

UNIVERSIDAD DE MATANZAS

“CAMILO CIENFUEGOS”

FACULTAD DE INGENIERÍAS

Departamento de Química e Ingeniería Química



TÍTULO: Modelación del funcionamiento del tanque de almacenamiento #37 del área 3 de la Empresa Comercializadora de Combustibles Matanzas.

Trabajo de Diploma presentado como requisito parcial para optar por el título de Ingeniero Químico.

AUTORA: Yeisel Delgado Hernández.

TUTORES: Dr.C Agustín Benítez Hernández.

Dr.C Yamile Martínez Ochoa.

Matanzas, 2011.

PENSAMIENTO

¿Por qué esta magnífica tecnología científica, que ahorra trabajo y nos hace la vida más fácil, nos aporta tan poca felicidad? La respuesta es esta, simplemente: porque aún no hemos aprendido a usarla con tino.

Albert Einstein.

NOTA DE ACEPTACIÓN

Presidente del Tribunal

Firma

Miembro del Tribunal

Firma

Miembro del Tribunal

Firma

Miembro del Tribunal

Firma

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mis padres por inculcarme el deseo de formarme como profesional y por la confianza que me inspiran para contar con su apoyo ante cualquier situación.

AGRADECIMIENTOS

No puedo dejar pasar este momento de significativa importancia en mi vida sin agradecer sinceramente a un gran número de personas vinculadas a él.

- A mis padres Elena Beatriz Hernández Muñoz y Jorge Luís Delgado Mateo por significar mi fuerza de voluntad para seguir adelante y siempre llegar al final, además de contar con su confianza durante la carrera incluso en momentos dudosos.
- A mis tutores Agustín Benítez Hernández y Yamilé Martínez Ochoa por ser mis guías incondicionales, por su paciencia y comprensión durante esta dura etapa.
- A mi familia pendiente todo el tiempo de mí, haciendo mayor mi compromiso de culminar la carrera.
- A mi tía Iliana por su disposición para ayudarme cada vez que la necesité sin importar lo que fuera.
- A mis primos Yohany y Ariel David por ser los hermanos que tengo cerca de mí y comparto cada momento de mi vida sea bueno o no.
- A las integrantes de mi cuarto de beca donde pase días, noches e incluso madrugadas riéndome ya fuera estudiando para una prueba o cualquier otra cosa de igual importancia, en especial Evelyn, Yadira, Malvis, Annalien, Anisley Herrera y Dayli.
- A mi grupo Q- 51 por la acogida que recibí desde el primer día y por los momentos compartidos, siendo tantos los buenos que no me dejan recordar si hubo malos. Especialmente a Yasmany, Evelyn, Yadira, Malvis, Annalien, Dayli, Alietys, Mai, Dunieski, Mac Donald, Rapado, Carlos Daniel y Roberto.
- A Yelennys, Adrian, Ailenis y Sander por su apoyo incondicional en mis visitas a Cupet.
- A Rainer y Yunion por las salidas que surgían sin previo aviso.
- A Michael por sus ideas propuestas en cada momento de desesperación.
- A Eric por facilitarme los medios para la realización de este trabajo siempre que fue necesario.

DECLARACIÓN DE AUTORIDAD

Yo, Yeisel Delgado Hernández, me declaro como única autora de esta investigación realizada en la Universidad de Matanzas “Camilo Cienfuegos”, como requisito parcial para optar por el título de Ingeniera Química y autorizo que la misma sea utilizada por la mencionada Institución como material de consulta. Para que así conste, debajo firma:

Yeisel Delgado Hernández

RESUMEN

Este proyecto de investigación realiza la modelación del funcionamiento del tanque de almacenamiento de crudo #37 que se encuentra en el área 3, de la Empresa Comercializadora de Combustibles Matanzas. Se simula la distribución de temperaturas en el interior del tanque mediante el método de diferencias finitas y estima su perfil de pérdidas energéticas con el uso de la herramienta informática MATLAB. Una vez solucionado el modelo se aprecia que en el fluido más próximo a los serpentines la temperatura aumenta a medida que transcurre el tiempo. En los puntos interiores del tanque la temperatura del petróleo no varía con relación a la temperatura establecida de 60°C y la pared del tanque en la parte superior tiene menor temperatura y menor pérdida de calor que en la parte inferior. Debido a las pérdidas de calor es necesario generar 290.1kg de vapor al día, lo que significa un gasto de 106209.1 \$/año por consumo de combustible para generar el vapor.

SUMMARY

This research project modeling the operation of oil storage tank # 37 is located in area 3 of the Fuel Trading Company Matanzas. It simulates the temperature distribution inside the tank by the method of finite differences and estimated profile of energy losses by using the software tool MATLAB. Once solved the model shows that the fluid closer to the coil temperature increases as time passes. In the interior points of the tank oil temperature does not vary with respect to the set temperature of 60 °C and the tank wall at the top is cooler and less loss of heat at the bottom. Because heat loss is necessary to generate steam 290.1kg per day, which means a waste of 106209.1 \$ / year for fuel to generate steam.

ÍNDICE

Introducción.....	1
Capítulo 1: Análisis bibliográfico.....	3
1.1-Fenómenos de transporte.....	3
1.2- Fundamentos teóricos sobre los Fenómenos de transporte.....	3
1.2.1- Mecanismos de transporte.....	3
1.3- Leyes básicas que describen los mecanismos de transporte de cantidad de movimiento y calor.....	4
1.3.1- Transporte de movimiento.....	5
1.3.2-Transporte de energía.....	6
1.4 Convección natural.....	7
1.5 Intercambiadores de Calor.....	12
1.5.1-Clasificación.....	12
1.5.2-Intercambiadores de serpentines sumergidos.....	13
1.6- Métodos numéricos de solución de modelos en ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales.....	13
1.6.1- Método de elementos de contorno.....	14
1.6.2- Método de elementos finitos.....	15
1.6.3-Método de Rayleigh-Ritz.....	16
1.6.4-Método de Residuos Ponderados.....	16
1.6.5- Método de diferencias finitas.....	17
Conclusiones del capítulo 1.....	19
Capítulo 2: Metodología de la investigación.....	20

2.1 Descripción del Caso de Estudio.....	20
2.2 Modelos de fenómeno de transporte que ocurren en el tanque.....	20
2.2.1 Modelo geométrico de los volúmenes ocupados por el medio continuo.....	20
2.2.2 Modelos de fenómeno de transporte que ocurren en el tanque, sobre el volumen discretizado.....	22
2.2.3 Discretizar el volumen del medio continuo estudiado.....	26
2.3 Solución del modelo planteado a través de métodos numéricos.....	26
2.3.1 Método de Diferencias Finitas.....	26
2.3.2 Solución del modelo planteado mediante el software MATLAB.....	27
2.4 Pérdidas económicas debido a las pérdidas energéticas en el sistema.....	28
Conclusiones del Capítulo 2.....	30
Capítulo 3: Análisis de los resultados.....	31
3.1 Perfiles de temperatura en el interior del tanque a diferentes tiempos de simulación.....	31
3.2 Pérdidas económicas debido a las pérdidas energéticas en el sistema.....	38
Conclusiones del Capítulo 3.....	40
Conclusiones.....	41
Recomendaciones.....	42
Bibliografías.....	43
Anexos.....	48

INTRODUCCIÓN

La Empresa Comercializadora de Combustibles Matanzas (E.C.C.M.), está ubicada en la Zona Industrial en el kilómetro 8, del Municipio de Matanzas, al Noroeste de la Bahía.

La función principal de la empresa es recepcionar, almacenar y entregar los diferentes tipos de hidrocarburos, cumpliendo con las especificaciones de calidad establecidas internacionalmente para la transportación del mismo.

De esta forma la (E.C.C.M.), recibe producto a través de diferentes vías, mediante oleoductos, buques tanques y por camiones cisternas. La mayor parte del Producto Crudo Nativo (PCN), se recepciona por oleoductos provenientes de occidente (Santa Cruz, Boca de Jaruco) y del centro (Varadero, EPEP Centro), donde se deposita en tanques de almacenamiento.

Para mantener la calidad del mismo para su posterior comercialización nacional e internacional la empresa cuenta con un sistema de vapor de agua encargado de elevar la temperatura en el tanque a través de serpentines.

El tanque #37 por sus grandes dimensiones presenta una gran superficie de intercambio de calor con el medio lo que origina pérdidas de calor en el sistema provocando un elevado consumo de vapor de agua para mantener la temperatura para la comercialización.

En vista de lo anterior, se identifica el siguiente:

Problema: ¿Cómo cuantificar el perfil de pérdidas energéticas en el tanque de almacenamiento de crudo #37 del área 3 de la Empresa Comercializadora de Combustibles Matanzas?

Así se puede plantear, como vía de solución del problema antes mencionado, la siguiente:

Hipótesis: A través de un modelo matemático que describa la distribución de temperaturas en el interior del tanque #37 es posible estimar su perfil de pérdidas energéticas.

Objetivo general:

Simular la distribución de temperaturas en el interior del tanque de almacenamiento mediante la solución numérica del modelo matemático utilizando el método de Diferencias Finitas.

Objetivos Específicos:

- Plantear los modelos de fenómeno de transporte que describen el perfil de temperatura en el tanque, sobre el volumen discretizado, definiendo las ecuaciones constitutivas y las condiciones de frontera.
 - Elaborar un modelo geométrico de los volúmenes ocupados por el medio continuo estudiado en el tanque.
 - Discretizar el volumen del medio continuo estudiado.
- Obtener la solución del modelo planteado a través de métodos numéricos.
- Calcular las pérdidas económicas debido a las pérdidas energéticas en el sistema.

Capítulo 1: Análisis Bibliográfico.

Este capítulo constituye la fundamentación teórica de la tesis, donde se realiza una búsqueda bibliográfica en varias Bibliotecas Científico – Técnicas del país, la Biblioteca Virtual de la Facultad de Ingenierías de la Universidad de Matanzas, así como en diferentes bases de datos, disponibles en INTERNET.

1.1 Fenómenos de transporte.

Los fenómenos de transporte tienen lugar en aquellos procesos, conocidos también como procesos de transferencia, en los que se establece el movimiento de una propiedad en una o varias direcciones bajo la acción de una fuerza impulsora, a este movimiento de la propiedad se le denomina flujo (Kim y King, 2009). Por ejemplo, si una diferencia de temperatura es aplicada a una mezcla gaseosa uniforme, las moléculas más pesadas tienden a emigrar hacia la zona de baja temperatura, mientras que las más ligeras lo harán hacia la zona de alta temperatura.

Los fenómenos de transporte, pueden producirse en el seno de fluidos, en el interior de sólidos o entre sólidos y fluidos. Los mismos son consecuencia directa de la existencia de una situación de no equilibrio en el sistema, debido a que en el interior del sistema hay zonas con diferentes concentraciones de algún componente, con diferentes temperaturas o con diferentes velocidades. Se trata de una causa termodinámica relacionada con lo alejado que se encuentra el sistema del estado de equilibrio, lo que se conoce como fuerza impulsora del transporte (Alfonso, 2002). La tendencia natural del sistema a evolucionar hacia el estado de equilibrio será la consecuencia de que se produzca un transporte de materia, un transporte de energía o un transporte de cantidad de movimiento (Incropera, 2002). La velocidad a la que se produzca este transporte ya no tendrá naturaleza termodinámica y dependerá de la naturaleza del medio y de las condiciones de flujo.

1.2 Fundamentos teóricos sobre los Fenómenos de transporte.

1.2.1 Mecanismos de transporte.

El transporte de cualquier propiedad puede producirse por dos mecanismos distintos: Molecular y Turbulento (Kern, 1975).

El transporte molecular se basa en el desplazamiento y en las interacciones de moléculas individuales, mientras que el transporte turbulento se produce cuando grandes grupos de moléculas, formando agregados, se mueven conjuntamente transportando en su interior una determinada propiedad (Belifore, 2002).

La existencia de mecanismos distintos provoca que existan relaciones diferentes entre las variables implicadas en los procesos.

Ambos mecanismos se producen como consecuencia de la misma causa, la existencia de una fuerza impulsora en el interior del sistema, es decir, de que exista una diferencia de concentración de propiedad entre dos puntos del sistema y de la tendencia del sistema a evolucionar hacia el equilibrio (Shilling, 1999).

El transporte molecular es lento, ordenado y permite un estudio teórico sencillo, por el contrario el transporte turbulento es rápido, desordenado y su estudio teórico presenta grandes dificultades, por lo que los problemas de transporte turbulento se resuelven en la actualidad desde el punto de vista macroscópico a partir de propiedades globales del sistema (White, 2001).

