Universidad de Matanzas

“Camilo Cienfuegos”

Facultad de informática

Departamento de Matemática

Colección de ejercicios para el desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos.

Tesis en opción al grado de Máster en Matemática Educativa.

Autora: Lic. Alexis Molina Fleitas.

Tutores: Dra. Lourdes Tarifa Lozano.

Msc. Omar Calistre Quiñones.

Matanzas, junio de 2008

Dedicatoria:

A la memoria de mi madre, quien me ilumina siempre desde la oscuridad.

A mi hija kleimi, motivo de mi existir.

A mi más dulce amor, por todo.

Agradecimientos:

¡Muy Especial!, a mis dos tutores, por la valía de sus ideas y el respeto a las mías, por confiar en mí y por la seguridad que me transmitieron siempre.

A mis alumnos, todos, pues esta tesis surgió para ellos.

A Yailema y Karel, ángeles en mis momentos difíciles con la informática.

Resumen:

A partir de diagnosticar en el problema científico, para contribuir al desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos, en los estudiantes del segundo semestre del (Centro Unificado de superación obrero campesina) CUSOC "Julio Antonio Mella", esta autora pretende en este trabajo, que los mismos tengan una colección de ejercicios que incluye ejercicios resueltos y propuestos, así como una (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, como herramienta de trabajo, que les permita el desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios sobre igualdad o semejanza de triángulos, todo ello sustentado, en las principales dificultades que han incidido, en este centro, en el desarrollo de las demostraciones geométricas, principalmente sobre igualdad y semejanza de triángulos.

Para lo que se partió de un diagnóstico con expertos en la materia, sobre la necesidad de su creación para la contribución a superar las dificultades que en estos contenidos, presentan los estudiantes.

Para la confección de esta colección de ejercicios que incluye ejercicios resueltos y propuestos y la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, elaborada e instrumentada, se analizan los elementos esenciales acerca de la formación y desarrollo de habilidades de manera general y específicamente en la Matemática, para el sustento de la misma.

El trabajo ofrece además, los ejercicios resueltos con su tratamiento metodológico sobre la utilización de esta (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, facilitándole al estudiante de segundo semestre del CUSOC ¨Julio Antonio Mella¨, desarrollar habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos.

De la misma manera se expone la evaluación de la colección de ejercicios y la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, a través de un pilotaje, así como el análisis de sus resultados.

Índice:

Resolver el problema después de conocer sus elementos, es más fácil que resolver el problema sin conocerlos (...). Conocer es resolver."

José Martí

Introducción:

Sobre la base de significativos esfuerzos que hoy presentan resultados, que constituyen ser un verdadero paradigma para el resto de las naciones del mundo, se ha desarrollado el sistema educativo en Cuba desde 1959, lo que se evidencia en las palabras expresadas por el Comandante en Jefe Fidel Castro Rúz, en La Plaza de La Revolución: "...el sistema educacional cubano debe ser y será un sistema educacional que se corresponda cada vez más con la igualdad, la justicia plena, la autoestima y las necesidades morales y sociales de los ciudadanos en el modelo de sociedad que el pueblo de Cuba se ha propuesto crear" (Castro Ruz, Fidel, 2002 p. 4).

El nuevo siglo impone a la humanidad un mundo globalizado y neoliberal que invade los sistemas educacionales donde se construyen modelos educativos diferentes, como el de Cuba, en el que se aspira a la formación integral de los ciudadanos.

Con la intención de fomentar el desarrollo personal de todos los miembros de la sociedad, en Cuba se emprende una revolución educacional a la misma altura de las posibilidades de desarrollo de otros más avanzados.

En relación con esta experiencia Martínez Llantada, M. (2003 p.6) plantea: "Los nuevos proyectos revolucionarios han propiciado que se introduzcan en el panorama educacional cubano, nuevas formas de acción que implican la utilización teórica de nuevos términos, nuevas categorías, o que se les asigne una significación especial y particular a algunas ya utilizadas en el ámbito pedagógico." Estos proyectos abarcan todos los subsistemas de educación en todas las disciplinas.

La enseñanza de la matemática ocupa una posición especial dentro del sistema de ciencias, destacándose el carácter de aplicación de sus resultados en la práctica. La Enseñanza de la Matemática contribuye en la formación de la personalidad, ante todo desarrollando en el estudiante conocimientos sólidos y poniéndolos a disposición de aplicarlos en la vida.

En el Centro Unificado de Superación Obrero Campesina (CUSOC "Julio Antonio Mella"), de la enseñanza de adultos, matriculan estudiantes que representan diversos sectores de la sociedad, como son: jóvenes desvinculados, amas de casa y trabajadores, que pueden pertenecer a cualquiera de las tres etapas de la adultez: juventud, adultez media y madurez, proponiéndose elevar su nivel cultural y acceder a otros cursos de capacitación, por lo que se hace importante y necesario un diagnóstico integrador por el docente, que permita caracterizar al estudiante que tiene frente a él y darle seguimiento.

En este centro, una de las problemáticas que aparece en el diagnóstico con dificultades en el aprendizaje de la matemática y dentro de ella, en la geometría, son las demostraciones, especialmente sobre la igualdad y la semejanza de triángulos.

En la actualidad, en esta enseñanza los estudiantes reciben las asignaturas por bloques (en el semestre trabajan 6 asignaturas que son distribuidas en tres bloques, por lo que una asignatura puede ser la primera en un bloque y la última en el siguiente) y las clases se desarrollan por encuentro (que requieren de un mayor esfuerzo por parte del estudiante, en la realización del estudio independiente).

Este contenido se imparte por vez primera en el segundo semestre, utilizando como contenidos precedentes las relaciones entre ángulos y las propiedades de las figuras geométricas planas. Trascendiendo luego en el quinto semestre como base fundamental para la introducción en el estudio de la geometría del espacio y constituye un núcleo importante dentro de la sistematización en el sexto semestre. Por ello se hace necesario garantizar su aprendizaje y el desarrollo de las habilidades en la solución de problemas geométricos desde el segundo semestre.

En los resultados de los exámenes sobre estos contenidos (anexos 1 y 2), se puede observar que los estudiantes del segundo semestre del CUSOC ¨Julio Antonio Mella¨ presentan dificultades (anexo 3) y no siempre finalizan correctamente una demostración sobre igualdad y semejanza de triángulos.

La autora de este trabajo, durante 4 años de experiencia impartiendo estos programas, se ha percatado de que, dentro de las principales causas que conducen al fracaso de los estudiantes, en este sentido, se encuentran: el poco tiempo disponible para dedicarle a estos temas, el tener que recordar y aplicar contenidos precedentes, el contar con un tabloide que para cada tema trae solo tres ejercicios propuestos y ninguno resuelto, además de la falta de una guía, para que el estudiante pueda realizar por sí solo una demostración sobre igualdad y semejanza de triángulos.

Al análisis de estas cuestiones es que va encaminada esta tesis, y la misma plantea el siguiente **Problema:**

¿Cómo contribuir al desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos en los estudiantes de segundo semestre del CUSOC ¨ Julio Antonio Mella ¨?

Por lo que el **objeto de estudio** de esta tesis se enmarca en:

Desarrollo de habilidades en las demostraciones geométricas.

Como **campo de acción** tenemos:

Desarrollo de habilidades en las demostraciones sobre igualdad y semejanza triángulos, en los estudiantes de segundo semestre del CUSOC ¨ Julio Antonio Mella ¨.

De acuerdo al problema planteado esta tesis tiene como **objetivo general:**

Elaborar una colección de ejercicios que incluya ejercicios resueltos, propuestos y una Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico (SICA), para contribuir al desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos en los estudiantes de segundo semestre del CUSOC ¨ Julio Antonio Mella ¨.

Por lo que, para el desarrollo de esta investigación se formularon las siguientes **Preguntas científicas:**

1- Cuál es el desarrollo actual de las habilidades necesarias para el trabajo con los contenidos matemáticos de igualdad y semejanza de triángulos, en los estudiantes de segundo Semestre del CUSOC “Julio Antonio Mella”.

2- Cuáles son los referentes teóricos que sustentan el aprendizaje de los contenidos de igualdad y semejanza de triángulos, en los estudiantes de segundo Semestre del CUSOC “Julio Antonio Mella”.

3- Cuál es la Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico (SICA), que se emplea para la utilización de la colección de ejercicios que incluye ejercicios resueltos y propuestos, para el desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios sobre igualdad y semejanza de triángulos, en los estudiantes de segundo Semestre del CUSOC “Julio Antonio Mella”.

4- Qué aspectos teóricos y prácticos se deben contemplar para la elaboración de una colección de ejercicios, que incluya ejercicios resueltos, propuestos y una Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico (SICA), para desarrollar habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos, en los estudiantes de segundo Semestre del CUSOC “Julio Antonio Mella”.

5- Qué factibilidad de aplicación tiene la colección de ejercicios, que incluya ejercicios resueltos, propuestos y una Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico (SICA), para desarrollar habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos, en los estudiantes de segundo Semestre del CUSOC “Julio Antonio Mella”.

Para el logro de los objetivos trazados y dar respuesta a las preguntas científicas formuladas, se acometieron las siguientes **tareas:**

1. Diagnóstico del desarrollo de habilidades actual del problema de investigación mediante la aplicación de pruebas y de instrumentos de recolección de datos.
2. Revisión y análisis de la bibliografía especializada, para la delimitación de los fundamentos teóricos metodológicos para el desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios sobre igualdad y semejanza de triángulos, en los estudiantes de segundo semestre del CUSOC “Julio A. Mella”.
3. Diseño de una (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA para la utilización de la colección de ejercicios, que incluya ejercicios resueltos y propuestos para desarrollar habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos en los estudiantes del segundo semestre del CUSOC “Julio A. Mella”.
4. Elaboración de una colección de ejercicios, que incluya ejercicios resueltos y propuestos, así como una (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA para desarrollar habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos, en los estudiantes de segundo semestre del CUSOC “Julio A. Mella”.

5. Realización de un pilotaje para evaluar la aplicación de la colección de ejercicios, que incluya ejercicios resueltos y propuestos, así como una (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, para desarrollar habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos, en los estudiantes de segundo semestre del CUSOC "Julio A. Mella".

Dentro de los **métodos utilizados** se encuentran:

- El analítico-sintético y el inductivo-deductivo con el propósito de analizar los principales temas de los programas de Matemática en la Enseñanza de Adultos que más inciden en la enseñanza de la igualdad y semejanza de triángulos en el CUSOC "Julio A. Mella". Ellos contribuyeron a la utilización de la información de carácter general, recogida en las fuentes bibliográficas consultadas y a la valoración de los resultados específicos de los diagnósticos inicial y final, atendiendo a las características de los estudiantes, así como, la inferencia de conclusiones generales o particulares y recomendaciones.
- El histórico–lógico con el fin de estudiar el desarrollo y las tendencias actuales del proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática en el CUSOC "Julio A. Mella".
- La modelación para la elaboración de la colección de ejercicios, que incluye ejercicios resueltos y propuestos, así como una (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, para desarrollar habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos, en los estudiantes de segundo semestre del CUSOC "Julio A. Mella".

A nivel empírico se utilizaron:

- Entrevistas y encuestas a los estudiantes, profesores y expertos de la Enseñanza de Adultos que desarrollan estos programas (para determinar cuáles son las principales dificultades en el aprendizaje de la Matemática en el segundo semestre del CUSOC "Julio A Mella").
- El análisis documental, se empleó al realizar un estudio profundo de la literatura especializada en el tema, así como de los documentos rectores de la política educacional cubana, y sus transformaciones a lo largo de todos estos años, en la enseñanza en general y en particular de la Matemática en la Enseñanza de Adultos.

- El criterio de expertos permitió determinar, las principales dificultades en el aprendizaje de los contenidos de igualdad y semejanza de triángulos, para la realización de la colección de ejercicios que incluya ejercicios resueltos y propuestos y la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, para favorecer el desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos.
- Se utilizó un pilotaje para la evaluación de la colección de ejercicios que incluya ejercicios resueltos y propuestos y la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA elaborada, y los resultados obtenidos en él y en los diferentes momentos de la investigación fueron sometidos a valoraciones.

Esta tesis **aporta** una colección de ejercicios, que incluya ejercicios resueltos y propuestos, así como una (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, para el desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos en los estudiantes de segundo semestre del CUSOC "Julio A. Mella", elaborada a partir de sustentarse en el enfoque histórico y cultural y propugnarse un aprendizaje desarrollador.

El **valor metodológico** de la misma está en que, su instrumentación contribuirá a resolver las dificultades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos en los estudiantes de segundo semestre del CUSOC "Julio A. Mella", de la enseñanza de adultos.

La **importancia social** de esta tesis, está dada en que con la utilización de la colección de ejercicios que incluya ejercicios resueltos y propuestos y la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, se potencia el desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios sobre igualdad y semejanza de triángulos en los estudiantes de segundo semestre del CUSOC "Julio A. Mella".

Esta tesis **se estructura en**: introducción y dos capítulos de la siguiente forma:

Capítulo 1: Se analizan los elementos esenciales acerca de la formación y desarrollo de habilidades de manera general y específicamente en la Matemática, para sustentar la colección de ejercicios, que incluya ejercicios resueltos y propuestos y la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, elaborada e instrumentada.

Capítulo 2: Se propone una colección de ejercicios, que incluya ejercicios resueltos y propuestos, así como una (Sucesión de Indicaciones con Carácter

Algorítmico) SICA, que contribuye a que los estudiantes de segundo semestre del CUSOC ¨Julio Antonio Mella¨, desarrollen habilidades en la solución de ejercicios de igualdad o semejanza de triángulos.

También se expone la evaluación de la colección de ejercicios que incluya ejercicios resueltos y propuestos, y la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, a través de un pilotaje, así como el análisis de sus resultados.

Capítulo Primero:

El capítulo está estructurado en dos epígrafes. En el primero se efectúa una breve caracterización de los estudiantes que matriculan en la Enseñanza de Adultos actualmente, en el segundo se profundiza en el estudio sobre el aprendizaje, exponiendo la autora sus juicios y valoraciones sobre cómo debe ser abordado al aceptar el Enfoque Histórico Cultural como modelo teórico, en el tratamiento para el desarrollo de habilidades, describiendo los puntos en los que se debe incidir para favorecer el aprendizaje de la Matemática en los estudiantes de segundo semestre del CUSOC “Julio A Mella”, en los contenidos de igualdad y semejanza de triángulos.

1.1- Caracterización de los estudiantes que matriculan en la Enseñanza de Adultos:

Los estudiantes que matriculan en el CUSOC ¨Julio Antonio Mella¨ son considerados adultos. Para realizar la caracterización de los mismos esta autora se acoge a los criterios de (González S. Ana María, Reinoso C. Carmen 2002 p.11) y (Chacón A., Nancy 2002 p.5), las que consideran que la adultez se prolonga 40 años como promedio y se caracteriza por la elevación de la capacidad productiva y por el perfeccionamiento de la personalidad, se inicia cuando el sujeto adquiere responsabilidad socio-laboral; y marca el tránsito de la vida independiente, productiva, social y personal. Se caracteriza por procesos de formación, períodos de tránsito y crisis del desarrollo, siendo los períodos de adultez: juventud, adultez media y madurez y, a juicio de esta autora, se deben tener en cuenta para el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje, en las aulas de este centro, precisando que existen alumnos que pudieran encontrarse en cualquiera de estas tres etapas.

En la Enseñanza de Adultos resulta importante el lugar que se le otorga al estudiante. Debe tenerse presente que, por su grado de desarrollo, estos pueden participar de forma mucho más activa y consciente en el proceso de enseñanza aprendizaje, lo que incluye la realización más cabal de las funciones de autoaprendizaje y autoeducación.

Según Glez. Sosa, Ana María, 2002 p.13, el adulto es un sujeto activo e independiente, capaz de tomar por sí mismo decisiones en su vida profesional y personal, que transporta, generalmente, a la actividad cognoscitiva en el proceso del aprendizaje y que el personal docente debe conocer para que al conducir el proceso facilite métodos y procedimientos que coloquen al estudiante en un rol activo, crítico, reflexivo, productivo, comunicativo y colaborador, para lograr una formación cultural integral como aspira nuestra sociedad y en la cual el docente en su papel de facilitador, aproveche todos los medios a su alcance.

Por tanto, a juicio de esta autora, hay que tener presente que la necesidad de estudiar del adulto se relaciona estrechamente con la solución de los problemas de su vida, el proceso laboral y social, pues este valora la enseñanza recibida según su situación concreta, necesidades y aspiraciones personales.

Esta autora precisa que, hay que tener siempre presente que en estas aulas se tiene un grupo de estudiantes que por diversas razones se han desvinculado del estudio. Pueden haber olvidado muchos de los contenidos recibidos con anterioridad y pueden haber perdido hábitos y métodos de estudio. Estas razones llevan a evitar el academicismo y a dirigirse más hacia la utilidad de lo que aprenden.

Uno de los principales objetivos de nuestra Revolución es la educación de las nuevas generaciones y particularmente, reincorporar a las aulas a aquellos jóvenes que han abandonado sus estudios por razones tanto económicas como sociales.

Se considera que el joven se ha adaptado a la nueva situación del adulto, cuando ha asimilado sus derechos y deberes, establece nuevas relaciones con las personas; realiza nuevas funciones; desempeña nuevos papeles sociales; demuestra dominio de su actividad laboral, es capaz de formar familia y de establecer un modo de vida propio. (Chacón A., Nancy 2002 p.8).

Por lo que es necesario enfatizar en que, la persona adulta comienza a utilizar de manera más plena sus fuerzas y capacidades en la actividad profesional y social, adquiere autoridad y seguridad, siente la significación social de la misma, se hace responsable de sus resultados. En estos años posee una suficiente experiencia en la actividad socio laboral.

En los años maduros las personas, después de hecha la nueva valoración, viene un nuevo florecimiento de la actividad creadora y no por sus índices cuantitativos, sino por la profundización de su calidad. El sentimiento fundamental que experimenta el hombre en estos años es la plenitud de la vida, la satisfacción por ella. (González S. Ana María y Reinoso C. Carmen 2002 p.16)

De acuerdo a las valoraciones anteriores, en la Enseñanza de Adultos pueden estar representados diferentes sectores de la sociedad, como son: jóvenes desvinculados, amas de casa y trabajadores, todos adultos, que se proponen elevar su nivel cultural y acceder a otros cursos de capacitación, por lo que se hace importante y necesario un diagnóstico integral por el docente, que permita caracterizar al estudiante que tiene frente a él y darle seguimiento. De igual forma debe analizarse cómo aprende y bajo qué condiciones.

1.2- Consideraciones generales sobre el aprendizaje.

A continuación se exponen algunos puntos de partida respecto a los procesos de aprendizaje, que constituyen el referente conceptual y metodológico general de este trabajo.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje la escuela cubana asume hoy, que se debe trabajar por lograr un aprendizaje desarrollador, el cual expresa que es aquel aprendizaje: "…que garantiza en el individuo la apropiación activa y creadora de la cultura, propiciando el desarrollo de su auto-perfeccionamiento constante, de su autonomía y autodeterminación, en íntima conexión con los necesarios procesos de socialización, compromiso y responsabilidad social" (Castellanos Simons, Doris, 2001, p.45) y aún en este nivel de enseñanza, a juicio de esta autora debe trabajarse por lograr este tipo de aprendizaje.

