	0.85	Alto
E2	0.9	0.9	0.9	Alto
E3	0.7	0.8	0.75	Medio
E4	0.8	0.8	0.8	Alto
E5	1	0.9	0.95	Alto
E6	0.9	0.7	0.8	Alto
E7	0.8	0.7	0.75	Medio
E8	0.9	0.8	0.85	Alto
E9	0.9	0.9	0.9	Alto
E10	0.9	0.7	0.8	Alto
E11	0.9	1	0.95	Alto
E12	0.9	0.8	0.85	Alto
E13	0.8	0.8	0.8	Alto
E14	0.9	0.7	0.8	Alto
E15	1	0.9	0.95	Alto
E16	0.7	0.8	0.75	Medio
E17	0.9	1	0.95	Alto
E18	0.8	0.8	0.8	Alto
E19	0.7	0.8	0.75	Medio
E20	0.8	0.9	0.85	Alto
E21	1	0.9	0.95	Alto
E22	0.9	0.7	0.8	Alto
E23	0.8	0.8	0.8	Alto
E24	0.9	0.7	0.8	Alto
E25	0.8	0.9	0.85	Alto
E26	0.8	0.8	0.8	Alto
E27	0.7	0.8	0.75	Medio

Escala valorativa

$0 \leq K < 0,5$ Bajo

$0,5 \leq K < 0,8$ Medio

$0,8 \leq K \leq 1$ Alto

Tabla 27

Resultados de los grados de competencia de los expertos

Categoría	Cantidad	%
Alto	22	81.48
Medio	5	18.52
Bajo	0	0
Total	27	100

Anexo 21: Guía de valoración de la estrategia didáctica

Compañero (a) profesor (a), teniendo en cuenta la autoevaluación que ha enviado, usted forma parte del panel de expertos para evaluar la estrategia didáctica elaborada para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía. Se le solicita nuevamente colaborar en esta tarea investigativa.

Para valorar la estrategia didáctica que se le anexa se requiere seguir las siguientes instrucciones.

1. Sobre la estrategia didáctica exprese sus criterios evaluativos marcando en la tabla siguiente con una “X” en cada aspecto. Para emitir sus respuestas es necesario que tenga en cuenta lo siguiente:

Las categorías son: Muy adecuado (MA); Bastante adecuado (BA); Adecuado (A); Poco adecuado (PA) e Inadecuado (I)

Tabla 28

Modelo para la evaluación por los expertos

No.	Aspecto a evaluar	MA	BA	A	PA	I
1	Misión y objetivos de la estrategia didáctica					
2	Estructura de la estrategia didáctica					
3	Correspondencia entre la misión, los objetivos y la estructura de la estrategia didáctica					
4	Fundamentos teóricos de la estrategia didáctica					
5	Requisitos de la estrategia didáctica					
6	Acciones de la etapa 1: Diagnóstico Inicial					
7	Acciones de la etapa 2: Preparación					
8	Acciones de la etapa 3: Sistematización					
9	Coherencia entre las etapas de la estrategia didácticas					
10	Factibilidad de la estrategia didáctica para contribuir al aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía					

Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias de la Educación

2. ¿Qué sugerencias o recomendaciones puede ofrecer para el perfeccionamiento del diseño la estrategia didáctica que se somete a su valoración según los aspectos propuestos?

Por su colaboración, muchas gracias.

Anexo 22: Resultados de la valoración de la estrategia didáctica por el panel de expertos

Objetivo: Valorar los resultados de los criterios de validez emitidos por los expertos sobre la estrategia didáctica propuesta para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía.

Tabla 29

Frecuencia absoluta por categorías

Atributos	C1	C2	C3	C4	C5
A1	23	4	0	0	0
A2	25	2	0	0	0
A3	26	1	0	0	0
A4	24	3	0	0	0
A5	23	4	0	0	0
A6	26	1	0	0	0
A7	25	2	0	0	0
A8	25	2	0	0	0
A9	24	3	0	0	0
A10	25	2	0	0	0

Tabla 30

Frecuencia absoluta acumulada por categorías

Atributos	C1	C2	C3	C4	C5
A1	23	27	27	27	27
A2	25	27	27	27	27
A3	26	27	27	27	27
A4	24	27	27	27	27
A5	23	27	27	27	27
A6	26	27	27	27	27
A7	25	27	27	27	27
A8	25	27	27	27	27
A9	24	27	27	27	27
A10	25	27	27	27	27