1.3 Leyes básicas que describen los mecanismos de transporte de cantidad de movimiento y calor.

Según Holland (1970) los fenómenos de transporte de cantidad de movimiento, calor y masa, o la combinación de ellos, pueden ser descritos matemáticamente mediante la aplicación de tres leyes físicas fundamentales, independientemente de la naturaleza del fluido que intervenga en el proceso. Estas tres leyes son:

1. Ley de la conservación de la masa.
2. La segunda ley del movimiento de Newton.

3. La primera ley de la termodinámica.

La aplicación de estas tres leyes en un sistema o proceso determinado permite su formulación matemática, además de otras ecuaciones auxiliares, como por ejemplo, las ecuaciones cinéticas.

Las operaciones unitarias se fundamentan en el transporte de cantidad de materia, energía y movimiento, por lo que es importante el conocimiento de las características fenomenológicas de los principios y leyes que rigen estos mecanismos, así como los modelos teóricos de los fenómenos de transporte (Shilling, 1999).

1.3.1- Transporte de movimiento.

El flujo de cantidad de movimiento en régimen de flujo laminar constituye el mecanismo típico de transporte de cantidad de movimiento y se describe matemáticamente por la Ley de Newton de la Viscosidad (White, 2001).

La densidad de flujo de cantidad de movimiento es proporcional al gradiente de velocidad (Alfonso, 2002).

Considerando un fluido (líquido o gas) contenido entre dos láminas planas y paralelas, separadas entre sí una distancia pequeña B , tal como se muestra en la Figura 1.1, puede explicarse el mecanismo de transporte de cantidad de movimiento.

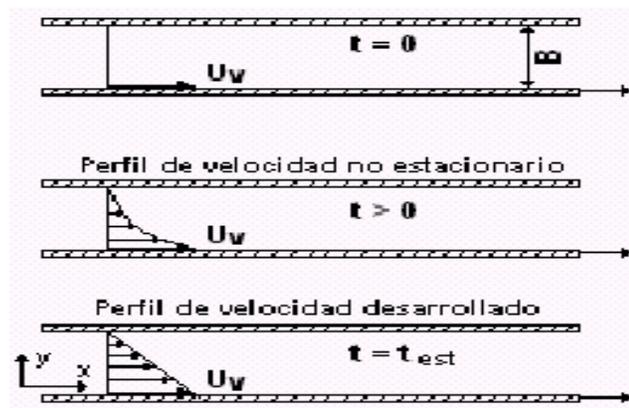


Figura 1.1: Perfil de velocidad

Se supone que el sistema está inicialmente en reposo pero que al cabo del tiempo, la lámina inferior se pone en movimiento en la dirección del eje x con una velocidad constante V, mientras que la lámina superior permanece en reposo

Al ponerse en movimiento la lámina esta adquiere una cantidad de movimiento ($m \cdot V$), donde m es la masa de la lámina sólida. A su vez, la capa adyacente a la superficie sólida en movimiento ($y = 0$), recibe también una parte de la cantidad de movimiento adquirida por la lámina sólida. Esta capa, comunica a su vez, parte de su cantidad de movimiento a la capa adyacente de líquido por encima de ella, dando lugar a que se mantenga en movimiento en la dirección del eje x. por lo tanto, tiene lugar una transmisión de cantidad de movimiento a través del fluido en la dirección y, hasta alcanzar la lámina sólida superior que permanece estática. Así se establece un perfil de velocidad, que inicialmente es no estacionario. Una vez que la cantidad de movimiento se ha transmitido a todas las capas de líquido, este comienza a fluir con flujo estacionario y se dice que el perfil de velocidad está totalmente desarrollado y adquiere una forma estable y constante en el tiempo (Geankoplis, 1998).

La cantidad de movimiento se describe por la Ecuación de Navier-Stokes (White, 2001; Finlayson, 2006):

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1.1)$$

en donde ρ es la densidad, \mathbf{u} la velocidad, t el tiempo, p la presión y μ la viscosidad.

1.3.2 Transporte de energía.

La transferencia de calor se manifiesta por causa de la diferencia de temperatura, la cual busca predecir la transferencia de energía que puede ocurrir entre cuerpos materiales, como resultado de una diferencia de temperatura. La transferencia de calor complementa al primer y segundo principios de la termodinámica, al proporcionar reglas experimentales adicionales que se pueden utilizar para establecer con rapidez la transferencia de energía (Incropera 2002).

En general, el calor se transfiere por tres mecanismos distintos (Holland F.A 1970; Hougen, 1974; Kern, 1975; Smith, 1987 e Incropera, 1996):

1. Por conducción, o transferencia de la energía desde la materia a la materia adyacente por contacto directo, sin mezcla o flujo de cualquier material.
2. Por convección o transferencia de la energía por el mezclado íntimo de grupos de material. En la que la diferencia de densidad del fluido caliente y del frío produce el mezclado.
3. Por radiación, tal como las ondas de la luz, infrarrojas, ultravioleta y radio, que emanan desde un cuerpo caliente y se absorben por uno frío.

Según las características del sistema de flujo, la convección puede ser de dos formas (Kays, *et al*, 2004):

- Convección forzada: Ocurre cuando el movimiento de fluido se debe a la acción de fuerzas externas tales como la gravedad o a una diferencia de presiones. Ejemplo de ello lo constituye el enfriamiento de un cuerpo caliente con una corriente de aire producida por un ventilador.
- Convección libre o natural: Tiene lugar cuando el fluido se mueve como consecuencia de los cambios de densidad que experimenta en las proximidades de las regiones calientes y frías del sistema. Ejemplo de este caso podemos citar el enfriamiento de un cuerpo caliente en aire que inicialmente se encuentra en reposo, pero que adquiere movimiento debido a las diferencias de densidad que se crean cuando el aire se calienta por contacto con el cuerpo.

A continuación se profundiza en la teoría que fundamenta la convección natural.

1.4 Convección natural.

La convección natural es el mecanismo, o tipo de transporte de calor, en el cual el movimiento del fluido no es generado por ninguna fuente externa (tales como, bombas,

ventiladores, equipos de succión) sino solamente por diferencias de densidades en el fluido que ocurren debido a gradientes de temperatura.

En la convección natural, el fluido alrededor de una fuente de calor recibe calor, se hace menos denso y sube. El fluido frío de los alrededores, se mueve y lo reemplaza. Este fluido frío, es entonces calentado y el proceso continúa, formándose una corriente convectiva que transporta el calor en el sistema (Donald y Gerald, 2002).

La fuerza motriz para la convección natural es la flotación, como resultado de diferencias en la densidad del fluido. Debido a esto, la presencia de una aceleración apropiada que surja como una resistencia a la gravedad, o una fuerza equivalente (fuerza de la centrífuga o fuerza de Coriolis), es esencial para la convección natural (Kays, *et al*, 2004).

La convección natural ha llamado la atención de investigadores debido a su presencia en la naturaleza y aplicaciones ingenieriles.

En la naturaleza, las corrientes convectivas formadas a partir de la subida de aire por el calentamiento de la tierra o el agua, es un ejemplo bien representativo de este mecanismo. También se puede encontrar este mecanismo en las inmediaciones de un fuego o incendio, en las corrientes oceánicas y en la formación de vientos marinos donde la convección ascendente también es modificada a través de fuerzas de Coriolis (Kays, *et al*, 2004).

En aplicaciones ingenieriles, la convección es comúnmente apreciada en la formación de microestructuras durante el enfriamiento de metales fundidos, en el flujo de fluido alrededor de aletas de disipación de calor. Una aplicación industrial muy común es el enfriamiento de aire sin la ayuda de ventiladores, esto puede ocurrir a pequeñas escalas, por ejemplo, chips de computadoras, o a gran escala en equipamientos de procesos (Donald y Gerald, 2002).

El comportamiento de la convección natural es determinado por el número adimensional denominado Número de Rayleigh (Ra) (Donald y Gerald, 2002), el cual se presenta a continuación:

$$Ra = \frac{\Delta\rho g L^3}{D\mu} \quad (1.2)$$

Donde:

$\Delta\rho$: Diferencia de densidad entre dos porciones de material.

g: Aceleración gravitacional local.

L: Longitud característica para la convección.

D: Difusividad característica causante de la convección.

μ : Viscosidad dinámica.

La convección natural será favorecida (más probable y/o más rápida) con una gran variación en la densidad entre dos capas de fluido y con una mayor superficie de contacto con el medio de calentamiento, sin embargo se desfavorece con un incremento de la difusión y de la viscosidad del fluido (Kays, *et al*, 2004).

Para la convección térmica debido al calentamiento, Donald y Gerald (2002) plantean que la ecuación anterior es modificada por la expansión térmica y por la difusividad térmica.

La variación de la densidad debido a la expansión térmica puede calcularse a partir de la siguiente expresión:

$$\Delta\rho = \rho_0 \alpha \Delta T \quad (1.3)$$

Donde:

ρ_0 : Densidad de referencia, típicamente calculada como la densidad promedio del fluido.

α : Coeficiente térmico de expansión.

ΔT : Diferencia de temperatura a través del fluido.

La difusividad (D), es redefinida como difusividad térmica.

$$D = \kappa$$

Sustituyendo estas consideraciones se obtiene un Número de Rayleigh que puede ser usado para predecir la convección térmica.

$$Ra = \frac{\rho_0 g \alpha \Delta T L^3}{\kappa \mu} \quad (1.4)$$

La tendencia de un sistema convectivo natural hacia la turbulencia se obtiene a través del Número de Grashof.

$$Gr = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu^2} \quad (1.5)$$

El movimiento de fluidos muy viscosos es restringido y la convección natural será no turbulenta.

La velocidad típica del fluido será del orden de $g \Delta \rho L^2 / \mu$, elevado a un factor numérico dependiente de la geometría del sistema.

La convección natural es altamente dependiente de la geometría de la superficie caliente. Existen varias correlaciones para determinar el coeficiente de transferencia de calor. Una correlación que puede ser aplicada a una gran variedad de geometrías es la siguiente (Donald y Gerald, 2002; Kays, *et al*, 2004).

$$Nu = \left[Nu_0^{\frac{1}{2}} + Ra^{\frac{1}{6}} \left(\frac{f_4(Pr)}{300} \right)^{\frac{1}{6}} \right]^2 \quad (1.6)$$

En la ecuación anterior, el valor de $f_4(Pr)$ es calculado usando la siguiente expresión:

$$f_4(Pr) = \left[1 + \left(\frac{0.5}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{-16}{9}} \quad (1.7)$$

Donde:

Nu: Número de Nusselt.

Ra: Número de Rayleigh.

Pr: Número de Prandtl.

Los valores de Nu_0 y la longitud característica usada para calcular el Número de Rayleigh se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 1.1: Valores de Nu_0 y la longitud característica usada para calcular el Número de Rayleigh.

Geometría	Longitud característica	Nu_0
Plano inclinado	x (Distancia a lo largo del plano)	0.68
Disco inclinado	9D/11 (D = Diámetro)	0.56
Cilindro vertical	x (Altura del cilindro)	0.68
Cono	4x/5 (x = Distancia a lo largo de la superficie inclinada del cono)	0.54
Cilindro horizontal	$\pi D / 2$ (D = Diámetro del cilindro)	0.36 π

La transferencia de calor se puede modelar a través de la Ecuación de energía (Brodkey y Hershey, 1988; Finlayson 2006).

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) = k \nabla^2 T + s \quad (1.8)$$

en la cual, ρ es la densidad, c_p el calor específico, T la temperatura, \mathbf{u} la velocidad, t el tiempo, k el coeficiente de conductividad y s el calor generado.

1.5 Intercambiadores de Calor.

Según establece la literatura clásica, un intercambiador de calor es un sistema mecánico construido para transferir calor entre dos fluidos a diferentes temperaturas, que están separados por una pared que puede ser metálica. Muchos autores coinciden en afirmar que esta transferencia de calor ocurre fundamentalmente a causa de los mecanismos de conducción y convección (Kern, 1975; Incropera, 1996; Perry, 1999; Shilling, 1999; Bell, 2001).

Los intercambiadores se clasifican de acuerdo a la disposición del flujo relativo entre los dos fluidos y por sus características constructivas. Los más simples son aquellos en los que los fluidos se mueven en la misma dirección (flujo paralelo) o en la contraria (flujo a contracorriente).

1.5.1 Clasificación.

En la figura 1.2 se muestra la clasificación de los intercambiadores de calor según el tipo de superficie.