De igual manera se tiene en cuenta ¨…el significado que el contenido tiene como categoría didáctica, concibiéndose éste en sus cuatro importantes componentes (o sistemas): el de los conocimientos, el de las habilidades y hábitos, el de las normas de relación con el mundo y el de la experiencia de la actividad creadora…¨(Chacón, N, 2002 p.7). Esto no pierde de vista el significado que en lo particular y sistémico tienen todas y cada una de las categorías didácticas, haciéndose referencia, en este caso, a los componentes que integran el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La formación del hombre como ser social y cultural es un resultado del proceso de apropiación (asimilación) de la experiencia histórico-social, que es trasmitida de una a otra generación (Vigotsky, 1987 p.33). Esta puede ser considerada como la forma exclusivamente humana de aprendizaje y constituye siempre un

proceso interactivo. Se encuentra mediado por la existencia de una cultura que el sujeto va haciendo suya (a partir del dominio de los objetos, de los modos de actuar, de pensar y de sentir, y del dominio de las capacidades que en aquellos encarnan), y por la existencia de "los otros" (que hace de la comunicación, la cooperación y la actividad conjunta, lo característico de esta forma genérica del aprendizaje). Resulta interesante señalar que, como plantea Pozo (1996 p.21), el *aprendizaje de la cultura* conlleva a su vez a una *cultura del aprendizaje.* Cada sociedad, cada cultura, crea sus formas específicas de aprendizaje, *que* pasan a ser sistematizadas y *legalizadas* en los enfoques y prácticas educativas vigentes.
En esta concepción, esta autora precisa que, el medio o entorno social no es una simple *condición* que favorece u obstaculiza el aprendizaje: es una parte intrínseca del propio proceso y define su esencia. Las categorías como "*zona de desarrollo próximo*", "*andamiaje o sostén*" (Coll, 1992 p.90) explicitan la naturaleza de la enseñanza y el singular papel de los agentes educativos en esta gestión. Por otra parte, ellas enfatizan el rol vital que desempeña la educación en el proceso de crecimiento y desarrollo intelectual y personal. "*Lo que el niño puede hacer hoy en cooperación, mañana podrá hacerlo solo. Por lo tanto, el único tipo de instrucción adecuado es el que marcha delante del desarrollo y lo conduce; debe ser dirigida más a las funciones de maduración que a lo ya maduro (…) La educación debe estar orientada hacia el futuro, no hacia el pasado"* (Vigotsky, 1982, p.104). La educación, entonces a juicio de esta autora, se concibe como motor del desarrollo.
El aprendizaje ha sido conceptualizado desde muy diversos paradigmas y concepciones. Muchas de ellas han ofrecido, para esta autora, una visión unilateral, parcializada, de este proceso. Así, el aprendizaje ha sido comprendido a veces sólo como el cambio en las conductas observables de las personas (Castellanos Simons D, 1993 p.46), o como las modificaciones en las estructuras internas cognoscitivas del sujeto (Castellanos, D, García, C, Reinoso C, 2001 p.32). Para algunos se trata de un proceso acumulativo, donde, a partir de asociaciones constantes, se forman cadenas de comportamientos cada vez más complejas (Cárdenas N, 2004 p.21). Para otros, se trata exclusivamente de un proceso cuya naturaleza es cualitativa, resultado de una reestructuración de los conocimientos y esquemas personales

como producto de una búsqueda activa de significado, y a partir de la interacción entre el sujeto y su medio (Castillo Jonathan, 2004 p.4).

Por otra parte, (Castellanos, D. ; Grueiro I, 1996 p.16), han visto el aprendizaje como un proceso que: a) se encuentra restringido al espacio de la institución escolar (aprendizaje formal), a determinadas etapas exclusivas de la vida (a las que preparan para la vida profesional, adulta); b) que maximiza lo cognitivo, lo intelectual, lo informativo, los saberes, sobre lo afectivo-emocional, lo ético y lo vivencial, y el saber hacer; c) que se realiza individualmente, aunque, paradójicamente, no se tenga en cuenta o se subvalore al individuo; d) como una vía exclusiva de socialización, más que de individualización, de personalización, de construcción y descubrimiento de la subjetividad; e) como adquisición de conocimientos, hábitos, destrezas y actitudes para adaptarse al medio, más que para aprender a desarrollarse, a aprender y a crecer.

Para esta autora el aprendizaje resulta ser, en realidad, un proceso complejo, diversificado, altamente condicionado por factores tales como: las características evolutivas del sujeto que aprende, las situaciones y contextos en que aprende, los tipos de contenidos o aspectos de la realidad de los cuales debe apropiarse y los recursos con que cuenta para ello, el nivel de intencionalidad o consciencia con que tienen lugar estos procesos, etc. Y de acuerdo con lo anterior, se plantean algunas pautas importantes para una consecuente comprensión del aprendizaje.

Aprender es un proceso que ocurre a lo largo de toda la vida, y que se extiende en múltiples espacios, tiempos y formas. El aprender está estrechamente ligado con el crecer de manera permanente. Sin embargo, no es algo abstracto: está vinculado a las necesidades y experiencias vitales de los individuos, a su contexto histórico-cultural concreto.

El proceso de aprendizaje es por ello una experiencia tanto intelectual como emocional. Se construyen en él los conocimientos, destrezas, capacidades, se desarrolla la inteligencia, pero de manera inseparable, es una fuente de enriquecimiento afectivo, donde se forman sentimientos, valores, convicciones, ideales, donde emerge la propia persona y sus orientaciones ante la vida.

Es necesario precisar que, aunque el punto central y el principal instrumento del aprender es el propio sujeto que aprende, aprender es un proceso de participación, de colaboración y de interacción. En el grupo, en la comunicación con los otros, las personas desarrollan el compromiso y la responsabilidad, individual y social, elevan su capacidad para reflexionar divergente y creadoramente, para la evaluación crítica y autocrítica, para solucionar problemas y tomar decisiones. El papel protagónico y activo de la persona no niega, en resumen, la mediación social.

Para esta autora el aprendizaje cristaliza continuamente la dialéctica entre lo histórico-social y lo individual-personal; es siempre un proceso activo de re-construcción de conocimientos y de descubrimiento del sentido personal y de la significación vital que tienen los mismos para los sujetos y en la Enseñanza de Adultos esta relación se materializa mucho más, al tener los estudiantes una experiencia acumulada mayor y el sentido del aprendizaje adquirir una significación social.

Aprender supone el tránsito de lo externo a lo interno –en palabras de Vigotsky, de lo *interpsicológico a lo intrapsicológico* de la *dependencia del sujeto a la independencia,* de la *regulación externa a la autorregulación*. Supone, en última instancia, su desarrollo *cultural*, es decir, recorrer un camino de progresivo dominio e interiorización de los productos de la cultura (cristalizados en los conocimientos, en los modos de pensar, sentir y actuar, y, también, de los modos de aprender) y de los *instrumentos* psicológicos que garantizan al individuo una creciente capacidad de control y transformación sobre su medio, y sobre sí mismo.

En un sentido amplio, el aprendizaje puede ser entendido como un "*proceso dialéctico en el que, como resultado de la práctica, se producen cambios relativamente duraderos y generalizables, y a través del cual el individuo se apropia de los contenidos y las formas de pensar, sentir y actuar construidas en la experiencia socio-histórica con el fin de adaptarse a la realidad y/o transformarla."*, Castellanos, Doris, Grueiro, I (1996), p.24, se trata de un proceso de transformación que, a través de apropiación y reconstrucción de la experiencia, conduce al crecimiento y desarrollo personal.

Con fines didácticos y metodológicos, para esta autora se pueden resumir todas estas características bajo el rubro de ciertas áreas de análisis, o dimensiones de estudio, las que, según Álvarez, Carlos (1995), p.36, responden a cuatro preguntas que son esenciales para ayudar a comprender este proceso, a saber:

¿Qué es el aprendizaje?

¿Qué se aprende?

¿Cómo se aprende?

¿En qué condiciones se aprende?

Las respuestas a las mismas permiten avanzar en el análisis de su naturaleza, sus contenidos, sus procesos y sus condiciones.

En consonancia con ello esta autora precisa que, se debe trabajar sobre los pilares del aprendizaje para el siglo XXI, definidos por la UNESCO en el 2003:

"Aprender a ser, para conocerse y valorarse a sí mismo y construir la propia identidad para actuar con creciente capacidad de autonomía, de juicio y de responsabilidad personal en las distintas situaciones de la vida.

Aprender a hacer, desarrollando competencias que capaciten a las personas para enfrentar un gran número de situaciones, trabajar en equipo, y desenvolverse en diferentes contextos sociales y laborales.

Aprender a conocer, para adquirir una cultura general y conocimientos específicos que estimulen la curiosidad para seguir aprendiendo y desarrollándose en la sociedad del conocimiento.

Aprender a vivir juntos, desarrollando la comprensión y valoración del otro, la percepción de las formas de interdependencia, respetando los valores del pluralismo, la comprensión mutua y la paz.

A ellos hay que añadir "Aprender a emprender", para el desarrollo de una actitud proactiva e innovadora, haciendo propuestas y tomando iniciativas" (UNESCO 2003 p.16).

Estos constituyen aquellos núcleos o pilares básicos del aprendizaje, que los educandos están llamados a realizar y que la educación debe potenciar, teniendo en cuenta, la formación y desarrollo de habilidades en los estudiantes para emprender una actividad.

1.3- Elementos esenciales acerca de la formación y desarrollo de habilidades.

Al proceso encaminado al logro de los objetivos (de forma consciente) es a lo que se le denomina acción. De aquí se desprende el transcurso de la actividad mediante acciones. Estas acciones se ejecutan a través de operaciones (pasos), las cuales varían según las condiciones.

A juicio de esta autora, estas regularidades poseen un enorme valor metodológico para la estructuración de la actividad docente que, como una forma peculiar de actividad, transcurre también a través de un sistema de acciones y operaciones, de aquí que, aparece la necesidad de hacer coincidir el motivo de la realización de la actividad con el objetivo previsto en el programa y lógicamente que dicho motivo no sólo sea de carácter extrínseco.

Por otra parte, la estructura de la actividad compuesta de acciones y operaciones permite al docente, a partir de esta comprensión plantear acciones generales las cuales se concentrarían en las condiciones específicas del grupo y de cada docente y alumno. Estas incluyen las características propias del estudiante y del profesor, así como los recursos y medios disponibles.

La citada relación posee un gran significado para una comprensión del aprendizaje como "la actividad de asimilación en determinadas condiciones" (Talízina Nina, 1994 p.12). Este hecho indica que la acción como lo más general se corresponde con el objetivo y las operaciones con las tareas docentes concretas que debe realizar el estudiante, en este caso el adulto que asiste al CUSOC "Julio A Mella".

Por las citadas razones, es obvio que el análisis de la teoría psicológica de la actividad, permita una representación sistémica de los componentes esenciales del proceso de enseñanza-aprendizaje y en particular de la triada objetivo-contenido-método.

Si se parte de la teoría psicológica de la actividad, entonces es posible operacionalizar los objetivos para garantizar su cumplimiento. Al respecto esta autora coincide en que "cuando construimos los objetivos en el lenguaje de las tareas, claramente comprendemos que podríamos también estructurarlas en el lenguaje de las habilidades ya que cada tarea exige por supuesto, la habilidad correspondiente para su solución" (González Maura, 1993, p.24).

Como es de suponer no existe una única y definitiva correspondencia entre tareas docentes y habilidades. Las mismas habilidades se pueden desarrollar mediante diferentes tareas y viceversa, las mismas tareas pueden contribuir al desarrollo de diferentes habilidades.

No obstante, se precisan regularidades en el estudio del tema que permiten al maestro estructurar su trabajo con una adecuada fundamentación científica. Ante todo se requiere partir de un determinado concepto. Existen múltiples definiciones sobre las habilidades. Entre las que se encuentran:

Un gran número de autores relacionan de forma indisoluble las habilidades con la actividad "Los hábitos y habilidades constituyen una forma de asimilación de la actividad en el plano a ejecutar", (González Maura, 1993, p.28).

Expresado de otra forma: "La habilidad constituye un sistema complejo de operaciones necesarias para la regulación de la actividad". (López Mercedes, 1990, p.31).

Es muy esclarecedora la definición acerca de que "las habilidades constituyen el dominio de operaciones (Psíquicas y prácticas) que permiten una regulación racional de la actividad". (González Maura, 1993, p.43)

A juicio de esta autora, con mucha frecuencia los autores hacen notar la característica esencial de la habilidad: la posibilidad de operar con los conocimientos. En este sentido se referencian las dos definiciones siguientes:

"La habilidad es la aplicación de forma exitosa de los conocimientos asimilados a la solución de tareas ya sean prácticas o mentales" (Avendaño Rita, 1993, p.35).

"Las habilidades corresponden a las destrezas que se requieren para poder aplicar los conocimientos en situaciones concretas y se orientan hacia la capacitación, hacia el poder hacer" (Avendaño Rita, 1993, p.37).

En todas ellas está presente el dominio de operaciones y la necesidad de la regulación racional, elementos a tener en cuenta por el docente y también en la elaboración de la colección de ejercicios que incluye ejercicios propuestos y resueltos, así como una (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA que se propone.

Como puede observarse, ambas definiciones de la misma autora destacan la necesidad del desarrollo de una habilidad para el cumplimiento exitoso de una determinada actividad, para poder hacer. Por tanto esta autora opina que, la habilidad se identifica con el nivel de dominio de la acción. El verdadero conocimiento se diferencia de la información en que el estudiante de la Enseñanza de Adultos es capaz de operar con un concepto, una ley, una teoría. Entonces se puede hablar de conocimiento cuando hay dominio de la acción.

Sin embargo, este dominio de la acción ocurre a diferentes niveles de complejidad, en este sentido es importante diferenciar las etapas de formación

y desarrollo de las habilidades las cuales comúnmente se identifican de forma imprecisa.
Se le denomina formación de las habilidades a la etapa que comprende la adquisición consciente de los modos de actuar, cuando bajo la dirección del maestro o profesor el alumno recibe la orientación sobre la forma de aprender, es precisamente en esta etapa donde la Base Orientadora de la Acción (BOA), fundamentada por N. Talizina, ocupa un importante lugar. En este caso, según su teoría se debe resolver ¿Qué se conoce del objeto? ¿Cómo se presentan las operaciones que hay que cumplimentar? ¿Cuáles son las condiciones externas en las cuales hay que desarrollar dichas operaciones?, también se requiere precisar ¿en qué nivel de desarrollo intelectual se enmarca el alumno?.
Se hace referencia al "desarrollo de la habilidad cuando una vez adquiridos los modos de actuación se inicia el proceso de ejercitación, es decir, de uso de la habilidad recién formada, de modo que vaya haciéndose cada vez más fácil de producir o usar....", N. Talizina, 1988, p.19. Son indicadores de un buen desarrollo: la rapidez y corrección con que se ejecuta la acción.
La separación total entre las etapas de formación y desarrollo, a juicio de esta autora son prácticamente imposible en la estructuración de la actividad docente. No obstante, la identificación de sus características posee un valor metodológico para proyectar las estrategias acorde con la etapa que predomina y la colección de ejercicios que se elabora deberá tenerlo presente.
La efectividad del proceso de enseñanza aprendizaje depende en gran medida de la correspondencia del objetivo con el motivo que posee el alumno para cumplimentar dicho objetivo (unidad de lo efectivo y lo cognitivo), lo que esta autora debe tener en cuenta en la colección de ejercicios que soporta esta investigación, porque aquí se actúa sobre un estudiante adulto.
El estudio de las habilidades como problema pedagógico se relaciona con la determinación de las estrategias, métodos, procedimientos, técnicas, etc. que se aplican para el logro de dichas habilidades. El dominio del basamento psicológico es imprescindible para la formación y desarrollo de habilidades.
La concepción psicopedagógica acerca de la formación y desarrollo de las habilidades también permite la determinación del sistema operacional para cada acción. En este caso se está identificando la acción con la habilidad.

En anexo 9, se reflejan sistemas operacionales para una serie de habilidades intelectuales generales, (Fuentes, H., 1990, p.35), a modo de ilustración. Es importante aclarar que dichos sistemas poseen carácter convencional, la determinación de estos con excepción de las invariantes (esenciales, imprescindibles) depende de una serie de factores tales como: peculiaridades de los alumnos, objeto de estudio, nivel de asimilación que se esté trabajando, etapa de desarrollo de la habilidad, etc.

De estos citaremos los que tendrán más implicación en la temática tratada:

Observar: Es la percepción consciente de la realidad. Condición indispensable para el conocimiento y para ello se debe:

- Determinar el objeto de observación.
- Seleccionar indicadores.
- Registrar datos.
- Elaborar conclusiones.

Comparar: Permite descubrir las peculiaridades relativas a dos o más objetos, sus elementos comunes y diferentes y se tendrán en cuenta:

- Determinar objeto de comparación.
- Establecer parámetros de comparación.
- Distinguir diferencias y semejanzas.
- Realizar conclusiones.

Caracterizar: Posibilita determinar los elementos esenciales de un objeto que los hacen diferente de otros. Indica lo peculiar inherente a un fenómeno u objeto, realizándose cuando se efectúan acciones como:

- Analizar el objeto.
- Distinguir sus propiedades esenciales..
- Precisar relaciones entre estas partes esenciales.
- Determinar el movimiento del objeto.

En el mismo puede observarse que la relación entre las acciones y operaciones es dinámica y cambiante. Lo que en un momento ocupa el lugar de acción en otro funciona como operación de una acción más general. Esta regularidad indica que la formación y desarrollo de habilidades requiere de un enfoque sistémico y dialéctico y debe ser particularizado para cada una de las asignaturas.

1.4- El concepto de habilidad llevado a la matemática.

En (Campistrous, Luis, 1993, p.38) se definen las habilidades como “un reflejo formado por conocimientos específicos, sistemas de operaciones y conocimientos y operaciones lógicas”, lo que a juicio de esta autora destaca un aspecto que es esencial para la enseñanza de la matemática, además de los conocimientos y sistemas de operaciones – las acciones- de carácter matemático, hay que considerar también los conocimientos y operaciones lógicas, las que se derivan del carácter abstracto, deductivo y consecuentemente del lenguaje formalizado de la matemática, no obstante en esta definición no se destaca que ese “complejo” debe permitirle al alumno desarrollarse adecuadamente en la resolución de determinadas tareas.

Desarrollando esta idea (Ferrer, 2000, p.24) señala que: “la habilidad no debe separarse de la formación de conocimientos y hábitos por lo siguiente:

1- Las acciones que sistematizadas definen la habilidad tienen como contenido los conocimientos y los modos de utilizarlos.
2- Las acciones, para constituirse en un sistema en el alumno, es conveniente que estén orientadas a un fin consciente desde el inicio, lo que refuerza el papel de la base orientadora a través de una adecuada motivación y orientación del objetivo.
3- La formación de los nuevos conocimientos y habilidades adquiere significación cuando se orienta a la comprensión, análisis o solución de un determinado problema, lo que da la posibilidad de ver el conocimiento integrado”.

La habilidad está relacionada con la solución de problemas, a continuación citaremos algunas de las definiciones de problemas consultadas:

"Un problema es un ejercicio que refleja, determinadas situaciones a través de elementos y relaciones del dominio de la ciencia o la práctica, en lenguaje común y exige de medios matemáticos para su solución. Se caracteriza por tener una situación inicial (elementos dados, datos) conocida y una situación final (incógnita, elementos buscados) desconocida, mientras que su vía de solución se obtiene con ayuda de procedimientos heurísticos." (Ballester, 1992, p.407).

"Un problema es toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación inicial a la nueva situación exigida tiene que ser desconocida; cuando es conocida deja de ser un problema." (Campistrous, 1996, p.9).

“La forma más concreta de expresión de la contradicción dialéctica. El problema se subordina siempre a un objetivo formulado de antemano, pero sin solución aparente.” (Marta Martínez Llantada, 2003, p.41).

Majmutov, M.I. p.67, "El problema es una forma subjetiva de expresar la necesidad de desarrollar el conocimiento científico".

Polya (1962 p.41) establece que tener un problema significa "buscar conscientemente con alguna acción apropiada para lograr una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar." Esta caracterización identifica tres componentes de un problema: estar consciente de una dificultad, tener deseos de resolverla, la no existencia de un camino inmediato para resolverla. (Citado por Santos Trigo, 1994, p.29)

Esta autora asume la posición de Polya, 1989, p.85, cuando, identifica los términos ejercicios y problemas y revela la existencia de 4 tipos de problemas.