Tabla 31

Frecuencia relativa acumulada por categorías

Atributos	C1	C2	C3	C4	C5
A1	0.85185185	1	1	1	1
A2	0.92592593	1	1	1	1
A3	0.96296296	1	1	1	1
A4	0.88888889	1	1	1	1
A5	0.85185185	1	1	1	1
A6	0.96296296	1	1	1	1
A7	0.92592593	1	1	1	1
A8	0.92592593	1	1	1	1
A9	0.88888889	1	1	1	1
A10	0.92592593	1	1	1	1

Tabla 32

Imagen de las frecuencias relativas acumuladas y puntos de corte

Atributos	C1	C2	C3	C4	Suma	Promedio	N-P	Valoración
A1	1.044	0	0	0	1.044	0.261	0.016	Muy adecuado
A2	1.446	0	0	0	1.446	0.361	-0.361	Muy adecuado
A3	1.786	0	0	0	1.786	0.446	-0.446	Muy adecuado
A4	1.220	0	0	0	1.220	0.305	-0.305	Muy adecuado
A5	1.044	0	0	0	1.044	0.261	-0.261	Muy adecuado
A6	1.786	0	0	0	1.786	0.446	-0.446	Muy adecuado
A7	1.446	0	0	0	1.446	0.361	-0.361	Muy adecuado
A8	1.446	0	0	0	1.446	0.361	-0.361	Muy adecuado
A9	1.220	0	0	0	1.220	0.305	-0.305	Muy adecuado
A10	1.446	0	0	0	1.446	0.361	-0.361	Muy adecuado
Puntos de corte	1.388	0	0	0	13.886			

Anexo 23: Prueba pedagógica de entrada

Prueba pedagógica aplicada a los estudiantes de primer año de la carrera Economía de la Universidad de Matanzas en el curso 2021

Objetivo: Evaluar el aprendizaje de los procedimientos de solución previos al cálculo diferencial e integral mediante un ejercicio con carácter de problema en el que se aplican procedimientos heurísticos y algorítmicos de la Matemática escolar.

Pregunta

Halla todas las abscisas no negativas que hacen que los puntos de la curva $f_{(x)}$ se encuentren en el gráfico, por encima de $g_{(x)}$.

$$f_{(x)} = \log_2(x^2 + x + 16) - \log_2(x^2 - 2); g_{(x)} = (x + 2)^2 - x^2 - 4x - 2$$

Clave

$$\log_2(x^2 + x + 16) - \log_2(x^2 - 2) \geq (x + 2)^2 - x^2 - 4x - 2$$

$$\log_2 \frac{(x^2 + x + 16)}{(x^2 - 2)} \geq 2$$

$$\frac{(x^2 + x + 16)}{(x^2 - 2)} \geq 4$$

$$\frac{(x^2 + x + 16)}{(x^2 - 2)} - 4 \geq 0$$

$$\frac{(x^2 + x + 16) - 4(x^2 - 2)}{(x^2 - 2)} \geq 0$$

$$\frac{x^2 + x + 16 - 4x^2 + 8}{(x^2 - 2)} \geq 0$$

$$\frac{-3x^2 + x + 24}{(x^2 - 2)} \geq 0$$

$$\frac{3x^2 - x - 24}{(x^2 - 2)} \leq 0$$

Ceros del numerador

$$3x^2 - x - 24 = 0$$

$$(3x + 8)(x - 3) = 0$$

$$x = -\frac{8}{3} \quad x = 3$$

Ceros del denominador

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x = \sqrt{2} \quad x = -\sqrt{2}$$

Para determinar la solución del ejercicio deben interceptarse el conjunto de valores obtenidos con el dominio natural de definición de ambas funciones.

Análisis del dominio de f

$x^2 + x + 16 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ puesto que su discriminante es negativo, sin embargo $x^2 - 2 > 0$ solo para $x < -\sqrt{2}$ y para $x > \sqrt{2}$, por lo que $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$ no pertenecen al dominio de f .

Análisis del dominio de g

La función g está definida $\forall x \in \mathbb{R}$.

Por lo que los valores de la función f que están por encima de la función g son $\{x \in \mathbb{R} - \frac{8}{3} < x < -\sqrt{2}\}$ y $\{x \in \mathbb{R} \sqrt{2} < x < 3\}$.

Norma

2- Si no logra hallar los ceros del numerador y el denominador o si no analiza el dominio natural de definición de f y g

3- Si analiza el dominio natural de definición de f y g

4- Si logra hallar los ceros del numerador y el denominador

5- Si plantea el conjunto solución

Anexo 24: Resultados de la Prueba pedagógica de entrada

Esta prueba pedagógica se aplicó como instrumento para diagnosticar el dominio de los procedimientos de solución de la Matemática escolar que son necesarios para el aprendizaje desarrollador de los procedimientos del cálculo diferencial e integral en la carrera Economía.