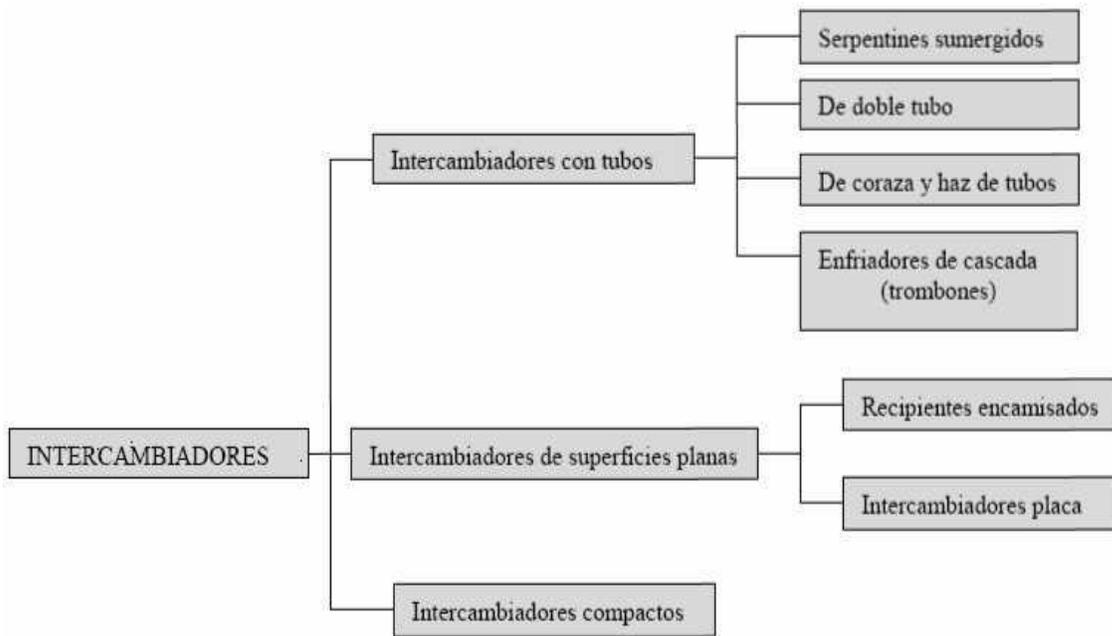


Figura 1.2: Clasificación de los intercambiadores de calor.

1.5.2 Intercambiadores de serpentines sumergidos.

Los intercambiadores de serpentines sumergidos se usan para tanques y pueden operar por convección natural o forzada. Su uso se encuentra muy extendido debido a su bajo costo y al buen rendimiento del intercambio, así como a la facilidad para ser limpiados exteriormente (Shilling, 1999). La limpieza interior generalmente no es problema, ya que la aplicación más frecuente es para calentamiento, generalmente con vapor. Sin embargo, Holman, (1994) advierte sobre el peligro por corrosión de los serpentines a causa del uso del vapor.

1.6 Métodos numéricos de solución de modelos en ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales.

Teniendo en cuenta que las expresiones de los modelos de fenómenos de transporte anteriores son ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que a su vez están aplicadas sobre dominios espaciales complejos es imposible obtener su solución analítica. En lugar de ella se aplican métodos numéricos basados en la discretización del dominio (Qiu, Z.H., *et al.*, 1998).

En la literatura aparecen reportados varios métodos numéricos con este propósito, dentro de los cuales, por su importancia, merecen destacarse los siguientes.

1.6.1 Método de elementos de contorno.

El método de elementos de contorno (o de frontera) es un método computacional para resolver ecuaciones diferenciales lineales que han sido formuladas como ecuaciones integrales. Ha sido aplicado a diferentes áreas de la ingeniería y la ciencia, tales como la mecánica de los fluidos, la acústica y la mecánica de la fractura (Durmus, 2006).

La ecuación integral puede ser considerada como una solución exacta de contorno de ecuación diferencial en derivadas parciales. El método de elementos de frontera usa las condiciones de fronteras dadas para establecer los valores de la frontera de la ecuación integral, en lugar de evaluarlos a través del espacio definido por la ecuación en derivadas parciales (Grigoriev y Dargush, 2004). Una vez que esto está hecho, en el paso de post-procesamiento, la ecuación integral puede ser usada para calcular numéricamente cualquier punto en el interior del dominio de la solución.

El método de elementos de contorno es, comúnmente, más eficiente que otros métodos numéricos de solución de ecuaciones diferenciales parciales, incluyendo los elementos finitos, en términos de recursos computacionales para problemas con una pequeña relación superficie/volumen. Conceptualmente, este método se basa en la construcción de una malla sobre la superficie modelada. No obstante, para muchos problemas los elementos de contorno son significativamente menos eficientes que los métodos de discretización del volumen como el método de elementos finitos o de los volúmenes finitos (Qiu, Z.H., *et al.*, 1998).

La formulación por elementos de contorno conduce típicamente a matrices completas (o con grado de completamiento muy alto). Esto significa que los requerimientos de almacenamiento y tiempo computacional empleado en su solución crecen con el cuadrado de la complejidad del problema. Por el contrario, en el método de elementos finitos se obtienen matrices dispersas, por lo que los requerimientos computacionales crecen linealmente con la complejidad del problema (Dargush, 2003).

El método de los elementos de contorno es aplicable a problemas para los cuales puede ser calculada la función de Green. Éstos usualmente incluyen campos en medios homogéneos y lineales, lo cual reduce considerablemente el campo de aplicación de este método (Grigoriev y Dargush, 2004).

1.6.2 Método de elementos finitos.

El método de elementos finitos (*finite element method*, FEM), también conocido como análisis por elementos finitos (*finite element analysis*, FEA), es una técnica numérica para hallar soluciones aproximadas a ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y a ecuaciones integrales. El enfoque del método se basa bien en eliminar completamente la ecuación diferencial (problemas estacionarios) o bien en transformar la ecuación en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, que son integradas utilizando técnicas estándares como los métodos de Runge-Kutta (Liu, 2003; Felippa, 2005).

En la solución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, el principal reto es crear una ecuación que aproxime la ecuación estudiada, pero que sea numéricamente estable, lo cual significa que los errores en los datos de entrada y en los cálculos intermedios no se acumulan y provocan una salida incorrecta (Sadiku, 2001). Hay varias formas de lograr esto, cada una con sus ventajas y desventajas (Bin *et al.*, 2009). El FEM es una buena opción para resolver ecuaciones diferenciales en derivadas parciales sobre dominios complejos (Kakosimos, 2009), cuando los dominios cambian o cuando la precisión deseada no es igual en todo el dominio (Kim, 2009).

El FEM ha sido aplicado exitosamente a diversos problemas de transferencia de calor (Kim, 2009), mecánica de los fluidos (Zienkiewicz, 2000; Chen, 2005) y fenómenos de difusión (Kuzmin, 2009; Johannesson, 2009).

En la actualidad se continúa investigando problemas relacionados con el movimiento de las moléculas mediante el uso de los FEM, teniendo en cuenta las condiciones en las que se encuentran estas y las características de las mismas, obteniéndose nuevos logros tanto en la aplicación de este método como en los objetivos para los cuales se

emplean, ejemplo de esto son los estudios realizados por Zienkiewicz y Taylor (2000) a través de un software, que hace un estudio exploratorio en tres dimensiones, teniendo en cuenta las estructuras de las interacciones del modelo. También el uso tridimensional de la estructura del fluido y las interacciones del modelo es una herramienta poderosa para la optimización, por lo que se verifican los límites en el análisis del modelo y comprende fundamentalmente la estructura física del fluido y las interacciones a micro escala.

1.6.3 Método de Rayleigh-Ritz.

Con este método es posible obtener soluciones aproximadas de ecuaciones diferenciales mediante principios variacionales. La idea básica consiste en aproximar a las soluciones que hacen estacionario un funcional mediante una suma ponderada de funciones. Estas son llamadas funciones de prueba y pueden ser elegidas arbitrariamente, pero deben ser admisibles y satisfacer las condiciones esenciales de contorno y las condiciones de compatibilidad. En general, se utilizan polinomios, aunque pueden utilizarse funciones trigonométricas u otro tipo de funciones. Este método fue utilizado por primera vez por Lord Rayleigh en 1870 usando un campo de aproximación con una única función de prueba. Posteriormente, en 1909, Ritz generalizó el método construyendo un campo de aproximación con varias funciones (Dargush y Grigoriev, 2003).

1.6.4 Método de Residuos Ponderados.

Con estos métodos es posible obtener soluciones aproximadas de ecuaciones diferenciales que no tienen un funcional asociado. Consideremos una ecuación diferencial definida sobre un dominio y estando sujeta a condiciones naturales de contorno sobre la parte de su frontera.

Si reemplazamos la solución exacta por una solución aproximada en la ecuación diferencial y en sus condiciones naturales de contorno, estas no serán satisfechas exactamente, generando un residuo en el dominio y un residuo en el contorno, esta es la idea básica de los métodos de residuos ponderados, es imponer la condición para

cualquier par de funciones arbitrarias, que sean integrables y no idénticamente nulas. Se puede demostrar que si esto se cumple entonces la función debe ser la solución exacta de la ecuación diferencial y de sus condiciones de contorno naturales (Finlayson, 2006).

1.6.5 Método de diferencias finitas.

El método de diferencias finitas se basa en aproximar los términos diferenciales por diferencias entre la función evaluada en el punto siguiente y el anterior. (Berezin, *et al*, 1965; Danílina, *et al*, 1990; Cutlip, *et al*, 2000).

Una modificación a este método es el método de las líneas donde solo se aplican las diferencias finitas a las variables independientes de condiciones de fronteras (variables relacionadas con el espacio), y la variable tiempo se resuelve por los métodos clásicos de problemas de valor inicial como por ejemplo *Runge Kutta* 4^{to} Orden. (Cutlip, *et al*, 2000).

Para calcular el valor de la derivada en los puntos en que se dividen las variables independientes pueden usarse aproximaciones de primer y segundo orden (Danílina, *et al*, 1990; Cutlip, *et al*, 2000). Tal como se muestra en las figuras siguientes:

Difference	First Order Formula
Forward Difference for First Derivative	$\frac{d}{dx}f(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{\Delta x}$
Backward Difference for First Derivative	$\frac{d}{dx}f(x_i) = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{\Delta x}$
Forward Difference for Second Derivative	$\frac{d^2}{dx^2}f(x_i) = \frac{f(x_i) - 2f(x_{i+1}) + f(x_{i+2})}{\Delta x^2}$
Backward Difference for Second Derivative	$\frac{d^2}{dx^2}f(x_i) = \frac{f(x_i) - 2f(x_{i-1}) + f(x_{i-2})}{\Delta x^2}$

Figura 1.3: Aproximaciones de diferencias finitas de primer orden.

Difference	Second Order Formula
Forward Difference for First Derivative	$\frac{d}{dx}f(x_i) = \frac{-3f(x_i) + 4f(x_{i+1}) - f(x_{i+2})}{2\Delta x}$
Central Difference for First Derivative	$\frac{d}{dx}f(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{2\Delta x}$
Backward Difference for First Derivative	$\frac{d}{dx}f(x_i) = \frac{3f(x_i) - 4f(x_{i-1}) + f(x_{i-2})}{2\Delta x}$

Figura 1.4: Aproximaciones de diferencias finitas de segundo orden de la primera derivada.

Difference	Second Order Formula
Forward Difference for Second Derivative	$\frac{d^2}{dx^2}f(x_i) = \frac{2f(x_i) - 5f(x_{i+1}) + 4f(x_{i+2}) - f(x_{i+3})}{\Delta x^2}$
Central Difference for Second Derivative	$\frac{d^2}{dx^2}f(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - 2f(x_i) + f(x_{i-1}))}{\Delta x^2}$
Backward Difference for Second Derivative	$\frac{d^2}{dx^2}f(x_i) = \frac{2f(x_i) - 5f(x_{i-1}) + 4f(x_{i-2}) - f(x_{i-3})}{\Delta x^2}$

Figura 1.5: Aproximaciones de diferencias finitas de segundo orden de la segunda derivada.

Conclusiones del capítulo 1.

- Los intercambiadores de serpentines sumergidos son muy utilizados para el calentamiento de tanques debido a su bajo costo y al buen rendimiento del intercambio, así como a la facilidad para ser limpiados exteriormente.
- El método de diferencias finitas con la variante del método de las líneas es la mejor opción para resolver ecuaciones diferenciales en derivadas parciales sobre dominios complejos, cuando los dominios cambian o cuando la precisión deseada no es igual en todo el dominio. Esto permite aplicarlos a problemas de transferencia de calor, mecánica de los fluidos y fenómenos de difusión.