-Problemas por resolver, cuyo propósito es descubrir cierto objeto, la incógnita del problema. Los elementos estructurales de este tipo de problemas son la incógnita (lo buscado), los datos (lo dado), y la condición (la vía de solución).

-Problemas por demostrar, aquí el propósito es "mostrar, de un modo concluyente, la exactitud o falsedad de una afirmación claramente enunciada". Los elementos estructurales son aquí la premisa y la conclusión.

-Problema de rutina, es todo aquel problema que se puede resolver ya sea sustituyendo simplemente nuevos datos en el lugar de los de un problema ya resuelto, ya sea siguiendo paso a paso, sin ninguna originalidad, la traza de algún viejo ejemplo.

-Problemas prácticos o de aplicación a la práctica.

Los problemas y los ejercicios son unas de las palabras más usadas en la enseñanza de la Matemática. La mayoría de las veces se identifica el término ejercicio como una tarea que se les plantea a los estudiantes a la que deben de dar solución. Antes de acogernos a una definición citaremos algunas de las consultadas:

G.A.Bal, 1990 p.47, considera que "un ejercicio... es un tipo de tarea específica que se propone a los estudiantes, generalmente es una tarea que exige de los mismos la acción mental más o menos amplia (productiva o reproductiva)".

También Yu. M. Koliaguin, hace referencia a otras definiciones dadas por autores rusos:

-M. Fridman: define el ejercicio como un modelo de signos de la situación problémica.

-A. N. Leóntiev: considera el ejercicio como el objetivo dado en determinadas condiciones.

-V. N. Pushkin: Plantea que ejercicio es el resultado de una etapa determinada de la acción mental de la persona. La determinación del grado de dificultad del ejercicio depende de cómo fue formulada la situación problémica.

En cada una de las clasificaciones, se hace necesario referirse a los elementos estructurales que componen el ejercicio (situación inicial, vía de solución y situación final). Es por ello que esta autora asume la posición del Dr. Müller cuando propone que: en un ejercicio en la enseñanza de la Matemática se destacan tres elementos estructurales a saber:

-La situación inicial (si), que son los datos o las premisas que se dan en el mismo.

-La vía de solución (vs), que son los diferentes procedimientos o métodos de demostración y estrategias que son necesarias utilizar para la resolución del ejercicio.

-La situación final (sf), consistente en los elementos buscados en el ejercicio, o la tesis.

Cada uno de estos elementos puede ser conocido o desconocido por el estudiante. En virtud de que existen estas dos variantes, habrá exactamente 2^3 posibilidades de asignación de la categoría conocido o desconocido a los tres elementos estructurales del ejercicio, luego, según sea conocido o no cada uno de los elementos estructurales, hay 8 tipos de ejercicios, indicaremos mediante tripletes de la forma (si, vs, sf) el tipo de ejercicio, donde cada una de las coordenadas es un elemento del conjunto {conocido -c-, desconocido -d-}.

1. Ejercicio completamente resuelto. (c, c, c)
2. Ejercicio de determinación de carácter algorítmico. (c, c, d)
3. Ejercicio de demostración o de construcción de un procedimiento. (c, d, c)
4. Ejercicio de deducción o problema de determinación. (c, d, d)
5. Ejercicio inverso del tipo 2. (d, c, c)

6. Ejercicio relacionado con el trabajo hacia atrás o ejercicio inverso del tipo 4. (d, d, c)
7. Exigencia de formar un ejercicio. (d, c, d)
8. Situación problémica. (d, d, d)

Esta autora opina que, para todos los autores citados, un ejercicio del tipo 4 sería un problema. No obstante, si se analizan las analogías entre las diferentes definiciones mostradas, se puede concluir que, un ejercicio es un problema si y sólo si, la vía de solución es desconocida para la persona.

Un aspecto a tener en cuenta es la determinación de los niveles de desempeño cognitivo en que cada estudiante se desenvuelve, esta autora se acogerá a los que el Ministerio de Educación Cubano ha considerado, vinculados con la magnitud y peculiaridad de los logros del aprendizaje alcanzado por el alumno en las diferentes asignaturas, ellos son:

Primer nivel. Capacidad del alumno para utilizar las operaciones de carácter instrumental básicas de una asignatura dada, para ello deberá reconocer, identificar, describir e interpretar los conceptos y propiedades esenciales en los que esta se sustenta.

Segundo nivel. Capacidad del alumno de establecer relaciones conceptuales, donde además de reconocer, describir e interpretar los conceptos deberá aplicarlos a una situación planteada y reflexionar sobre sus relaciones internas.

Tercer nivel. Capacidad del alumno para resolver problemas, por lo que deberá reconocer y contextualizar la situación problemática, identificar componentes e interrelaciones, establecer las estrategias de solución, fundamentar o justificar lo realizado.

Específicamente en la asignatura de matemática estos niveles se expresan cuando:

Nivel I: Los alumnos son capaces de resolver ejercicios formales eminentemente reproductivos (saber leer y escribir números, establecer relaciones de orden en el sistema decimal, reconocer figuras planas y utilizar algoritmos rutinarios usuales), es decir, en este nivel están presentes aquellos contenidos y habilidades que conforman la base para la comprensión Matemática. (Reproductivo).

Nivel II: Los alumnos a partir de una situación problemática, que está enmarcada en los llamados problemas rutinarios, conocen que tienen una vía de solución, al menos la mayoría de los alumnos, que sin llegar a ser propiamente reproductivas, tampoco pueden ser consideradas completamente productivas. Este nivel constituye un primer paso en el desarrollo de la capacidad para aplicar estructuras Matemáticas a la resolución de problemas. (Aplicativo).

Nivel III: Los alumnos se enfrentan a problemas propiamente dichos, donde la vía por lo general no es conocida para la mayoría de ellos y donde el nivel de producción de los mismos es más elevado. En este nivel los alumnos son capaces de reconocer estructuras matemáticas complejas y resolver problemas que no implican necesariamente el uso de estrategias, procedimientos y algoritmos rutinarios sino que, posibilitan la puesta en escena de estrategias, razonamientos y planes no rutinarios que exigen al estudiante poner en juego su conocimiento matemático. (Creativo).

Esta autora asume la posición de (Ferrer, 2000 p.31), cuando plantea que la formación de habilidades no puede asociarse solo a la ejercitación entendida como repetición de acciones ya elaboradas con anterioridad. Debe considerarse todo el proceso de construcción, estructuración y perfeccionamiento del sistema de acciones y sus operaciones, o sea, todo el proceso de apropiación de un modo de actuación. La formación de una habilidad comienza con la situación que mueve a la necesidad de la búsqueda y estructuración del conocimiento, se desarrolla en el propio proceso de búsqueda, estructuración y determinación del modo de actuar y culmina con su aplicación a nuevas etapas.

Es así que apropiarse de una habilidad se relaciona con la posibilidad del alumno de construir y dominar estrategias para su utilización en la resolución de problemas, lo que va más allá de reproducir acciones aprendidas. Construir el modo de actuación, más que apropiarse de él, implica buscar, decidir y sistematizar acciones, teniendo en cuenta la diversidad de condiciones de las situaciones que así lo requieran.

En la enseñanza de la matemática en particular, el alumno debe enfrentarse a tres procesos fundamentales, (Campistrous, L, 1993, p.46): Elaboración de conceptos y sus definiciones, tratamiento de propiedades y de demostraciones y aplicación de procedimientos de solución.

La actividad matemática, como función especial de actividad puede describirse en el siguiente esquema (Ferrer, 2000 p.33):

Actividad	modo de actuar	problema a resolver.
Acciones	métodos	elaboración o aplicación de conceptos, teoremas, procedimientos y estrategias de trabajo.
Acciones	procedimientos	procedimientos matemáticos específicos según las condiciones del problema (lo dado, lo buscado, el campo a que corresponde).

La colección de ejercicios que se propone en la presente investigación tendrá en cuenta el esquema anterior.

Esta autora después del análisis realizado, como **definición de habilidad matemática** asume "La habilidad matemática como la construcción y dominio, por parte del alumno, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, emplear estrategias de trabajo, realizar razonamientos, emitir juicios y resolver problemas matemáticos". (Ferrer 2000, p.38)

En esta definición la habilidad expresa tanto la preparación del alumno para aplicar sistemas de acciones ya elaboradas como la posibilidad de construir y aplicar ese sistema de acciones. Comprende el proceso de construcción y el resultado del dominio de la actividad.

La habilidad matemática comprende también la construcción y el dominio de la simbología y terminología matemática, y crear, buscar o utilizar procedimientos lógicos, tal y como destaca Campistrous, L, 1993, p.48, en la definición antes presentada.

Esta autora es del criterio que, para desarrollar habilidades matemáticas se debe tener en cuenta un conjunto de acciones implícitas, es por ello que asume como Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico (SICA), la que aparece en, Colectivo de Autores, Metodología de la enseñanza de la Matemática I, 1993 p.246, que plantea que: "se caracteriza como una sucesión de órdenes o indicaciones para realizar un cierto sistema de operaciones en un orden determinado, que inducen a operaciones unívocas, rigurosamente determinadas y del mismo tipo en aquellos individuos hacia los cuales están dirigidas".

Teniendo en cuenta esta definición, se realizó la Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico (SICA), que la autora propone en esta tesis, dirigida a desarrollar habilidades en la solución de ejercicios sobre igualdad y semejanza de triángulos, en los estudiantes de Segundo Semestre del CUSOC"Julio A. Mella".

En el (anexo 10) puede observarse la caracterización de las habilidades en la Matemática, propuestas por Hernández, Herminia, 1989 y que posteriormente, Delgado, Raúl, 1999, amplió este sistema básico, (Anexo 11), de las cuales esta autora precisa las que a su juicio tendrán mayor implicación en la temática tratada.

Interpretar, permite adaptar a un marco matemático, el lenguaje de las otras disciplinas objeto de estudio, para luego en un proceso reversible, traducirlo de nuevo al lenguaje del usuario. Presupone primeramente **identificar**. En la interpretación lo esencial del modelo se mantiene, en tanto la manifestación fenoménica cambia.

Identificar, es distinguir el objeto de estudio matemático, sobre la base de sus rasgos esenciales. Presupone una comparación y comprobación de características. Generalmente, la habilidad de identificar en su dinámica, va precedida o sucedida de acciones de transformación, las que por una parte pueden simplificar la expresión del objeto de estudio o producir un cambio de forma en este, en un sentido como en otro, las acciones de transformación pueden tomar el carácter de la habilidad de **calcular**.

Calcular, es una forma existencial de un algoritmo que puede llevarse a cabo de forma: manual-mental, oral, escrita y mediante tablas o medios de cómputo. La habilidad de calcular presupone siempre, implícita o explícitamente, la habilidad de **algoritmizar**.

Algoritmizar, es plantear una sucesión escrita de operaciones matemáticas que describan un procedimiento conducente a la solución de un problema. Esta habilidad tiene una doble significación: cognoscitiva y metodológica. Cognoscitiva porque realmente el establecimiento del algoritmo constituye el soporte material que expresa la secuencia lógica y escrita de la dinámica del modelo y metodológica porque la sucesión de operaciones planteadas en el algoritmo, puede servir como base de orientación para la realización de la acción, tarea o problema que exige el modelo para su resolución.

Graficar, es representar relaciones entre objetos matemáticos, tanto desde el punto de vista geométrico, como de diagramas o tablas y recíprocamente, colegir las relaciones existenciales, a partir de su representación gráfica.

Demostrar, es establecer una sucesión finita de pasos, para fundamentar la veracidad de una proposición o su refutación. Esta habilidad comprende, tanto la posibilidad de fundamentar toda la afirmación que hagamos, es decir, esgrimir argumentos sólidos que confirmen la veracidad de una proposición, como también está referida a un razonamiento correctamente estructurado que contenga un sistema de deducciones. A esto último se hace referencia cuando, en particular, se trata de demostrar teoremas y otras proposiciones.

Comparar, es establecer una relación entre lo cuantitativo o cualitativo que hay entre dos entes matemáticos de un mismo conjunto o clase.

En Geometría la comparación tiene otra faz, se compara identificando la presencia de los rasgos esenciales que exige la relación que se analiza en los dos objetos simultánea y correspondientemente. Determinar la igualdad o semejanza entre dos figuras es una forma de comparar que esencialmente no es diferente a cuando se compara al establecer la posición relativa entre dos objetos geométricos (paralelismo, coincidencia, ortogonalidad, intersección, cruzamiento, coplanaridad, etc.) entre otras formas de comparar.

En particular en la resolución de problemas está presente porque no es posible tener la certeza de la validez de lo calculado si no se tiene un patrón de referencia, si no se posee la posibilidad de comparar el resultado alcanzado con el esperado.

Controlar es monitorear y regular, es evaluar un conjunto de informaciones con relación a objetivos prefijados, a los efectos de tomar decisiones en el abordaje y resolución de un problema o tarea, en función de las fases a ejecutar u objetivos a lograr, a fin de tomar decisiones en cuanto a continuar o interrumpir el trabajo.

La habilidad resolver, es encontrar un método o vía que conduzca a la solución de un problema.

La habilidad modelar:

Modelo para resolver un problema puede ser en sí mismo otro problema. Fundamentalmente esto ocurre cuando se trata de la adaptación o creación del modelo.

Modelar, es asociar a un objeto (matemático o no) un objeto matemático que represente determinados comportamientos, relaciones o características suyas con el objetivo de ser investigado a través de él.

Esta autora considera oportuno precisar que, dentro de las habilidades generales aparece observar, que no es analizada por los autores consultados como habilidad matemática, pero que la misma aparece dentro de la habilidad identificar, pero que a su vez la habilidad identificar no aparece dentro de las habilidades generales y sí es una habilidad específica muy importante dentro de la matemática y dentro de la temática tratada, porque a partir de que el estudiante identifica las propiedades de las figuras geométricas es que determina los elementos homólogos, así como el teorema a aplicar, en una demostración sobre igualdad o semejanza de triángulos.

Esta autora considera además, que la habilidad demostrar tiene incidencia fundamental en la solución de ejercicios sobre igualdad y semejanza de triángulos y que la misma utiliza otras habilidades como interpretar, comparar, controlar resolver, calcular, además de identificar como anteriormente se había planteado.

La colección propuesta contribuirá al desarrollo de estas habilidades en los estudiantes de segundo semestre del CUSOC ¨Julio Antonio Mella¨, en la solución de ejercicios sobre igualdad y semejanza de triángulos.

1.5- Consideraciones acerca de la colección de ejercicios:

La colección de ejercicios que se propone, diseñada teniendo en cuenta la necesidad de contribuir al desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos para los estudiantes del segundo semestre del CUSOC ¨ Julio Antonio Mella ¨, posee las características de un material didáctico (Tarifa, L. y González, R. 2001), y para ello fueron objeto de análisis:

- Los programas de Matemática, vigentes para la Enseñanza de adultos.
- Los contenidos matemáticos a los que se les debe prestar mayor énfasis para favorecer el aprendizaje de la igualdad y semejanza de triángulos y que fueron diagnosticados a través de los anexos (1,2 y 3).

- La correspondencia con los objetivos del nivel precedente y las exigencias para enfrentar con éxito los actuales.
- El grado de dificultad, hasta llegar a lograr un alto nivel de integración y generalización, ofreciendo, cuando es necesario, diferentes posibilidades de respuesta en la solución de los ejercicios.
- Los resultados obtenidos por Jiménez, M., 2003, Mestre, J., 2003, en sus tesis de maestría, y que trabajaron en el desarrollo de habilidades en diferentes contenidos para el nivel preuniversitario.

Conclusiones del capítulo:

En este capítulo se sustenta la investigación bajo el **enfoque histórico cultural**, para lograr un aprendizaje desarrollador.

Se **caracteriza** al estudiante de la Enseñanza de Adultos, principalmente al que matricula en el CUSOC "Julio Antonio Mella".

Se asume como definición de **habilidad** de manera general "las habilidades constituyen el dominio de operaciones (Psíquicas y prácticas) que permiten una regulación racional de la actividad". (González Maura, 1993, p.43)

Y particularmente como definición de **habilidad matemática**"La habilidad matemática como la construcción y dominio, por parte del alumno, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, emplear estrategias de trabajo, realizar razonamientos, emitir juicios y resolver problemas matemáticos". (Ferrer 2000, p.38)

Como definición de Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico (**SICA**), se tomó la que aparece en, Colectivo de Autores, Metodología de la enseñanza de la Matemática I, 1993 p.246, que plantea que: "se caracteriza como una sucesión de órdenes o indicaciones para realizar un cierto sistema de operaciones en un orden determinado, que inducen a operaciones unívocas, rigurosamente determinadas y del mismo tipo en aquellos individuos hacia los cuales están dirigidas".

Se determina que la colección de ejercicios propuesta va dirigida a desarrollar la **habilidad demostrar** y dentro de ella, interpretar, identificar, comparar, controlar, resolver, calcular.

Capítulo Segundo:

Para la propuesta realizada en este capítulo se partió de la caracterización del estudiante que matricula en el CUSOC ¨Julio Antonio Mella¨, que por solo citar algunos elementos, tenemos, la diferenciación de edad, que puede ser desde los 18 hasta los 50 años, lo que implica con ello, los años desvinculados del estudio, entre otros elementos, la variedad de sectores de la sociedad, pudiendo ser un joven desvinculado, un ama de casa o un trabajador.

Se tuvo en cuenta además, el estilo de trabajo de este centro, el cual cuenta con tres horarios: mañana, tarde y noche; la matrícula por grupo, la cual oscila entre 25 y 40 estudiantes.

En el CUSOC ¨Julio Antonio Mella¨, se distribuyen los programas en 6 semestres, dividiendo cada semestre en tres bloques, en los cuales los estudiantes reciben dos asignaturas. Esta distribución trae como consecuencia que la primera asignatura que reciben en el primer bloque, puede ser la última en el posterior semestre, conllevando al olvido por parte de los estudiantes, de muchos de los contenidos recibidos, lo que evidencia la poca solidez en los contenidos adquiridos.

Anteriormente la asignatura matemática en este centro tenía frecuencia diaria y se trabajaba como curso regular. Específicamente el tema de igualdad de triángulos se impartía en el segundo semestre, dedicándosele 30 h/c y la semejanza de triángulos se impartía en el tercer semestre dedicándosele 32 h/c y eran abordados nuevamente en el quinto semestre como introducción a la geometría del espacio contando para ello con 6 h/c y posteriormente eran retomados en el sexto semestre como parte de la sistematización, donde se les dedicaba 35 h/c.

Actualmente estos contenidos se imparten por primera vez en el segundo semestre. El programa de la asignatura Matemática, en el segundo semestre se caracteriza por la densidad de contenidos a vencer, contando con tres capítulos: 1. Función lineal y cuadrática, 2. Sistemas de ecuaciones lineal y cuadráticas y 3. Igualdad y semejanza de triángulos; contenidos que se deben abordar en 7 semanas y cada semana cuenta con 4 h/c lo que implica que se le dedique 4 h/c para igualdad y 6 h/c para semejanza, por lo que el estudiante dispone de poco tiempo para profundizar en la igualdad y la semejanza de triángulos, además de que solo cuentan con un tabloide que para este epígrafe trae 3 ejercicios propuestos para igualdad de triángulos y 3 para semejanza de triángulos. Posteriormente se retoman en quinto y sexto semestre, donde se les dedica 1 h/c a cada temática en cada uno de estos semestres.

Al enfrentarse a una demostración de igualdad o semejanza de triángulos, el análisis empírico de los resultados que se han obtenido (anexo 1, 2 y 3), arrojan, que los estudiantes presentan dificultad y no siempre finalizan correctamente la demostración, pues necesitan conocer y relacionar una serie de propiedades y teoremas, en dependencia de los datos que le ofrecen y a lo que tienen que llegar, además de que no existe una guía para su ejecución y esto es una de las causas que conduce al fracaso, afectando el desarrollo de las habilidades en las demostraciones sobre igualdad o semejanza de triángulos.