Los resultados alcanzados por los estudiantes se evidencian en la siguiente tabla.

Tabla 33

Resultados de la prueba pedagógica de entrada

Nota	Cantidad	%
2	34	82.9
3	4	9.76
4	3	7.32
5	0	0
Total	41	100
Media	2.2439	
C1	0.90869	

Los resultados obtenidos en esta prueba pedagógica se evidencian como deficitarios en tanto el 82,9% (34) de los estudiantes evaluados no logra aprobarla. Se evidencia la similitud con los resultados obtenidos en la prueba pedagógica aplicada en la etapa del diagnóstico del estado actual de la variable de la investigación mediante la comparación de sus medias aritméticas, cuyo cociente es de 0,90869, por lo que son prácticamente coincidentes.

Anexo 25: Prueba de validación estadística Kolmogorov-Smirnov a la Prueba pedagógica de entrada

Objetivo: Comprobar que los resultados obtenidos por los estudiantes en la Prueba Pedagógica de entrada siguen una distribución normal.

Hipótesis

- H_0 : Los datos de los resultados de los estudiantes en la prueba pedagógica de entrada no siguen una distribución normal
- H_1 : Los datos de los resultados de los estudiantes en la prueba pedagógica de entrada siguen una distribución normal

Reglas de Decisión

- Rechazar H_0 si $D_{\text{máx.}} > D_{1-\alpha}^n$
- No rechazar H_0 si $D_{\text{máx.}} < D_{1-\alpha}^n$

Tabla 34

Prueba de valoración estadística Kolmogorov-Smirnov

x_i	F_i	f_i	f_{ai}	E_i	f_{ei}	f_{eia}	D
2	34	0.82926829	0.82926829	10.25	0.25	0.25	0.57926829
3	4	0.09756098	0.92682927	10.25	0.25	0.5	0.42682927
4	3	0.07317073	1	10.25	0.25	0.75	0.25
5	0	0	1	10.25	0.25	1	0.00000000

$$D_{\text{máx.}} = 0.58$$

$$D_{1-\alpha}^n = D_{1-0.05}^{41} = D_{0.95}^{41} = \frac{1.36}{\sqrt{n}} = \frac{1.36}{\sqrt{41}} = \frac{1.36}{6.4} = 0.21$$

Por tanto, como $D_{\text{máx.}} > D_{1-\alpha}^n$ se rechaza H_0 , luego es posible afirmar, basado en los resultados de la muestra y con un nivel de significación de 0,05 que los resultados de los estudiantes en la prueba pedagógica de entrada siguen una distribución normal.

Anexo 26: Hoja de trabajo para la obtención de la SICA para el cálculo del Límite fundamental algebraico

Tabla 37

Hoja de trabajo para la fijación del límite fundamental algebraico

Analiza cómo se procede en el cálculo del límite de la función dada mediante el límite fundamental algebraico. Describe en la columna de la derecha los pasos realizados

Calcula el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+x}{3-x} \right)^x$$

Resolución	Pasos a seguir
$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2+x}{3-x} - 1 \right)^x$	(1) _____ _____ _____
$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2+x-(3-x)}{3-x} \right)^x$	_____ _____ _____
$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2x-1}{3-x} \right)^x$	_____ _____ _____
$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\left(1 + \frac{2x-1}{3-x} \right)^{\frac{3-x}{2x-1}} \right)^{\frac{x(2x-1)}{3-x}}$	(2) _____ _____ _____
$\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{2x^2-x}{3-x}}$	(3) _____ _____ _____
$e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2-x}{3-x}}$	_____ _____
$= e^{0/3} = e^0 = 1$	(4) _____

Fuente: Elaboración propia (2021)

Anexo 27: Prueba pedagógica de salida.

Prueba pedagógica aplicada a los estudiantes de primer año de la carrera Economía de la Universidad de Matanzas en el curso 2021

Objetivo: Evaluar el aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral mediante un ejercicio de aplicación con carácter de problema después de aplicada la estrategia didáctica.