Capítulo 2: Metodología de la investigación.

En este capítulo se explica la metodología de la investigación que se utiliza para determinar la distribución de temperaturas en el interior del tanque de almacenamiento de combustible.

2.1 Descripción del Caso de Estudio.

El trabajo se realiza en el Tanque de almacenamiento #37 del área 3 de la Empresa Comercializadora de Combustibles Matanzas, dicho tanque tiene como objetivo almacenar el Producto Crudo Nativo (PCN) procedente de buques tanques y los oleoductos provenientes de occidente (Santa Cruz, Boca de Jaruco) y del centro (Varadero, EPEP Centro). Cuenta con un sistema de calentamiento en tanques a través de serpentines que permiten ofrecer un Producto Crudo Nativo Mejorado (PCNM) con la temperatura requerida.

2.2 Modelos de fenómeno de transporte que describen el perfil de temperatura en el tanque.

2.2.1 Modelo geométrico de los volúmenes ocupados por el medio continuo.

El cuerpo del tanque está constituido por un cilindro seleccionándose así las coordenadas cilíndricas para la representación del modelo.

En la figura 2.1 se representan gráficamente las coordenadas del tanque donde se observa un corte transversal a partir de la mitad del mismo.

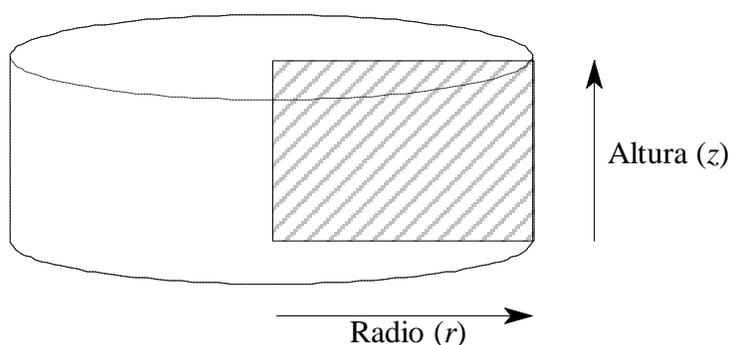


Figura 2.1: representación gráfica de las coordenadas cilíndricas del modelo.

Donde:

r- es el radio del tanque.

z- es la altura del tanque.

Las dimensiones y la capacidad del tanque se muestran en la tabla 2.1.

Tabla: 2.1: Dimensiones y capacidad del tanque.

Parámetro	Valor	Unidades
Altura de operación	16	m
Diámetro	63	m
Capacidad	50 000	m ³

La dimensión altura de operación del tanque se refiere a la altura a la que este se llena y no a su altura total.

El petróleo llega al tanque con una temperatura de 60 ° C. Las condiciones de frontera son la temperatura del petróleo en el fondo del tanque debido al intercambio de energía con el vapor a través de los serpentines instalados, la temperatura ambiente alrededor de este y la temperatura en el centro, para esta última se tiene en cuenta que el perfil de temperaturas es simétrico con respecto al centro del tanque como se muestra en la figura 2.2. Esto significa que las condiciones de temperatura a la izquierda del radio cero son idénticas que a la derecha (que fue el área seleccionada para el estudio).

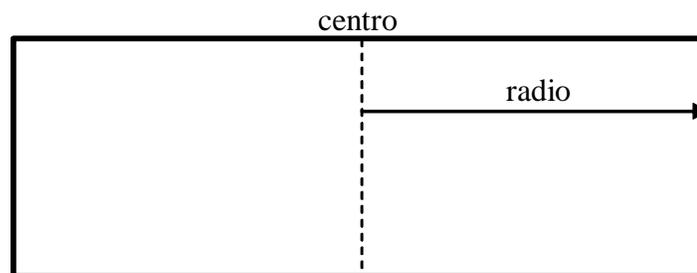


Figura 2.2: Representación de la simetría en el área de estudio.

Como solo se analiza la mitad derecha del tanque, el centro del tanque solo puede intercambiar por ese lado. La capa (vertical) de fluido más adyacente al centro por el lado izquierdo tiene las mismas condiciones que la capa central, por eso puede considerarse que la condición de frontera para radio = 0 es equivalente a que estuviera perfectamente aislado.

En términos matemáticos significa que del radio cero para atrás no hay variaciones de temperatura:

$$\frac{dT_{r=0}}{dr} = 0 \quad \text{Para todo } r < 0 \quad (2.1)$$

Sustituyendo el término diferencial por la diferencia finita de segundo orden con aproximación por la derecha (para $r > 0$) queda:

$$\frac{dT_{r=0}}{dr} = \frac{-3T_{r=0} + 4T_{r=1} - T_{r=2}}{2 \Delta r} = 0 \quad (2.2)$$

Y despejando para obtener la temperatura en el centro en función de los puntos vecinos:

$$T_{r=0} = \frac{4T_{r=1} - T_{r=2}}{3} \quad (2.3)$$

2.2.2 Modelos de fenómeno de transporte que describen el perfil de temperatura en el tanque, sobre el volumen discretizado.

Para la clasificación del modelo se consideran diferentes aspectos como son:

- La teoría o técnica básica utilizada en la elaboración del modelo.
- La naturaleza de las ecuaciones que se utilizan en el modelo.
- La estructura matemática del modelo.

Según la teoría o técnica básica utilizada en la elaboración del modelo se selecciona el nivel de descripción fenomenológico microscópico porque en este nivel se pueden obtener detalles internos del sistema, siendo el objetivo de la aplicación del mismo en

esta investigación obtener información del perfil de temperatura y pérdidas de calor en el interior del tanque de almacenamiento.

A partir de la ecuación 1.8 (Brodkey y Hershey, 1988; Finlayson 2006) se llega a la siguiente ecuación de energía para describir el perfil de temperatura en el sistema.

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + S_R \quad (2.4)$$

Para obtener la ecuación que describe el perfil de temperatura en el sistema se realizan una serie de consideraciones que conllevan a la simplificación del modelo.

Los mecanismos de transporte que intervienen en el sistema son la transferencia de calor y movimiento, estos ocurren simultáneamente en el eje z y r. Se considera la convección libre debido al movimiento del petróleo en el tanque producto a la diferencia de densidades a causa de la variación de temperatura.

Teniendo en cuenta las condicionales del sistema se puede simplificar el modelo eliminando todos los términos de la ecuación que no tienen significado físico.

A continuación se muestran los términos que se simplifican y las justificaciones de estas simplificaciones.

$\frac{v_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta}$: En este término aparece la velocidad V_θ , pero en el sistema no hay movimiento del fluido en ese eje, por lo que esta variable no tiene significado físico y puede despreciarse todo el término.

$\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}$: El término se elimina producto a que no hay variación de la temperatura en θ .

S_R : Se simplifica porque no hay reacción química dentro del tanque y por tanto no hay generación de energía por este concepto.

Después de realizar las simplificaciones, el modelo resultante es el siguiente:

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (2.5)$$

Aplicando la multiplicación de derivadas se obtiene:

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \left(\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (2.6)$$

Los valores de las propiedades físicas del petróleo, se calculan a partir de la ecuaciones definidas por modelos matemáticos, aplicables a las mezclas de petróleo crudo sometidas a tratamiento termofísico del Yacimiento Varadero (Rizo, 2005).

$$\rho_p = 1005,8 - 0,526T \quad (2.7)$$

$$k_p = 0,117 - 6,28 \cdot 10^{-5} T \quad (2.8)$$

$$C_{p_p} = 1739 + 2,5T \quad (2.9)$$

$$\nu_p = 69387,145 e^{-0,0658149T} \quad (2.10)$$

$$\mu_p = \nu_p \cdot \rho_p \quad (2.11)$$

Tabla 2.2: Descripción de cada parámetro de las ecuaciones.

Símbolo	Descripción	Unidad Medida
C_{p_p}	Capacidad calorífica del petróleo crudo.	kJ/(kg K)
k_p	Conductividad térmica del petróleo.	W/(m K)
T_m	Temperatura media del petróleo.	°C
μ_p	Viscosidad del petróleo	kg/m s
ρ_p	Densidad del petróleo	kg/m ³

Según la naturaleza de las ecuaciones que se utilizan en el modelo:

- El modelo es determinístico porque no depende de situaciones aleatorias. Para una misma entrada siempre se obtiene la misma salida.
- Es lineal porque las derivadas no están elevadas a un exponente y no presenta términos donde aparecen productos en función de la variable dependiente.
- Es dinámico puesto a que se considera variación con respecto al tiempo.
- De parámetros distribuidos porque considera la variación en el espacio.

Según la estructura matemática del modelo, este puede clasificarse como una ecuación diferencial lineal en derivadas parciales y de segundo orden donde la variable dependiente es la temperatura del petróleo y las variables independientes son el tiempo y las dimensiones del tanque, en este caso el radio y la altura del mismo.

Para determinar el perfil de pérdidas de calor en las paredes del tanque producto al intercambio con el medio se utiliza la ecuación de transporte de calor por convección.

$$Q = h_c A (T_p - T_{fl}) \quad (2.12)$$

Donde:

T_p : Temperatura de la pared; °C.

T_{fl} : Temperatura del aire; °C.

h_c : Coeficiente de transferencia de calor por convección para tubos verticales; $\text{kJ/m}^2\text{°C}$.

A : Área de transferencia de calor; m^2 .

El coeficiente de transferencia de calor por convección para tubos verticales se determina por la ecuación siguiente.

$$h_c = 0.4 \left(\frac{\Delta T}{d_0} \right)^{0.25} \quad (2.13)$$

Donde:

h_c : Coeficiente de transferencia de calor por convección para tubos verticales; $\text{kJ/m}^2\text{°C}$.

ΔT : Diferencia de temperatura entre la temperatura de la pared del tanque y la temperatura del aire; °C.

d_0 : diámetro del tanque; m.

2.2.3 Discretizar el volumen del medio continuo estudiado.

Para determinar la distribución de temperatura en el tanque se establece un mallado en la región ocupada por las variables independientes. Para ello se divide, en cada variable, el intervalo de integración en N veces iguales, de manera que el paso de integración sea:

$$\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{N} \quad (2.14)$$

2.3 Solución del modelo planteado a través de métodos numéricos.

2.3.1 Método de Diferencias Finitas.

Para obtener la solución analítica de la ecuación diferencial en derivadas parciales se aplica el método numérico de diferencias finitas con la variante del método de las líneas, el cual consiste en reducir un problema de ecuaciones diferenciales parciales a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias utilizando las ecuaciones de diferencias finitas.

Para esto se aplican las ecuaciones de diferencias finitas a todas las derivadas parciales excepto una para convertir el modelo en un problema de derivadas ordinarias. Por lo general se prefiere convertir las derivadas parciales de segundo orden y las que posean un menor intervalo de integración.

Se ajustan las diferencias finitas con aproximación central de primero y segundo orden tal como se muestra en las ecuaciones siguientes:

Primer orden

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta x} \quad (2.15)$$

Segundo orden

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{(\Delta x)^2} \quad (2.16)$$

Al sustituir en el modelo las derivadas por sus aproximaciones en diferencias finitas, el mismo se transforma en derivada ordinaria quedando de la manera siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = \frac{k}{\rho C_p} & \left[\frac{1}{r} \frac{T(r_{i+1}, z_j) - T(r_{i-1}, z_j)}{2\Delta r} + \frac{T(r_{i+1}, z_j) - 2T(r_i, z_j) + T(r_{i-1}, z_j)}{\Delta r^2} \right. \\ & + \frac{T(r_i, z_{j+1}) - 2T(r_i, z_j) + T(r_i, z_{j-1}))}{\Delta z^2} - V_r \frac{T(r_{i+1}, z_j) - T(r_{i-1}, z_j)}{2\Delta r} \\ & \left. - V_z \frac{T(r_i, z_{j+1}) - T(r_i, z_{j-1}))}{2\Delta z} \right] \end{aligned} \quad (2.17)$$

2.3.2 Solución del modelo planteado mediante el software MATLAB.

La solución del modelo planteado mediante el software MATLAB se determina a partir de la creación de un grupo de funciones externas que se explican a continuación.

La función *Fun* (anexo1), es la función a resolver. En esta se convierte la variable dependiente unidimensional (vector *y*) en una variable bidimensional (matriz *my*). Evalúa las condiciones de frontera y la ecuación diferencial. Convierte la variable bidimensional de derivadas (matriz *mdy*) en una variable unidimensional (vector columna *dy*).