Esta autora expresa la necesidad de la elaboración de una colección de ejercicios que incluya ejercicios resueltos, ejercicios propuestos, así como una (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, para contribuir al desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos, en los estudiantes de segundo semestre del CUSOC ¨ Julio Antonio Mella ¨

Para reafirmar la importancia y necesidad de esta tesis se aplicaron los instrumentos correspondientes a los anexos (4, 5 y 6), aplicadas a los profesores, estudiantes y expertos; de las cuales unificamos los siguientes criterios:

De las 9 entrevistas que se aplicaron a expertos, (profesores con experiencia en la docencia de la matemática en general y en la Enseñanza de adultos en particular y con un buen nivel de preparación científica pedagógica), todos coinciden en que, en el capítulo 3. Igualdad y semejanza de triángulos, los alumnos presentan mayor dificultad porque tienen que tener en cuenta contenidos precedentes, porque se dispone de poco tiempo para impartirlo y porque no existe ningún patrón o guía para que el estudiante se autoprepare y opinan que para mejorar estas dificultades sería muy útil contar con materiales que faciliten la orientación del profesor y la consulta por parte del estudiante, así como un manual para el trabajo independiente del estudiante.

Del análisis de las encuestas aplicadas a los profesores (anexo 5), se puede inferir que el tercer capítulo es en el que los estudiantes presentan mayor dificultad y dentro de este capítulo, el 50% afirma que el tema que mayor dificultad presentan es el de Igualdad de triángulos y el 40% que es el de semejanza de triángulos, un docente plantea que las principales dificultades son en razones trigonométricas en el triángulo rectángulo. Ellos coinciden en que si se contara con un material de estudio que ayude al estudiante, en el desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios sobre igualdad y semejanza de triángulos, en estos contenidos se pudieran mejorar las dificultades.

De las 316 encuestas aplicadas a los estudiantes (anexo 6), de ellos 64, de la Facultad Obrero Campesina (FOC)" Calixto García" plantean que el capítulo en que presentan mayor dificultad es el capítulo 1 (5 estudiantes), el capítulo 2 (9 estudiantes) y el 3 (302 estudiantes). De este capítulo 3, consideran que el tema que les resultó más difícil fue el de igualdad de triángulos (148 estudiantes), el de semejanza de triángulos (132 estudiantes) y el de razones trigonométricas en el triángulo rectángulo (22 estudiantes). Las principales causas planteadas por los estudiantes, resultaron que, tienen que recordar y aplicar contenidos anteriores, lo reciben con rapidez y no les gusta. Opinan además que les gustaría disponer de algún material de consulta que les facilite estudiarlo (anexo 7).

En exámenes aplicados (anexo 1 y 2), como diagnóstico inicial y caracterización del estado actual del desarrollo de habilidades en las demostraciones sobre igualdad o semejanza de triángulos, las principales dificultades que presentan los estudiantes son (anexo 3):

- La relación incorrecta de lo dado con lo buscado.
- La selección incorrecta del teorema a aplicar.
- La no correspondencia entre los elementos homólogos.
- La falta de justificación a las relaciones de estos elementos homólogos formados.

Es por ello, que partiendo de las principales dificultades que se pueden presentar ante una demostración de igualdad o semejanza de triángulos, se propone la siguiente (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, adaptándola a las condiciones del proceso de enseñanza - aprendizaje del CUSOC ¨ Julio Antonio Mella ¨, dotando al estudiante de segundo semestre de una herramienta, que le permita organizar el proceso de ejecución de la demostración, base para que los pasos ha seguir se automaticen y se conviertan posteriormente en una habilidad.

2.1- (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA para la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos:

1- Relacionar en el gráfico dado los datos que ofrecen, con lo que se tiene que demostrar.

2- Seleccionar el teorema que sea más conveniente aplicar.

3- Aplicar el teorema seleccionado, relacionando los elementos homólogos y justificando.

4- Plantear las conclusiones, justificando.

Elementos que los alumnos deben dominar para garantizar cada uno de los anteriores pasos:

1-

- Conocer las figuras geométricas y sus propiedades.
- Dominar tipos de ángulos y sus relaciones.
- Ubicar en la figura dada los elementos que aportan los datos.
- Identificar los triángulos que se tienen que demostrar que son iguales o semejantes.

2-

- Conocer los teoremas sobre igualdad y semejanza de triángulos.
- Identificar bajo qué condiciones se pueden aplicar.

3-

- Formar las relaciones de igualdad entre los elementos homólogos, teniendo en cuenta el teorema que se va a aplicar.

4-

- Formalizar la demostración.
- Justificar con el teorema aplicado.

La autora ofrece como vía de trabajo metodológico la ejemplificación de la utilización de la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, elaborada, para cada uno de los contenidos de esta investigación.

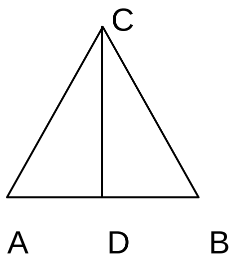
2.2- Ejercicios resueltos con la ejemplificación de la utilización de la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA.

Esta autora sugiere los siguientes ejercicios resueltos, como muestra para la utilización de la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, como guía para la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos.

El primer ejercicio que aparece es un ejercicio que puede utilizarse para ejemplificar las demostraciones sobre igualdad y semejanza de triángulos, aplicando los tres teoremas, en la solución del mismo, en el orden en que se imparten los mismos, preparando al estudiante a diferenciar cuándo se puede aplicar uno u otro teorema.

Los restantes, son muestras de ejercicios que también están resueltos con la utilización de la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, abordando primero el tema de igualdad de triángulos y posteriormente el de semejanza de triángulos. Utilizando las posibles vías de solución y dejando preguntas al estudiante, en algunos casos, para que desarrolle independientemente.

1-Sea el triángulo ABC isósceles de base $\overline{AB}$ y D punto medio de $\overline{AB}$.
Demuestre que Δ ADC = Δ BDC.



Demostración:

1- Relacionar en el gráfico dado los datos que dan con lo que se tiene que demostrar.

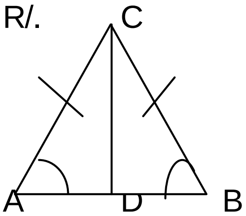
1- Qué propiedades tiene un triángulo isósceles

R/. -sus lados no bases son iguales.

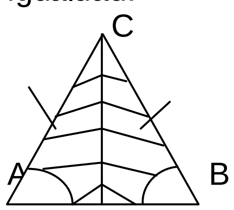
-sus ángulos bases son iguales.

2-Señále estos elementos en la figura dada.

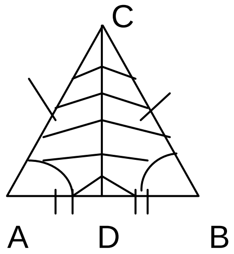
R/.



3- Identifique en la figura dada los triángulos que se tienen que demostrar su igualdad.



4-Qué elementos nos brinda en la figura dada, que D es punto medio de AB.



R/. Que $\overline{AD} = \overline{DB}$.

5- Señálelo en la figura dada.

2- De los teoremas que conoces y teniendo en cuenta los elementos homólogos que nos brindan los datos, qué teorema es el más conveniente aplicar.

R/. (l.a.l)

3- Aplicar el teorema seleccionado, relacionado los elementos homólogos y justificando.

<u>Demostración:</u>

$\overline{AC}=\overline{CB}$ por ser lados no bases de un triángulo isósceles.

$\sphericalangle A=\sphericalangle B$ por ser ángulos bases de un triángulo isósceles.

$\overline{AD}=\overline{DB}$ por ser D punto medio de $\overline{AB}$.

4- Plantear las conclusiones. Justificando

1-A qué conclusiones podemos llegar?

R/.Δ ACD = Δ BCD

2- Por qué podemos afirmar esto?

R/.Por tener dos lados y el ángulo comprendido respectivamente iguales (teorema l.a.l)

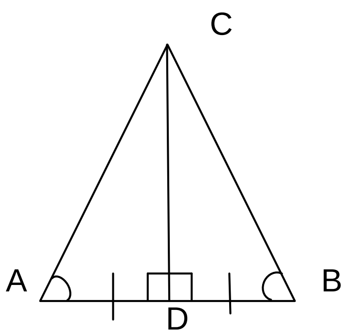
a-) De los teoremas que conoces, será posible aplicar algún otro para realizar esta demostración.

R/. Sí

1- Cuál

R/. (a.l.a)

2- Señala en la figura dada cómo lo harías.



3- Realiza la demostración.

$\sphericalangle A = \sphericalangle B$ por ser Δ ABC isósceles de base $\overline{AB}$

$\overline{AD} = \overline{DB}$ por ser D punto medio

Faltaría probar la igualdad de

$\sphericalangle$ ADC y $\sphericalangle$ BDC

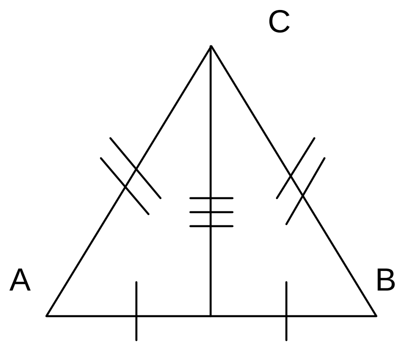
Como D es punto medio de $\overline{AB}$ y el triángulo ABC es isósceles, $\overline{DC}$ coincide con la altura y la mediana relativa al lado $\overline{AB}$ y bisectriz del ángulo C.
Luego, $\sphericalangle$ ADC = $\sphericalangle$ BDC = 90° por ser $\overline{DC}$ altura.

4- A qué conclusión se puede llegar.
R/. Δ ADC = Δ DBC

5- Por qué
R/. Por tener dos ángulos y el lado comprendido respectivamente iguales (Teorema a.l.a).

6- Piensa otra manera de realizar esta demostración aplicando el mismo teorema.

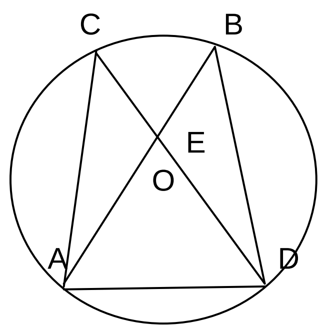
b-) Será posible demostrar la igualdad de estos triángulos aplicando el teorema que falta. (teorema l.l.l.)
R/. Sí
1- Señala en la figura dada cómo lo harías.



2- Realiza la demostración.
R/. $\overline{AD}$ = $\overline{DB}$ por ser D punto medio de $\overline{AB}$
$\overline{AC}$ = $\overline{CB}$ por ser Δ ABC isósceles.
CD lado común.
3- A qué conclusión se puede llegar.
R/. Δ ADC = Δ DBC
4- Por qué.
R/. Por tener tres lados respectivamente iguales (teorema l.l.l.)

2-En la circunferencia de centro O, $\overline{DE}$ = $\overline{AE}$ · Demuestre que Δ ABE = Δ CDE

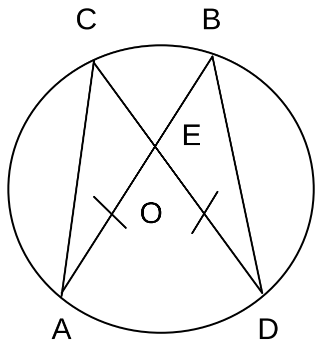
1. Relacionar en el gráfico dado los datos que dan con lo que se tiene que demostrar.



1. Cuáles son los datos

R/. DE = AE

2. Señálelo en la figura dada.



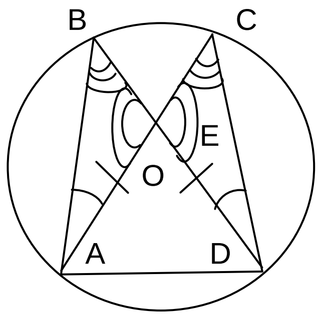
3. Qué otro elemento puede utilizar de la figura dada.

R/. ∡ BAC = ∡ BDC por ser inscritos sobre el mismo arco $\overset{\frown}{BC}$.

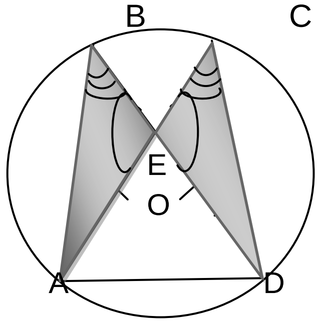
∡ ABC = ∡ ACD por ser inscritos sobre el arco $\overset{\frown}{AD}$.

∡ AEB = ∡ DEC por ser opuestos por el vértice.

4. Señala en la figura dada.



5. Señale en la figura dada lo que se tiene que demostrar.



2- De los teoremas que conoces y teniendo en cuenta los elementos homólogos que nos brindan los datos, qué teorema es el más conveniente aplicar.

R/. (a.l.a.)

3- Aplicar el teorema seleccionado, relacionando los elementos homólogos y justificando.

Demostración:

∢ BAC = ∢ BDC por ser insectos sobre el arco $\overset{\frown}{BC}$

$\overline{AE} = \overline{ED}$ por datos

∢ AEB = ∢ DEC por opuestos por el vértice

4- Plantear las conclusiones. Justificando

1- A qué conclusión se puede llegar?

Δ ABE = Δ CDE

2 – Por qué?

R/. Por tener dos ángulos y el lado comprendido respectivamente iguales.

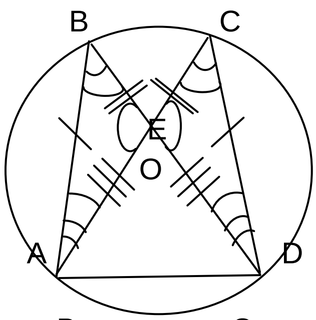
a-) Teniendo en cuenta lo demostrado anteriormente demuestra que Δ ABD = Δ ACD.

1- Relacionar a el gráfico dado los datos que dan con lo que se tiene que demostrar.

1. Cuáles son los datos.

R/. $\overline{AE} = \overline{ED}$ y Δ AEB = Δ ECD.

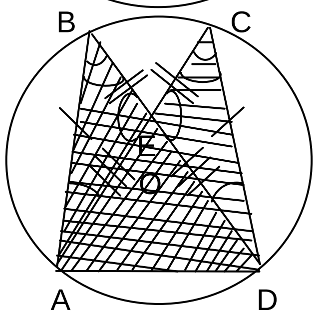
2. Señálelo en la figura.



3. Qué se tiene que demostrar

R/. Δ ABD = Δ ACD

4. Señálelo en la figura.



2- De los teoremas que conoces y teniendo en cuenta los elementos homólogos que nos brindan los datos, qué teorema es el más conveniente aplicar.

R/. (l.a.l)

3- Aplicar el teorema seleccionado, relacionando los elementos homólogos y justificando.

Demostración:

$\overline{AB} = \overline{CD}$ Por ser elementos homólogos de triángulos iguales.
$\sphericalangle B = \sphericalangle C$ Por ser elementos homólogos de triángulos iguales.
Probemos la igualdad ~~de AC y~~ BD.

$\overline{BE} = \overline{EC}$ pero,

I. $\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{EC}$ y

II. $\overline{BD} = \overline{DE} + \overline{EB}$ y
$\overline{AE} = \overline{ED}$ por datos
Sustituyendo en I los datos anteriores, tenemos que

$\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{EC}$
$\overline{AC} = \overline{ED} + BE$
AC = BD según II

$\therefore \overline{AC} = \overline{BD}$

4 Plantear las conclusiones. Justificando
1- A qué conclusión podemos llegar?

$\therefore \Delta$ ABD = Δ ACD

2- Por qué?

R/. Por tener dos lados y el ángulo correspondiente respectivamente iguales (teorema l.a.l)
b-) Existe algún elemento que te permita aplicar otro de los teorema que conoces. Cuál?

R/. Con el $\overline{AD}$, que es lado común en ambos triángulos y los lados $\overline{AB} = \overline{CD}$ y $\overline{AC} = \overline{BD}$ anteriormente demostrados, se puede demostrar que los Δ ABD y Δ ACD son iguales por tener tres lados respectivamente iguales (Teorema l.l.l)
c-) Cómo pudieras realizar la misma demostración utilizando el teorema que plantea la respectiva igualdad entre dos ángulos y el lado comprendido (Teorema a.l.a)

R/.Contamos con que $\sphericalangle$ ABD = $\sphericalangle$ ACD por ser elementos homólogos de triángulos iguales, pero también por ser $\sphericalangle$ inscritos sobre el mismo arco $\overset{\frown}{AD}$ o sobre la cuerda AD y también tenemos que AB = CD. Faltaría probar la igualdad de los ángulos $\sphericalangle$ CDA = $\sphericalangle$ BAD, de ellos tenemos que:

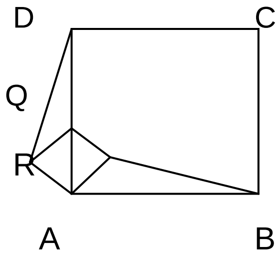
1 ∢ CDA = ∢ CDE + ∢ BDA y 2 ∢ BAD = ∢ BAE + ∢ CAD, pero 3 ∢ EDC = ∢ BAE por ser elementos homólogos de los triángulos iguales Δ ABE y Δ EDC o por ser inscritos sobre el arco $\overset{\frown}{BC}$, de aquí que, sustituyendo 3 en 1 ó en 2 obtenemos que

∢ CDA = ∢ BAD, por lo que también podemos afirmar que ∢ BDA = ∢ CAD por transitividad.

∴ Δ ABD = Δ ACD por tener dos ángulos y el lado comprendido respectivamente iguales (Teorema a.l.a)

d-) Piensa otra manera de demostrar los insectos a.) y c.) utilizando los mismos teoremas que aplicaste en cada uno de ellos.

3-En la figura ABCD y APQR son cuadrados. Demuestre que: BP = DR



1- Relacionar en el gráfico dado los datos que dan con los que se tiene que demostrar.

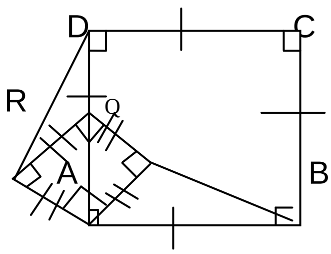
1 – Qué elemento nos aporta que APQR sea un cuadrado?

R/. $\overline{RA} = \overline{AP} = \overline{PQ} = \overline{QR}$ y $\angle A = \angle P = \angle Q = \angle R = 90°$

2- Y que ABCD sea un cuadrado?

R/. $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$ y ∢ A = ∢ B = ∢ C = ∢ D = 90°

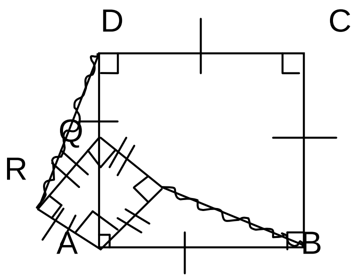
3-Señálelo en la figura dada.



4- Qué es lo que tenemos que demostrar?

R/. RD = PB

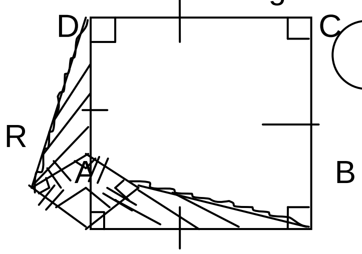
5- Señálelos en la figura.



6- A qué figura geométrica, en la figura dada, pertenecen estos lados?
R/. $\overline{RD}$ pertenece al $\Delta\, RAD$ y $\overline{PB}$ pertenece al $\Delta\, APB$.

7- Cómo podremos demostrar la igualdad de estos lados $\overline{BP}$ y DR?
R/. Demostrando que $\Delta\, RAD = \Delta\, APB.$

8- Señálelo en la figura.



