

Universidad de Matanzas  
Facultad de Educación

# TRABAJO DE DIPLOMA

**Carrera: Licenciatura en Educación. Matemática-Física**

**Título:** El desarrollo de la habilidad: resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado de la Escuela Militar Camilo Cienfuegos del municipio Matanzas.

**Autor:** Jorge Alejandro Portales Domínguez

**Tutor:** M.Sc. Yamile Milian Díaz



Matanzas 2020

## **Agradecimientos**

1. El autor expresa sus más sinceros agradecimientos a todos los que hicieron posibles este trabajo.
2. De manera especial agradecerle a todos mis profesores que siempre aportaron un granito de arena en formarme como un profesional preparado.
3. Siempre le estaré agradecido a mi mamá y mi papá por darme la fortaleza y la confianza que me han dado a lo largo de mi carrera.
4. Agradecer a mi tutora Yamile por apoyarme incondicionalmente desde el día uno y ayudar a que este bello trabajo pudiera realizarse.

## RESUMEN

El desarrollo de habilidades ayuda a formar en los estudiantes una visión global del mundo y los dota de los conocimientos necesarios para su desempeño. Sin embargo en la práctica pedagógica se aprecian carencias en esta dirección, es insuficiente la preparación del colectivo pedagógico para contribuir al desarrollo de habilidades en los estudiantes.

En tal sentido, la investigación persigue como objetivo elaborar un sistema de ejercicios que contribuya al desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado de la Escuela Militar Camilo Cienfuegos del municipio Matanzas. Esta es conducida bajo la égida del método filosófico dialéctico materialista y en consecuencia se aplicaron métodos teóricos y empíricos de investigación. La realización de una fase diagnóstica permitió sintetizar las fortalezas y debilidades de la labor que se realiza sobre el desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado de la Escuela Militar Camilo Cienfuegos del municipio Matanzas y de acuerdo al resultado, se elaboró el sistema de ejercicios. El resultado de la presente investigación responde a exigencias de la sociedad cubana que reclama de las nuevas generaciones la aplicación del contenido que aprenden para que asuman las actitudes transformadoras que se requieren en los momentos actuales.

<b>ÍNDICE.</b>	<b>PÁG</b>
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I. EL DESARROLLO DE HABILIDADES EN LOS ESTUDIANTES DE LA EDUCACIÓN PREUNIVERSITARIA. ....	6
1.1 El trabajo con las habilidades en la Educación Preuniversitaria. Fundamentos y concepción.....	6
1.2 El desarrollo de habilidades matemáticas en la Educación Preuniversitaria.....	12
1.3 Potencialidades del complejo de materia "Trabajo con Variables" para el desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales.....	16
CAPITULO II. EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD: RESOLVER SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES EN LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO GRADO: SU ESTADO ACTUAL, SISTEMA DE EJERCICIOS Y CONSTATACIÓN.....	23
2.1 Estado actual del desarrollo de la habilidad: resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado.....	23
2.2 Sistema de ejercicios para contribuir al desarrollo de la habilidad: resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado.....	27
2.3 Constatación de los resultados obtenidos luego de la aplicación en la práctica del sistema de ejercicios.....	39
CONCLUSIONES.....	41
RECOMENDACIONES.....	42
BIBLIOGRAFÍA.....	
ANEXOS.....	

## INTRODUCCION

La educación preuniversitaria cubana ha emprendido una serie de transformaciones desde el curso escolar 2004 – 2005 que pretenden: "asegurar la formación y desarrollo de un hombre íntegro, capaz de afrontar cualquier dificultad, que pueda abordar de forma óptima la solución de ejercicios matemáticos y se sobreponga con su preparación ante diferentes obstáculos. " (MINED, 2006, p.5)

El estudiante cuando se enfrenta a esta educación debe tener desarrolladas habilidades matemáticas básicas, condicionadas en las educaciones que le anteceden, pues esta asignatura a diferencia de otras tiene potencialidades que a partir de un orden lógico establecido, se logra que en él se creen las condiciones previas para el tránsito hacia otros niveles educacionales.

Desde el punto de vista teórico el estudiante adquiere conocimientos que a través de la práctica se convierten en hábitos, habilidades y destrezas que se logran mediante la ejercitación sistemática, consciente y variada que se ofrece.

En el preuniversitario, desde décimo grado se prepara al estudiante para obtener respuestas a problemas y también para que sea capaz de realizar de forma independiente un trabajo mental, profundo e intenso para su vida. La realidad, explorada por diversas vías, indica que estas condiciones previas no están lo suficientemente resueltas cuando el estudiante arriba a los grados que corresponden a esta educación.

Una de las unidades en décimo grado, con potencialidades para contribuir al desarrollo multilateral de la personalidad de los estudiantes es la correspondiente al complejo de materia trabajo con variables por su aplicabilidad a la práctica. Existen diversas investigaciones y estudiosos acerca del tema, se cuenta con bibliografía actualizada y con los recursos tecnológicos necesarios para su tratamiento.

Sin embargo aún no se logra que los estudiantes resuelvan con independencia ejercicios relacionados con la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales con dos y tres variables, en diagnósticos, en evaluaciones aplicadas así como en los informes de visita a clase se reflejan dificultades relacionadas con el desarrollo de la habilidad, dado fundamentalmente por la insuficiencia en el trabajo propedéutico

relacionado con el tema, así como el insuficiente dominio de los algoritmos de trabajo. Se suma a esto insuficiencia en el tratamiento metodológico del contenido, relacionado fundamentalmente con la variedad y complejidad de los ejercicios que se proponen durante la clase. Esto constituye una de las problemáticas planteadas en el banco de problemas de la Escuela Militar Camilo Cienfuegos.

El análisis anterior y la experiencia de la práctica laboral en la enseñanza le permitió al autor formular el siguiente **problema científico**: ¿Cómo contribuir al desarrollo de la habilidad: resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado de la Escuela Militar Camilo Cienfuegos del municipio Matanzas?

A partir del problema científico el autor asume como **objeto de la investigación**: El desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes de preuniversitario mientras que el **campo de acción**: el desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado de la Escuela Militar Camilo Cienfuegos del municipio Matanzas.

Constituye **objetivo de investigación**: Elaborar un sistema de ejercicios que contribuya al desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado de la Escuela Militar Camilo Cienfuegos del municipio Matanzas

En correspondencia se han formulado las siguientes **preguntas científicas**:

1. ¿Cuáles son los fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de habilidades en los estudiantes de preuniversitario?
2. ¿Cuál es el estado actual del desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado de la Escuela Militar Camilo Cienfuegos del municipio Matanzas?
3. ¿Qué ejercicios conforman un sistema que contribuya al desarrollo de la habilidad resolver sistemas de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado de la Escuela Militar Camilo Cienfuegos del municipio Matanzas?
4. ¿Qué resultados se obtendrán con la aplicación del sistema de ejercicios que contribuya al desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales

en los estudiantes de décimo grado de la Escuela Militar Camilo Cienfuegos del municipio Matanzas?

Para dar respuestas a las preguntas científicas anteriores, se declaran como **tareas de investigación** las siguientes:

1. Sistematización de los fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo de habilidades en los estudiantes de preuniversitario.
2. Caracterización del estado actual del desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado de la Escuela Militar Camilo Cienfuegos del municipio Matanzas.
3. Selección de los ejercicios que han de conformar un sistema que contribuya al desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado de la Escuela Militar Camilo Cienfuegos del municipio Matanzas.
4. Constatación de la efectividad del sistema de ejercicios que contribuya al desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado de la Escuela Militar Camilo Cienfuegos del municipio Matanzas.

Se asume como método rector de la investigación el dialéctico materialista que rige la aplicación del resto de los métodos, permitiendo estudiar el fenómeno en su esencia y desarrollo. Son empleados además métodos de la ciencia de los niveles teórico y empírico.

Como métodos generales del **nivel teórico**, fueron empleados:

**Histórico-lógico:** facilitó el estudio y valoración a partir del desarrollo de las diferentes concepciones sobre las habilidades y particularmente las habilidades matemáticas, delimitar tendencias y puntos de vista al respecto.

**Inductivo-deductivo:** hizo posible determinar los fundamentos teóricos que se expresan en la bibliografía por diferentes autores e inducir y/o interpretar las principales regularidades que aportan los instrumentos aplicados, para realizar la modelación de los ejercicios a incluir en el sistema que se propone, de manera que contribuya a la transformación que se desea en los estudiantes.

**Analítico- sintético:** de gran utilidad para el estudio de la bibliografía consultada, permitió estudiar las diferentes posiciones acerca de la concepción del desarrollo de habilidades en los estudiantes.

**Modelación:** favoreció el establecimiento de interrelaciones entre los fundamentos teóricos y metodológicos del sistema propuesto y facilitó hallar la relación entre todos sus componentes y el vínculo con la práctica pedagógica.

También fueron empleados métodos generales del **nivel empírico:**

**Revisión de documentos:** oficiales que rigen la política de trabajo como planes de estudio, programas, circulares, orientaciones metodológicas, modelos, así como bibliografía actualizada, los cuales brindan información acerca de la necesidad de garantizar el desarrollo de habilidades en los estudiantes.

**La observación** a clases para constatar el trabajo de los profesores para el desarrollo de habilidades matemáticas relacionadas con la resolución de sistema de ecuaciones lineales. También fueron observadas diferentes actividades metodológicas para constatar cómo se orienta el trabajo en el tema que investiga el autor.

**La entrevista:** al jefe de departamento para conocer las potencialidades y carencias del claustro para el desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en décimo grado así como la proyección del trabajo que se materializa en función de la preparación del profesor para el desarrollo de las habilidades matemáticas necesarias para la solución de sistemas de ecuaciones.

**La encuesta:** a profesores de Matemática de décimo grado con el objetivo de conocer su preparación para el desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado.

**La prueba pedagógica** para recopilar información acerca de las principales dificultades que tienen los estudiantes para resolver sistema de ecuaciones lineales. Para la realización de la investigación se seleccionó como población, el jefe de departamento de Matemática, 5 profesores de Matemática y 87 estudiantes de décimo grado de la Escuela Militar Camilo Cienfuegos del municipio Matanzas. Y como **muestra** el jefe de departamento de Matemática para un 100%, 2 profesores de matemática de décimo grado para un 40% y los 22 estudiantes del grupo 2 de

décimo grado, lo que representa el 25.28%. Dicha muestra fue seleccionada de manera intencional por ser el grupo con mayores dificultades en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Se considera que la muestra es representativa en correspondencia con la población, pues la misma posee características homogéneas a las del resto de la población y el problema al que se contribuirá dar solución se manifiesta de igual forma, lo que pudo ser constatado en la fase diagnóstica-investigativa.

Además se emplearon recursos de la estadística descriptiva y análisis porcentual.

La **significación práctica** consiste en la transformación cualitativa y cuantitativa que produce la introducción del sistema de ejercicios para el desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en estudiantes de décimo grado, elevando el nivel de independencia de los estudiantes en la solución de ejercicios relacionados con el tema.

Resulta novedosa en esta investigación la selección y elaboración de los ejercicios que conforman el sistema, por la variedad de condiciones en los mismos, contribuyendo al desarrollo de las formas de trabajo y pensamiento de la matemática elevando el conocimiento de los estudiantes hacia niveles crecientes de asimilación.

El resultado científico que presenta el autor está sustentado en la Teoría General de Sistema y en los enfoques y aportes de la Escuela Histórico-Cultural de Vigostky y sus seguidores. El sistema de ejercicios elaborado tributa además a enriquecer la práctica pedagógica de los profesores por las recomendaciones y sugerencias que se plasman.

En su estructura, la tesis consta de introducción, dos capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos. En el capítulo I se presenta la fundamentación teórica del problema científico objeto de estudio y en el capítulo II se presenta el análisis y procesamiento de los resultados obtenidos por el autor en la fase diagnóstica investigativa, el resultado científico presentado para la solución del problema, así como la validación del mismo.

## CAPÍTULO I

### **EL DESARROLLO DE HABILIDADES EN LOS ESTUDIANTES DE LA EDUCACIÓN PREUNIVERSITARIA.**

En el presente capítulo el autor presenta una sistematización de los principales fundamentos teóricos que sustentan el estudio del desarrollo de habilidades matemáticas con una mirada hacia la Educación Preuniversitaria, pero atendiendo su devenir histórico desde las educaciones precedentes.