La función *Funsolve* (anexo2) incluye los datos, como son los valores del radio, la altura y el tiempo, así como sus números de nodos respectivamente. Siendo:

x_{\min} : Dimensión mínima del radio.

x_{\max} : Dimensión máxima del radio.

n_x : Número de nodos del eje **x** (columnas) del radio.

y_{\min} : Dimensión mínima de altura.

y_{\max} : Dimensión máxima de altura.

n_y : Número de nodos del eje **y** (filas) de altura.

t_{\min} : Tiempo inicial.

t_{\max} : Tiempo final.

nt: Número de nodos del tiempo.

Se incluyen las condiciones iniciales y se determina el paso. Se soluciona el sistema a partir del método de Runge Kutta 4^{to} orden, el cual no admite matriz para su solución por lo que los datos son introducidos en forma de columna. Luego se convierte la variable dependiente unidimensional (vector y) en una variable bidimensional (matriz my).

Funbound (anexo3) adiciona filas y columnas nulas a la matriz my para establecer las condiciones de frontera.

Funmesh (anexo4) es la función donde se encuentra la ecuación diferencial (2.6).

Donde:

T: temperatura, °C.

rho: densidad, kg/m³.

k: conductividad, W/ (m K).

Cp: capacidad calórica, J/ (kg K).

vr: velocidad en el radio, m/s.

vz: velocidad en la altura, m/s.

Funplot (anexo5) es la función que se utiliza para graficar los resultados. La forma más común para esto es realizando un mapa de colores. La función *Meshgrid* conforma la malla que permite representar la distribución de temperatura en el interior del tanque. Para crear una malla de temperaturas que coincida con cada nodo se utiliza la función *Interp* para interpolar en forma de tabla. Con las mallas de radio m_x , altura m_y y temperatura *flipud* (bmy) se puede crear el mapa de colores.

2.4 Pérdidas económicas debido a las pérdidas energéticas en el sistema.

Para calcular las pérdidas económicas como consecuencia de las pérdidas energéticas en el sistema se realiza una estimación de la cantidad de vapor que es necesario generar para contrarrestar dichas pérdidas.

La masa de vapor que es necesaria generar se determina de la forma siguiente:

$$m_v = \frac{Q}{\lambda} \quad (2.18)$$

Donde:

m_v : Masa de vapor; kg/h.

Q : Pérdidas de calor; kJ/h.

λ : Calor latente del vapor a la presión y temperatura de trabajo; kJ/kg.

Una vez calculada la masa de vapor y teniendo en cuenta el consumo específico de combustible y el precio del combustible se determina el gasto económico anual por generación de vapor producto a las pérdidas energéticas.

Conclusiones del Capítulo 2

- Se seleccionan las coordenadas cilíndricas para la representación del modelo.
- Las condiciones de frontera en el tanque son la temperatura del petróleo en el fondo, el centro y la temperatura ambiente alrededor del tanque.
- Se realiza la descripción matemática con un nivel microscópico.
- Se selecciona el método de diferencias finitas para la solución del modelo.
- Para la solución del modelo mediante el método de diferencias finitas se utiliza el *software* MATLAB.

Capítulo 3: Análisis de los resultados.

En este capítulo se ofrecen los resultados del perfil de temperatura y de pérdidas de calor en el interior del tanque de almacenamiento.

En el modelo matemático resultante, la temperatura es dependiente de tres variables, el tiempo, el radio y la altura del tanque. Debido a que en un plano solo pueden representarse dos dimensiones, en este capítulo se presentan varias figuras resultantes de la simulación del perfil de temperatura a diferentes tiempos, además del comportamiento de estos perfiles en diferentes puntos dentro del tanque y los perfiles de pérdidas de calor en la pared del mismo.

3.1 Perfiles de temperatura en el interior del tanque a diferentes tiempos de simulación.

A continuación se muestra los resultados de la simulación del perfil de temperatura a diferentes tiempos.

La figura 3.1 muestra la distribución de temperaturas del crudo en el interior del tanque inmediatamente después del llenado (0 segundos).

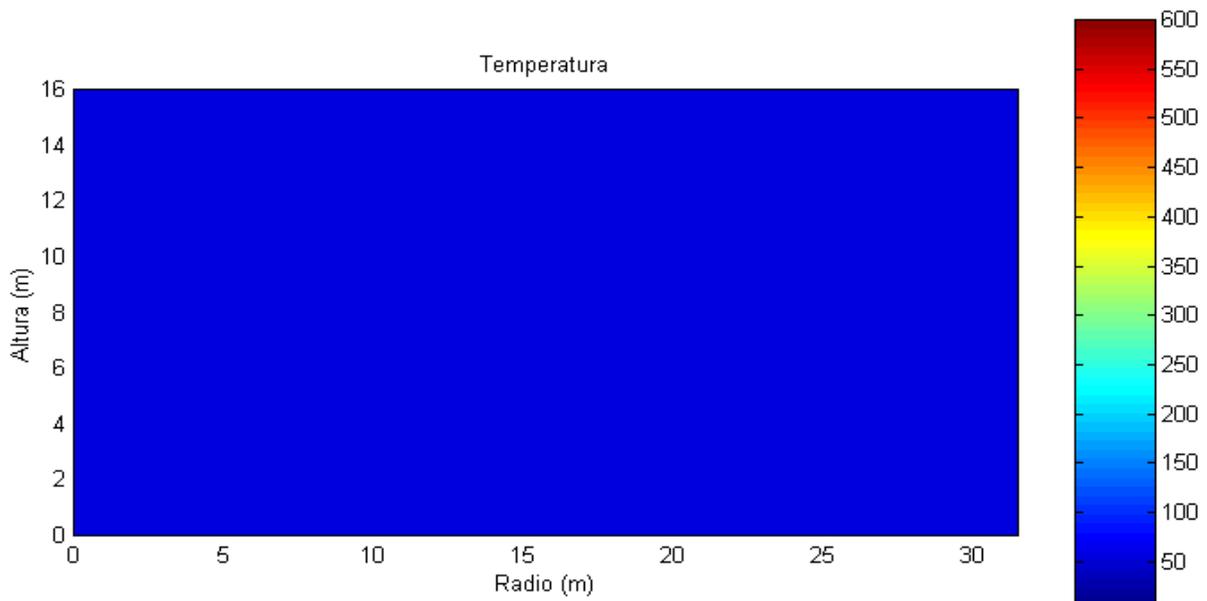


Figura 3.1: Distribución de temperaturas del crudo en el interior del tanque después del llenado (0 segundos).

En la figura anterior se puede apreciar uniformidad en el color, lo cual indica que la temperatura del petróleo inmediatamente después de llenado el tanque (0 segundos) no ha sufrido variación en ningún punto. Esto indica que no ha ocurrido un intercambio de calor entre la fuente suministradora y el petróleo almacenado en el tanque, por tanto la temperatura del crudo en ese instante se mantiene igual a la temperatura de entrada (60 °C).

La figura 3.2 representa la distribución de temperaturas del crudo en el interior del tanque después de transcurridos 45 000 segundos (aproximadamente 12 horas).

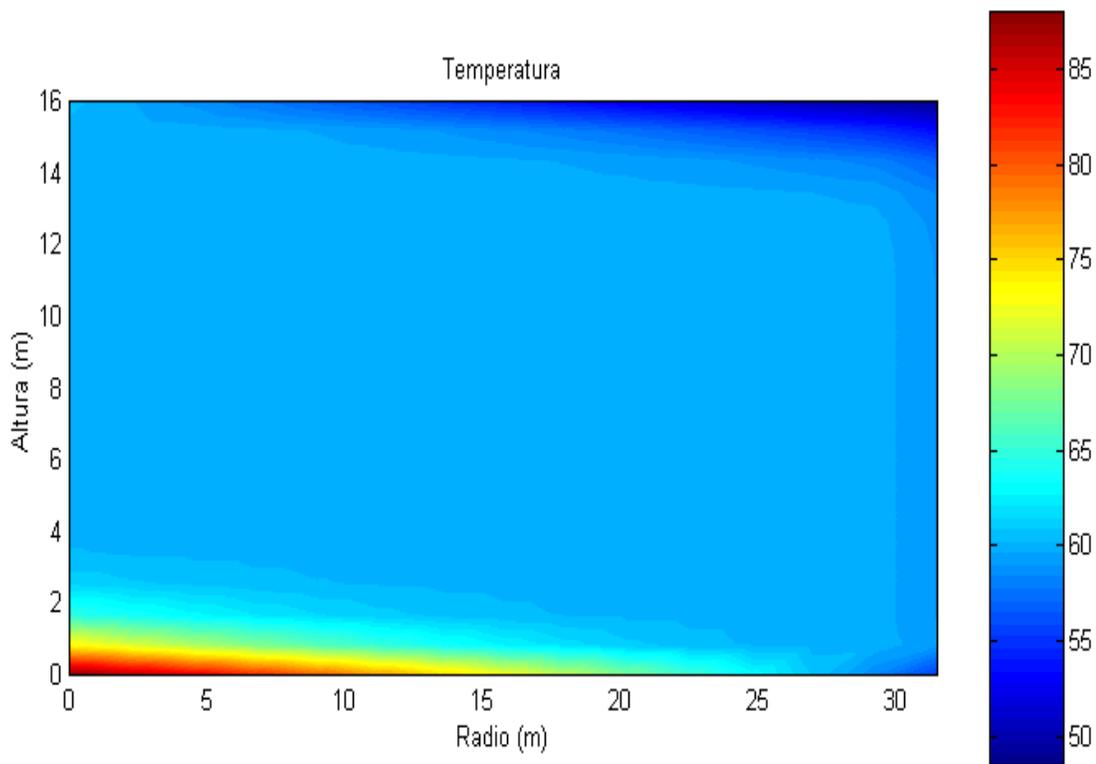


Figura 3.2: Distribución de temperaturas del crudo en el interior del tanque después de transcurridos 45 000 segundos (aproximadamente 12 horas).

Después del instante de llenado el tanque, la capa del fluido más cercana a los serpentines (en la parte central e inferior del tanque) comienza a calentarse debido a la transferencia de calor que se establece producto del mecanismo de conducción.

Una vez transcurridas 12 horas aproximadamente la temperatura en esta posición dentro del tanque aumenta hasta 85 °C y aparecen ondas de forma laminar debido al establecimiento de un mecanismo convectivo natural producto de que el incremento de la temperatura provoca una disminución de la densidad del petróleo y por tanto un movimiento ascendente del petróleo por el centro del tanque.

El borde superior derecho muestra una disminución de temperatura como consecuencia del movimiento convectivo. Este punto alcanza una temperatura de 50 °C. Este decrecimiento de la temperatura provoca un incremento de la densidad del petróleo y por tanto un movimiento descendente del petróleo por la pared del tanque. En la figura también se observa que el borde inferior derecho del tanque recibe el fluido que desciende por las paredes del mismo, lo que conlleva a una disminución de temperatura del fluido en esta zona con respecto a la temperatura inicial del petróleo. Esta disminución es menos acentuada que en el tope por lo que la temperatura en el borde inferior es superior a la temperatura en el tope.

En el resto de los puntos interiores del tanque el petróleo no experimenta variación de la temperatura con respecto a la temperatura establecida de 60 °C. Los cambios de temperatura del petróleo ocurren solamente en las fronteras del tanque, es decir existe un incremento de la temperatura en el centro por la proximidad al serpentín y una disminución en las paredes del tanque debido al movimiento convectivo.

La distribución de temperaturas en el interior del tanque después de transcurridos 90 000 segundos (aproximadamente 1 día) se observa en la figura 3.3.