2- De los teoremas que conoces y teniendo en cuenta los elementos homólogos que nos brindan los datos, qué teorema es el más conveniente aplicar.
R/. (l.a.l)

3- Aplicar el teorema seleccionado, relacionando los elementos homólogos y justificando.

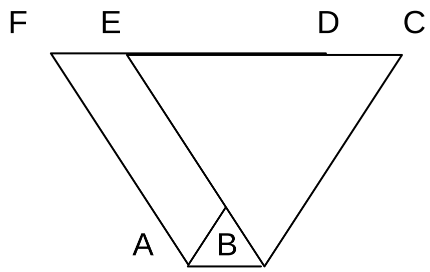
Demostración:

$\overline{AB}=\overline{AD}$ por ser lados del cuadrado ABCD
$\overline{RA} = \overline{AP}$ por ser lados del cuadrado APQR
El ángulo comprendido entre estos dos pares de lados es $\sphericalangle PAB$ y $\sphericalangle RAD$, probemos su igualdad.
I. $\sphericalangle RAD + \sphericalangle DAP = \sphericalangle RAP$ y $\sphericalangle PAB + \sphericalangle DAP = \sphericalangle DAB$, pero
II. $\sphericalangle RAP = \sphericalangle DAB = 90°$ por ser ángulos de los cuadrados ABCD y APQR, por lo que igualado I y II Tenemos que:
$\sphericalangle RAD + \cancel{\sphericalangle DAP} = \sphericalangle PAB + \cancel{\sphericalangle DAP}$ por lo que :
$\sphericalangle RAD = \sphericalangle PAB$

4- Plantear las conclusiones. Justificando
1-A qué conclusiones podemos llegar?
R/. Δ ACD = Δ BCD
2- Por qué podemos afirmar esto?
R/.Por tener dos lados y el ángulo comprendido respectivamente iguales (teorema l.a.l)

1. Pero, era esto lo que se tenía que demostrar inicialmente?
   R/. No, que BP = DR.
2. Qué se puede decir al respecto?
   R/. Que $\overline{BP} = \overline{DR}$.
3. Por qué?
   R/. Por ser elementos homólogos de triángulos iguales.

4-En la figura ABCD y ABEF son paralelogramos, D, C, E y F son puntos alineados. Demuestre que = $\Delta\, ADF = \Delta\, BCE$

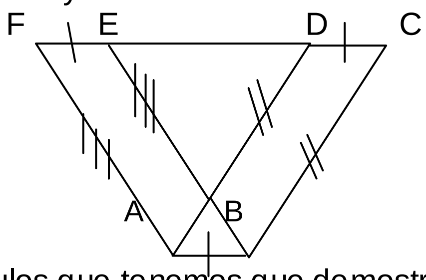


1- Relacionar en el gráfico dado los datos que dan con lo que se tiene que demostrar

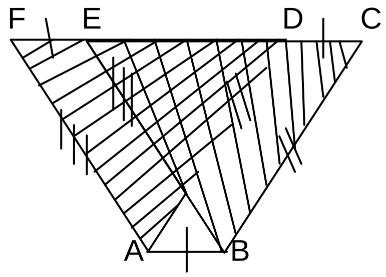
1-Qué elementos aporta que ABCD y ABEF sean paralelogramos?

R/. DC = AB, DA = CB, AB = FE y AF = BE

2-Señálelo en la figura.



3-Señala cuáles son los triángulos que tenemos que demostrar su igualdad.



2- De los teoremas que conoces y teniendo en cuenta los elementos homólogos que nos brindan los datos, qué teorema es el más conveniente aplicar.

R/. (l.l.l)

3- Aplicar el teorema seleccionado, relacionado los elementos homólogos y justificados.

Demostración:

CB = DA por ser lados opuestos del paralelogramo ABCD

EB = AF por ser lados opuestos del paralelogramo ABEF

Falta probar la igualdad del par de lados FE y DC

I CE = DC + DE por suma de segmentos

II DF = DE + EF por suma de segmentos

Pero AB = FE y AB = DC por ser lados opuestos de los paralelogramos ABCD y ABEF, por lo que EF = DC por transitividad de la igualdad.

Sustituyendo DC en I tenemos que:

CE = EF + DE y de II teníamos que, DF = DE + EF por lo que CE = DF

4- Plantear las conclusiones.

1-A qué conclusiones podemos llegar?

R/. $\Delta EBC = \Delta ADF$

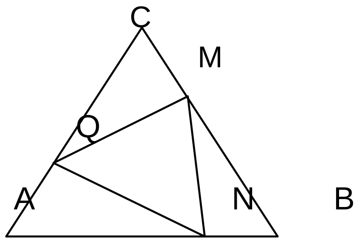
2-Por qué?

4-R/. Por tener tres lados respectivamente iguales (Teorema l.l.l)

a-) Piensa en una manera de demostrar la igualdad de estos triángulos utilizando los dos teoremas que faltan.

5- Sea ΔABC equilátero, CM = BN = AQ.

Demuestre que $\Delta ANQ = \Delta NBR = \Delta QCR$.



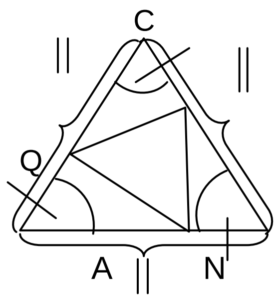
1- Relacionar a el gráfico dado los datos que dan con lo que se tiene que demostrar

1-Cuáles son los datos?

R/. $\overline{CM} = \overline{BN} = \overline{AQ}$ y ΔABC es equilátero

2-Qué elementos nos aporta que ΔABC sea equilátero?

$\measuredangle A = \measuredangle B = \measuredangle C$ y $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$



3-Señálelo en la figura.

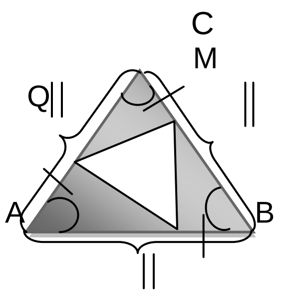
M

B

4-Qué es lo que se tiene que demostrar?

R/. Que $\Delta ANQ = \Delta NBM = \Delta QCM$.

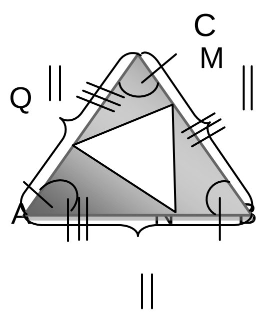
5-Señálelo en la figura



6- Se podrá probar la igualdad de los lados QC, AN y MB?

R/. Sí por suma de segmentos.

7-Señálelo en la figura.



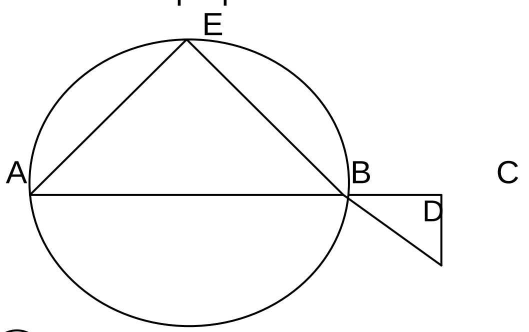
2- De los teoremas que conoces y teniendo en cuenta los elementos homólogos que nos brindan los datos, qué teorema es el más conveniente aplicar.
R/. (l.a.l)

3- Aplicar el teorema seleccionado, relacionando los elementos homólogos y justificando.

Demostración:

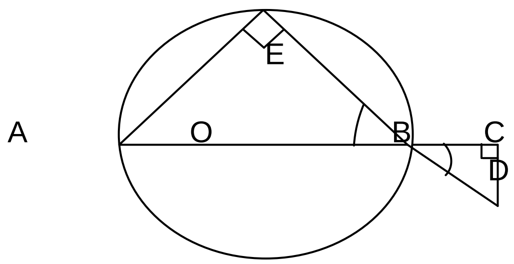
$\overline{CM} = \overline{BN} = \overline{AQ}$ por datos
$\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C$ por ser ΔABC equilátero.
Faltaría probar la igualdad de los lados $\overline{CQ}$, $\overline{MB}$ y $\overline{AN}$
I $\overline{AC} = \overline{CQ} + \overline{AQ}$
II $\overline{BC} = \overline{MB} + \overline{CM}$
III $\overline{AB} = \overline{AN} + \overline{NB}$ como, $\overline{AC} = \overline{AB} = \overline{BC}$ sustituyendo I, II y III, tenemos que,
$\cancel{\overline{AQ}} + \overline{QC} = \overline{MB} + \cancel{\overline{CM}} = \cancel{\overline{AN}} + \overline{NB}$, por lo que
$\overline{CQ} = \overline{MB} = \overline{AN}$

4- Plantear las conclusiones. Justificando.
1- A qué conclusiones podemos llegar?
R/. Δ ANQ = Δ NBM = Δ QCM
2- Por qué podemos afirmar esto?
R/.Por tener dos lados y el ángulo comprendido respectivamente iguales (teorema l.a.l)
6- En la circunferencia A, O, B y C puntos alineados. $\overline{CD} \perp \overline{AC}$ demuestre que Δ ABE ~ Δ BCD.
a-) Establece la proporcionalidad entre sus lados homólogos.



1- Cuáles son los datos?
R/. $\overline{DC} \perp \overline{CA}$.

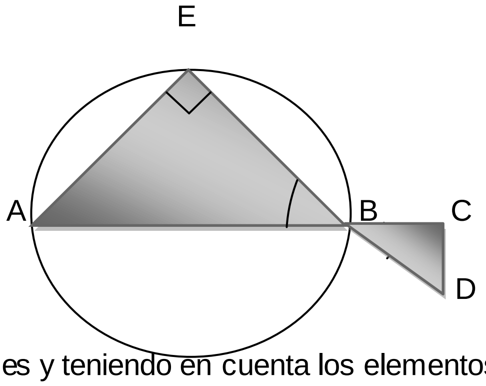
2- Esto que nos quiere decir?
R/. $\sphericalangle$ BCD = 90°
3- Que otros elementos nos brindan los datos
$\sphericalangle$ AEB = 90° por Teorema de tales y $\sphericalangle$ ABE = $\sphericalangle$ DBC por ser opuestos por el vértice.
4- Señálelo en la figura dada.



1- Qué se tiene que demostrar.

R/. Δ ABE ~ Δ BCD.

2- Señálelo en la figura.



2- De los teoremas que conoces y teniendo en cuenta los elementos homólogos que nos brindan los datos, qué teorema es el más conveniente aplicar.

R/. (a.a)

3- Aplicar el teorema seleccionado, relacionando los elementos homólogos y justificando.

Demostración:

$\sphericalangle$ BCE = 90° por ser $\overline{DC} \perp \overline{AC}$

$\sphericalangle$ AEB = 90° por Teorema de Tales.

$\therefore$ $\sphericalangle$ BCE = $\sphericalangle$ AEB.

$\sphericalangle$ ABE = $\sphericalangle$ DBC por opuestos por el vértice.

4 Plantear las conclusiones. Justificando

A qué conclusión podemos llegar?

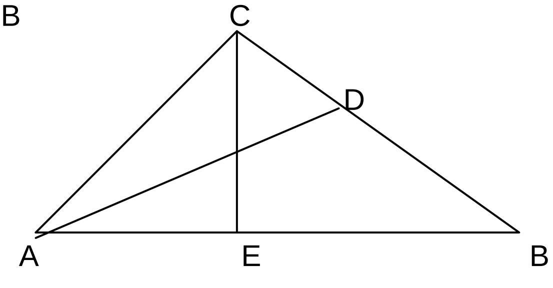
R/. $\therefore$ Δ ABE ~ Δ BCD

1- Por qué?

R/.por tener dos ángulos respectivamente iguales (Teorema a.a)

7. En el Δ ABC, $\overline{AD}$ = ha, $\overline{CE}$ = hc

Demuestre que: Δ ADB ~ Δ CEB



1- Relacionar a el gráfico dado los datos que dan con lo que se tiene que demostrar

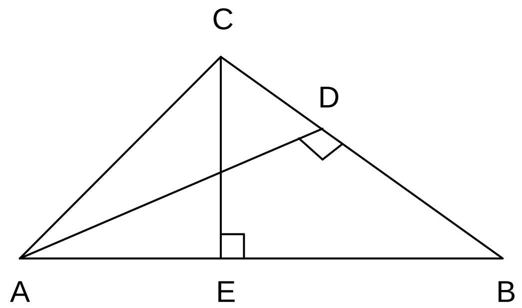
1- Cuáles son los datos.

R/. $\overline{DA}$ = ha y $\overline{CE}$ = hc

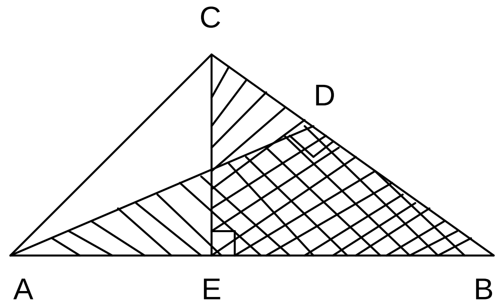
2- Qué quiere decir que $\overline{AD}$ sea la altura relativa al vértice A y que $\overline{CE}$ la del vértice C.

R/. Qué $\sphericalangle$ ADB = 90° y $\sphericalangle$ CEB = 90°

3- Señálelo en la figura.



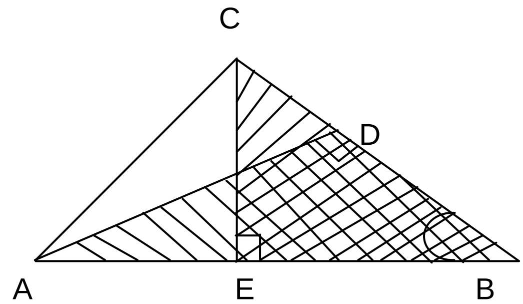
4- Seña la en la figura los triángulos que se tienen que demostrar su semejanza.



5- Qué sucede con el ∢B?

R/. Que es común para los dos triángulos.

6- Señálelo en la figura.



2 De los teoremas que conoces y teniendo en cuenta los elementos homólogos que nos brindan los datos, qué teorema es el más conveniente aplicar.

R/. (a.a)

3 Aplicar el teorema seleccionado, relacionando los elementos homólogos y justificando.

Demostración:

∢ CEB = ∢ ADB por ser rectos o por ser AD = ha y CE = hc

∢ B ángulo común.

4 Plantear las conclusiones. Justificando.

1- A qué conclusión podemos llegar?

R/. ∴ Δ ADB ~ Δ CEB

2- Por qué?

R/. Por tener dos ángulos respectivamente iguales (Teorema a.a)

a-) Teniendo en cuenta lo demostrado anteriormente. Qué se pudiera decir de los Δ ADB y Δ CEB , si además le dieran como datos que DB = EB, Por qué?

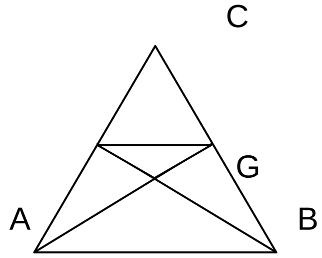
R/. Δ ADB = Δ CEB por tener dos ángulos y el lado comprendido respectivamente iguales (Teorema a.l.a)

8. En el Δ ABC, ED ∥ AB, AG = 2AG y BG = 2GE. Demuestre que Δ ABG ~ Δ DEG.

1. Relacionar a el gráfico dado los datos que dan con lo que se tiene que demostrar

1-Cuáles son los datos que te dan?

R/.AG = 2GD y BG = 2GE

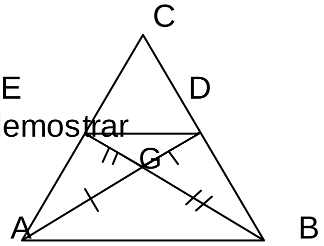


2-Qué nos quiere decir esto?

D

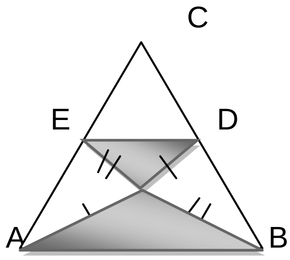
R/. $\frac{\overline{AG}}{\overline{GD}} = 2 \; y \; \frac{\overline{BG}}{\overline{GE}} = 2$

3-Señálelo en la figura dada.



4-Señale en la figura lo que se tiene que demostrar

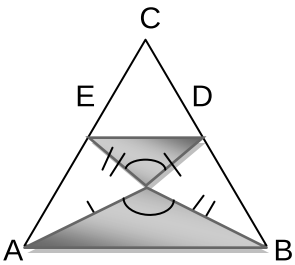
.



5- Qué otro elemento te brinda la figura.

R/. ∢ AGB = ∢ EGD por ser opuestos por el vértice.

6-Señálelo en la figura.



2 De los teoremas que conoces y teniendo en cuenta los elementos homólogos que nos brindan los datos, qué teorema es el más conveniente aplicar.

R/. (p.a.p)

3 Aplicar el teorema seleccionado, relacionando los elementos homólogos y justificarlo.

R/. Demostración:

$\frac{\overline{AG}}{\overline{GD}} = 2 \qquad \frac{\overline{BG}}{\overline{GE}} = 2$

$\frac{\overline{AG}}{\overline{GD}} = \frac{\overline{BG}}{\overline{GE}} = 2$

$\measuredangle$ AGB = $\measuredangle$ EGD por ser opuestos por el vértice.

4 Plantear las conclusiones. Justificando.

1- A qué conclusión podemos llegar?

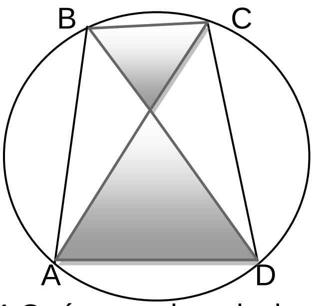
R/. Δ ABG ~ Δ DEG

2- Por qué?

R/. Por tener dos lados respectivamente proporcionales e igual al ángulo comprendido. (Teorema p.a.p)

9- Apoyándote en la figura del ejercicio resuelto 3, si $\overline{AE}$= 4 $\overline{EC}$ y $\overline{ED}$ = 4 $\overline{EB}$. Prueba que
Δ AED ~ Δ BEC.

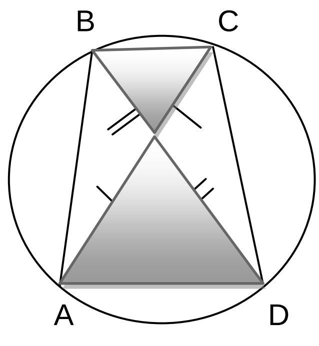
1 Relacionar a el gráfico dado los datos que dan con lo que se tiene que demostrar.



1- Cuales son los datos?
R/. $\overline{AE}$ = 4 $\overline{EC}$ y $\overline{ED}$ = 4 $\overline{EB}$.

2- Te falta algún elemento en la figura?
R/. El segmento $\overline{BC}$.

3-Trázalo.



4-Qué nos quiere decir esto?
$\overline{AE}$ = 4 $\overline{EC}$ y $\overline{ED}$ = 4 $\overline{EB}$, despejando
$\frac{\overline{AE}}{\overline{EC}} = 4$ y $\frac{\overline{ED}}{\overline{EB}} = 4$

2 De los teoremas que conoces y teniendo en cuenta los elementos homólogos que nos brindan los datos, qué teorema es el más conveniente aplicar.
R/. (p.a.p)

3 Aplicar el teorema seleccionado, relacionando los elementos homólogos y justificando.
Demostración:

$\overline{AE} = 4\ \overline{EC}$ y $\overline{ED} = 4\ \overline{EB}$ por datos
$\frac{\overline{AE}}{\overline{EC}} = 4$ y $\frac{\overline{ED}}{\overline{EB}} = 4$ por lo que: $\frac{\overline{AE}}{\overline{EC}} = \frac{\overline{ED}}{\overline{EB}} = 4$

Qué otro elemento te faltaría?
R/. Probar la igualdad de los ángulos $\sphericalangle$ AED y $\sphericalangle$ BEC.