#### **1.1 El trabajo con las habilidades en la Educación Preuniversitaria.**

##### **Fundamentos y conceptualización.**

En el pasado las matemáticas eran consideradas como las ciencias de la cantidad, referidas a las magnitudes (como en la geometría), a los números (como en la aritmética), o en la generalización de ambos (como en el álgebra). Hacia mediados del siglo XIX se empezaron a considerar como la ciencia de las relaciones, o como la ciencia que produce condiciones necesarias.

El matemático francés Francois Vieti llevó a cabo importantes estudios sobre la resolución de ecuaciones. Sus escritos ejercieron una gran influencia en muchos matemáticos del siglo posterior, e incluye a Pierre de Fermat en Francia e Isaac Newton en Inglaterra.

El proceso de desarrollo de habilidades es un proceso cognoscitivo generalizado que transcurre de la misma forma para las diferentes habilidades particulares que se fundamenta en la teoría de la formación de las acciones. La realización didáctica de esta fase de formación y control de la acción trata de la estructuración del proceso de ejercitación con el objetivo de la formación y el perfeccionamiento de la acción hasta su automatización. En el proceso de enseñanza es de interés conocer de qué modo ha de organizarse y desarrollarse, para asegurar conocimientos sólidos y profundos en los estudiantes y motivarlo para su constante perfeccionamiento. Para ello hay que ver su estructura como un sistema que se determina por la lógica del proceso docente educativo, que expresa el orden o secuencia de pasos de la enseñanza aprendizaje para la asimilación de los conocimientos y el desarrollo de las habilidades y capacidades. En la enseñanza de la Matemática se realizan un gran número de

acciones mentales: se elaboran teoremas, se definen conceptos, se realizan demostraciones y construcciones geométricas, se resuelven problemas entre otras. Solo que estas acciones no están dadas de inmediato, se forman según determinadas leyes.

El término habilidad ha sido trabajado por diferentes investigadores y estudiosos de la personalidad del hombre. Se realiza a continuación un análisis de algunas caracterizaciones ofrecidas por algunos especialistas en la temática.

Las habilidades constituyen el dominio de acciones (psíquicas y prácticas) que permiten una regulación racional de la actividad con ayuda de los conocimientos y hábitos que el sujeto posee (habilidad □ saber hacer), son el resultado de la sistematización de las acciones subordinadas a su fin consciente. Le permiten al hombre poder realizar una determinada tarea. (Brito,1987,p.51)

Habilidad es aquella formación psicológica ejecutora particular constituida por el sistema de operaciones dominadas que garantizan la ejecución del sujeto bajo control consciente". "Habilidad significa el dominio de un sistema complejo de actividades psíquicas y prácticas, necesarias para la regulación correspondiente de la actividad, de los conocimientos y hábitos que posee el sujeto. (Petrovski, 1989, p.188).

El autor asume en la investigación esta definición por entender que recoge los elementos centrales y esenciales que explican de manera precisa la definición de habilidad como sinónimo de saber hacer.

La habilidad, según lo expuesto anteriormente, se ha ido caracterizando como expresión de la preparación del estudiante para elaborar y aplicar el sistema de acciones inherente a una determinada actividad que es lo que permite al profesor verla en todo el proceso de enseñanza y no limitarla a los eslabones del proceso destinados a la asimilación de lo aprendido.

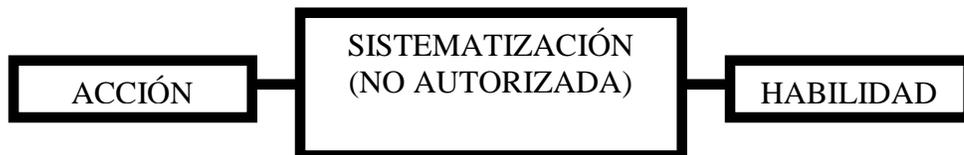
En estas definiciones de habilidades se pueden apreciar puntos comunes dentro de los que significamos:

1. La relación de esta con las acciones.
2. Sobre la base de conocimientos y hábitos adquiridos.

Las habilidades permiten al hombre al igual que los hábitos, poder realizar una determinada tarea. Así en el transcurso de la actividad, ya sea como resultado de una repetición o de un ejercicio, de un proceso de enseñanza dirigido, el hombre no solo se apropia de un sistema de métodos y procedimientos que pueden posteriormente utilizar en el marco de varias tareas; sino que también comienza a dominar paulatinamente acciones, aprende a realizarlas cada vez más perfectas y racional apoyándose en los medios que ya conoce. Puesto que el dominio de estas

acciones repercute directamente en el resultado de su actividad; en la medida en que sean perfeccionadas estas acciones la realización de la actividad será la más adecuada.

La realización de aquellas acciones que comprenden la habilidad requiere siempre de una regulación consciente por parte del sujeto.



Las habilidades deben manifestarse a través de los modos de actuación del sujeto, los que se forman y desarrollan en la actividad.

La formación de habilidades transita por diferentes etapas:

- Comprensión del modo de actuar y del orden en que deben realizarse las acciones.
- Asimilación consciente del modo de actuación.
- Fijación del modo de actuación.
- Aplicación del modo de actuación – la habilidad – a nuevas situaciones. (Molina, 2004, p.8)

“Se denomina acción “al proceso que se subordina a la representación de aquel resultado que había de ser alcanzado” (Alvarez, 1989, p.20) La acción es la piedra angular de toda actividad humana. El contenido de la acción está constituido, por una parte, por la transformación real de un objeto inicial o de una situación inicial en un producto deseado o en una situación deseada. A esa parte de la acción se le llama fase de realización de la acción. El contenido de la acción constituye un mecanismo de regulación y de dirección. Esta es la llamada fase de orientación de la acción, la cual siempre será mucho más importante si las condiciones de las tareas a resolver son nuevas desde algún punto de vista, y la acción ya no conduce al objetivo. El resultado de la formación de la acción es una acción mental, generalizada, abreviada y automatizada. La base de la orientación se convierte en *saber*; el desarrollo de la acción se convierte en poder (capacidades, habilidades, etc.). El proceso de aprendizaje es la unidad de apropiación y aplicación. Los estudiantes asimilan el saber y el poder aplicándolos constantemente.

El aprendizaje presupone la apropiación del conocimiento necesario para ejecutar una o varias acciones y ejercitarlas con la finalidad de que éstas se transformen en una habilidad, en correspondencia con el conocimiento adquirido. El resultado de esta transformación depende del conocimiento que se tenga sobre la acción en sí. No es posible que se logre un aprendizaje eficiente sin tener un conocimiento de cómo actuar. Si un estudiante no tiene idea de las acciones que debe realizar para resolver un ejercicio que se le proponga, hará muchos intentos fallidos al procurar resolverlo si no dispone de manera consciente de la orientación para ello. La estructura del proceso de enseñanza aprendizaje presupone, que el estudiante primero asimile cada una de las acciones, posteriormente esté en condiciones de ordenarlas e integrarlas en un sistema, lo que expresa que posee la habilidad, para luego con la repetición (mediante ejercicios) alcanzar niveles superiores de desarrollo. Pero a su vez las acciones se realizan a través de operaciones. Estas son formas de actuación que responden a condiciones, medios y potencialidades del individuo, que mediatizan y le dan un carácter singular a las vías que cada sujeto sigue al tratar de alcanzar el objetivo propuesto; al intentar realizar la acción.

Las formas de apropiación de la actividad por parte del sujeto se explican a través de los conceptos de habilidades, hábitos y capacidades. La manera particular en que cada persona se apropia de conocimientos, habilidades y hábitos determina las formas de conducta y actuación que sigue para el logro de un objetivo determinado. (Molina, 2004, p.9)

La experiencia indica que existen algunos requisitos a tener presentes para la formación y desarrollo de habilidades:

- Complejidad de la ejecución: esta está dada por el grado de dificultad de los conocimientos o de las ejecuciones, así como del contexto de actuación. Hay que tener en cuenta estos elementos por lo que es recomendable trabajar primero las ejecuciones más simples y después las más complejas.
- Frecuencia de la ejecución: dada por el número de veces que se realizan las acciones o las operaciones. Si son muy pocas, la habilidad o el hábito no se consolidan; si son excesivas también el efecto es negativo.
- Flexibilidad de la ejecución: dada por el grado de variabilidad de los conocimientos y los contextos de actuación en que son aplicadas las habilidades y los hábitos.
- Retroalimentación del resultado: cuando se está sistematizando la habilidad o el hábito se requiere su perfeccionamiento continuo, por eso, cada intento requiere que el sujeto conozca el resultado, valore el error y repita el intento, procurando corregirlo correctamente. En la etapa de su formación requiere de la ayuda del maestro.

- Evitar el cansancio, la monotonía, la fatiga: todos estos elementos disminuyen la capacidad de trabajo y conspiran en contra de la adquisición de habilidades hábitos y capacidades.
- Fomentar el papel de la motivación y la conciencia: la presencia de estos factores facilitan mucho la adquisición de las ejecuciones, resultan elementos imprescindibles en su formación.(Barreras 2003, p.30)

Cada uno de los elementos que componen la actuación de una persona puede llevarse a cabo a través de distintas ejecuciones, y desde luego, si esto es así, resulta muy complejo y difícil sistematizarlas. Por eso, para el tratamiento didáctico de la formación y desarrollo de estas estructuras psicológicas se hace necesario buscar aquellas ejecuciones necesarias, esenciales, e imprescindibles de ser sistematizadas, a ellas se les llama invariantes funcionales de la ejecución.

La invariante (habilidad para resolver problemas matemáticos) como hilo conductor se estructura a través de las habilidades matemáticas básicas (éstas a su vez de las elementales) y se perfecciona en la medida en que éstas últimas alcanzan un nivel superior de desarrollo. (Ferrer, 2012, p.10)

Cada habilidad logra su óptimo desarrollo cuando el estudiante es capaz de reconocer sus componentes, sus dependencias y relaciones, que son los que les permiten orientarse en el cumplimiento del objetivo general.

Por consiguiente, otro aspecto metodológico importante es la necesidad de propiciar situaciones de aprendizaje que permitan a los estudiantes, en dependencia de sus propios recursos, realizar las invariantes funcionales de una determinada ejecución del modo que le sea más cómodo y eficiente. Esto posibilita crear un ambiente de aceptación y confianza en el aula, permite la atención a las diferencias individuales. Se pudieran exponer algunos criterios que pueden ayudar a evaluar el grado de desarrollo de la actuación y la creatividad de los estudiantes, entre ellos se señalan:

- responde en clase de forma poco común;
- hace preguntas que muestran que ha elaborado un problema;
- emite juicios que implican una valoración de su desempeño;
- no sólo obtiene buenos resultados, ejecuta con calidad;
- controla su ejecución sobre la base del programa de acción a modo de representaciones internas que elaboró de forma independiente o con poca ayuda;
- trabaja de forma independiente;

- defiende sus criterios;
- tiene criterios arriesgados.

Sobre la base del resultado obtenido en estos indicadores el profesor puede clasificar la actuación (habilidad o hábito) en una de las siguientes etapas de desarrollo:

- Habilidad inicial: el sujeto conoce lo que va a hacer, sigue pasos para la ejecución, pero éstos carecen de secuencia y no se corresponden con el sistema de invariantes funcionales que se les presentó.
- Habilidad insuficientemente desarrollada: el sujeto conoce lo que va a realizar y la secuencia de invariantes funcionales que se le presentó, pero no puede ejecutar dichos pasos o elementos.
- Habilidad general: el sujeto conoce lo que va a hacer, conoce la secuencia de invariantes funcionales y la utiliza, pero no ejecuta todos los elementos correctamente.
- Habilidad desarrollada: conoce lo que va a hacer y la secuencia de invariantes funcionales y ejecuta con eficiencia todos los elementos.
- Maestría: conoce lo que va a hacer y la secuencia de invariantes funcionales y ejecuta con eficiencia y perfección dicha secuencia y la aplica en condiciones nuevas con independencia. (Barreras, 2003, p. 28)

El proceso enseñanza aprendizaje de la Matemática debe dirigirse de modo que los estudiantes sean entes activos en la asimilación de los conocimientos y el desarrollo de las habilidades y capacidades, enfrentándose a contradicciones que deben ser resueltas a través de su aprendizaje, para contribuir al desarrollo del pensamiento y de las capacidades intelectuales de los estudiantes, de modo que les permitan interpretar los adelantos de la ciencia.