Pregunta

Una empresa produce tres tipos de mercancías x, y, z las cuales se cuentan en miles de unidades con las cuales obtiene ganancias que se modelan de acuerdo a la siguiente expresión

$g_{(x,y,z)} = 2x + 3y + z$ en pesos. Se conoce que la producción está sujeta a la condición $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 6$

- a) Halla los valores que garantizan que la ganancia sea máxima
- b) Calcule la ganancia máxima de la empresa

Clave

Función Objetivo: $g_{(x,y,z)} = 2x + 3y + z$

Ecuación de enlace: $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 6$

Condición de Lagrange: $g_{(x,y,z)} = 2x + 3y + z + \lambda(2x^2 + 3y^2 + z^2 - 6)$

Calculando las derivadas parciales, igualando a cero y despejando λ en cada ecuación

- 1) $g_x = 2 + 4\lambda x \quad \lambda = -\frac{2}{4x}$
- 2) $g_y = 3 + 6\lambda y \quad \lambda = -\frac{3}{6y}$
- 3) $g_z = 1 + 2\lambda z \quad \lambda = -\frac{1}{2z}$
- 4) $2x^2 + 3y^2 + z^2 - 6 = 0$

Igualando 1) y 2) y 1) y 3) se obtiene

- 5) $-\frac{2}{4x} = -\frac{3}{6y} \quad x = y$
- 6) $-\frac{2}{4x} = -\frac{1}{2z} \quad x = z$

Sustituyendo 5) y 6) en 4) se obtiene

$$2x^2 + 3x^2 + x^2 - 6 = 0$$
$$6x^2 - 6 = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x = 1 \quad \boxed{x = -1} \quad \text{No tiene sentido económico}$$

A partir de este valor se determinan los valores de y y z sustituyendo en las expresiones 5)

y 6), por lo que $y = 1$ y $z = 1$.

- a) De manera que los valores (x, y, z) que garantizan que la ganancia sea máxima son $(1, 1, 1)$ miles de unidades.
- b) Sustituyendo los valores de las cantidades óptimas en la expresión de la ganancia se obtiene $g_{(1,1,1)} = 6$ mil pesos.

Norma

2- Si no logra calcular las derivadas parciales

3- Si calcula las derivadas parciales

4- Si calcula los valores críticos e interpreta correctamente las unidades de medida

5- Si sustituye en la expresión de la ganancia e interpreta correctamente las unidades de medida

Anexo 28: Resultados de la prueba pedagógica de salida

Esta prueba pedagógica se aplicó como parte de un examen parcial de la asignatura Matemática durante el segundo período del curso 2021 a los estudiantes del primer año de la carrera Economía de la Universidad de Matanzas. Los resultados alcanzados por los estudiantes se representan en la siguiente tabla:

Tabla 38

Resultados de la prueba pedagógica de salida

Nota	Cantidad	%
2	7	17.1
3	4	9.76
4	25	61
5	5	12.2
Total	41	100
Media	4.07	

Se destaca como positivo que el 82.91% de los estudiantes (34) obtiene calificaciones de bien y excelente, lo que permite alcanzar una media grupal de 4.07, puesto que solamente el 9.75% (4) de los estudiantes alcanzó la calificación de regular (3) y el 7.31% (3) obtuvo la calificación de mal (2). Estos resultados se consideran superiores a los alcanzados en la prueba pedagógica de entrada.

Anexo 29: Prueba de validación estadística Kolmogórov-Smírnov a la prueba pedagógica de salida.

Objetivo: Comprobar que los resultados obtenidos por los estudiantes en la Prueba Pedagógica de salida siguen una distribución normal.

Hipótesis

- H_0 : Los datos de los resultados de los estudiantes en la prueba pedagógica de salida no siguen una distribución normal
- H_1 : Los datos de los resultados de los estudiantes en la prueba pedagógica de salida siguen una distribución normal

Reglas de Decisión

- Rechazar H_0 si $D_{\text{máx.}} > D_{1-\alpha}^n$
- No rechazar H_0 si $D_{\text{máx.}} < D_{1-\alpha}^n$

Tabla 34

Prueba de valoración estadística Kolmogorov-Smirnov

xi	Fi	fi	fai	Ei	fei	feia	D
2	7	0.17073171	0.17073171	10.25	0.25	0.25	0.079268293
3	4	0.09756098	0.26829268	10.25	0.25	0.5	0.231707317
4	25	0.6097561	0.87804878	10.25	0.25	0.75	0.12804878
5	5	0.12195122	1	10.25	0.25	1	0

$$D_{\text{máx.}} = 0.23$$

$$D_{1-\alpha}^n = D_{1-0.05}^{41} = D_{0.95}^{41} = \frac{1.36}{\sqrt{n}} = \frac{1.36}{\sqrt{41}} = \frac{1.36}{6.4} = 0.21$$

Por tanto, como $D_{\text{máx.}} > D_{1-\alpha}^n$ se rechaza H_0 , luego es posible afirmar, basado en los resultados de la muestra y con un nivel de significación de 0,05 que los resultados de los estudiantes en la prueba pedagógica de entrada siguen una distribución normal.