3- Sera iguales estos ángulos?
R/. Sí
4- Por qué
R/. Por ser opuestos por el vértice.

5- Plantéalo.
R/. $\sphericalangle$ AED = $\sphericalangle$ BEC por ser opuestos por el vértice.

4 Plantear las conclusiones. Justificando

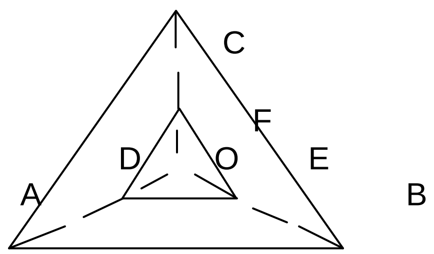
1- A qué conclusión podemos llegar?

$\therefore\ \Delta$ AED $\sim \Delta$ BEC

2-Por qué?
R/.Por tener dos lados respectivamente proporcionales e iguales al ángulo comprendido. (Teorema p.a.p)
a-) Teniendo en cuenta la demostración anterior donde Δ ABD = Δ ACD. Conoces otro teorema que puedas aplicar para demostrar que Δ AED $\sim \Delta$ BEC.
R/. Sí
1-Cuál?
R/. (a.a)
2-Cómo lo demostrarías?
R/.Demostración:

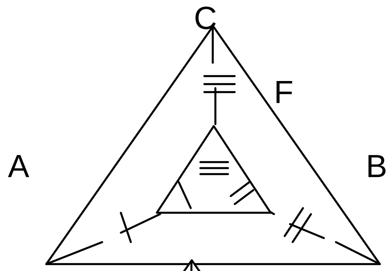
$\sphericalangle$ CAD = $\sphericalangle$ BDA por ser elementos homólogos de los triángulos iguales Δ ABD y Δ ACD.
$\sphericalangle$ AED = $\sphericalangle$ BEC por ser opuestos por el vértice.
$\therefore\ \Delta$ AED $\sim \Delta$ BEC por tener dos ángulos respectivamente iguales. (Teorema a.a)

10-En la figura D, E y F son puntos medios de $\overline{AO}$, $\overline{BO}$ y $\overline{CD}$ respectivamente.
Demuestre que:
Δ ABC $\sim \Delta$ DEF.

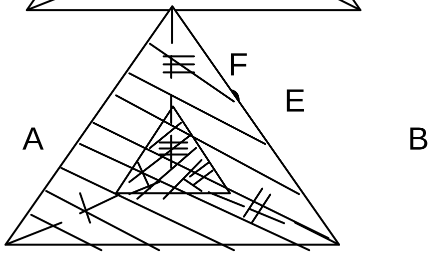


1 Relacionar en el gráfico dado los datos que dan con los que se tiene que demostrar.

1. Cuáles son los datos.
R/. D punto medio de $\overline{AO}$, E punto medio de $\overline{OB}$ y F punto medio de $\overline{OC}$.
2. Qué quiere decir esto?
R/. AD = OD, OE = EB y OF = FC.
3. Señálelo en la figura.



4. Qué se tiene que demostrar?
R/. Δ ABC ~ Δ DEF
5- Señálelo en la figura.



6- Se podrá formar alguna razón entre los segmentos señalados como elementos homólogos en la figura anterior?
R/. I AO = 2 DO
II BO = 2 EO
III CO = 2 FO

2. De los teoremas que conoces y teniendo en cuenta los elementos homólogos que nos brindan los datos, qué teorema es el más conveniente aplicar.
R/. (p.p.p)
3. Aplicar el teorema seleccionado, relacionando los elementos homólogos y justificando.
R/. Demostración:
$\frac{AO}{DO} = 2, \frac{BO}{EO} = 2\ y\ \frac{CO}{FO} = 2\ de\ I.II\ y\ III\ entonces \frac{AO}{DO} = \frac{BO}{EO} = \frac{CO}{FO} = 2$ por ser segmentos proporcionales y tener la misma razón de proporcionalidad.
Por lo que:
$\overline{AB} \parallel \overline{DE}$, $\overline{BC} \parallel \overline{FE}$ y $\overline{AC} \parallel \overline{DF}$, según recíproco del Teorema de los Trasversales.
$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{FE} = \frac{AC}{DF} = 2$

4. Plantear las conclusiones. Justificando

1- A qué conclusión podemos llegar?
∴ Δ ABC ~ Δ DEF
2- Por qué?
R/. Por tener tres lados respectivamente proporcionales. Teorema (p.p.p)

2.3- Ejercicios propuestos:

En igualdad

- Se sugieren los ejercicios 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 y 11 del libro de texto matemática séptimo grado, epígrafe 8 p. 64-68, que son ejercicios de identificación para que el estudiante comprenda la esencia de los teoremas de igualdad de triángulos y desarrollen habilidades en la identificación de los elementos homólogos en triángulos iguales.
- De la colección que se propone (anexo 28), se sugieren los ejercicios 2, 3, 5 y 9, que son ejercicios donde el estudiante aplica directamente el teorema a aplicar, para realizar la demostración, partiendo de los datos que le ofrecen.
- De este mismo tipo también se sugieren los ejercicios 12, 13, 14, 15 y 16 del libro de texto matemática séptimo grado, epígrafe 8 p. 64-68.
- De la colección (anexo 28), se sugieren los ejercicios 1, 8, 12, 13 y 31 que son ejercicios donde el estudiante tiene que probar igualdad de elementos homólogos, pero para ello primeramente tiene que probar la igualdad de triángulos.
- De este mismo tipo también se sugieren los ejercicios 15, 17, 18, 19 y 20, 21, 22 y 24 del libro de texto matemática séptimo grado, epígrafe 8 p. 64-68.
- De la colección (anexo 28), se sugiere el ejercicios 26 que es un ejercicio donde el estudiante tiene probar la igualdad de elementos homólogos, pero para ello primeramente tiene que probar la igualdad de triángulos, además de realizar el cálculo de perímetro.

En semejanza

- Se sugieren los ejercicios 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 18, 19, 20, 21, 22, 23 y 53 del libro de texto matemática noveno grado, epígrafe 4 p. 34-48, que son ejercicios de identificación para que el estudiante comprenda la esencia de los teoremas de semejanza de triángulos y desarrollen habilidades en el cálculo de razón semejanza.
- De la colección que se propone (anexo 28), se sugieren los ejercicios 14, 15, 16, 22, 23, 38 y 40, que son ejercicios donde el estudiante aplica

directamente el teorema a aplicar, para realizar la demostración, partiendo de los datos que le ofrecen.

- De este mismo tipo también se sugieren los ejercicios 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 24, 25, 26, 38, 40, 41, 42, 45, 46, 50, 51, 52, 57 y 69 del libro de texto matemática noveno grado, epígrafe 4 p. 34-48.
- De la colección (anexo 28), se sugieren los ejercicios 20, 27, 28, 29, 30, 32, 33, 39, 45, 46 y 47 que son ejercicios donde el estudiante tiene que probar condiciones, pero para ello primeramente tiene que probar la semejanza de triángulos.
- De este mismo tipo también se sugieren los ejercicios 35, 36, 37, 44, 49 y 60 del libro de texto matemática séptimo grado, epígrafe 8 p. 64-68.
- De la colección (anexo 28), se sugieren los ejercicios 18, 24, 25, 34 y 36 que son ejercicios donde el estudiante tiene que probar condiciones, pero para ello primeramente tiene que probar la semejanza de triángulos.
- De este mismo tipo también se sugieren los ejercicios 27, 28, 30, 31, 32, 33, 34, 47, 54, 56, 58, 59, 61, 62, 64, 66, 67 y 71 del libro de texto matemática noveno grado, epígrafe 4 p. 34-48.
- De la colección (anexo 28), se sugieren los ejercicios 21, 35, 37, 43 y 44 que son ejercicios donde el estudiante tiene que construir la figura y después aplicar el teorema para probar la semejanza de triángulos.
- De este mismo tipo también se sugieren los ejercicios 10, 29, 39, 43, 48, 55 y 68 del libro de texto matemática noveno grado, epígrafe 4 p. 34-48.

De igualdad y semejanza

- De la colección (anexo 28), se sugieren los ejercicios 4, 6, 7, 10, 11 y 19 que son ejercicios integradores, donde el estudiante tiene que demostrar la igualdad y la semejanza de triángulos.

2.4- Análisis de los resultados:

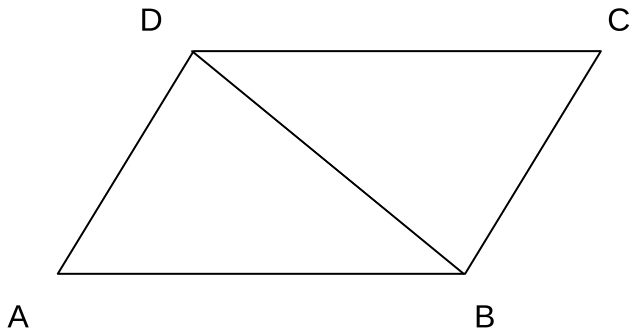
Para comprobar la utilidad de la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA propuesta, así como la colección de ejercicios que incluye ejercicios resueltos y ejercicios propuestos, se realizó un pilotaje, donde se utilizó un grupo de control y uno de experimento. Para la selección de los mismos se tuvo en cuenta la similitud en cuanto a matrícula, bloque, horario y profesor.

Ambos asistían al horario de la tarde, con el mismo profesor y recibían la asignatura en el segundo bloque. El grupo de control tenía una matrícula de 34 estudiantes y el de experimento de 36 estudiantes. Los dos grupos fueron divididos en dos subgrupos para aplicar las pruebas de diagnóstico, parcial y final, aplicando en un subgrupo la pregunta de igualdad y en el otro la de semejanza.

A ambos grupos, de control y experimento se les aplicó la siguiente **prueba de diagnóstico:**

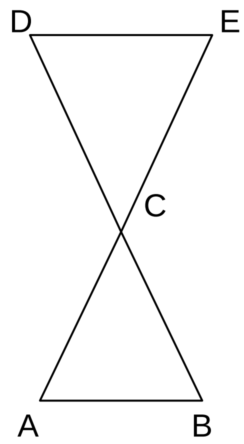
En igualdad:

Si ABCD es un paralelogramo demuestre que Δ ABD = Δ BDC



En semejanza:

Si $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$
demuestre que Δ ABC $\sim$ Δ DEC.



En la que **se obtuvo que**:

En el **grupo de control**:
Solamente 2 estudiantes, de 17 presentados (anexo 12), aprobaron la pregunta de igualdad y 3 de 17 presentados, aprobaron la pregunta de semejanza. Lo que representan 5 estudiantes aprobados de 34 presentados, para un 14,7% de promoción del grupo.

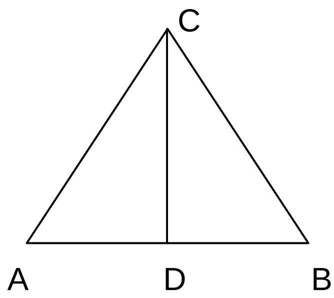
En el **grupo de experimento**:
1 solo estudiante aprobó la pregunta de igualdad de los 18 que la hicieron (anexo 13) y 2 la de semejanza de los 18 presentados. Lo que representan 3 estudiantes aprobados de 36 presentados, para un 8,3% de aprobados.

Puede observarse que en el diagnóstico inicial la situación es similar y aún existen mayores dificultades en el grupo experimental.
A partir de este momento se comenzó el tratamiento al grupo de experimento en los contenidos de igualdad y semejanza de triángulos con la utilización de la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA y con la intervención de la colección de ejercicios elaborada.

Así al término de la **prueba parcial** siguiente:

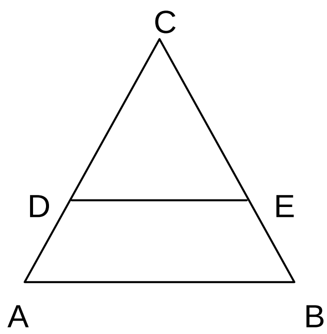
En igualdad:

Si Δ ABC es equilátero $\overline{DC}$ altura
demuestre que Δ ADC = Δ DBC



En semejanza:

Si $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$
demuestre que Δ ABC ~ Δ DEC



Se obtuvo que:

En el **grupo de control**:

De 16 estudiantes presentados a la pregunta de igualdad (anexo 17), solo 3 la aprobaron y de los 18 que realizaron la de semejanza, 4 fueron los aprobados. Lo que representan un 20,6% de aprobados en el grupo, no lográndose un paso de avance mayor.

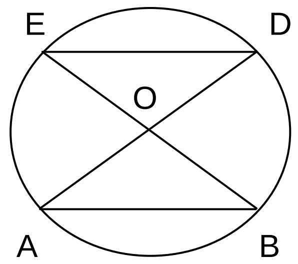
En el **grupo de experimento**:

De 17 estudiantes presentados (anexo 18), a la pregunta de igualdad, 10 la aprobaron y de los 19 presentados a la de pregunta de semejanza, 11 la aprobaron, lo que representan 22 estudiantes aprobados de 36 presentados en este grupo, para un 58,4% de aprobados, lo que evidencia el tránsito de estos estudiantes a niveles superiores en el desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios sobre igualdad y semejanza de triángulos.

Se continuó con el experimento y en la **prueba final** aplicado:

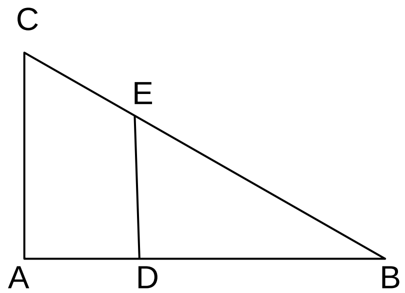
En igualdad:

En la circunferencia, si $\overline{AB} = \overline{ED}$
demuestre que Δ ABO = Δ EDO



En semejanza:

Si $\overline{DE}$ es la mediatriz de $\overline{AB}$
demuestre que Δ DBE ~ Δ ABC



En la que **los resultados** fueron:

En el **grupo de control**:

De 17 estudiantes que fueron evaluados (anexo 22), en la pregunta de igualdad, 5 de ellos la aprobaron y de 17 evaluados en la pregunta de semejanza, 6 la aprobaron, lo que representan 11 estudiantes aprobados de los 34 del grupo, para un 32,3% de aprobados.

En el **grupo de experimento**:

18 estudiantes se presentaron (anexo 27) a la pregunta de igualdad, de ellos, 16 la aprobaron y de los 18 presentados a la pregunta de semejanza, 17 la aprobaron, representando un total de 33 aprobados de los 36 evaluados del grupo, para un 91,7% de aprobados, lo que demuestra el avance obtenido por los estudiantes.

De estos resultados puede valorarse que, en el grupo de control (anexo 24), perduraron las dificultades en los temas evaluados, no se desarrollaron habilidades para resolver un ejercicio de demostración sobre igualdad o semejanza de triángulos. Estas dificultades se arrastrarán a semestres posteriores, donde se retomarán estos contenidos.

Sin embargo, en el grupo de experimento (anexo 27), en el cual, de 3 estudiantes aprobados en la prueba diagnóstico, 22 habían vencido dificultades en la parcial y en la final, la cifra fue superada a 33 estudiantes que lograron, desarrollar habilidades en resolver un ejercicio de demostración sobre igualdad o semejanza de triángulos, quedando solamente 3 estudiantes (anexo 25) sin haber vencido estas dificultades. Lo que evidencia la factibilidad de la utilización de la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA y la colección de ejercicios que incluye ejercicios resueltos y propuestos para desarrollar habilidades en la solución de ejercicios sobre igualdad y semejanza de triángulos.

Conclusiones del Capítulo:

En este capítulo se parte de elementos que caracterizan las condiciones de los estudiantes que matriculan en el CUSOC ¨Julio Antonio Mella¨.

Se analiza la distribución actual de los contenidos, teniendo en cuenta la distribución precedente a los mismos y las principales dificultades que los estudiantes presentan en la asignatura Matemática, basado en la realización del diagnóstico.

Se expresa el resultado de los instrumentos aplicados como diagnóstico para reafirmar La necesidad de la elaboración de la colección de ejercicios que incluye ejercicios resueltos y propuestos, así como la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA y se orientan ejercicios propuestos.

Se analizan los resultados obtenidos en el pilotaje aplicado para comprobar la utilidad de la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, así como la colección de ejercicios resueltos y propuestos.

Conclusiones:

El desarrollo vertiginoso de la ciencia y la aplicación de los mismos a la solución de los complejos problemas que impone la sociedad contemporánea, exige que la didáctica y todo el proceso de enseñanza se adapten y operen de manera constante, buscando que el alumno juegue el papel fundamental en la obtención del contenido y en el desarrollo de habilidades necesarias para transformarse en sujeto activo de la enseñanza.

La enseñanza de la geometría juega un papel decisivo en estos objetivos, dotando a los alumnos de una percepción científica y espacial del mundo, por ello, siguiendo esta línea de pensamiento, esta tesis persigue contribuir a la solución de problemas presentes hoy, en la Enseñanza de Adultos.

Por lo que la presente investigación se sustenta bajo el enfoque histórico cultural para desarrollar habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos en los estudiantes de segundo semestre del CUSC ¨Julio Antonio Mella¨.

Para ello se caracterizan a los estudiantes que matriculan en este centro y se definen conceptos como, habilidad a manera general y específicamente en la Matemática, también las de problema, ejercicios y (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, para desarrollar habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos, en los estudiantes de segundo semestre del CUSC ¨Julio Antonio Mella¨.

Se determina que dicha colección se dirige a desarrollar la habilidad demostrar y dentro de ella, interpretar, identificar, comparar, controlar, resolver, calcular.

Se presentan ejercicios resueltos con la ejemplificación de la utilización de la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA y se propone una colección de ejercicios propuestos, organizados teniendo en cuenta su tipo.

Del pilotaje aplicado se comprueba la utilidad de la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA, así como de la colección de ejercicios que incluyen ejercicios resueltos y propuestos para el desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos en los estudiantes de segundo semestre del CUSC ¨Julio Antonio Mella¨, se evidencia en los resultados obtenidos, la efectividad de dicha colección, así como de la (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA.

Recomendaciones:

En la presente investigación la autora se propone lograr el desarrollo de habilidades en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos, en los estudiantes de segundo semestre del CUSC ¨Julio Antonio Mella¨, para ello propone una colección de ejercicios que incluye ejercicios resueltos y propuestos, así como una (Sucesión de Indicaciones con Carácter Algorítmico) SICA que el estudiante utilice como guía, facilitándole el trabajo en la solución de ejercicios de igualdad y semejanza de triángulos, Por lo que sugiere la aplicación de la misma en todos los grupos de segundo semestre de dicho centro y en otros de la Enseñanza de Adultos del territorio.

Bibliografía:

- A Ruiz, Francisco, Pérez Lazo de la Vega, María Cristina. 2005 La Web Educativa: ¡Sueño Hecho Realidad! Experiencias positivas alcanzadas en la enseñanza de la Geometría Descriptiva, potenciando las estrategias de aprendizaje a través de la Web-asignatura. Compilación CREA 2005. CD-ROOM.

- Aebli hans, 12 formas básicas de enseñar. Una didáctica basada en la psicología, segunda Edición, Madrid, Ediciones Murcia, 1995, Pág. 189.

- Almeida Carazo, B., Borges, J., Almeida, J. 2001. La Heurística: su enseñanza en la formación y capacitación de docentes. Memorias Evento COMAT 2001. Matanzas, Cuba.

- Almeida, B. Borges, J., 2001[a]. El trabajo con la tarea para el estudio individual en la clase de Matemática. Memorias COMAT 2001. ISBN 959-160098-4.