## **1.2 El desarrollo de habilidades matemáticas en la Educación Preuniversitaria.**

Las habilidades matemáticas, son reconocidas por muchos autores, como aquellas que se forman durante la ejecución de las acciones y operaciones que tienen un carácter esencialmente matemático. A partir del análisis realizado acerca del concepto de habilidad y sus principales tendencias, del papel de la resolución de ejercicios y problemas en el aprendizaje de la Matemática y lo que caracteriza la actividad matemática del estudiante se concluye que:

La habilidad matemática es la construcción, por el estudiante, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, utilizar estrategias de trabajo, realizar razonamientos, juicios que son necesarios para resolver problemas matemáticos. (Ferrer, 2012, p.12)

Estas expresan, por tanto, no sólo la preparación del estudiante para aplicar sistemas de acciones (ya elaborados) inherentes a una determinada actividad matemática, ellas comprenden la posibilidad y necesidad de buscar y explicar ese sistema de acciones y sus resultados, de describir un esquema o programa de actuación antes y durante la búsqueda y la realización de vías de solución de ejercicios y problemas en una diversidad de contextos; poder intuir, percibir el posible resultado y formalizar ese conocimiento matemático en el lenguaje apropiado.

Este concepto indica, que no es suficiente pensar en la preparación del estudiante para multiplicar fracciones, demostrar un teorema o resolver una ecuación, también atiende a sus posibilidades para explicar el modo de actuar, proyectar el método o procedimiento a emplear, estimar las características del resultado que le permita comparar el objetivo con lo logrado y poder escribirlo en el lenguaje apropiado, en las diferentes formas de representación.

Se asume esta definición por las siguientes razones: Es una acción que ejecuta el estudiante ante una actividad matemática y toma conciencia del por qué la realiza. Moviliza los conocimientos que posee para buscar otros conocimientos y resolver ejercicios y problemas. Permiten la posibilidad y necesidad de buscar y explicar el sistema de acciones y sus resultados. Describir un esquema o programa de actuación antes y durante la búsqueda y la realización de vías de solución de ejercicios y problemas.

Las precisiones sobre el concepto de habilidad matemática tienen como premisas lograr claridad acerca del objeto matemático sobre el que actúa el individuo (concepto o definición, teorema, demostración, procedimiento de solución, etc.) y la delimitación de la acción que sobre dicho objeto va a ejecutar según el propósito o fin a lograr. Esto obliga a reflexionar sobre el significado que en el orden intelectual y lógico tiene una u otra acción, por ejemplo: describir, identificar, explicar, relacionar, generalizar, resolver, etc. (p.14)

Cada contenido matemático, por su naturaleza, exige un modo de actuar con características específicas, por tanto las habilidades matemáticas han de expresar esas particularidades teniendo en cuenta el campo a que se refieren y los niveles

de sistematicidad y complejidad de la actividad a ejecutar.

Las habilidades matemáticas no solo expresan la preparación del estudiante para aplicar sistemas de acciones (ya elaborados) propios de una determinada actividad matemática; sino que ellas comprenden la posibilidad y necesidad de buscar y explicar ese sistema de acciones y sus resultados, de describir un esquema o programa de actuación antes y durante la búsqueda y la realización de vías de solución de problemas en una diversidad de contextos; poder intuir, percibir el posible resultado y formalizar ese conocimiento matemático en el lenguaje apropiado, es decir, comprende el proceso de construcción y el resultado del dominio de la actividad matemática.

Al hablar de habilidad se considera un complejo formado por conocimientos específicos, sistemas de operaciones, conocimientos y operaciones lógicas. En este sentido general se considera que un estudiante posee determinada habilidad cuando “aprovecha los datos, conocimientos o conceptos que se tienen, operar con ellos para la elucidación de las propiedades sustanciales de las cosas y la resolución exitosa de determinadas tareas teóricas o prácticas.” (Petrovzki, 1989, p.42)

Puede señalarse que en las habilidades matemáticas se deben considerar tres componentes fundamentales:

- Conocimientos matemáticos.
- Sistema de operaciones de carácter matemático.
- Conocimientos y operaciones lógicas.

El dominio de una habilidad implica el de cada uno de estos elementos. Esto significa que para desarrollar una habilidad no es suficiente la repetición de la parte práctica de la acción. Es necesario que se tenga en cuenta además la parte que corresponde al pensamiento teórico, el estudiante debe ser capaz de:

- Identificar las características y propiedades de los conocimientos que le sirven de base.
- Comprender la orientación necesaria para realizar la acción (sucesión de pasos).
- Poseer los conocimientos y operaciones lógicas que enlazan el plan de acción (procedimiento) con los conocimientos y su ejecución. (Molina, 2004, p.15)

El contenido de las acciones y operaciones que se ejecutan en la actividad matemática comprenden aquellos recursos de los que debe disponer el estudiante así como las estrategias y métodos que le permitan desplegar ese modo de actuar.

Atendiendo a las acciones y operaciones que se ejecutan en cualquier actividad matemática, especialmente su contenido descrito en los componentes señalados

anteriormente, permiten caracterizar y distinguir las habilidades matemáticas siguientes:

1. Habilidades matemáticas referidas a la formación y utilización de conceptos y propiedades.
2. Habilidades matemáticas referidas a la elaboración y utilización de procedimientos algorítmicos a partir de algoritmos conocidos.
3. Habilidades matemáticas referidas a la utilización de procedimientos heurísticos.
4. Habilidades matemáticas referidas al análisis y solución de situaciones problémicas de carácter intra y extramatemáticas. (Ferrer, 2012, p.15)

A partir de la caracterización de la actividad matemática y su estructura; además de tener en cuenta los tres niveles de sistematicidad de dicha actividad (general, particular y singular) se ha podido diseñar un sistema de habilidades matemáticas en el que se definen las habilidades que se corresponden con cada nivel, tomando como referencia el papel de la resolución de ejercicios y problemas en la orientación y ejecución de dicha actividad.

“Las habilidades matemáticas, en esos tres niveles de sistematicidad de la actividad matemática las caracterizamos de la forma siguiente:

Niveles de sistematicidad		Habilidades matemáticas
General	-----	Habilidad para problemas matemáticos.
Particular	-----	Habilidades matemáticas básicas.
Singular	-----	Habilidades matemáticas elementales.”

(p.15)

Las habilidades matemáticas básicas son las construcciones que hace el estudiante de métodos de solución o análisis, de un problema matemático, constituyen objetivos parciales en la preparación de los estudiantes para resolver determinados problemas. En ellas se pueden concretar métodos de solución para uno o varios tipos de problemas. El contenido de esta habilidad matemática refleja la exigencia en cuanto a la sistematización de las habilidades referidas a la elaboración o utilización de conceptos, propiedades, procedimientos algorítmicos o heurísticos que posibilitan el desarrollo de la habilidad general porque brindan métodos de solución para el o los problemas que al estudiante se plantean.

Los rasgos que caracterizan las habilidades matemáticas básicas son:

- Responden a un eslabón o nivel de desarrollo parcial de la habilidad general.
- Indican el nivel de aplicación exigido a conceptos, relaciones y procedimientos que se sistematizan en un método de solución.

- Delimitan la acción a ejecutar (demostrar, calcular, construir, explicar, fundamentar, etc.).
- No tienen un carácter específico al ser aplicable en una diversidad de situaciones.
- Expresan el nivel de profundidad con que se deben elaborar y utilizar los conceptos, teoremas y procedimientos que se sistematizan en el método de solución. ( p.16)

Ejemplos de habilidades matemáticas básicas, en relación con la habilidad general señalada son: modelar, trasponer de miembro, reducir términos semejantes, resolver ecuaciones lineales, entre otras.

Las habilidades matemáticas elementales son las construcciones de procedimientos específicos derivados directamente del modo de operar con los conceptos, teoremas o procedimientos que al establecer las conexiones entre ellos conforman métodos de solución, constituyen la base de las habilidades matemáticas básicas. En ellas se encuentran las operaciones de cálculo, por ejemplo, que llegan a alcanzar un alto grado de sistematización en los estudiantes de la escuela media. Esta habilidad refleja las condiciones concretas, particulares, que son necesarias en las habilidades referidas a la elaboración o utilización de los conceptos, propiedades, procedimientos algorítmicos o heurísticos que debe desarrollar el estudiante.

Los rasgos que caracterizan las habilidades matemáticas elementales son:

- Tienen un carácter específico con relación al modo de actuar dado en la habilidad general.
- Se determina de la acción a realizar directamente con conceptos, teoremas y procedimientos.
- Indican condiciones (previas o no) necesarias para desarrollar la habilidad matemática básica.

La habilidad matemática general, como reflejo de lo que debe saber hacer el estudiante en una unidad temática determina un enfoque sistémico de las habilidades matemáticas atendiendo a los siguientes aspectos:

- De ella se determina el objetivo central del sistema de conocimientos y habilidades.
- Se determinan objetivos parciales a través de los cuales se forma y desarrolla la habilidad general.
- Se establecen las relaciones de dependencia o no entre los conocimientos y habilidades matemáticas básicas y elementales que la conforman.
- Se logra que el contenido de la unidad no sea visto clase a clase, de habilidad en habilidad, sino como un todo más complejo que le da salida al objetivo central (habilidad general).
- El establecimiento de relaciones entre sistemas de habilidades de mayor y menor grado de complejidad se alcanza viendo cada unidad como un sistema que además se relaciona con otros de los diferentes grados y niveles de enseñanza.

- El establecimiento de las relaciones entre los elementos del sistema da la posibilidad de que el estudiante observe modos alternativos de respuestas a los problemas esenciales (habilidad general). (p.17)

El enfoque de sistema del proceso de formación de habilidades matemáticas orienta su estudio de forma integral a revelar las diversas relaciones, propiedades, componentes y cualidades que se manifiestan en el proceso de desarrollo, los estados o niveles por los que transita este proceso y que se materializan en la actuación del estudiante. Este se sustenta en el principio de la sistematización, pero a diferencia de éste, significa que el objeto de estudio se estructura como un conjunto de invariantes, las cuales constituyen la expresión de lo esencial del contenido y guían el proceso de búsqueda de los restantes conocimientos que le dan precisión, profundidad y solidez.

La formación del sistema de habilidades matemáticas es un proceso planificado y dirigido por el profesor, tiene su término en la actuación del estudiante y es ahí donde, en última instancia, se evalúa la eficiencia de dicho proceso.

### **1.3 Potencialidades del complejo de materia "Trabajo con Variables" para el desarrollo de la habilidad resolver sistemas de ecuaciones lineales.**

El trabajo con variables se introduce desde los primeros grados de la escuela primaria donde esta se emplea en el trabajo con tablas, en la solución de ecuaciones y en la formulación de relaciones y propiedades de las operaciones.

La línea directriz del saber trabajo con variables se desarrolla desde la primera unidad en los grados secundarios, al integrar las diferentes áreas matemáticas<sup>1</sup>, lo que implica que desde las unidades referidas al trabajo con los dominios numéricos se propicia el empleo de las variables, retomando el trabajo desarrollado en el grado precedente.

En la Educación Secundaria Básica se consolidan y sistematizan los conocimientos y habilidades matemáticas sobre el trabajo con variables que poseen los estudiantes en la escuela primaria, se introducen elementos de tecnicismo algebraico y se considera la variable como designación asociada a los elementos del conjunto de los números enteros, se introducen los productos notables y la descomposición en factores y se hace notar el sentido de variación simultánea en las variables implicadas en la

---

<sup>1</sup> Aritmética, Álgebra y Geometría.

proporcionalidad y se establece las relaciones de precedencia entre los recursos del tecnicismo algebraico estudiados y las ecuaciones cuadráticas y fraccionarias que se tratan en el grado, en cuanto a la traducción del lenguaje común al algebraico y viceversa, se trabaja desde lo más simple a lo más complejo, al abordar las ecuaciones y sistemas de ecuaciones que se tratan en cada uno de los grados se sistematizan los procedimientos adquiridos en el trabajo con variables al ser aplicados como un recurso para la solución de las ecuaciones planteadas.

En el preuniversitario el desarrollo de la línea directriz trabajo con variables se caracteriza por el repaso, la sistematización y profundización de lo aprendido en la secundaria básica, así como por su aplicación constante y sistemática en el estudio de los contenidos de este nivel.