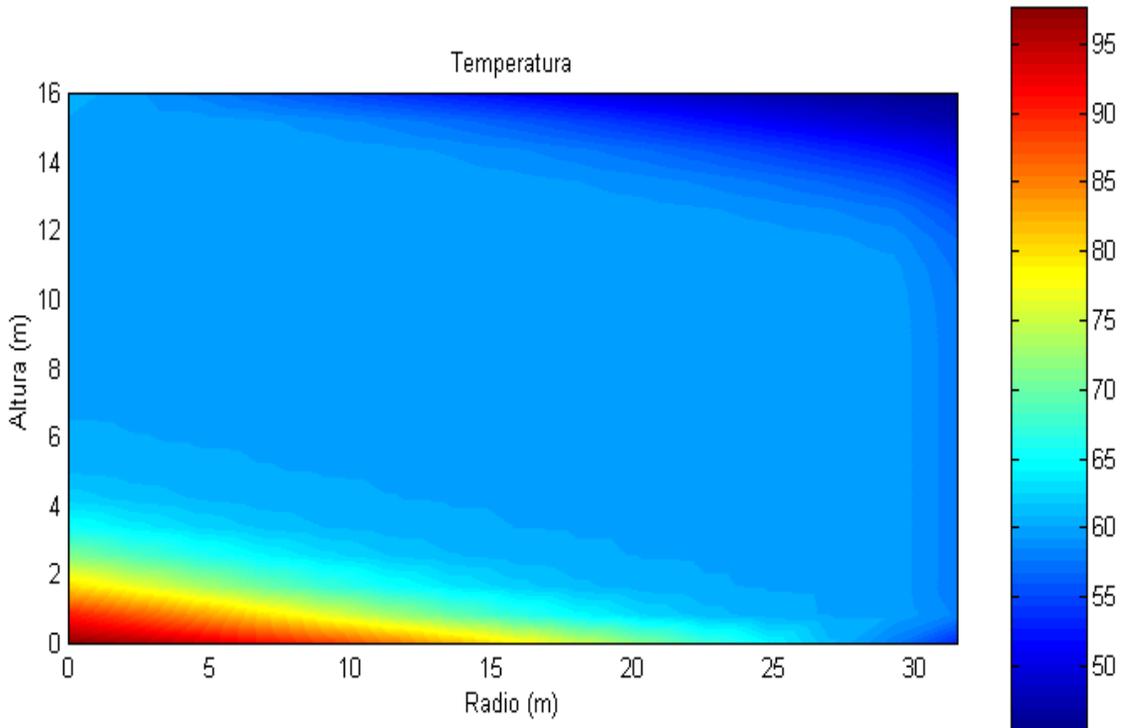


Figura 3.3: Distribución de temperaturas del crudo en el interior del tanque después de transcurridos 90 000 segundos (aproximadamente 1 día).

En la figura 3.3 se observa que los perfiles de temperatura tienen un comportamiento similar al mostrado en la figura 2.2, producto al movimiento convectivo natural por el centro y las paredes del tanque.

Pasada aproximadamente 1 hora se muestra un paulatino aumento de la temperatura en el perímetro de los serpentines hasta alcanzar 95 °C. En los bordes externos del tanque la temperatura se mantiene cerca de 50 °C mientras que en los puntos interiores del tanque el petróleo se mantiene a la temperatura establecida de 60 °C

A continuación se muestran los resultados de la simulación del perfil de temperatura en diferentes posiciones dentro del tanque.

La figura 3.4 muestra los perfiles de temperaturas del crudo en diferentes puntos del tanque durante 90 000 segundos (aproximadamente 1 día).

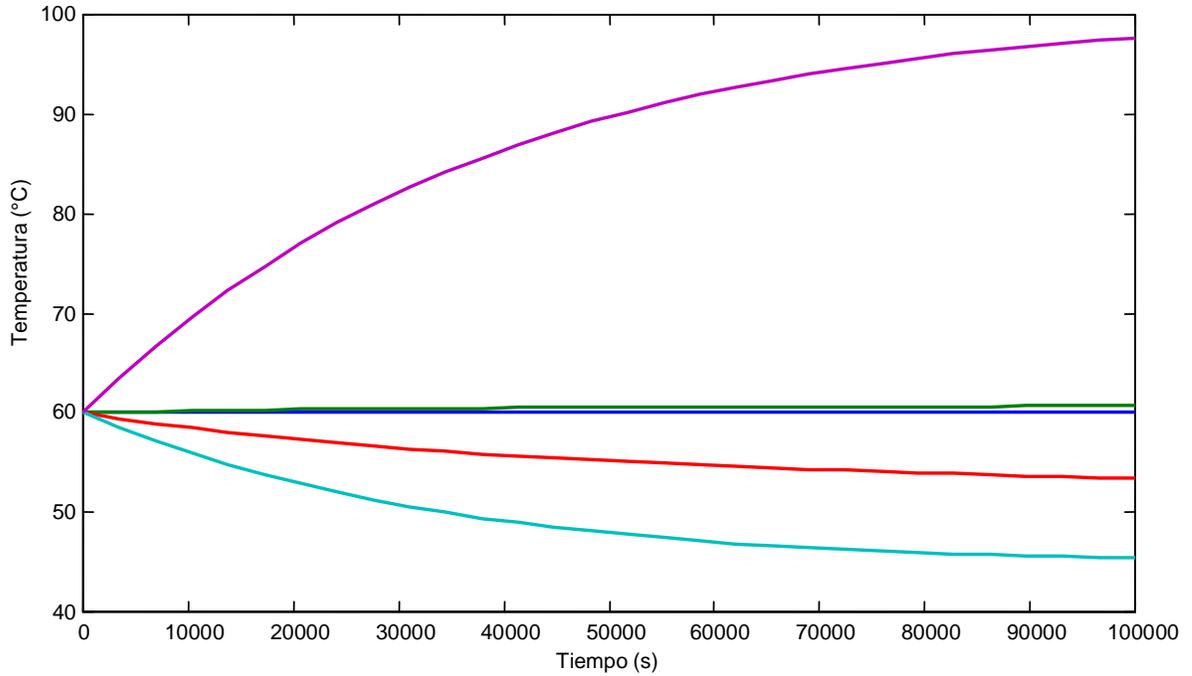


Figura 3.4: Perfiles de temperaturas del crudo en diferentes puntos del tanque durante 90 000 segundos (aproximadamente 1 día).

La figura 3.5 representa la leyenda de la figura 3.4 mostrando la ubicación de los puntos en el interior del tanque.

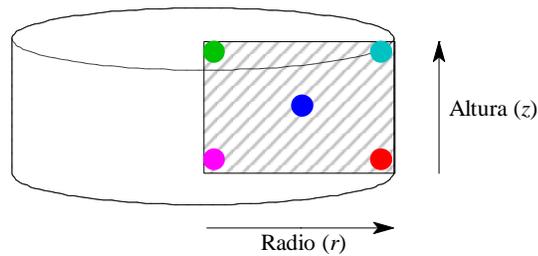


Figura 3.5: Leyenda de la figura 3.4. Ubicación de los puntos en el interior del tanque.

Los perfiles de temperatura representados en la figura 3.4 varían de la manera siguiente:

En la parte central e inferior del tanque la temperatura aumenta con el incremento del tiempo debido a que esta capa se encuentra próxima a los serpentines. Transcurrido aproximadamente un día la temperatura aumenta hasta 98 °C, resultado que coincide con el mostrado en la figura 3.3.

La temperatura en el extremo superior del centro del tanque se mantiene aproximadamente constante, a medida que transcurre el tiempo presenta un ligero aumento de la temperatura del petróleo debido a la conducción y convección natural que provoca el ascenso del fluido caliente hacia la parte superior por el centro del tanque.

En el punto ubicado en el centro de la figura la temperatura se mantiene constante debido al intercambio continuo de calor con el medio de calentamiento dentro del tanque y con el exterior del mismo.

Se observa una disminución gradual de la temperatura como consecuencia de las pérdidas de calor producidas por el intercambio con el ambiente en el extremo superior del borde del tanque. En esta zona se alcanza una temperatura por debajo de 50 °C.

En el extremo inferior del borde del tanque la temperatura también disminuye pero menos que en el extremo superior del tanque producto de la cercanía de las capas de fluidos que rodean los serpentines. En este punto la temperatura queda por encima de 50 °C.

La Figura 3.6 revela los perfiles de temperatura del crudo en el centro ($r=0$ m) y en la pared ($r=31,5$ m) del tanque después de transcurridos 90 000 segundos (aproximadamente 1 día).

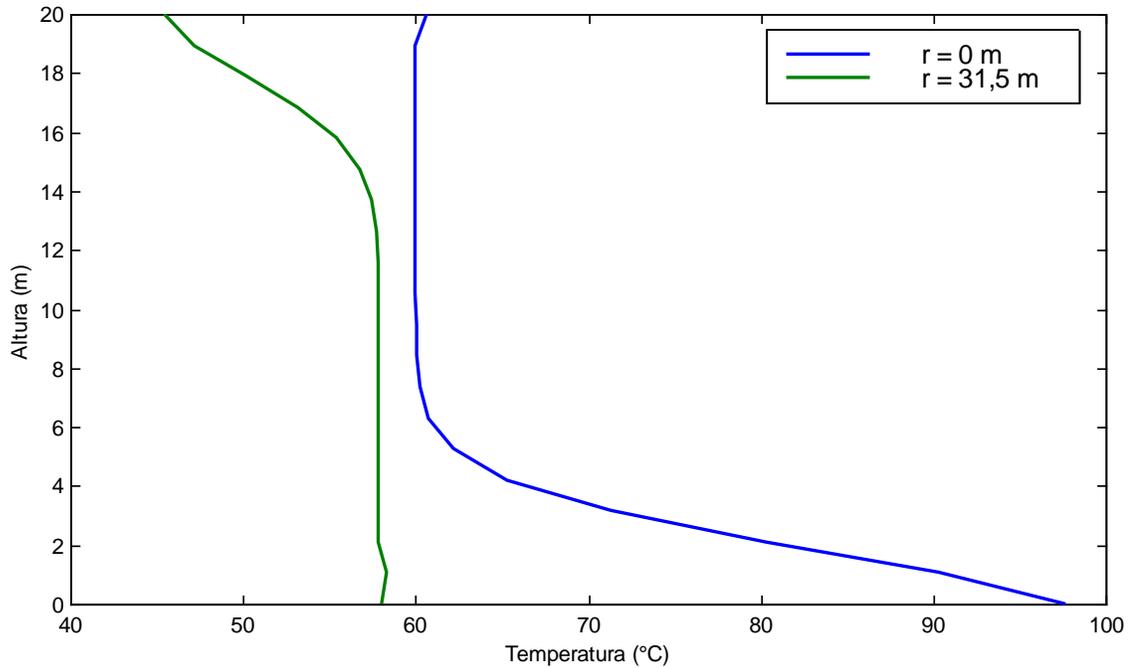


Figura 3.6: Perfiles de temperaturas del crudo en el centro ($r=0$ m) y en la pared ($r=31,5$ m) del tanque después de transcurridos 90 000 segundos (aproximadamente 1 día).

La temperatura en el centro y las paredes del tanque muestra una disminución a medida que aumenta la altura del tanque. En el centro del tanque la parte inferior y superior muestra temperaturas de 98 °C y cerca de 60 °C respectivamente y la parte inferior y superior de las paredes del tanque muestra temperaturas de 58 °C y por debajo de 50 °C respectivamente. Estos valores de temperatura corresponden con los perfiles obtenidos en la figura 3.4 para un tiempo de aproximadamente 1 día. La causa de este comportamiento es la transferencia de calor que se establece producto a mecanismos conductivos y convectivos que provocan el ascenso y descenso de las capas de fluido dentro del tanque.

En la figura 3.7 se observan los perfiles de pérdidas de calor del crudo a través de la pared del tanque después de transcurridos 90 000 segundos (aproximadamente 1 día).

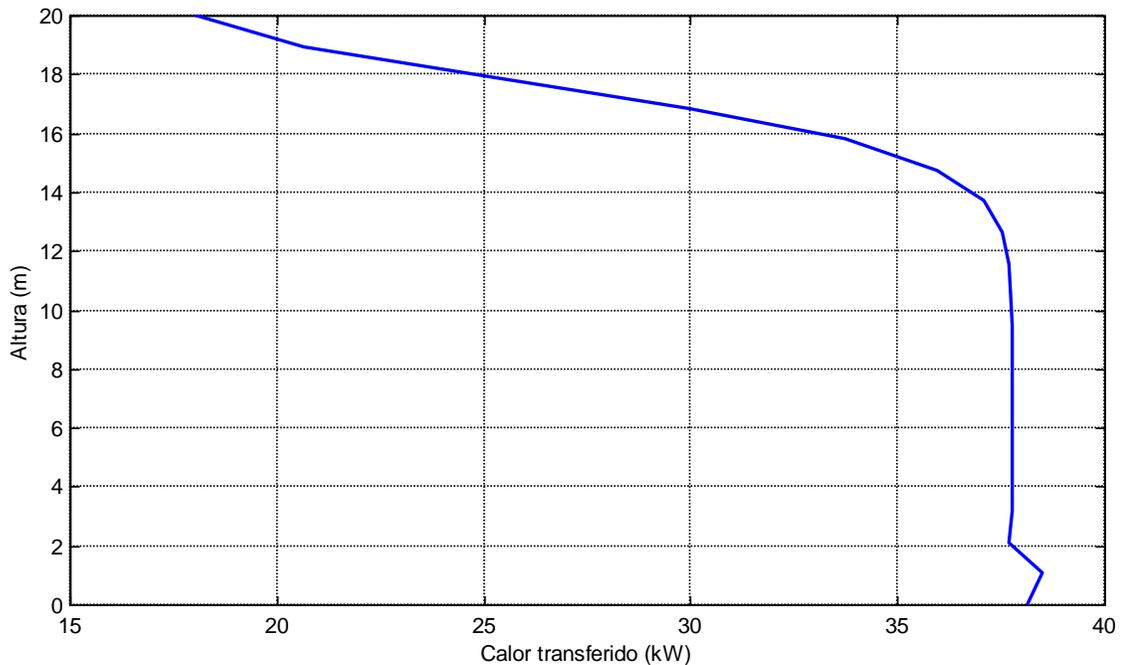


Figura 3.7: Perfiles de pérdidas de calor del crudo a través de la pared del tanque después de transcurridos 90 000 segundos (aproximadamente 1 día).