- Almeida, B. Borges, J., 2001[b]. ¿Cómo usar el libro de texto el trabajo con la tarea para el estudio individual en la clase de Matemática. Memorias COMAT 2001. ISBN 959-160098-4.

- Almeida, B. y otros. 2001. La evaluación del aprendizaje como elemento integrador de los componentes organizacionales del proceso docente educativo. Memorias COMAT 2001.

- Álvarez I. Perfeccionamiento de la formación de habilidades en la solución de problemas de Física para estudiantes de Ciencias Técnicas. Tesis de Maestría en Ciencias de la Educación. 1995.

- Álvarez, L. et al. 2001. Enseñar para aprender. Procesos estratégicos. 2ª ed. Madrid. Ed. CCS.

- Álvarez, M., Villegas, E., Placeres, L. 2004. Experiencias de estudios internacionales para medir los niveles de desempeño de los alumnos en la asignatura Matemática. Memorias IV Evento Científico de enseñanza de la matemática. ISP "Juan Marinello". (CD-ROOM).

- Archivo José Martí. Número del Centenario. Ministerio de Educación, 1952. No. 19-20.p 289.

- Arteaga, Eloy, 2001. El sistema de tareas para el trabajo independiente creativo de los alumnos en la enseñanza de la matemática en el nivel medio superior. Tesis en opción al grado de doctor en Ciencias Pedagógicas. MES. Universidad de Cienfuegos.

- Avendaño Rita. Sabes enseñar a clasificar y comparar?, La Habana, Editorial Pueblo y Educación, 1993, Pág. 12.
- Ballester, S, 2001. Matemática–Participativa. Una Alternativa. Curso de postgrado 35 en Pedagogía 2001. La Habana. Cuba
- Ballester, S., et. al. 1992. Metodología de la Enseñanza de la Matemática. Tomo 1 / Sergio Ballester [et. al]. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1992.
- Ballesteros, M., 2001. Redefiniendo a los participantes en los procesos de enseñanza-aprendizaje, nuevos perfiles. Ponencia CIVE-2001 En URL: [http://www.civereduca.com]
- Beltrán Llera, Jesús, García-Alcañiz, E.; Moraleda, M.; G. Calleja, F. y Santiuste, V. 1993: Procesos, Estrategias y Técnicas de Aprendizaje. Psicología de la Educación, Editorial Síntesis, S.A. Madrid.
- Benhayón, Mirian, Vera, Héctor. 2003. La Enseñanza del Matemática a través del Método de Proyectos. Tres ejemplos. Escuela de Matemática, Universidad Metropolitana de Caracas (UNIMET). (Línea Temática = “Nuevos Escenarios”)
- Bernaveu, M y Quintana, A., 2004. Dirección del proceso del aprendizaje de las asignaturas priorizadas. Matemática. En: Seminario nacional para educadores, Nov. del 2004.
- Betts, G.T. (1991). The Autonomous Learner Model for the Gifted and Talented. En N. Colangelo y G. Davis (Eds.), *Handbook of Gifted Education*. Massachusetts: Allyn & Bacon.
- Bonne T. Perfeccionamiento del sistema de habilidades de la asignatura Termodinámica Técnica. Tesis de Maestría en Ciencias de la Educación. 1995.
- Bravo, M. L, Arieta, J. J., 2003. Algunas reflexiones sobre las funciones de las demostraciones matemáticas. Revista Iberoamericana de Educación. ISSN. 1681-5653. Mayo-julio 2003.
- Brito H. Psicología general. Editorial Pueblo y Educación.

- Campistrous, L: Lógica y Procedimientos Lógicos del Aprendizaje. Editorial MINED. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. La Habana. 1993.
- Cárdenas, N. 2004. Estilos y estrategias de aprendizaje. (Teleconferencia) Programa televisivo para ti maestro. Dirección de Formación y Perfeccionamiento del personal pedagógico. MINED.
- Castellanos Simons, Doris. Aprender y enseñar en la escuela. Una concepción desarrolladora. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana, 1993.
- Castellanos, D. 2002. Una reflexión sobre el encuentro en la formación inicial de profesores. Centro de Estudios Educacionales del ISP Enrique José Varona. La Habana.
- Castellanos, D., et-al. 2002. Aprender y enseñar en la escuela. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. Cuba
- Castellanos, D., García, C., Reinoso, C. 2001. Para promover un aprendizaje desarrollador. (Material digital en Microsoft Word). La Habana: Colección Proyectos. Instituto Superior Pedagógico “Enrique J. Varona”.
- Castellanos, D.; Grueiro, I. (1996). *¿Puede ser el maestro un facilitador? Una reflexión sobre la inteligencia y su desarrollo*. La Habana: Ediciones IPLAC-CeSofte.
- Castellanos, Doris, et-al. 2001 Hacia una concepción del aprendizaje desarrollador. Centro de Estudios Educacionales del ISP “Enrique José Varona”. La Habana, Cuba, 2001.
- Castillo Jonathan, Estrategias Docentes Para Un Aprendizaje Significativo, En: [http:\\www.monografías.com]. Consultado el 20 de febrero del 2004.
- Castro Ruz, F., 2005, Discurso pronunciado en la sesión de Clausura del Congreso Pedagogía´ 05 y I Congreso Mundial de Alfabetización. La Habana. 4 de febrero del 2005
- Castro Ruz, Fidel. 2002. Discurso pronunciado en la Inauguración del curso escolar 2002-2003, Habana 19/9/2002.
- Castro Ruz, Fidel. 2003. Discurso pronunciado en la Inauguración del curso escolar 2003-2004, La Habana. 2003.

- Chacón Arteaga, Nancy: Dimensión ética de la educación cubana, Editorial Pueblo y Educación, La Habana 2002.
- Colectivo de autores: Compendio de Pedagogía, Editorial Pueblo y Educación, La Habana 2003.
- Coll, C. (1992). Acción, interacción y construcción del conocimiento en situaciones educativas*. E*n *Antología de Lecturas: Proyecto Argos*, pp.90-100.
- Danílov M.A, Skatkin M.N. Didáctica de la escuela media. Editorial libros para la educación. 1981.
- Day, J.D.; French, L.A.; Hall, L.K.. (1985). Social Influences on cognitive development. En D.L. Forrest-Pressley, G.E. McKinnon y T.G. Waller (Eds.), *Metacognition, Cognition and Human Performance* (Vol.1) (pp.33-56). New York: Academic Press.
- De Guzmán, M. Del Lenguaje Cotidiano Al Lenguaje Matemático. Universidad Computense De Madrid. En: [http://www.oei.es/edumat.htm] Consultado: 10-abril-2003.
- Delgado, Juan Raúl. 1999. La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos: Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración sistémica del contenido de estudio y el desarrollo de las habilidades generales matemáticas. Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencia Pedagógicas, Ministerio de Educación Superior. 1999
- Díaz Barriga, F y Muriá Vila, I. 1998. El desarrollo de habilidades cognoscitivas para promover el estudio independiente. Revista de Tecnología y Comunicación Educativas. (MX) Año 12. No. 27: 17 – 27, en – jun.
- Diccionario de Ciencias de la Educación. (A-H), Madrid, Santillana, 1989, Pág. 91.
- Discurso pronunciado por el comandante en jefe Fidel Castro Ruz, en el acto de inauguración oficial del curso escolar 2002-2003. Plaza de la Revolución, 16 de septiembre de 2002.
- Ferrer, M., 2000: La resolución de problemas en estructuración de un sistema de habilidades matemáticas en La Escuela Media Cubana. Tesis presentada en opción al grado científico de doctor en ciencias pedagógicas.
- Flavell, John H. 1976. Metacognitive Aspects of Problem Solving. In: Resnick, Lauren B. (ed.): The Nature Of Intelligence. L. Erlbaum, NJ

- Flavell, John H./ Friedrichs, Ann/ Hoyt, Jane. 1970. Developmental Changes in Memorization Processes. In: Cognitive Psychology, 1, 1970, 324-340.
- Fuentes H, Pérez L. Perfeccionamiento del sistema de habilidades en la Disciplina Física General para estudiantes de Ciencias Técnicas. Monografía. ISPJAM. 1989.
- Fuentes H, Pérez L, Mestre U. Dinámica del Proceso Docente-Educativo. Monografía Centro de Estudios "Manuel F. Gran". Universidad de Oriente. 1994.
- Fuentes H, Pérez L. Invariante de la Experimentación en la enseñanza de la Física. Revista Cubana de Educación Superior. Vol. 12. No. 1. Pág. 64. 1992.
- Fuentes H. Perfeccionamiento del Sistema de habilidades en la disciplina Física General para estudiantes de Ciencias Técnicas. Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas. 1990.
- G. A. Bal, 1990. Teoría de ejercicios para el aprendizaje.
- Galván, Josefa. 2002. Aprendizaje integral. Grupo Editorial. México. 2002.
- García; M. y Almeida, J., 2004. Propuesta de exámenes aplicados en las secundarias básicas de la provincia Matanzas para medir la calidad del aprendizaje de los alumnos en la asignatura Matemática. VI Evento Científico "La Enseñanza de la Matemática y la Computación, ISP " Juan Marinello", Matanzas, diciembre, 2004
- Ginoris, Quesada, Oscar: 2001. Didáctica desarrolladora: teoría y práctica de la escuela cubana. Curso Preevento No. 43. IPLAC. Pedagogía 2001. La Habana.
- Ginoris, Quesada, Oscar: 2002. Didáctica Desarrolladora; Teoría Y Práctica De La Escuela Cubana, Conferencia impartida en Memorias del V evento Internacional de Enseñanza de la Matemática Instituto Superior Pedagógico. "Juan Marinello" Diciembre, 2002 Matanzas.
- Gómez Gutiérrez, Luis I. Ministro de Educación. Conferencia especial: La educación en Cuba. La Habana. Pedagogía 99.p 20.
- González Maura, et al. Psicología para educadores, La Habana, Editorial Pueblo y Educación, 1993, Pág. 117.

- González Sosa, Ana María y Carmen Reinoso Capiro: Nociones de Sociología, Psicología, Editorial Pueblo y Educación, La Habana 2002.
- González, Ana M., Recarey, S. y Addine, F. 2002. "Capítulo 4: El proceso de enseñanza aprendizaje: un reto para el cambio educativo", Aprender es crecer, La Habana.
- González, M. 2001. Una propuesta didáctica para contribuir al perfeccionamiento de proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas geométricos de demostración y de cálculo en el nivel medio. Proyecto de Tesis en Opción al Grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas, La Habana. Cuba, 2001.
- González, M. 2001[a]. Un proyecto didáctico-curricular para enseñar a aprender a los estudiantes a resolver problemas geométricos de demostración y de cálculo. En: Pedagogía 2001, Cuba, 2001.
- Hernández Ávalo Jacinto: Cómo estás en Matemática. Editorial Pueblo y Educación, La Habana 2002.
- Hernández Fernández Herminia, Sistema Básico de Habilidades Matemáticas, MINED, 1989.
- Hernández, H. 1993. Sistema básico de habilidades matemáticas en Didáctica de la Matemática. Artículo para el debate. EPN, Quito Ecuador.
- Jiménez Milián, M., 2002. Sistema de conocimientos geométricos que deben dominar los estudiantes de preuniversitario según el programa de matemática vigente. ISP "Enrique José Varona". Documento Microsoft Word, abril, 2002.
- Jiménez, M., 2003. "Geometrín". Herramienta computacional para la resolución de un sistema de ejercicios y problemas de Geometría. Tesis Presentada en opción al grado de Máster en Matemática Numérica. Matanzas.
- Kazuga de Y, Linda. 2001. Aprendizaje acelerado. Estrategias para la potencialización del aprendizaje. Linda Kasuga de Y., Carolina Gutiérrez de Muñoz, Jorge D. Muñoz Hinilosa. Grupo Editorial. México. 2001.
- Leóntiev A.N. Actividad, Conciencia, Personalidad. Editorial Pueblo y Educación. 1981.

- Llivina, M., 1998. "Una Propuesta Metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos". Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas. La Habana. Cuba.
- Llivina, Miguel J. Oigo y olvido, veo y recuerdo, hago y aprendo: Experiencia en la organización de una asignatura. Miguel J. Llivina, Lourdes Valverde Ramírez.--La Habana: I.S.P."E. J. Varona", Facultad De Ciencias, 1993.
- López Hurtado, Josefina; Esteva Boronat; Mercedes, Rosés; María Antonia, Chávez Rodríguez; Justo, Valera; Orlando, Ruíz Aguilera, Ariel. 2002. Marco conceptual para la elaboración de una teoría pedagógica. En Compendio de Pedagogía. Colectivo de autores. 2002. Pág.45-60.
- López mercedes. Cómo enseñar a determinar lo esencial, La Habana, Editorial Pueblo y Educación, 1990, Pág. 2.
- Majmútov M.I. La enseñanza problémica. Editorial Pueblo y Educación. 1983.
- Martí J. Obras Completas. Tomo 8. Editorial Nacional de Cuba. La Habana. 1963.
- Martínez Llantada, M. 2003. Inteligencia, creatividad y talento.2003. Editorial Pueblo y educación. La Habana 2003.
- Matemática séptimo, octavo, noveno, décimo, undécimo y duodécimo grado. Colectivo de autores. Ministerio de Educación.
- Mazarío I, 2002 La resolución de problemas en la Matemática I y II de la carrera de Agronomía. Tesis Doctoral en Ciencias Pedagógicas, CEPES La Habana.
- Mazarío, I. 2004. Estrategias para enseñar a aprender. En documentos para el curso Enseñar a aprender. Estrategias en la práctica docente, de la Pasantía: Enfoques y Perspectivas de la Educación Matemática para los niveles medio y básico. Universidad de Matanzas. Octubre 2004. Págs. 37-43.
- MES. Documento Base para la elaboración de los planes de estudio C. 1987.
- Mestre, J., 2003.Herramienta computacional de apoyo al trabajo con la Geometría Plana. Tesis presentada en opción al grado de Master en Matemática Numérica. Matanzas.

- Metodología de la Enseñanza de la Matemática I II III. Colectivo de autores. Ministerio de Educación.
- MINED 2003[b] El Aprendizaje de los estudiantes en la escuela secundaria básica. Agosto 2003.
- MINED 2004. Programas de la asignatura Matemática en las secundarias básicas.
- MINED Orientaciones metodológicas generales. Matemática. Curso 2003-2004.
- MINED, 2001. Adecuaciones de los programas de Matemática para preuniversitario. Ciudad de la Habana, Cuba, 2001.
- MINED. Precisiones para el desarrollo del programa de Matemática en las secundarias básicas seleccionadas. Editorial Pueblo y Educación. Curso 2000-2001.
- Ministerio de Educación de la provincia de Santa Fe. 2002. Trayecto2. Cartilla No. 4. Año 2002. MATEMÁTICA - TRAMO III. Docentes. Cómo trabajar la geometría en la EGB
- Mondéjar Rodríguez, L. 2004[a]. La Heurística en la resolución de problemas. En CD ROOM. Monografías matanzas. 2004. ISBN 959-16-0250-2.
- Monereo, C. 2000. Estrategias de aprendizaje., Madrid. Visor Dis. S.A
- Monereo, Carlos, 2002. El asesoramiento pedagógico en el ámbito de las estrategias de aprendizaje: niveles de intervención. En Pozo, J. L. y Monereo, C., El aprendizaje estratégico. Madrid. Editorial Santillana. P. 257-298.
- Mora Ley, C. M. 2002.Aprender a aprender y la enseñanza de la física. Memorias DIDACFISU 2002. ISBN. 959-16-0136-0
- Morenza Padilla, L. Enseñar y Aprender. 2005. En Compilación de materiales educativos del 20 de febrero. CREA 2005.
- Mota, F. 2004. Enseñar y aprender. En: [http://enseñar%20ªº%20aprender520VII.htm]. Consultado el 20 de diciembre del 2004.
- Müller, Horst. Aspectos metodológicos acerca del trabajo con ejercicios en la Enseñanza de la Matemática.--La Habana: ICCP, 1987.

- Müller, Horst. El trabajo heurístico y la ejercitación en la enseñanza de la Matemática en la EGPL.--Santiago De Cuba: ISP "Frank País", Impresión Ligera, 1989.
- Muñoz-Diosdado, A., Arce-Viveros, A. 2001. La maduración para el aprendizaje de la Matemática. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 2001
- Nocedo, Irma. 2001. En: Metodología de la Investigación Educacional. Segunda Parte. Ed. Pueblo y Educación, La Habana, Cuba.
- NTCM. "Estándares curriculares y de evaluación para la educación Matemática". 2001. ISBN 1 85838 461 3.
- Núñez, Olga L., Gómez Cardoso, Ángel Luis, Antecedentes de las dificultades en el aprendizaje. Educación: Astrolabios.net, publicado: Martes 1 de Julio del 2003.
- Palacios, Joaquín, 2002. Los problemas matemáticos vinculados con la vida. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2002.
- Pérez L. Formación de habilidades lógicas a través del Proceso Docente-Educativo de la Física General en carreras de Ciencias Técnicas. Tesis Doctoral. 1993.
- Pérez, M. C. 2001. Estrategia didáctica para la resolución de problemas de Geometría Descriptiva. Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas, La Habana. 2001.
- Petrovski A. Psicología General. Editorial Progreso. Moscú. 1980.
- Pilares del aprendizaje para el siglo XXI, UNESCO,2003:
- Pintrich, P.R. y De Groot, E.V. 1992. Motivation and self-regulated learning components of classroom performance@, Journal of Educational Psychology, 82 (1990), 33-40.
- Polya, G. 1989. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas, México.
- Pozo, J, I, 1989. Adquisición de estrategias de aprendizaje [en línea] Cuadernos de pedagogía. #175. en: [http://www.revistacandidus.com/revista/edici_25F3n13/aportes1.htm]. [Consultado en enero, 5, 2004]

- Pozo, J.I. (1996). *Aprendices y Maestros. La nueva cultura del aprendizaje*. Madrid: Alianza Editorial.
- Programa de Matemática Primer, Segundo, Tercer, Cuarto, quinto y sexto Semestre, vigente a partir del curso 2006-2007, colectivo de autores, Ministerio de Educación, Educación de Adultos, CSIJ-FOC.
- Rebollar, Alfredo. 2000. Una variante para la estructuración del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, a partir de una nueva forma de organizar el contenido, en la escuela media cubana. Tesis presentada en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas.
- Riverón Portela, Otoniel, Martín Alfonso, J. A., Gómez Argüelles, A. Gómez Morales, C. 2003. Enseñanza basada en problemas: una alternativa educativa para desarrollar el pensamiento lógico en la Educación Superior. Universidad de Ciego de Ávila, Revista Digital UMBRAL 2000–No. 11–Enero 2003. En: [http://www.reduc.cl/reduc/otoniel.pdf].
- Rodríguez Aruca, M., Fernández Ávila, J., 2004. ¿Saben tus alumnos demostrar? ¿Cómo enseñarlos? Documento Microsoft Word. ISP "Juan Marinello". Dpto. de Ciencias Exactas. Matanzas.
- Rodríguez, Mirta. 2003. Cuando los niños aprenden matemática. Correo del maestro Núm. 85, junio 2003. Consultado el 20 de abril del 2004. En: [http://www.correodelmaestro.com/anteriores/2003/junio/indice%2085.htm].
- Rodríguez, R. Tarifa, L, González, R. 2002 "Practica y Aprende Matemática Superior": Una alternativa viable para el estudio independiente. Revista Universitaria. 2002. No.4. Matanzas.
- Sánchez Collazo, A y Sánchez-Toledo Rodríguez, M. E., 2002. La Pedagogía Cubana: Sus Raíces Y Logros. En Compendio de Pedagogía. Colectivo de autores. 2002. Pág.36-44.
- Sandoval Torres, Armando: Actividades de Matemática para el ingreso a La Educación Superior, Editorial Fama, La Habana, 2002.
- Schoenfeld A. 1994. What do we know about mathematics curricula? Journal of Mathematical Behavior, 13 (1), 55-80.
- Seminario Nacional a docentes, 2002 En estrategias didácticas para solucionar los problemas de aprendizaje detectados en el sexto operativo. 2002.