En este nivel se debe lograr que los estudiantes profundicen sus conocimientos sobre los procedimientos de descomposición factorial, mediante el estudio de métodos aplicables a polinomios enteros con más de tres términos y desarrollen habilidades en su uso, amplíen sus conocimiento sobre los polinomios y sus propiedades, y sus habilidades para trabajar con ellos, así como sus habilidades en el trabajo con fracciones algebraicas, apliquen estos conocimientos al trabajo con ecuaciones, funciones y la geometría. (MINED,1992,p.49)

En resumen el trabajo con variables permite:

- Expresar en un lenguaje simbólico (mediante la habilidad de modelar) diversas relaciones de la vida diaria, la producción la técnica y la ciencia, auxiliados por el traslado de las expresiones del lenguaje común al matemático, e interpretar los resultados obtenidos por el proceso inverso. Esto permite ver la matemática como un medio para interpretar y contribuir a transformar el medio que nos rodea. En múltiples oportunidades esto ocurre vinculando las variables mediante ecuaciones,
- Contribuir a la capacitación de los estudiantes para el trabajo correcto con la terminología y simbología matemáticas, preparando así condiciones para el entendimiento de conocimientos cada vez más complejos,
- Contribuir al desarrollo del pensamiento lógico, deductivo, creativo con fantasía de los estudiantes, a su flexibilidad y agilidad mental, entre otros aspectos, a través de la solución de ejercicios de demostración, de cálculo, de construcción y problemas donde intervienen las variables. (p.50)

El trabajo con las ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones constituye un campo importante de aplicación del trabajo con variables<sup>2</sup>. De este modo las situaciones típicas de la enseñanza de la matemática que con mayor frecuencia se

---

<sup>2</sup> Es otra de las líneas directrices en la enseñanza de la Matemática en la escuela cubana, de gran importancia por la aplicabilidad de los contenidos a la práctica y por su contribución a la formación de valores en los estudiantes.

presentan en el complejo de materia Trabajo con Variables son el tratamiento de conceptos y sus definiciones y el tratamiento de las sucesiones de indicaciones con carácter algorítmico.

La solución de ecuaciones e inecuaciones y sistemas de ecuaciones se puede realizar por reflexiones lógicas que no son más que los procedimientos de solución para los cuales no se emplean fórmulas o reglas de transformación, sino que la solución se logra a través de la aplicación de conocimientos sobre el significado de las operaciones de cálculo y sus operaciones, la relación de orden, en el dominio que se trabaja la aplicación de definición, de pruebas sistemáticas y a través de la aplicación de leyes de cálculo.

Esta forma de resolver ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones ofrece la posibilidad de fijar conocimientos sobre conceptos, teoremas y procedimientos sin necesitar para ello una estructuración metodológica detallada, aunque es necesario hacer consciente al estudiante de que al aplicar este procedimiento, se emplean procedimientos estudiados.

La necesidad de empleo del método de solución por reflexiones lógicas sobre el contenido de la enseñanza de la matemática, resulta de que:

- La comprensión del contenido posibilita la formación de capacidades mentales generales importantes y valiosas cualidades del carácter.
- La aplicación de las reflexiones lógicas posibilita la asimilación del contenido de conceptos fundamentales y capacita a los estudiantes para aplicarlos de forma segura.
- El saber y el poder en el trabajo por reflexiones lógicas sobre el contenido contribuye de forma decisiva a la comprensión y aplicación razonable de los procedimientos de solución según al cálculo algorítmico.

Debido al trabajo mental exigente por las reflexiones lógicas se puede pensar en otra vía de solución denominada cálculo algorítmico, que se caracteriza por:

- Ser aplicable a todas las ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones de un tipo determinado.
- Asegurar la determinación de todas las soluciones para ese tipo de ejercicios.

- Posibilita el trabajo racional y el uso correcto de la terminología y simbología matemática.

Para la solución de ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones, según el procedimiento antes descrito, se deben diferenciar las acciones de identificación encaminadas a reconocer la ecuación, inecuaciones y sistemas de ecuaciones de que se trate, para determinar el algoritmo más viable a emplear, y llevar a cabo las acciones de transformación correspondientes. Lo que desarrolla en los estudiantes la capacidad de identificación y transformación de gran importancia en la matemática.

En el tratamiento de este contenido tanto la solución a través de reflexiones lógicas como por carácter algorítmico contribuyen a la formación de la personalidad de los estudiantes. Se diferencia esencialmente y no deben ser tratados a la vez.

En la solución de este contenido por reflexiones lógicas predomina el aspecto referido a la comprensión del contenido; al significado de las palabras, mientras que en la solución según procedimientos algorítmicos predomina lo referido a símbolos y serie de símbolos.

**Ejemplo:** Resuelve el siguiente sistema por reflexiones lógicas:

$$x + 3y = 6$$

$$5x - 2y = 13$$

Un sistema como este puede ser resuelto por reflexiones lógicas sobre el contenido de forma rápida por los estudiantes, luego esto podría ser una invitación por parte del profesor hacia los estudiantes. Así podría obtenerse en muy poco tiempo el par (3; 1), solución del sistema (previa comprobación).

La solución de sistemas de ecuaciones además de poder realizarse mediante reflexiones lógicas, también se logra por el empleo de procedimientos algorítmicos.

El término algoritmo se emplea con frecuencia en matemática por estudiantes y profesores. Se define como: "... regla exacta sobre la ejecución de cierto sistema de operaciones, en un determinado orden, de modo que resuelvan todos los problemas de un tipo dado". (MINED, 1992, p.245)

Este concepto de algoritmo de gran significación en los últimos tiempos con el desarrollo de la Computación, no puede ser aplicado estrictamente en las Ciencias Pedagógicas; tomándose del mismo una concepción intuitiva con respecto al

contenido, se obtiene el concepto de sucesión de indicaciones de carácter algorítmico (SICA).

Las SICA se caracterizan como una sucesión de órdenes o indicaciones para realizar un cierto sistema de operaciones en un orden determinado, que inducen a operaciones unívocas, rigurosamente determinadas y del mismo tipo en aquellos individuos hacia los cuales están dirigidos. Estos conceptos tienen en común que el sistema de operaciones se realiza en un orden determinado y tiene carácter unívoco. Se diferencian en que las operaciones en la sucesión de indicaciones tienen que considerar las condiciones de los individuos que la van a ejecutar, como son:

- el desarrollo de los estudiantes,
- los conocimientos previos con que cuentan,
- los objetivos que se persiguen,
- la complejidad de la sucesión, entre otras, lo que le da un carácter metodológico.

El desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática en décimo grado exige que los estudiantes realicen actividades mentales como: resolver cálculos, demostrar teoremas, resolver problemas relacionados con la vida práctica, realizar construcciones geométricas, lo cual exige una adecuada planificación dirigida hacia el objetivo que se pretende alcanzar, de modo que se racionalice el esfuerzo mental aplicando diferentes procedimientos de solución tomando como punto de partida que estos pueden ser algorítmicos o heurísticos.

En los programas de Matemática se establecen los procedimientos algorítmicos que los estudiantes deben conocer y poder aplicar, a diferencia de los procedimientos heurísticos que aunque estos forman parte de la materia de enseñanza juegan un papel importante para encontrar ideas de solución a cálculos particulares y también a nuevos algoritmos de solución.

El programa de la enseñanza de preuniversitario, según la resolución ministerial 175/05, en décimo grado cuenta con seis frecuencias semanales durante 40 semanas y en el análisis de dicho programa se observa que los sistemas de ecuaciones son tratados como un epígrafe de la unidad temática #2 Funciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones, que cuenta con 18 horas clases, de ellas 14 para sistema de ecuaciones lineales.

En el epígrafe sistemas de ecuaciones se trabaja los siguientes contenidos: definición de sistema de ecuaciones lineales, solución y conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales, sistemas equivalentes. Transformaciones que pueden realizarse en un sistema. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos variables. Sistemas de tres ecuaciones lineales con tres variables. Sistemas cuadráticos. Problemas que conducen a ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales y cuadráticos.

Entre los objetivos generales y específicos del programa se mencionan los que de forma directa tributan al desarrollo de: Formular y resolver problemas relacionados con el desarrollo político, económico y social, local, nacional, regional y mundial y con fenómenos y procesos científico ambientales, que requieran transferir conocimientos y habilidades aritméticas, algebraicas, geométricas y trigonométricas a diferentes contextos y promueven el desarrollo de la imaginación, de modos de la actividad mental, de sentimientos y actitudes que le permitan ser útil a la sociedad y asumir conductas revolucionarias y responsables ante la vida. Exponer sus argumentaciones de forma precisa, coherente racional y convincente, a partir del dominio de la simbología y terminología matemática, como base para su mejor desenvolvimiento en todos los ámbitos de su actividad futura. Estimar y calcular cantidades, relaciones de proporcionalidad, longitudes, áreas y volúmenes, incógnitas y parámetros para proyectar y ejecutar actividades prácticas, así como para resolver problemas relacionados con hechos y fenómenos sociales utilizando su saber acerca de los números reales, las magnitudes, las relaciones funcionales, las ecuaciones, la geometría plana y la trigonometría. (MINED, 2006, p.3)

Así mismo entre las orientaciones metodológicas generales de la asignatura se plantea la necesidad de potenciar el desarrollo de los estudiantes hacia niveles superiores de desempeño, a través de la realización de tareas cada vez más complejas, incluso de carácter interdisciplinario, y el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y la creatividad. Plantear el estudio de los nuevos contenidos matemáticos en función de resolver nuevas clases de problemas de modo que la resolución de problemas no sea solo un medio para fijar, sino también para adquirir nuevos conocimientos, sobre la base de un concepto amplio de problema. Propiciar la reflexión, la comprensión conceptual junto con la búsqueda de significados, el análisis de qué métodos son

adecuados y la búsqueda de los mejores, dando posibilidades para que los estudiantes elaboren y expliquen sus propios procedimientos, de modo de alejar todo formalismo en el proceso enseñanza aprendizaje. Sistematizar continuamente conocimientos, habilidades y modos de la actividad mental, tratando, además, que se integre el saber de los estudiantes procedentes de distintas áreas de la Matemática, e incluso de otras asignaturas. Planificar, orientar y controlar el trabajo independiente de forma sistémica de forma variada y diferenciada, que les permita desarrollar habilidades para la lectura la búsqueda de información, la interpretación de diversas fuentes, el trabajo cooperado y la argumentación y comunicación de sus ideas en un adecuado clima afectivo donde haya margen para el error.

Estos contenidos se deben impartir con las frecuencias antes mencionadas, es necesario diagnosticar al estudiante, observar su seguimiento y orientar actividades para lograr resultados satisfactorios relacionados con las habilidades que se deben desarrollar en la unidad.

Según la necesidad de contextualizar los programas, aspecto este de suma importancia para la enseñanza preuniversitaria, es preciso que aunque el contenido de la clase no esté específicamente relacionado con la habilidad resolver sistemas de ecuaciones lineales se le dedique la atención requerida para garantizar un buen desarrollo en la adquisición de otras habilidades que se deben formar en los diferentes grados.

Para el logro de tal objetivo es preciso conocer las potencialidades y carencias tanto de los profesores como de los estudiantes para dirigir el proceso adecuadamente, así como de una correcta planificación del contenido, donde juega un rol importante una adecuada selección de los ejercicios a emplear en cada clase.

## CAPÍTULO II

### EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD: RESOLVER SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES EN LOS ESTUDIANTES DE DÉCIMO GRADO: SU ESTADO ACTUAL, SISTEMA DE EJERCICIOS Y CONSTATACIÓN.

En este capítulo se hace referencia a los elementos prácticos relacionados con la caracterización de la población y la muestra de la investigación y la descripción de la aplicación de los instrumentos del diagnóstico que se aplica. A la fundamentación del sistema de ejercicios, así como la constatación de los resultados una vez aplicado en la práctica educativa.

#### 2.1 Estado actual del desarrollo de la habilidad: resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado.

El diagnóstico de la investigación se llevó a cabo mediante la aplicación de los instrumentos investigativos que se muestran en los anexos 1, 2, 3, 4, 5 en el primer semestre del curso escolar 2018-2019. Los resultados obtenidos se explican sobre la base de las dimensiones e indicadores que se muestran a continuación.