En este gráfico se observa que por la pared en el fondo del tanque las pérdidas de calor son mayores que en tope. En el fondo del tanque se pierden alrededor de 37 kW (y la temperatura es 58 °C, según las figuras anteriores) y en el tope alrededor de 18 kW (y la temperatura es 45 °C). Este resultado es lógico, debido a que la temperatura exterior del aire es la misma, por tanto en el fondo el gradiente de temperaturas (fuerza impulsora de la transferencia de calor) es mayor y por tanto es mayor la transferencia de calor con el medio ambiente.

3.2 Pérdidas económicas debido a las pérdidas energéticas en el sistema.

Por los valores obtenidos de los perfiles de pérdidas de energía en MATLAB se puede determinar, que el calor perdido en el extremo inferior de la pared es igual a 37 kW.

A partir de la ecuación 3.1 se puede calcular la masa de vapor necesaria para mantener la temperatura adecuada en el tanque de almacenamiento.

A continuación se muestran datos necesarios para determinar las pérdidas económicas.

Tabla 3.1: Datos para determinar las pérdidas económicas.

Parámetros	Valores	Unidades
Calor latente (λ)	2260	kJ/kg
Consumo específico de combustible	0.0007	m ³ petróleo/kg vapor
Precio del combustible	283	\$/m ³

El consumo de vapor se determinará teniendo en cuenta las pérdidas mayores, las cuales se encuentran en el fondo del tanque.

$$m_v = \frac{Q}{\lambda} \quad (3.1)$$

$$Q = 37 \text{ kW} = 13330 \text{ kJ/h.}$$

$$m_v = \frac{13330}{2260} = 58.98 \text{ kg/h} = 1415.59 \text{ kg/día}$$

Este valor multiplicado por el consumo de combustible y por el precio del petróleo representa una pérdida de 290.1\$/día, lo que al año significa 106209.1 \$/año. Este resultado es un valor elevado, por lo que en un futuro deberán estudiarse alternativas para reducir estas pérdidas.

Conclusiones del Capítulo 3.

- La temperatura del petróleo inmediatamente después de llenado el tanque (0 segundos) no sufre variación en ningún punto.
- Los cambios de temperatura del petróleo ocurren solamente en las fronteras del tanque.
- El fluido en el interior del tanque presenta un movimiento convectivo circular ya que asciende por el centro del tanque y baja por las paredes del mismo.
- En el perímetro de los serpentines se observa un incremento de la temperatura a medida que transcurre el tiempo, mientras que en la pared del tanque se muestra una disminución de temperatura con respecto a la temperatura inicial del petróleo.
- En la pared del tanque la parte superior tiene menor temperatura que la parte inferior del mismo.
- En los puntos interiores del tanque el petróleo no experimenta variación de la temperatura con respecto a la temperatura establecida de 60°C.
- Las pérdidas de calor en la pared del tanque son mayores en el borde inferior que en el borde superior.
- Debido a las pérdidas de calor es necesario generar 290.1kg de vapor al día lo que significa un gasto de 106209.1 \$/año por consumo de combustible para generar el vapor.

CONCLUSIONES

- Se obtiene un modelo matemático que describe la distribución de temperaturas en el interior del tanque #37 para estimar el perfil de pérdidas energéticas en la pared del mismo.
- Los cambios de temperatura del petróleo ocurren solamente en las fronteras del tanque. En el perímetro de los serpentines se observa un incremento de la temperatura a medida que transcurre el tiempo, mientras que en la pared del tanque se muestra una disminución de temperatura con respecto a la temperatura inicial del petróleo.
- En los puntos interiores del tanque el petróleo no experimenta variación de la temperatura con respecto a la temperatura establecida de 60°C.
- El fluido en el interior del tanque presenta un movimiento convectivo circular ya que asciende por el centro del tanque y baja por las paredes del mismo.
- En la pared del tanque la parte superior tiene menor temperatura y menor pérdida de calor que la parte inferior del mismo.
- Debido a las pérdidas de calor es necesario generar 290.1kg de vapor al día lo que significa un gasto de 106209.1 \$/año por consumo de combustible para generar el vapor.

RECOMENDACIONES

Se recomienda realizar un estudio de alternativas para reducir las pérdidas de calor en las paredes del tanque.

BIBLIOGRAFÍA

1. Alfonso, D., 2002. "Mecánica de Fluidos" (soporte electrónico). México. Abril.
2. Belfiore, L.A., 2002. *Transport phenomena for chemical reactor design*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ (USA), ISBN 0-471-20275-4.
3. Bell, K.J. & Mueller, A.C., 2001. "Wolvering Engineering". *Data Book II*. (Soporte Electrónico).
4. Bennett, C.O.; Myers, J.E., 1960. *Momentum, heat and mass transfer*. 697p.
5. Berezin, I.S.; Zhidkov, N.P., 1965. *Computing Methods*. 1^{ra} ed. En inglés, Vol. 2. Oxford, New York: Pergamon Press. 679p.
6. Bird, R.B.; Stewart, W.E.; Lightfoot, E.N., 1966. *Transport phenomena*. 780p.
7. Bin, C.; Cong, W.; Zhiwei, W.; Liejin, G., 2009. "Investigation of gas-solid two-phase flow across circular cylinders with discrete vortex method". *Applied Thermal Engineering*. 29 (8-9), pp. 1457-1466.
8. Brodkey, R.S.; Hershey, H.C., 1988. *Transport phenomena - A unified approach*. McGraw-Hill chemical engineering series, McGraw-Hill Book Company, New York (USA), ISBN 0-07-007963-3.
9. Chen, Z., 2005. *Finite Element Methods and Their Applications*. Springer, Berlín (Alemania), 978-3-540-28078.
10. Cutlip, M.B.; Shacham, M., 2000. *Problem solving in chemical engineering with numerical methods*. New Jersey: Pentice Hall PTR. 458p. ISBN 0-13-862566-2.
11. Danílina, N.I.; Dubrovskaya, N.S.; Kvasha, O.P.; Smirnov, G.L., 1990. *Matemática de cálculo*. Moscú: Mir. 277p.

12. Dargush, G.F., Grigoriev, M.M., 2003. *“Efficient boundary element methods for the time-dependent convective diffusion equation”*. *Proceedings of the ASME Summer Heat Transfer Conference 2003*, pp. 875-886.
13. Donald L.; Gerald S., 2002. *Geodynamics*. Cambridge: Cambridge University Press. ISBN 9780521666244.
14. Durmus, A., Boztosun, I., Yasuk, F., 2006. *“Comparative study of the multiquadric and thin-plate spline radial basis functions for the transient-convective diffusion problems”* *International Journal of Modern Physics C*. 17 (8), pp. 1151-1169.
15. Felippa, C. A., 2005. *Introduction to finite element methods [on-line]*. University of Colorado. Disponible en Internet en: <http://www.colorado.edu>.
16. Finlayson, B.A., 2006. *Introduction to chemical engineering computing*. Wiley and sons. New Jersey (USA).
17. Garcell, L.; Díaz, A.; Suríz, G., 1992. *Transferencia de cantidad de movimiento calor y masa*. La Habana: Pueblo y Educación. 348p.
18. Geankoplis, C.J., 1998. *Procesos de transporte y operaciones unitarias*. 3ra Ed., Compañía Editorial Continental, Tlhuaca (México), ISBN 968-26-1316-7.
19. Grigoriev, M.M., Dargush, G.F., 2004. *“Efficiency and accuracy of higher-order boundary-element methods for steady convective heat diffusion”*. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*. 45 (2), pp. 109-133.
20. Himmenblau. D.M., 1997. *“Principios básicos de cálculos en Ingeniería Química”*. Sexta Edición.
21. Holland F.A., 1970. *Heat Transfer*. Department of Chemical Engineering, University of Salford, Heinemann Educational Books, London, England.

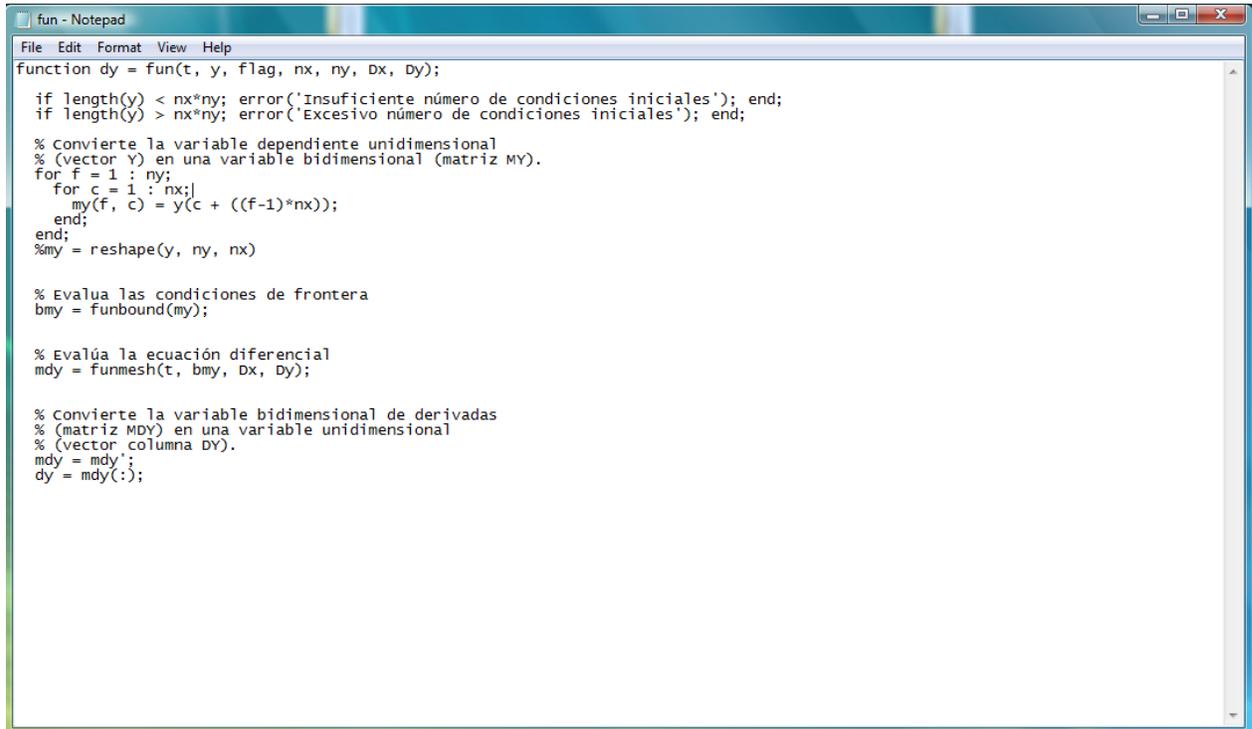
22. Holman, J.P., 1994: Métodos Experimentales para Ingenieros. *Mc Graw Hill Inc.*, 560 pp., México.
23. Hougen, O.A., 1974. Principio de los procesos químicos. Tomo I. Editorial Reverté s.a, Barcelona, España.
24. Incropera, F.P. and DeWitt, D.P., 1996. *"Fundamentals of Heat and Mass Transfer"*. *John Wiley & Sons*. Cuarta Edición.
25. Incropera, F.P., 2002: Fundamentos de transferencia de calor. Cuarta edición, Editorial Pearson Educación, México.
26. Isachenkoo V.; Osipova, V.; Sukomel, A., 1987. Transmisión de Calor. Tomo I y II, Editorial Pueblo y Educación, La Habana.
27. Johannesson, B.; Janz, M., 2009. *"A two-phase moisture transport model accounting for sorption hysteresis in layered porous building constructions"*. *Building and Environment*, 44 (6), pp. 1285-1294.
28. Kakosimos, K. E.; Assael, M. J., 2009. *"An efficient 3D mesh generator based on geometry decomposition"*. *Computers and Structures*. 87 (1-2), pp. 27 - 38.
29. Kays, W.; Crawford, M.; Weigand, B., 2004. *Convective Heat and Mass Transfer, 4E. McGraw-Hill Professional*. ISBN 0072990732.
30. Kern, D.Q., 1975. "Procesos de transferencia de calor". Edición Revolucionaria. Instituto Cubano del Libro.
31. Kim, K.J.; King, W.P., 2009. *"Thermal conduction between a heated microcantilever and a surrounding air environment"*. *Applied Thermal Engineering*. 29 (8-9), pp. 1631-1641.