Anexo 30: Prueba de valoración estadística T student

Objetivo: Analizar el impacto de la estrategia didáctica en los resultados obtenidos por los estudiantes en una prueba pedagógica de salida mediante la consideración de las transformaciones en la variable dependiente.

Hipótesis

- H_0 : Las transformaciones que se evidencian en los resultados de los estudiantes no están relacionadas con la aplicación de la estrategia didáctica
- H_1 : Las transformaciones que se evidencian en los resultados de los estudiantes dependen de la aplicación de la estrategia didáctica

Reglas de Decisión

- Rechazar H_0 si $t \leq t_{(\alpha)(n-1)}$
- No rechazar H_0 si $t > t_{(\alpha)(n-1)}$

Tabla 39

Comparación entre los resultados de las pruebas de entrada y salida

	Entrada	Salida	Diferencia
E1	2	4	-2
E2	2	2	0
E3	2	3	-1
E4	2	4	-2
E5	2	4	-2
E6	3	4	-1
E7	2	4	-2
E8	2	2	0
E9	2	5	-3
E10	2	4	-2
E11	2	5	-3
E12	2	4	-2
E13	4	5	-1
E14	2	4	-2
E15	2	5	-3
E16	2	4	-2
E17	2	5	-3
E18	2	4	-2
E19	3	4	-1
E20	4	4	0

E21	2	4	-2
E22	2	4	-2
E23	4	3	1
E24	2	4	-2
E25	2	4	-2
E26	2	2	0
E27	2	4	-2
E28	2	2	0
E29	2	4	-2
E30	3	2	1
E31	2	4	-2
E32	2	2	0
E33	2	4	-2
E34	2	3	-1
E35	2	4	-2
E36	3	4	-1
E37	2	4	-2
E38	2	3	-1
E39	2	4	-2
E40	2	4	-2
E41	2	2	0

Tabla 40*Resultados de la prueba T student*

Prueba t para medias de dos muestras emparejadas

	<i>Entrada</i>	<i>Salida</i>
Media	2.243902439	4.07317073
Varianza	0.33902439	0.7195122
Observaciones	41	41
Coefficiente de correlación de Pearson	0.013580454	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	40	
Estadístico t	-11.45739406	
P(T<=t) una cola	0.00000000000000166	
Valor crítico de t (una cola)	1.683851013	

Se aprecia que se cumplen las condiciones para rechazar la hipótesis nula en tanto $t \leq$

$t_{(\alpha)(n-1)}$, por lo que se puede concluir que la estrategia didáctica aplicada en esta unidad de

análisis favoreció la transformación del estado de la variable dependiente a niveles

cuantitativamente superiores, lo cual reafirma el valor de este resultado científico.

Anexo 31: Entrevista grupal a los estudiantes de primer año de la carrera Economía de la Universidad de Matanzas curso 2021

Objetivo: Caracterizar el aprendizaje de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en la carrera Economía de la Universidad de Matanzas.

Consigna: Estimados estudiantes, esta entrevista se realiza como parte de una investigación pedagógica que aborda la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador de los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral en su carrera. Se le solicita que responda con sinceridad y que se sienta en la libertad de expresar abiertamente sus criterios. Muchas gracias

Preguntas

1. ¿Considera usted que se tienen en cuenta sus particularidades para el aprendizaje de los procedimientos de solución de la Matemática?
2. ¿Le parecen adecuados los métodos y medios de enseñanza que emplea su profesor para enseñar los procedimientos de solución?
3. ¿Crees que debiera evaluarse el aprendizaje de los procedimientos de solución de otras maneras? ¿Cuáles?
4. ¿Cuándo resuelves tareas matemáticas como estás seguro de que lo has hecho correctamente?
5. A menudo se les presentan procedimientos de solución por diversas fuentes ¿con qué frecuencia los criticas o transformas a procedimientos más óptimos?
6. ¿Por qué consideras importante aprender los procedimientos de solución en el cálculo diferencial e integral para tu formación profesional?
7. ¿Qué piensas cuando se anuncia que se va a estudiar un nuevo procedimiento?
8. ¿Te sientes estimulado por encontrar nuevos procedimientos ante situaciones contradictorias en las que tus conocimientos actuales no son suficientes?