Dimensiones	Indicadores
Cognitiva	<ul style="list-style-type: none"><li>• Conocimientos metodológicos que poseen los profesores para el desarrollo de la habilidad que se estudia.</li><li>• Conocimientos que poseen los estudiantes para resolver sistema de ecuaciones.</li></ul>
Motivacional	<ul style="list-style-type: none"><li>• Profesores y estudiantes desean elevar su formación general integral.</li><li>• Los profesores muestran afán en las transformaciones en la enseñanza.</li><li>• Los profesores manifiestan disposición para enfrentar la tarea.</li></ul>
Afectiva	<ul style="list-style-type: none"><li>• Actitud de los estudiantes ante el desarrollo de los ejercicios.</li><li>• Disposición de los profesores y estudiantes para la realización de los ejercicios.</li><li>• Motivación que se alcanza con la investigación.</li></ul>

## **Resultados obtenidos en la observación a clases de Matemática en décimo grado. (Anexo 1)**

Se visitaron seis clases de Matemática, con el objetivo de constatar el trabajo de los profesores para el desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en décimo grado.

Potencialidades:

- El contenido tratado en la clase abarca los diferentes métodos de solución estudiados, teniendo en cuenta el método más factible a emplear.
- Las actividades evaluativas le posibilitan al profesor comprobar si el estudiante adquirió el procedimiento de solución para el contenido que recibió.
- Las actividades o ejercicios de estudio independiente contribuyen al empleo de los diferentes métodos estudiados.
- Las clases observadas se ajustan al contenido y existe dominio por parte de los profesores de los métodos que se trabajan.

Insuficiencias:

- En el 84% de las clases no constituye objetivo de la clase ofrecer una visión integradora de los contenidos.
- Se trabajan solo los métodos contemplados en el programa, es decir no se trabajan ejercicios donde se empleen reflexiones lógicas o vinculados a otros métodos como el gráfico y el de igualación.
- Es insuficiente el carácter concatenado del contenido que reciben los estudiantes.
- No se apreció en ninguna de las clases el empleo de medios de enseñanza.
- Los ejercicios que se emplean son fundamentalmente de carácter reproductivo y en algunas ocasiones de aplicación.

## **Resultados obtenidos en la entrevista al jefe de departamento de Matemática** (Anexo 2)

### Potencialidades:

- El claustro posee dominio de los aspectos teóricos sobre los sistemas de ecuaciones, los métodos para su solución y de la importancia que tiene su desarrollo en las clases para contribuir a las formas de trabajo y pensamiento de la Matemática.
- Es una prioridad para el departamento el perfeccionamiento de la docencia para posibilitar la elevación de la competencia cognitiva de los estudiantes y su formación cívica y patriótica, esta tiene como objetivo lograr desde el punto de vista científico metodológico, político ideológico y pedagógico el perfeccionamiento de la preparación de profesores para la elevación de la competencia cognitiva de los estudiantes y su formación cívica en el desarrollo de una docencia de calidad. Para darle cumplimiento a la misma se diseñan actividades como la concepción sistémica, interdisciplinaria y desarrolladora de la tarea docente con un enfoque profesional.
- Desde el departamento se diseñan acciones para la preparación metodológica del claustro, entre las que se pueden destacar, clases metodológicas (instructivas y demostrativas), clase abierta y visita a clases.

### Insuficiencias:

- Es insuficiente la sistematicidad en el trabajo para desarrollar la habilidad resolver sistemas de ecuaciones lineales.
- El trabajo en el colectivo de asignatura es limitado para potenciar el trabajo con las habilidades y particularmente con la de resolver sistemas de ecuaciones lineales.
- Se continúa fortaleciendo el procedimiento y no se varían condiciones para que el estudiante comprenda la importancia de lo que estudia.

## **Resultados obtenidos en la aplicación de la encuesta a los profesores de Matemática de décimo grado.** (Anexo 3)

- El 100% de los profesores plantearon que sus conocimientos sobre las habilidades matemáticas eran medio.

- Es deficitario el nivel de información que poseen sobre las habilidades matemáticas, es insuficiente la consulta de trabajos nacionales, pues plantean que son la minoría de las fuentes consultadas, ninguno de los profesores marca la intuición como fuente.
- Los conocimientos sobre las habilidades matemáticas los han obtenido a partir de trabajo metodológico y autosuperación.
- El 100% plantea que tienen en cuenta las habilidades a desarrollar en los estudiantes, centran la atención en él e incluyen actividades evaluativas basadas en el contenido que deben dominar.
- Es insuficiente el empleo de actividades evaluativas interdisciplinarias basadas en el desempeño del estudiante.
- Es insuficiente la variación de condiciones en cada uno de los ejercicios.
- Los profesores manifestaron tener dominio de las habilidades matemáticas que pueden desarrollar en sus clases, pero cada una a su tiempo, es decir no la ven de una forma concatenada.
- El 100% plantea la flexibilidad en los análisis, la sistematicidad, la originalidad, capacidad comunicativa, capacidad para asociar información y posibilidades para el trabajo en equipo como cualidades que debe tener un profesor para desarrollar habilidades matemáticas.
- Sobre el proceder para contribuir al desarrollo de la habilidad resolver sistemas de ecuaciones lineales, el 100% manifiesta como lo fundamental el desarrollo de acciones para el dominio, por parte de los estudiantes de los métodos para su solución y dejan en un segundo plano las condiciones previas que hay que asegurar para el logro de tal objetivo.

**Resultados obtenidos en la aplicación de la prueba pedagógica a estudiantes de décimo grado.** (Anexo 4)

Se aplicó con el objetivo de constatar el desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado.

Se aplicó a 22 estudiantes de décimo grado. Se pudo constatar que el 91% de los estudiantes no dominan la terminología de reflexiones lógicas para resolver un sistema de ecuaciones lineales, en el 60% de los estudiantes existe dificultad en la

aplicación del método de sustitución para resolver sistema de ecuaciones lineales, en el 76% de los estudiantes existe dificultad en la solución de los sistemas de tres ecuaciones con tres variables, el 91% no es capaz de fundamentar la factibilidad de la aplicación de uno u otro método, así mismo solo el 97% de ellos no fue capaz de obtener un sistema de ecuaciones lineales dada su solución.

En la etapa diagnóstica se pudo constatar que existen serias dificultades en los estudiantes en cuanto al desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales, apreciándose un nivel reproductivo en el desempeño de los mismos. Existe dificultad en el orden metodológico por parte de los profesores para contribuir al desarrollo de la habilidad resolver sistemas de ecuaciones lineales, por lo se hace necesario un trabajo que constituya una guía para elevar así la calidad del proceso enseñanza aprendizaje de la Matemática en décimo grado.

## **2.2 Sistema de ejercicios para contribuir al desarrollo de la habilidad: resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado.**

La resolución de ejercicios y problemas es una vía fundamental para realizar la enseñanza de la Matemática. Es por ello que los profesores deben conocer formas efectivas de explotar al máximo las posibilidades que estos brindan para contribuir al mantenimiento y desarrollo de habilidades y hábitos; al desarrollo del pensamiento y a la educación ideológica de los estudiantes.

Existen diferentes criterios del concepto ejercicio. La mayoría de los autores lo definen como una exigencia para la realización de acciones, solución de situaciones, deducción de relaciones, cálculo, etcétera.

El autor asume la definición dada por Muller (1992), el cual entiende como ejercicio en la enseñanza de la Matemática "una exigencia para actuar que se caracteriza por el objetivo de las acciones; el contenido de las acciones y las condiciones para las acciones" (p.406)

A partir de aquí se define problema como:

un ejercicio que refleja, determinadas situaciones a través de elementos y relaciones del dominio de las ciencias o la práctica, en el lenguaje común y exige de medios matemáticos para su solución. Se caracteriza por tener una situación inicial conocida y una situación final desconocida, mientras que su vía de solución

también desconocida se obtiene con ayuda de procedimientos heurísticos (MINED, 1992, p.407)

Lo anterior demuestra que los problemas son un tipo de ejercicio de la enseñanza de la Matemática y juegan un papel fundamental en esta por las funciones que desempeñan y que se encuentran en estrecha relación con los campos de objetivos de esta enseñanza.

Los problemas o ejercicios de aplicación o con textos, como caso particular de los ejercicios, cumplen las funciones, instructiva, educativa, desarrolladora y de control. Estas permiten elevar el nivel de instrucción y educación de los estudiantes, la capacidad de estos para el trabajo independiente, el grado de desarrollo de su pensamiento matemático, así como el cumplimiento de los objetivos de la asignatura.

Esto se logra si se realiza una adecuada selección de los ejercicios. Según Bruder(1992), se comprende como selección de ejercicios” Una actividad Pedagógica productiva y dirigida hacia un objetivo para los cuales hay que apoyarse especialmente en diferentes factores subjetivos y condiciones de cálculo en la clase; con una alta conciencia del objetivo en relación con los planes de estudio” (p.448)

Es provechoso destacar que las funciones rectoras de los ejercicios en Matemática nunca aparecen aisladas una de las otras, no obstante la función rectora que prevalece en un ejercicio, que es la que determina el objetivo fundamental por el cual este se les plantea a los estudiantes, debe ser realizada en primer lugar.

Es necesario destacar que también los ejercicios donde prevalece más de una función rectora (las tres inclusive pueden tener el mismo grado de importancia), son ejercicios de una gran carga instructiva, educativa y de desarrollo y los profesores deben utilizar, siempre que les sea posible.

"Un sistema de ejercicios no es solamente una agrupación de ejercicios, este conjunto debe cumplir determinados principios de acuerdo a quién está dirigido". (Muñoz, 1978, p.44) Un sistema de ejercicios puede estar dirigido a la formación de un concepto, a la asimilación de un teorema o la asimilación de procedimientos para la resolución de ejercicios. A partir de esta definición el sistema de ejercicios que se propone en la investigación está dirigido a la asimilación de procedimientos para la

resolución de sistemas de ecuaciones lineales en el tratamiento de la Unidad Funciones lineales y cuadráticas. Inecuaciones y sistemas de ecuaciones.

En la selección, reformulación y elaboración de los ejercicios que componen el sistema se tuvo en cuenta las posibilidades que existen para formar los complejos de ejercicios en esta temática:

Primera posibilidad: Sistema de ecuaciones, dominio básico, conjunto solución.

Tipo 1: Dado el sistema de ecuaciones y el dominio básico. Hallar el conjunto solución.

Tipo 2: Dado el conjunto solución y el dominio básico de un sistema de ecuaciones. Hallar un sistema de ecuaciones.

Tipo 3: Dado el sistema de ecuaciones y el conjunto solución. Hallar el dominio básico.

Segunda posibilidad: Se tiene en cuenta la equivalencia de ecuaciones.

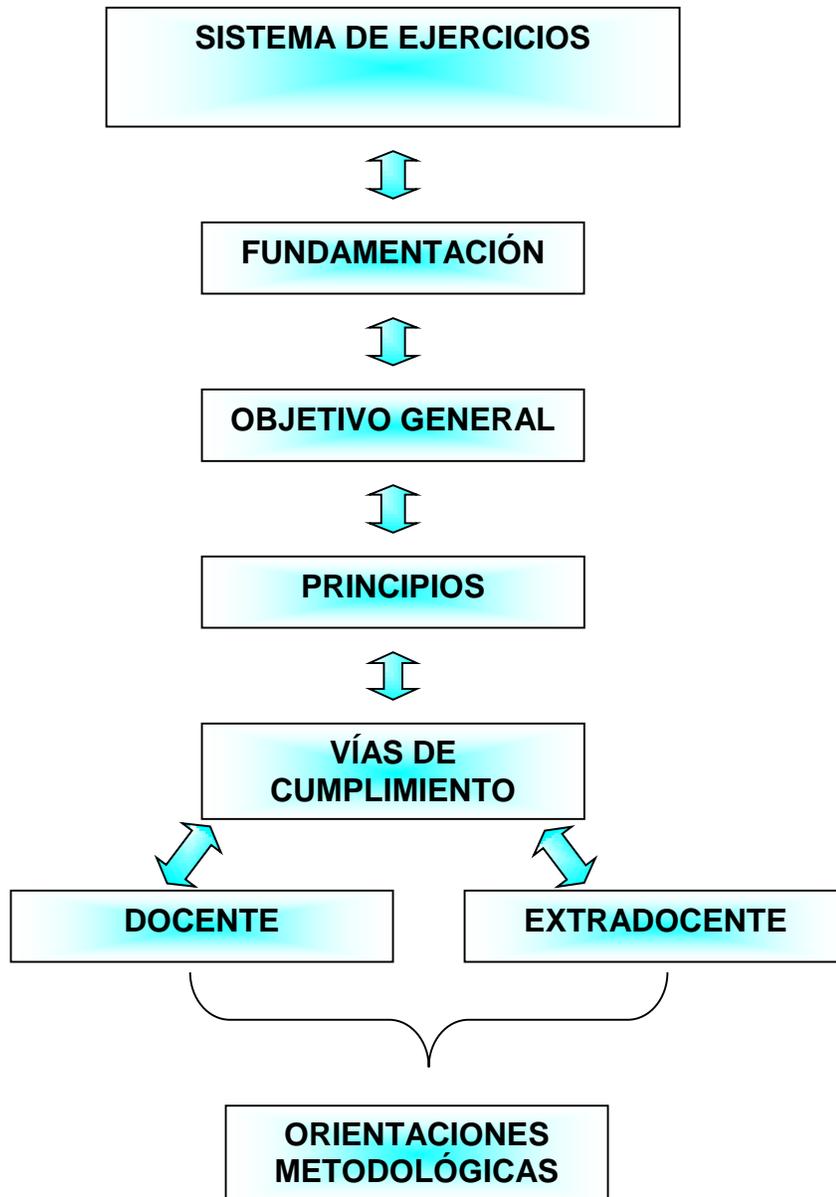
Tipo 1: Dado el sistema analizar su equivalencia en un dominio dado.