32. Krasnoschiokov, E.A.; Sukomel, A., 1986. Problemas de Termotransferencia. Editorial Mir, Moscú.
33. Kreith, F., 2000. *CRC handbook of thermal engineering*. CRC Press, Boca Raton, FL (USA), ISBN 0-8493-9581-X.
34. Kuzmin, D.; Shashkov, M.J.; Svyatskiy, D., 2009. "A constrained finite element method satisfying the discrete maximum principle for anisotropic diffusion problems". *Journal of Computational Physics*. 228 (9), pp. 3448-3463
35. Liu, Y., 2003. *Introduction to Finite Elements Method - Lecture Notes*. University of Cincinnati, Cincinnati, OH (USA).
36. Manning, F.S.; Thompson, R.E., 1991. "Oilfield Processing of Petroleum". Volume one: Natural Gas. Penn Well Publishing Company. Tulsa, Oklahoma.
37. Manning, F.S. and Thompson, R.E., 1991. "Oilfield Processing of Petroleum". Volume Two: Crude Oil. Penn Well Publishing Company. Tulsa, Oklahoma.
38. Mansoori, G.A., 2001. "Physicochemical Basis of Arterial Blockage / Fouling. Prediction and Prevention". Department of Chemical Engineering, University of Illinois at Chicago (soporte electrónico). Septiembre, 2001.
39. Pavlov, K.F. y colaboradores, 1981. "Problemas y ejemplos para el curso de operaciones básicas y aparatos en tecnología química". Editorial Mir Moscú.
40. Perry, R.H.; Breen, D.W., 1999. "Chemical Engineers` Handbook. Mc. Graw – Hill Incorporation". Sexta Edición. Tomo II.
41. Pons, A., 1987. Termodinámica técnica para ingenieros químicos. Editorial pueblo y educación. Ciudad de la Habana.

42. Qiu, Z.H., Wrobel, L.C., Power, H., 1998. "Numerical solution of convection-diffusion problems at high Péclet number using boundary elements". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 41 (5), pp. 899-914.
43. Rizo, L.B., 2005. Evaluación energética en la Planta de Tratamiento de Crudo de la EPEP Centro. Tesis presentada en opción al título de Especialista en perforación de pozos y producción de petróleo.
44. Sadiku, M.N.O., 2001. *Numerical Techniques in Electromagnetics. 2nd Ed. CRC Press LLC, Boca Raton, FL (USA)*, ISBN 0-8493-1395-3.
45. Shilling, R., 2000. "A new perspective on the impact of fouling on the performance of finned heat exchangers in comparison to heat exchangers without extended surfaces" (soporte electrónico). *Brown Fintube Company. Houston, Texas, U.S.A.*
46. Shilling, R., 1999. "Heat Transfer Technology" (soporte electrónico). *Brown Fintube Company. Houston, Texas, U.S.A.*
47. Smith, H.; Kenneth E., 1987. "Crude oil emulsions".
48. Viera, R.; López, S.; Levi, M.N., 1988. Modelación matemática para ingenieros químicos. 240p.
49. White, F.M., 2001. *Fluid mechanic. 4th Ed. Interactive E-Text, McGraw-Hill, New York (USA)*.
50. Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L., 2000. *The Finite Element Method. 5th Ed. Butterworth-Heinemann, Woburn, MA (USA)*, ISBN 0-7506-5049-4.

ANEXOS

Anexo 1: Función *fun*.



```
fun - Notepad
File Edit Format View Help
function dy = fun(t, y, flag, nx, ny, Dx, Dy);
    if length(y) < nx*ny; error('Insuficiente número de condiciones iniciales'); end;
    if length(y) > nx*ny; error('Excesivo número de condiciones iniciales'); end;

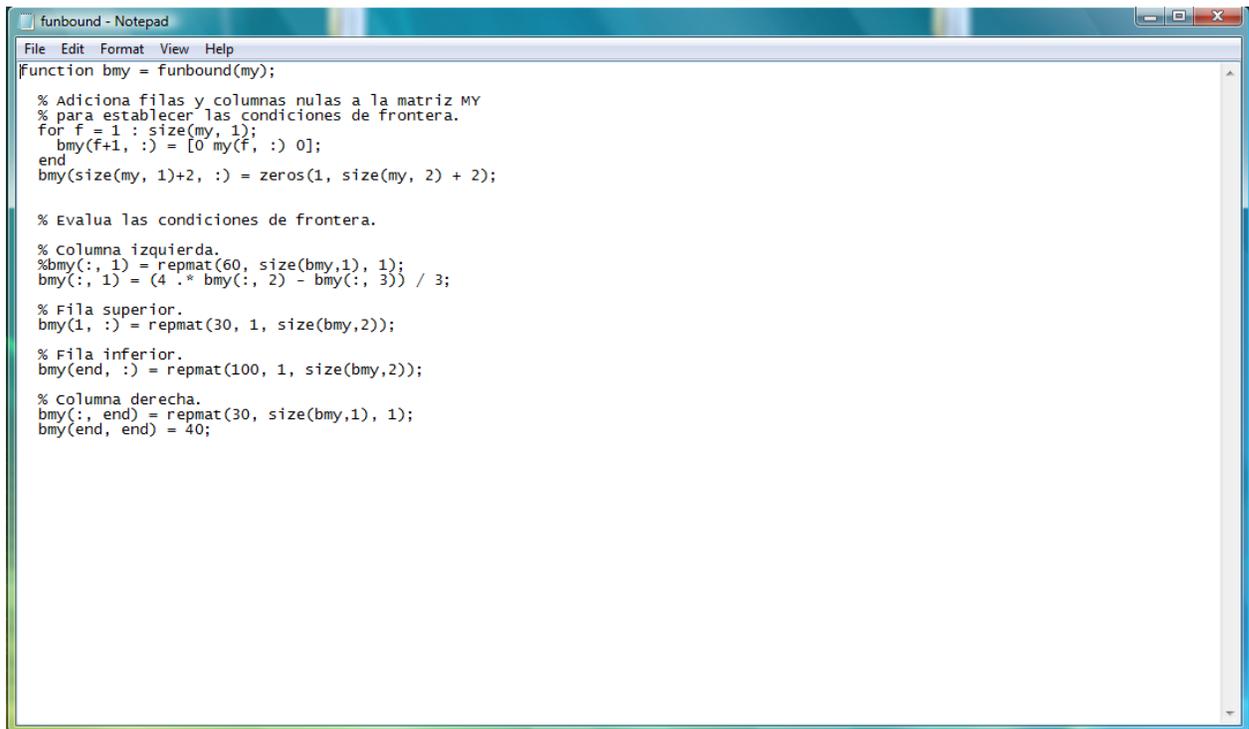
    % Convierte la variable dependiente unidimensional
    % (vector y) en una variable bidimensional (matriz MY).
    for f = 1 : ny;
        for c = 1 : nx;
            my(f, c) = y(c + ((f-1)*nx));
        end;
    end;
    %my = reshape(y, ny, nx)

    % Evalúa las condiciones de frontera
    bmy = funbound(my);

    % Evalúa la ecuación diferencial
    mdy = funmesh(t, bmy, Dx, Dy);

    % Convierte la variable bidimensional de derivadas
    % (matriz MDY) en una variable unidimensional
    % (vector columna DY).
    mdy = mdy';
    dy = mdy(:);
```


Anexo 3: Función *Funbound*.



```
funbound - Notepad
File Edit Format View Help
function bmy = funbound(my);
% Adiciona filas y columnas nulas a la matriz MY
% para establecer las condiciones de frontera.
for f = 1 : size(my, 1);
    bmy(f+1, :) = [0 my(f, :) 0];
end
bmy(size(my, 1)+2, :) = zeros(1, size(my, 2) + 2);

% Evalua las condiciones de frontera.

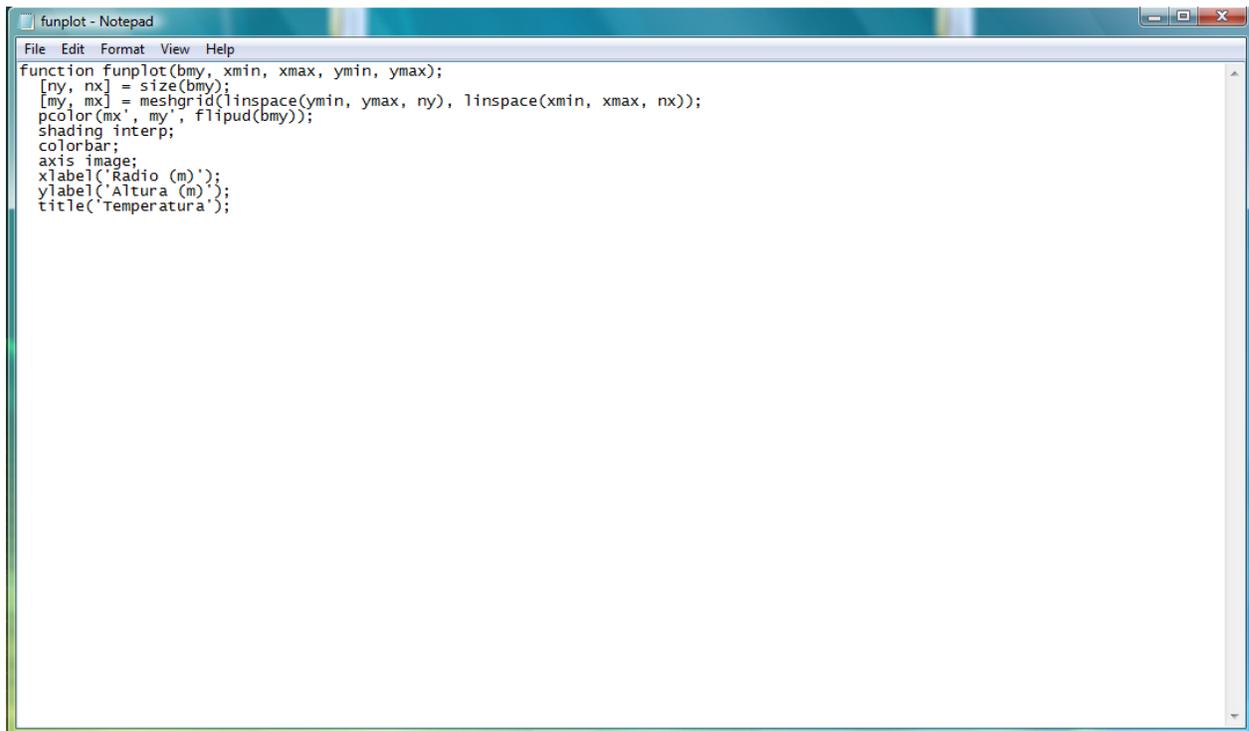
% Columna izquierda.
%bmy(:, 1) = repmat(60, size(bmy,1), 1);
bmy(:, 1) = (4 .* bmy(:, 2) - bmy(:, 3)) / 3;

% Fila superior.
bmy(1, :) = repmat(30, 1, size(bmy,2));

% Fila inferior.
bmy(end, :) = repmat(100, 1, size(bmy,2));

% Columna derecha.
bmy(:, end) = repmat(30, size(bmy,1), 1);
bmy(end, end) = 40;
```


Anexo 5: Función *Funplot*.



```
funplot - Notepad
File Edit Format View Help
function funplot(bmy, xmin, xmax, ymin, ymax);
[ny, nx] = size(bmy);
[my, mx] = meshgrid(linspace(ymin, ymax, ny), linspace(xmin, xmax, nx));
pcolor(mx', my', flipud(bmy));
shading interp;
colorbar;
axis image;
xlabel('Radio (m)');
ylabel('Altura (m)');
title('Temperatura');
```