Tipo 2: Dado el sistema y el dominio básico. Hallar un sistema que sea equivalente al dado en ese dominio.

Tipo 3: Dado dos sistemas determinar un dominio básico donde ambos sean equivalentes.

Tercera posibilidad: Se deben tener en cuenta los tipos de sistemas en particular. Aquellos en los que aparecen parámetros y se solicita, dadas ciertas condiciones, hallar los valores que los satisfacen.

El sistema de ejercicios que se presenta en la investigación se refleja en el siguiente esquema:



El objetivo del sistema de ejercicios es contribuir al desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado. Para su elaboración se tuvo en cuenta determinados principios, tales como:

- Jerarquía se expresa en la graduación de los ejercicios por el nivel de dificultad en la aplicación del procedimiento para guiar el pensamiento hacia niveles crecientes de asimilación.
- Pertinencia para involucrar a los estudiantes en la solución de la situación problémica como elemento imprescindible para la solución del sistema.
- Asequibilidad se basa en la simplificación didáctica para que el aprendizaje se produzca de lo sencillo a lo complejo, de lo próximo a lo distante, de lo conocido a lo desconocido, de lo fácil a lo difícil de lo concreto a lo abstracto para que los estudiantes puedan resolver de forma independiente los ejercicios y darles el menor grado de ayuda posible.
- Vinculación de la teoría con la práctica para desarrollar una enseñanza técnica, enseñar a los estudiantes a manejar la teoría pero también la práctica, es decir, enseñarlos a adquirir ideas abstractas, pero a adquirir también ideas prácticas, conocimientos prácticos.

Además se organizó la asimilación de los distintos procedimientos que forman el sistema para desarrollar habilidades en los estudiantes de modo que puedan determinar si es posible o no la aplicación de un procedimiento en una situación determinada. Se tuvo en cuenta la función o funciones rectoras que pueden realizar cada uno de los ejercicios y que objetivo se proponen, las formas de trabajo y pensamiento matemático<sup>3</sup> y la relación entre las áreas de la Matemática.

Luego de la determinación de los principios que sustentan el sistema de ejercicios para el desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones matemáticos en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la asignatura Matemática en décimo grado, se decidió que las vías de cumplimiento para este fueran la docente (son aquellas que se realizan en la clase con la dirección del profesor) y la extradocente (son aquellas que se resuelven fuera de la clase con orientación precisa del profesor).

El sistema de ejercicios fue concebido para el tratamiento de la Unidad Funciones lineales y cuadráticas. Inecuaciones y sistemas de ecuaciones, donde la ejercitación juega un papel determinante en la asimilación de los procedimientos que se trabajan en la unidad.

---

<sup>3</sup> Consideraciones de analogía, variación de condiciones y búsqueda de relaciones y dependencias.

La ubicación de esta unidad en el programa favorece la vinculación de los contenidos con las diferentes áreas de la Matemática, favorece la formación multilateral de los estudiantes por los contenidos que en ella se tratan, fundamentalmente la resolución de problemas algebraicos.

Sistema de ejercicios:

- 1) Halla el par ordenado  $(x; y)$  con  $x \in \mathbb{Q}_+$ ,  $y \in \mathbb{Z}$  para el cual se cumplen las siguientes parejas de ecuaciones.

$$3x + y = 7$$

$$\underline{x - 2y = 7}$$

- 2) ¿Cuántos números naturales deben formar el dominio de la variable  $a$ , para que las soluciones del siguiente sistema sean números naturales?

$$5ax - y = 32$$

$$\underline{-ax + y = 0}$$

- 3) Demuestra que las rectas dadas se cortan

$$r_1: x + 2y - 13 = 0 \text{ y } r_2: 3x + y - 14 = 0$$

- 4) Sea el sistema de ecuaciones:  $x + ay - 3 = 0$

$$bx + 1 = 2y$$

Determina los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  para que el conjunto solución del sistema sea  $S = \{(3; 8)\}$

- 5) Elabora un sistema de 2 ecuaciones lineales de la forma  $ax + by = c$  conociendo que las soluciones son:  $x = 4; y = \frac{3}{4}$  ¿Cuál es el dominio básico del sistema?

- 6) Determina la relación de posición entre las rectas:

$$x - \frac{y}{2} = 36$$

$$\underline{x = y + 35}$$

7) Las variables  $a$  y  $b$  son números naturales: ¿Qué condiciones tienen que cumplir estas para que las soluciones del sistema sean también números naturales?

$$x + y = b$$

$$\underline{x - y = a}$$

8) Determine los valores de las variables  $(x; y)$  del siguiente sistema:

Sugerencia: sustituyendo  $1/x = u; 1/y = v$

$$1/x + 2/y = 7/6$$

$$2/x + 6/y = 4/3$$

9) Dados los sistemas, determina si son equivalentes y el dominio básico

$$x - 5/2y = -4,5 \quad y \quad 3/2x - 15/4y = 27/4$$

$$2x + 2y = 6,4 \quad 3x + 3y = 9,6$$

10) En el año 2008 Cuba fue afectada por dos poderosos huracanes, Gustav e Ike. La dirección de la Defensa Civil inmediatamente puso en práctica las medidas que se toman en estos casos, una de las cuales se refiere a la protección de vidas humanas. Se conoce que en total, por ambos fenómenos meteorológicos, fueron protegidas 3 179 846 personas, los evacuados por el huracán Ike sobrepasa en 1 958 153 al duplo de los evacuados por el huracán Gustav.

a) Calcule el número de evacuados en cada huracán.

b) Valore la actitud del pueblo cubano ante estos fenómenos meteorológicos.

11) Para ir de la ciudad A hasta la B hay que recorrer 665 Km. Dos autos salen al mismo tiempo, uno de A hacia B a 40 km/h y el otro de B hacia A. si dichos autos se encuentran al cabo de 7,0 horas y durante ese tiempo sus velocidades se mantienen constantes, ¿cuál es la velocidad del móvil que salió de B?

12) Un automóvil sale de A hacia B a una velocidad de 80,0 Km. Al mismo tiempo que sale un ómnibus de B hacia A a 65,0 Km. Si la distancia AB es de 435 Km.

a) ¿Cuánto tiempo tardarán en encontrarse?

b) ¿A qué distancia de B se encontrarán?

13) Dos móviles parten simultáneamente de un mismo punto y se desplazan en línea recta y en un mismo sentido con velocidades constantes. Al cabo de 4,0 horas se encontraban a 160 km uno del otro. Determina la velocidad de cada uno si se conoce que dichas velocidades están en la razón 2:3.

14) De la localidad A sale un ciclista y se desplaza en línea recta a una velocidad de 12km/h. un peatón lleva una ventaja de 14km al ciclista y se desplaza en la misma dirección y en el mismo sentido a una velocidad de 5,0km/h. ¿Al cabo de cuánto tiempo el ciclista alcanza al peatón?

15) Un tren de carga salió de Ciudad de la Habana hacia Santiago de Cuba. Una hora y media después salió de la misma estación y con el mismo sentido un tren de pasajeros, cuya velocidad era de 12km/h mayor que la del tren de carga; 8,0 horas después de su partida, el tren de pasajeros aventajaba al tren de carga en 36km. ¿Cuáles eran las velocidades de cada tren?

16) A las 2p.m. sale un ómnibus de Ciudad de La Habana hacia Santa Clara a una velocidad de 60,0km/h. a las 4p.m. sale un automóvil de Santa Clara hacia Ciudad de La Habana a una velocidad de 90,0km/h. Si la distancia entre Ciudad de La Habana y Santa Clara es aproximadamente de 300km. ¿A qué distancia de Ciudad de La Habana se encontrarán y a qué hora?

17) El camino de A hacia B consiste en subidas y bajadas. Un ciclista alcanza en la subida una velocidad promedio de 12 km/h y en la bajada de 20 km/h. Para el camino de A hacia B necesita dos horas y seis minutos y para el regreso una hora y cincuenta y cuatro minutos. Determina para estos datos la longitud total del camino, así como la longitud del trayecto de subida y la longitud del trayecto de bajada en el viaje de A hacia B.

18) Analiza si los sistemas de ecuaciones lineales siguientes son equivalentes en  $\mathbb{N}$ . Fundamenta.

$$3x - 2y - z = 1 \quad \text{y} \quad 0,2x + y - z = -1,6$$

$$2x + 3y - z = 4 \quad \quad \quad 2x - y + z = 6$$

$$x - y + 2z = 7 \quad \quad \quad -\frac{1}{2}x + y - z = -3$$

19) Determina el dominio básico donde los siguientes sistemas son equivalentes. Fundamenta.

$$\begin{array}{l} 2x + 3y + 4z = 1 \\ x + 4y - 5z = 2 \\ -2x + 3y - z = -4 \end{array} \quad \text{y} \quad \begin{array}{l} 6x - 9y + 12z = 75 \\ 2x - 8y + 10z = 4 \\ x - \frac{3}{2}y + \frac{1}{2}z = 2 \end{array}$$

20) Determina un sistema de tres ecuaciones lineales con tres variables que sea equivalente en  $\mathbb{Q}_+$  al sistema:

$$\begin{array}{l} 2x + 4y = z - 2 \\ 6x + 4z = -2y + 15 \\ 4x - y - 2z = -4 \end{array}$$

21. Determina el valor de los parámetros a, b, c en el siguiente sistema para que su solución sea:  $\{0,5; -3; 5/2\}$ . Deja por escrito tus razonamientos y comprueba.

$$\begin{array}{l} ax + y - 2z = -7,5 \\ 4x - by + 2z = 10,5 \\ x + by - cz = -5,5 \end{array}$$

22. Encuentra el sistema de tres ecuaciones lineales con tres variables cuya solución cumpla con las condiciones siguientes:

a) El valor de la primera componente es par y primo; el de la segunda componente es 5 y el de la tercera componente es el triplo del primer número natural diferente de cero.

23) El terreno cercado que se tiene para pastar las reses de una vaquería tiene forma de rombo de 10 kilómetros de lado. Se quiere ampliar dicho terreno y para ello se prolongan en la misma dirección y sentido las cercas de dos de sus lados opuestos hasta formar un trapecio. Si las prolongaciones de los dos lados opuestos

están en la razón  $\frac{1}{2}$ , la razón entre la altura del rombo y el lado menor del trapecio es  $\frac{1}{3}$  y la razón entre la altura del rombo y el lado mayor del trapecio es  $\frac{1}{4}$ . Calcula el área en que se amplió dicho terreno.

24) Se tienen tres recipientes que contienen respectivamente 30, 40 y 50 litros de ácido sulfúrico a distintas concentraciones. Si se juntan los contenidos de los tres

recipientes se obtiene una mezcla al 12%, si se junta el primer recipiente con el segundo se obtiene una mezcla al 13,6% y se junta el segundo recipiente con el tercero se obtiene una mezcla al 12%. Halla el % de ácido sulfúrico en cada uno de los recipientes.

### **Orientaciones para el trabajo con el sistema de ejercicios.**

Los profesores deben tener en cuenta que en algunos de los ejercicios las tres funciones están presentes, es decir, la instructiva, la de desarrollo y la educativa y que pueden realizar otras preguntas para potenciar el trabajo educativo de los estudiantes.

El sistema que se propone es válido para el desarrollo de la Unidad Funciones lineales y cuadráticas. Inecuaciones y sistemas de ecuaciones, fundamentalmente para las clases de ejercitación, se debe hacer una selección de los mismos en el orden en que aparecen, pues se tuvo en cuenta el grado de complejidad de cada uno de ellos en su estructuración, así mismo los problemas deben ser tratados en las últimas clases y los relacionados con Física deben ser atendidos con especial cuidado por la complejidad en su solución, es preciso que el profesor de Matemática junto al profesor de Física resuelvan con antelación dichos ejercicios para que se puedan desarrollar con éxito en clase.

En la resolución de los ejercicios el profesor no puede obviar el programa heurístico general, el cual constituye el instrumento universal de dirección para la resolución de problemas, el uso de las preguntas de impulsos como recurso para guiar el pensamiento de los estudiantes y determinar las condiciones previas que necesitan los mismos para darle solución a los ejercicios propuestos, por ejemplo: en los primeros ejercicios, del 1 al 7 y del 19 al 23 el profesor debe asegurar el conocimiento de los estudiantes sobre solución, conjunto solución, dominios numéricos, qué es un parámetro, significado de puntos de intersección entre dos rectas, relación de posición de dos rectas y la sustitución de variables en un sistema para facilitar el cálculo. Ejercicios como el 10 potencian el trabajo político ideológico.

En los ejercicios del 11 al 17 se debe recordar la fórmula  $X = X_0 + VT$  y  $V = \frac{S}{t}$  y precisar la estrecha relación entre ambas asignaturas, demostrándose el carácter

interdisciplinario del contenido que se trabaja, dichos ejercicios son una muestra de la máxima expresión de la interdisciplinariedad como principio, la transdisciplinariedad.

En el desarrollo de los ejercicios, el profesor debe valorar la claridad y coherencia con que los estudiantes exponen y redactan sus ideas y la ortografía potenciando así el trabajo con la lengua materna. Estos análisis deben ser concretos y profundos, de acuerdo al nivel de un estudiante del preuniversitario.

El Programa Heurístico General consta de cuatro fases y el uso de las preguntas de impulsos adecuadas en cada una de ellas guiará el pensamiento de los estudiantes, ejemplo de preguntas e impulsos que pueden realizarse: Lee el problema detenidamente; ¿De qué trata el problema?; formula el texto con tus propias palabras. Se puede emplear algunos procedimientos heurísticos como es el caso del principio de analogía y la regla heurística Interpreta el Problema, para la comprensión del mismo.

Determina los datos dados y buscados, ¿existe relación entre lo dado y lo buscado?, Extrae palabras claves y busca su significado (dentro de las palabras típicas tenemos excede, suman juntos, la misma cantidad, en total, sobrepasa, parte, razón, significado de por ciento), Analiza la posibilidad de escribirlo en un lenguaje más comprensible, ¿Qué conceptos matemáticos aparecen en el texto? ¿Cómo se definen? ¿Es conveniente sustituir los conceptos por sus definiciones? ¿A qué rama de la Matemática pertenece el problema? ¿Qué es conveniente hacer para representar las relaciones contenidas en el problema? ¿Puede hacerse un esbozo del problema? ¿Has resuelto algún problema similar? ¿Se han representado todas las relaciones contenidas en el texto del problema? ¿Existe alguna fórmula que me facilite la solución del problema? ¿Cómo podemos establecer las relaciones entre las magnitudes dadas y buscadas? ¿Existen teoremas o definiciones matemáticas relacionadas con el problema? ¿Cuáles podrían conducir a la solución del mismo? ¿Estamos en condiciones de resolver el problema? ¿Son suficientes los datos para su solución? ¿Serán necesarias magnitudes auxiliares para su solución? ¿Resulta posible el cálculo de estas magnitudes?

Para esta comprensión del texto el estudiante puede auxiliarse de medios heurísticos auxiliares como: esbozo gráfico de la situación, confección de tablas, formulación ventajosa del texto. En la resolución del mismo es necesario determinar qué estrategia seguir si la del trabajo hacia atrás, la del trabajo hacia delante o la combinación de ellas. En los ejercicios propuestos es conveniente el empleo de las dos últimas.

¿Necesitas realizar cálculos intermedios? ¿Cuál puede ser aproximadamente el resultado? ¿Es necesaria la conversión de unidades de medida? Al igual que las fases anteriores están aquí presentes los procedimientos heurísticos y las llamadas reglas heurísticas.

¿Es el resultado hallado la solución del problema? ¿Qué debemos hacer para estar seguro de ello? ¿Cuáles son las soluciones? ¿Tiene lógica? ¿Es única? ¿Cómo procedimos para hallar la solución del problema? ¿Es aplicable esta vía a la solución de otro problema? ¿Se puede resolver por otra vía, cuál?

Los impulsos propuestos son aplicables para todos los problemas, se sugiere que el profesor, de acuerdo a las necesidades cognitivas de sus estudiantes, elabore otros impulsos con mayor información, siempre con el objetivo de guiar el pensamiento de los estudiantes y no de dar la solución del ejercicio en cuestión.

La realización de este capítulo evidencia la importancia que tiene para la enseñanza de la Matemática la correcta estructuración de los sistemas de ejercicios, estos no pueden seleccionarse al azar, los principios de selección son fundamentales en el logro de su objetivo. Demuestra además, cómo la asignatura Matemática, contribuye en gran medida a la formación multilateral de la personalidad y a la edificación de la sociedad socialista si se trabajan sus contenidos vinculados a la vida.

### **2.3 Constatación de los resultados obtenidos luego de la aplicación en la práctica del sistema de ejercicios.**

Con el objetivo de constatar el resultado obtenido luego de la puesta en práctica del sistema de ejercicios durante el desarrollo de la Unidad Funciones lineales y cuadráticas. Inecuaciones y sistemas de ecuaciones se aplicó una encuesta a los profesores que conforman la muestra (Anexo 5) y una prueba pedagógica final a los estudiantes (Anexo 6). Que arrojó los siguientes resultados:

El 100% de los profesores manifestó que era alto el nivel de los conocimientos acerca de las habilidades matemáticas. Sobre el nivel de información que poseen acerca de las habilidades matemáticas a partir de las fuentes de información utilizadas, se puede afirmar que es buena, pues se apreció la consulta de trabajos nacionales como fuente de preparación en su desempeño profesional, continúan los profesores descartando la intuición como fuente.

Se emplean actividades evaluativas interdisciplinarias basadas en el desempeño del estudiante, se tiene en cuenta la variación de condiciones en cada uno de los ejercicios, aspecto que estaba deficitario en la fase diagnóstica en el 100%.

Los profesores manifestaron tener dominio de las habilidades matemáticas que pueden desarrollar en sus clases, vistas de una forma concatenada, es decir vinculando las diferentes ramas de la Matemática.

El 100% de los profesores manifestó como algo fundamental tener en cuenta las condiciones previas que hay que asegurar para el logro de tal objetivo.

Los profesores dominan elementos teóricos y metodológicos fundamentales para enfrentar el trabajo con la habilidad. Se avanzó en la determinación de las acciones que contribuyan al desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales, sin embargo es preciso fortalecer las mismas y velar por su cumplimiento.

En la prueba pedagógica realizada a los estudiantes de décimo grado el 90% de los estudiantes fue capaz de obtener el sistema con las condiciones dadas para su solución, así mismo, el 85% de los estudiantes lograron dar solución al problema relacionado con la práctica a través de los sistemas de ecuaciones lineales.

El 100% de los estudiantes logró fundamentar el método más factible de solución para cada uno de los sistemas, es decir los que no lograron resolver el problema, fundamentaron con ejemplos propios.

Luego de haber realizado un análisis de los resultados obtenidos en la aplicación del sistema de ejercicios se pudo apreciar una mejoría considerable en cuanto a la asimilación por parte de los estudiantes del procedimiento a tener en cuenta para resolver sistema de ecuaciones lineales, a la identificación del método más factible para cada ejercicio, así como una elevación del nivel de preparación de los profesores para el trabajo con la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales.

## CONCLUSIONES

- Los fundamentos teóricos en que se sustentan la presente investigación se corresponden con un enfoque filosófico marxista leninista, ello permite la orientación teórica y la concepción del proceso investigativo en cada etapa, así como la selección y aplicación de cada método de investigación. Este enfoque, permite establecer el concepto de habilidad y habilidad matemática asumido como fundamento teórico, así como definir el concepto de sistema de ejercicios y adjudicarlos como pilares en la formación del estudiante de preuniversitario, particularmente de décimo grado. Se retoman aspectos medulares de los objetivos formativos en la formación del estudiante de preuniversitario, el cual debe profundizar y ampliar en este grado los contenidos precedentes.
- La aplicación de los diferentes instrumentos y técnicas constatan que el desarrollo de la habilidad resolver sistemas de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado que conforman la muestra; no ha alcanzado el desarrollo requerido, el profesor aunque posee conciencia de la necesidad de su mejora no estimula lo suficiente su desarrollo.
- El sistema de ejercicios para el desarrollo de la habilidad resolver sistemas de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado, debe contener las operaciones que exige cada dimensión, considerando la profundización y sistematización del contenido en los diferentes ejercicios, utilizando formas colectivas e individuales de aprendizaje que estimulen la gestión del conocimiento.
- Con la aplicación del sistema de ejercicios se evidencia el avance cualitativo y cuantitativo por parte de los profesores y estudiantes en el desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales con dos y tres variables, elevando el pensamiento de los estudiantes hacia niveles crecientes de asimilación.

## RECOMENDACIONES

Con el desarrollo de la investigación el autor propone:

- Continuar profundizando en la sistematización de los referentes teóricos y metodológicos que sustentan la elaboración del sistema de ejercicios para el desarrollo de la habilidad resolver sistemas de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado.
- Continuar trabajando en esta temática y divulgar los resultados en eventos científicos de carácter pedagógico y de forma específica en la Didáctica de la Matemática.

## BIBLIOGRAFÍA

- ALVAREZ DE ZAYAS, C.: Fundamentos teóricos de la dirección del Proceso Docente Educativo en la Escuela Superior Cubana, Ministerio de Educación Superior, La Habana, 1989.
- BABBITT, IRVING: Skill resolves. Harvard University, 2018
- BALLESTER, S.: El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la planificación de la enseñanza. [et.al]. Ed. Pueblo y Educación. 2002.
- BALLESTER, S. Y COAUTORES. : Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Tomo I. Ciudad de La Habana: Ed. Pueblo y Educación., 2001.
- \_\_\_\_\_ : Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Tomo II. Ciudad de La Habana: Ed. Pueblo y Educación., 2001.
- BARRERAS HERNÁNDEZ, F.: Modelo pedagógico para la formación y desarrollo de habilidades, hábitos y capacidades. IPLAC. Ciudad de la Habana, 2003.
- BRITO, H.: Psicología general para los Institutos Superiores Pedagógicos (Tomo II). Ciudad de la Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1987.
- \_\_\_\_\_. : Capacidades, habilidades y hábitos. Una alternativa teórica, metodológica y práctica. Boletín informativo CDIP. ISP "Frank País García. Santiago de Cuba. 1989.
- CONFERENCIAS SOBRE METODOLOGÍA DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA. (Segunda Parte). Ciudad de la Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1982.
- CORTEZ ABBOTT,W : Resolving system of Linear equations. Harvard University, 2019
- CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Orientaciones metodológicas de Matemática décimo grado. Luis Campistrous... [et.al]. La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1989.
- \_\_\_\_\_. Programa y Precisiones de la asignatura Matemática en las secundarias básicas. Ministerio de Educación. Ciudad de La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 2002.
- \_\_\_\_\_. Formación y desarrollo de capacidades y habilidades. En XII Seminario nacional a dirigentes, metodólogos e inspectores de las direcciones provinciales

- y municipales de educación y los institutos superiores pedagógicos. Ciudad de la Habana: Febrero de 1989 (Documentos normativos y metodológicos).
- \_\_\_\_\_. "Precisiones para la dirección del proceso docente educativo en Secundaria Básica". Material mimeografiado, La Habana, 1999.
- \_\_\_\_\_. Programa de Matemática. 7<sup>mo</sup> grado. MINED. Ed: Pueblo y Educación, 2006.
- \_\_\_\_\_. Programa de Matemática. 8<sup>vo</sup> grado. MINED. Ed: Pueblo y Educación, 2006.
- \_\_\_\_\_. Programa de Matemática. 9<sup>no</sup> grado. MINED. Ed: Pueblo y Educación, 2006.
- \_\_\_\_\_. Programa de Matemática. 10<sup>mo</sup> grado. MINED. Ed: Pueblo y Educación, 2006.
- \_\_\_\_\_. : Seminario Nacional para Educadores X. La Habana, 2010.
- Diccionario de filosofía contemporánea. Salamanca: Ed. Sígueme, 1976.
- Consultado en: <http://www.filosofia.org/enc/dfc/sistema.htm> (25 mar. 2008).
- ENGELS, F.: Anti-Dühring. Uruguay: Ediciones Pueblos Unidos S. A., 1960.
- FERRER VICENTE, M.: La resolución de problemas en la estructuración de un sistema de habilidades matemáticas en la escuela media cubana. Tesis de Doctorado. Instituto Superior Pedagógico "Frank País García", Santiago de Cuba, 2000.
- FERRER VICENTE, M. y REBOLLAR MOROTE, A.: Cómo dirigir el proceso de formación de habilidades matemáticas. ISP "Frank País García" Santiago de Cuba.
- GALPERIN, P.: Sobre el método de formación de las acciones intelectuales por etapas. Antología de la Psicología Evolutiva y Pedagógica. Ed. Progreso. Moscú. 1981.
- GIL GUERRA, A.: Propuesta del Sistema de Habilidades en la Formación del Técnico Medio Contador en el IP "Rigoberto Fuentes Pérez" de Pinar del Río. Tesis en opción al título de MSc. en Pedagogía Profesional. ISP "Rafael María de Mendive". Pinar del Río, 2002.

- GONZALEZ CHÁVEZ, M.: Propuesta Metodológica para desarrollar habilidades matemáticas en niños que son atendidos en vías no formales. Trabajo de Diploma. ISP: "Rafael María de Mendive", de Pinar del Río, 2000.
- HERNÁNDEZ PEÑA, C.: Colección de materiales complementarios para el desarrollo de las transformaciones de la Secundaria Básica Cubana (Parte 2 y 3). [et.al]. Mayo del 2003.
- INSTITUTO PEDAGÓGICO LATINOAMERICANO Y CARIBEÑO (IPLAC). Programa del Curso: Modelo para la formación y desarrollo de habilidades, hábitos y capacidades. s/f.
- JUNGK, W.: Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2 (Primera Parte) .Ciudad de la Habana: Ed. Pueblo y Educación.1982.
- \_\_\_\_\_ : Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2 (Segunda Parte) .Ciudad de la Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1982.
- LARA, F.: Metodología para la planeación de sistemas: un enfoque prescriptivo. En Cuaderno de planeación universitaria. México, 1990.
- MARTÍNEZ GONZÁLEZ, Dr. L. E.: El sistema de actividades como resultado científico en la maestría en ciencias de la educación: ¿ser o no ser? Soporte digital. 2008.
- MOLINA LAZCANO, L.: Propuesta de actividades para estimular el procesamiento de información en la unidad "Números con signos" en Octavo grado. Trabajo de diploma. Matanzas, 2004.
- MÜLLER, H.: El trabajo heurístico y la ejercitación en la enseñanza de la Matemática. Folleto. ISP "Frank País García". Ciencias Pedagógicas, La Habana, 1997.
- PETROVSKI, A. V. Psicología pedagógica y de las edades. — La Habana: Ed. Pueblo y Educación.
- REGUEIRA MARTÍNEZ, D.: Una propuesta de estrategia didáctica para la formación y desarrollo de habilidades en la escritura de las ecuaciones químicas en Octavo grado. Tesis presentada en opción al Título de Master en Enseñanza de las Ciencias en la Educación Superior: Mención Química. Universidad de La Habana. 2003.

RODRÍGUEZ, M. Matemática 7 EGB (libro de texto). Miguel Martínez. Chile: McGraw- Hill, 1998.

\_\_\_\_\_. Matemática 8 EGB (libro de texto). Miguel Martínez. Chile: McGraw- Hill, 1998.

\_\_\_\_\_. Matemática 9 EGB (libro de texto). Miguel Martínez. Chile: McGraw- Hill, 1998.

ROMERO OCHOA, C.: Para que aprendan más, la relación métodos - medios en la formación de habilidades del trabajo independiente. En Educación. No. 99. La Habana, Enero – Abril, 2000.

SILVESTRE, M. Aprendizaje y categoría de una didáctica integradora / José Zilberstein. ICCP. 2000.

SOFTWARE EDUCATIVO. Elementos Matemáticos. Colección "El Navegante", 2003.

SOFTWARE EDUCATIVO. Eureka. Colección "Futuro", 2004

## ANEXO 1

### GUÍA PARA LA OBSERVACIÓN DE CLASES.

**Objetivo.** Constatar el trabajo de los profesores para el desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en décimo grado.

#### ASPECTOS A OBSERVAR EN LAS CLASES.

1- ¿Constituye un objetivo de la clase ofrecer una visión generalizadora de los contenidos que se trabajan?

Si\_\_ No\_\_ Parcialmente\_\_

2-¿El contenido tratado en la clase abarca los diferentes métodos de solución estudiados, teniendo en cuenta el método más factible a emplear?

Si\_\_ No\_\_ Parcialmente\_\_

3-¿En Las actividades o ejercicios que se desarrollan en la clase se tienen en cuenta las formas de trabajo y pensamiento de la Matemática?

Si\_\_ No\_\_ Parcialmente\_\_

4-¿Los métodos y procedimientos empleados ayudan al estudiante a ver el carácter concatenado del contenido que recibe?

Si\_\_ No\_\_ Parcialmente\_\_

5-¿Se utilizan medios de enseñanza-aprendizaje que favorecen el aprendizaje de los estudiantes?

Si\_\_ No\_\_ A veces\_\_

6- ¿Las actividades evaluativas le posibilitan al profesor comprobar si el estudiante adquirió el procedimiento de solución para el contenido que recibió?

Si\_\_ No\_\_ Parcialmente\_\_

7- ¿Las actividades de estudio independiente contribuyen al empleo de los diferentes métodos estudiados?

Si\_\_ No\_\_ A veces\_\_

## ANEXO2

### Entrevista al jefe de departamento.

**Objetivo:** Conocer las potencialidades y debilidades del claustro para el desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado.

Conocer la proyección del trabajo metodológico del departamento para contribuir al desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado.

### Cuestionario.

1. ¿Cuáles son las potencialidades y limitaciones del claustro para contribuir al desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado?
2. Mencione en orden decreciente las líneas de trabajo metodológico del departamento.
3. ¿Cuáles son las acciones que desde el departamento se diseñan para la preparación metodológica del claustro?

## ANEXO3.

### Encuesta a profesores de Matemática del colectivo pedagógico de décimo grado.

**Objetivo:** Recoger información relacionada con el nivel de preparación que poseen los profesores de Matemática del colectivo de décimo grado para contribuir al desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales.

Años de experiencia en educación: \_\_\_\_ En el colectivo de asignatura: \_\_\_\_

Grado científico: \_\_\_\_\_ Categoría docente: \_\_\_\_\_

A continuación se ofrecen una serie de aspectos que abordan cuestiones necesarias para el trabajo con las habilidades en la asignatura que imparte. La objetividad y sinceridad de sus respuestas serán de gran importancia para el perfeccionamiento del funcionamiento del colectivo y el suyo propio.

1. El nivel de sus conocimientos acerca de las habilidades matemáticas es:

\_\_\_ alto \_\_\_ medio \_\_\_ bajo

2. Califique el nivel de información que posee acerca de las habilidades matemáticas a partir de las fuentes que ha utilizado.

Fuente de información	Nivel de Conocimiento		
	Alto	Medio	Bajo
Análisis teórico			
Trabajo de autores nacionales			
Experiencia práctica en:			
Colectivo de asignatura			
Intuición			

3. Sus conocimientos sobre las habilidades matemáticas los ha obtenido a partir de:

\_\_\_ Cursos de postgrado      \_\_\_ Diplomados  
 \_\_\_ Trabajo metodológico      \_\_\_ Autosuperación      \_\_\_ Otros/cuáles.

4. Marque en qué medida su preparación de asignatura favorece el desarrollo de habilidades en los estudiantes.

La preparación de mi asignatura:	Siempre	A veces	Nunca
Favorece la concatenación de los contenidos de la signatura.			
Tiene en cuenta las habilidades a desarrollar en los estudiantes.			
Centra la atención en el estudiante.			
Incluye actividades evaluativas basadas en el desempeño del estudiante.			

5. Mencione algunas de las habilidades matemáticas que usted desarrolla en sus clases.

6. Mencione algunas de las actitudes y cualidades que necesita un profesor de Matemática para contribuir al desarrollo de habilidades en los estudiantes. (Al menos 5)

7. Para el desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales cómo procederías.

#### ANEXO4

##### **Prueba pedagógica a estudiantes de décimo grado.**

**Objetivo:** Constatar el desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales en los estudiantes de décimo grado.

1. Encuentra, por reflexiones lógicas, el par que satisface el sistema siguiente.

$$x+y=6$$

$$x-y=4$$

2. Determina el conjunto solución de los siguientes sistemas de ecuaciones.

a)  $x+2y=5$

b)  $x+ y+ z=6$

$$2x+3y=8$$

$$x-2y+3z=6$$

$$3x- y- z=-2$$

a) Utiliza más de un método en el inciso a, cuál es el más factible, fundamenta.

4. El conjunto solución  $\{2; \frac{-1}{2}\}$  satisface a un sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables. Elabore dicho sistema.

#### ANEXO 5

##### **Encuesta a profesores de Matemática del colectivo pedagógico de décimo grado luego de la puesta en práctica del sistema de ejercicios.**

**Objetivo:** Recoger información relacionada con el nivel de preparación que poseen los profesores de Matemática del colectivo de décimo grado para contribuir al desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales, luego de la puesta en práctica del sistema de ejercicios.

Años de experiencia en educación: \_\_\_\_ En el colectivo de asignatura: \_\_\_\_

Grado científico: \_\_\_\_\_ Categoría docente: \_\_\_\_\_

A continuación se ofrecen una serie de aspectos que abordan cuestiones necesarias para el trabajo con las habilidades en la asignatura que imparte. La objetividad y sinceridad de sus respuestas serán de gran importancia para el perfeccionamiento del funcionamiento del colectivo y el suyo propio.

1. El nivel de sus conocimientos acerca de las habilidades matemáticas es:

\_\_\_\_ alto \_\_\_\_ medio \_\_\_\_ bajo

2. Califíque el nivel de información que posee acerca de las habilidades matemáticas a partir de las fuentes que ha utilizado.

Fuente de información	Nivel de Conocimiento		
	Alto	Medio	Bajo
Análisis teórico			
Trabajo de autores nacionales			
Experiencia práctica en:			
Colectivo de asignatura			
Intuición			

3. Marque en qué medida su preparación de asignatura favorece el desarrollo de habilidades en los estudiantes.

La preparación de mi asignatura:	Siempre	A veces	Nunca
Favorece la concatenación de los contenidos de la signatura.			
Tiene en cuenta las habilidades a desarrollar en los estudiantes.			
Centra la atención en el estudiante.			
Incluye actividades evaluativas basadas en el desempeño del estudiante.			

4. Mencione algunas de las habilidades matemáticas que usted desarrolla en sus clases.

5. Para el desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones lineales cómo procederías.

## ANEXO 6

### **Prueba pedagógica final a alumnos de décimo grado.**

**Objetivo:** Constatar el desarrollo de la habilidad resolver sistema de ecuaciones matemáticas en los alumnos de décimo grado.

1. Determina el sistema de dos ecuaciones lineales con dos variables cuyo conjunto solución cumpla con las siguientes condiciones:
  - El valor de las abscisas es el menor número entero positivo.
  - El valor de las ordenadas es el menor número natural divisible por 4.
  
2. La cantidad de puntos anotados entre dos equipos en un juego de baloncesto en un primer tiempo es 3. Si en un segundo tiempo el primer equipo anota el duplo de lo que anotó el segundo obtienen entre los dos 4 puntos. ¿Cuántos puntos anotó cada equipo en cada tiempo? Resuélvelo por más de un método y fundamenta cuál te resulta más fácil para este caso.