- Seminario Nacional A Profesores. 2001 Exigencias Para Dirigir Un Proceso De Enseñanza Aprendizaje Desarrollador Y Educativo. Nov. 2001.
- Sierra, V. y Álvarez, C. 2005. Metodología Investigación Científica. En Compilación de materiales educativos, del 20 e febrero CREA 2005.
- Silvestre M y J. Zilberstein, 2002, Hacia una didáctica desarrolladora, Ed. Pueblo y Educación, Cuba.
- Silvestre M y Zilberstein, J. 2002, ¿Cómo hacer más eficiente el aprendizaje?, Ediciones CEIDE, México.
- Solís, Y. 2004. Propuesta Didáctica para el desarrollo de estrategias de aprendizaje con el apoyo de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones. Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas, CREA, La Habana 2004.
- Soriano, E. y Probe, C. 2003. Estrategias para la Enseñanza. ¿Qué Hacer Y Cómo Para Promover Mejores Aprendizajes? Revista Novedades Educativas. Nº 149 / Mayo 2003.
- Suárez Castro, J. 2004. Fundamentos teóricos de una propuesta de tareas docentes para contribuir a un aprendizaje desarrollador en la enseñanza de la Geometría en el 8vo grado.
- Tabloide Matemática Primer, Segundo, Tercer y Cuarto Semestre, (Vigente a partir del curso 2006-2007), Colectivo de autores, Ministerio de Educación, Educación de Adultos, CSIJ-FOC.
- Talízina N.F. Psicología de la Enseñanza. Editorial Progreso. Moscú. 1988.
- Talízina Nina F. La Teoría de la actividad de estudio como base de la didáctica en La Educación Superior, México, Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Kochimilco, 1994, Pág. 25
- Taller “Estrategias didácticas para solucionar los problemas de aprendizaje“. 2002. (ideas principales tomadas del tema “estrategias didácticas para solucionar los problemas de aprendizaje detectados en el sexto operativo. Seminario Nacional A Docentes. 2002.)
- Tarifa, L. et-al, 2004[a]. La preparación matemática de los estudiantes de la escuela media cubana con la utilización de las tecnologías de la información y

las comunicaciones. Memorias Evento Provincial Pedagogía 2005, ISP "Juan Marinello" Matanzas.

- Tarifa, I. et-al. 2002[h]. Monografía: Sobre la resolución de problemas CD-ROM (ISBN-959-160094-1). Universidad de Matanzas.
- Tarifa, L. et-al. 2004[c]. "Aprendiendo Matemática"Software educativo para la preparación matemática de los escolares. Certificación de depósito legal. Registro: 2576-2004.
- Tarifa, L. y González, R. 2001[a]. Materiales didácticos: Instrucciones para su confección, Publicación Científica del Área de estudios sobre Educ. Superior. UMCC., Cuba.
- Tarifa, L., et-al 2002[b]. La preparación de los estudiantes para el ingreso a los IPVCE y a la Universidad utilizando las NTIC. Revista Atenas. ISP "Juan Marinello" Matanzas.
- Tarifa, L., et-al 2002[d]. Practica y Aprende Matemática Superior. Editorial Iberoamericana, Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. RELME 16, Cuba (ISBN 970-625-336-X).
- Tarifa, L., et-al. 2000. La formación y superación de los docentes de Matemática ante los nuevos desafíos de la Educación. Revista Atenas. ISP "Juan Marinello". Matanzas.
- Tarifa, L., et-al. 2002[c]. La Disciplina Matemática, en las carreras de Ingeniería: Su contribución a la formación y desarrollo del pensamiento matemático. Editorial Iberoamericana. Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. RELME 16. ISBN: I 970-625-336-X Julio 2002. La Habana. Cuba.
- Tarifa, L., et-al. 2003 Exámenes de ingreso & Preparación matemática de los estudiantes. Memorias COMAT 2003.
- Tarifa, L., et-al. 2003[a]. El uso de las demostraciones en la enseñanza de la matemática. Memorias COMAT 2003.
- Tesis "La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: la estructuración sistémica del contenido de estudio y el desarrollo de las habilidades generales matemáticas, Delgado Rubí Juan Raúl, 1999, tesis por la opción del grado de doctor en ciencias pedagógicas.

- Tesis propuesta didáctica para el tratamiento de propiedades y demostraciones de geometría del espacio. Leopoldo, 2003.
- UNESCO: Proyecto general de educación para América Latina y el Caribe, Pedagogía 2003, La Habana, 2003.
- Valdés, R. 2002. Tres ideas básicas de la Didáctica de las ciencias. Un ejemplo de aplicación. Conferencia. DIDACFISU. 2002. UMCC. Matanzas.
- Valdivia Correa, S. 2004. Teoría de la Autoeficacia de Albert Bandura. En [http://www.exitoya.com]. Consultado el 18 de julio del 2004.
- Valdivia, M., et-al, 2004. Estrategia para la dirección del aprendizaje de la Matemática en la educación preuniversitaria en la provincia de Matanzas. Memorias del VI Evento Internacional Enseñanza de la Matemática. ISP “Juan Marinello”. Matanzas, 2004.
- Vigotsky, L. S. (1982). Pensamiento y Lenguaje. La Habana: Editora Revolucionaria.
- Vigotsky, L. S. (1987). Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores. La Habana: Editorial Científico-Técnica.
- Vigotsky, L. S. 1979. El desarrollo de los procesos psíquicos superiores. Barcelona. Edición crítica.
- Vigotsky, L. S. 2000. Obras escogidas. Tomo III. Editorial Visor. Madrid.
- Villarreal, Mónica Esther. 2002. La Investigación en Educación Matemática. Conferencia impartida en la Universidad Nacional De Córdoba, Argentina. 2002.
- Villegas, E. 1994. PROYECTO VVOB –MINED. Presupuestos teóricos fundamentales de la Metodología de la Enseñanza de la Matemática, 1994.
- Weinstein, C. E. y Mayer, R. 1986. The teaching of learning strategies. New York. Wittrock, M. Ed. Handbook of Research on teaching. Macmillan.
- Werner, Jungk. Conferencias sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática Primera y Segunda parte. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1989.
- Wussing, H 1990. Historia de la Matemática, MIR, Moscú.
- Zilberstein, J 2001. Calidad Educativa y Diagnóstico del Aprendizaje Escolar. Curso Pre-congreso Pedagogía 2001, Instituto Pedagógico Latinoamericano Y Caribeño (IPLAC). La Habana, Cuba, febrero 2001.

- Zilberstein, J y Portela, R. 2002[a]. Una Concepción Desarrolladora de la Motivación y el Aprendizaje de las Ciencias, Editorial Pueblo y Educación, Cuba, 2002.
- Zilberstein, J. 2002. Tendencias acerca de la enseñanza y el aprendizaje escolar. En Zilberstein, J. y Silvestre, M., 2002. Diagnóstico y transformación de la institución docente. San Luis de Potosí. Ediciones CEIDE. P3-48.
- Zilberstein, J. 2003. Los métodos, procedimientos de enseñanza y aprendizaje y las formas de organización. Su relación con los estilos y estrategias para aprender a aprender. En colectivo de autores. Preparación pedagógica integral para profesores universitarios. La Habana. Editorial Félix Varela. p73-95.
- Zilberstein, J. 2004, Curso Aprendizaje desarrollador. UMCC, mayo. 2004.
- Zilberstein, J. 2004ª. Calidad de la Educación aprendizaje y diagnóstico integral. Artículo tomado del libro: Diagnóstico y transformación de la Institución Docente. José Zilberstein, Ediciones CEIDE, México, 2004.
- Zilmer, Wolfgang. Complementos de Metodología de la Enseñanza de la Matemática.- La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1981.

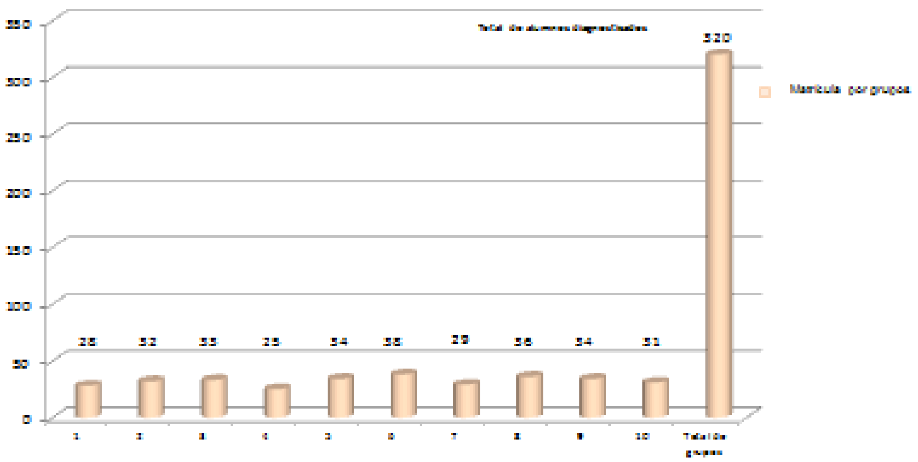
Anexos:

1. Pruebas tabuladas de diagnóstico inicial (1).
2. Pruebas tabuladas de diagnóstico inicial 2).
3. Principales dificultades en las pruebas tabuladas de diagnóstico inicial.
4. Encuestas para los profesores.
5. Tabulación de las encuestas a los profesores.
6. Encuestas para los estudiantes.
7. Tabulación de las encuestas a los estudiantes.
8. Entrevistas a expertos.
9. Habilidades generales con sus sistemas operacionales.
10. Caracterización de las habilidades en la matemática (Dra. Herminia Hernández, 1989):
11. Ampliación del Sistema Básico (Delgado Raúl, 1999).
12. Prueba de diagnóstico por subgrupos (grupo de control).
13. Prueba de diagnóstico por subgrupos (grupo de experimento).
14. Principales dificultades en la prueba de diagnóstico por subgrupos (grupo de control).
15. Principales dificultades en la prueba de diagnóstico por subgrupos (grupo de experimento).
16. Prueba de diagnóstico por grupo, principales dificultades (grupo de control y grupo de experimento).
17. Prueba parcial por subgrupos (grupo de control).
18. Prueba parcial por subgrupos (grupo de experimento).
19. Principales dificultades en la prueba parcial por subgrupos (grupo de control).
20. Principales dificultades en la prueba parcial por subgrupos (grupo de experimento).
21. Prueba parcial por grupo, principales dificultades (grupo de control y grupo de experimento).
22. Prueba final por subgrupos (grupo de control).
23. Prueba final por subgrupos (grupo de experimento).
24. Principales dificultades en la prueba final por subgrupos (grupo de control).

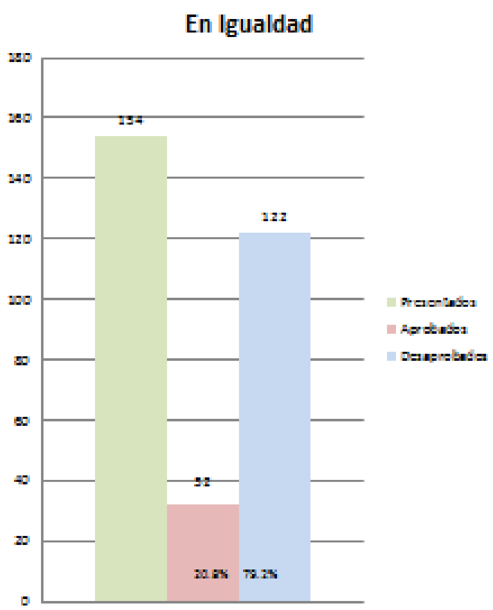
25. Principales dificultades en la prueba final por subgrupos (grupo de experimento).
26. Prueba final por grupo, principales dificultades (grupo de control y grupo de experimento).
27. Resumen de aprobados por grupos (grupo de control y grupo de experimento).
28. Ejercicios propuestos para la colección.

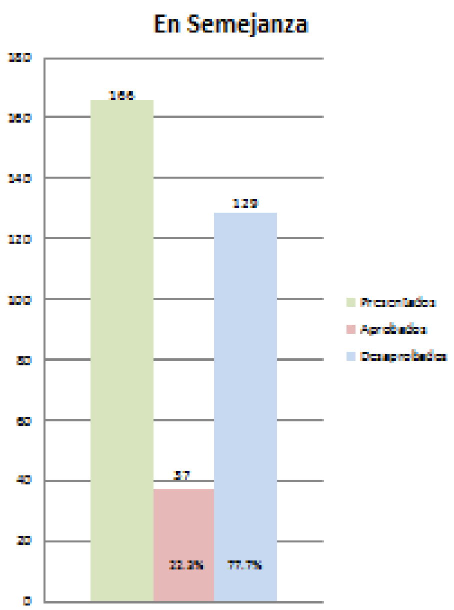
Pruebas tabuladas de diagnóstico inicial

Total de alumnos diagnosticados

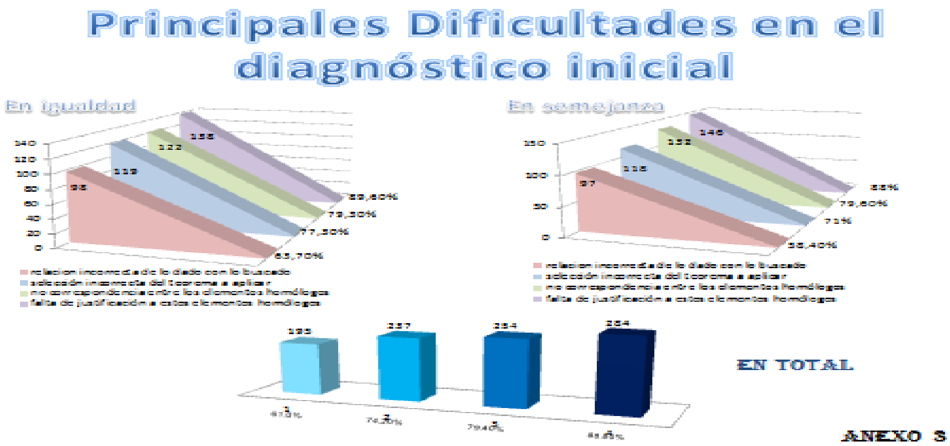


ANEXO 1





ANEXO 2



Anexo 4

ENCUESTA PARA LOS PROFESORES.

La presente encuesta contribuirá a perfeccionar el trabajo en la asignatura matemática para el segundo Semestre, por lo que tu colaboración será muy útil para el desarrollo del mismo.

1- Dentro de la enseñanza su experiencia es de:

—— Entre 1 y 3 años ——Entre 7 y 10 años

—— Entre 4 y 6 años ——Más de 10 años

2- En cuál de los siguientes capítulos considera que los estudiantes presenta más dificultades.

——Cap I: Función Lineal y cuadrática.

——Cap II: Sistema de ecuaciones lineales y cuadráticas.

——Cap III: Igualdad y semejanza de triángulos.

3- Del capítulo que seleccionaste en la pregunta anterior, cuál es el tema que los alumnos presentan más dificultades.

- Cap I

——Función Lineal

——Función cuadrática

- Cap II

——Sistema de 2 ecuaciones con 2 variables

——Sistema de 3 ecuaciones con 3 variables

——Sistema de ecuaciones cuadráticas

- Cap III

——Igualdad de triángulos

——Semejanza de triángulos

——Razones trigonométricas en el triángulo rectángulo

4- Este tema, a los alumnos les resulta más difícil porque:

——Disponen de poco tiempo para recibirlo

——No recuerdan los contenidos precedentes

——Lo olvidan con facilidad

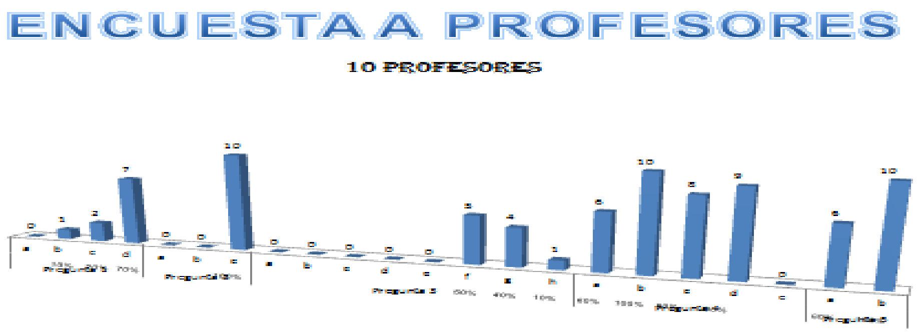
——Les cuesta más trabajo que otros temas

——Otros:

5- Te gustaría poder

___Disponer de más tiempo para impartirlo

—— Contar con algún material que facilite la consulta por parte del estudiante.



ANEXO 5

Anexo 6

ENCUESTA PARA LOS ESTUDIANTES.

La presente encuesta contribuirá a perfeccionar el trabajo en la asignatura matemática para el segundo Semestre, por lo que tu colaboración será muy útil para el desarrollo del mismo.

1- En cuál de los siguientes capítulos consideras que presentas más dificultades.

- Cap I : Función Lineal y cuadrática.
- Cap II: Sistema de ecuaciones lineales y cuadráticas.
- Cap III: Igualdad y semejanza de triángulos.

2- Del capítulo que seleccionaste en la pregunta anterior, cuál es el tema que te resultó más difícil.

- Cap I

———Función Lineal
———Función cuadrática

- Cap II

———Sistema de 2 ecuaciones con 2 variables
———Sistema de 3 ecuaciones con 3 variables
———Sistema de ecuaciones cuadráticas

- Cap III

———Igualdad de triángulos
———Semejanza de triángulos
———Razones trigonométricas en el triángulo rectángulo.

3- Este tema te resultó más difícil porque:

———No te gusta
———Lo recibes con rapidez
———El profesor no lo explica bien
———Tienes que recordar y aplicar contenidos anteriores
———Otros:

4- Te gustaría poder:

———Disponer de más tiempo para recibirlo.
———Disponer de un documento que te permita estudiarlo por ti sólo.

Anexo 8

ENTREVISTA A EXPERTOS:

1- Años de experiencia en la enseñanza.
2- Asignatura que imparte.
3- Cuál es el tema que para el segundo semestre, consideras que los estudiantes presentan más dificultad.
4- Por qué.
5- Qué usted considera que se pudiera hacer para mejorar esas dificultades.

Anexo 9

Habilidades generales con sus sistemas operacionales. Fuentes, H, 1990 p.35

Describir: La descripción significa: representación, dibujo, pintura, reseña. Se describen objetivos, hechos, fenómenos, procesos, experimentos, vivencias, sentimientos

Seleccionar objeto de la descripción.

Determinar cualidades esenciales del objeto.

Establecer las relaciones entre las cualidades o elementos esenciales.

Observar: Es la percepción consciente de la realidad. Condición indispensable para el conocimiento.

Determinar el objeto de observación.

Seleccionar indicadores.

Registrar datos.

Elaborar conclusiones.

Comparar: Permite descubrir las peculiaridades relativas a dos o más objetos, sus elementos comunes y diferentes.

Determinar objeto de comparación.

Establecer parámetros de comparación.

Distinguir diferencias y semejanzas.

Realizar conclusiones.

Clasificar: Significa distribución, organización de los objetos tomando en consideración su pertenencia a determinada clase, género o grupo. Agrupar apartados en categorías definibles sobre la base de sus atributos.

Seleccionar objetos de clasificación.

Determinar criterios de clasificación.

Comparar los objetos a clasificar.

Incluir los objetos o fenómenos en el grupo, clase o género correspondiente.

Argumentar: Indica la toma de posición del sujeto en diferentes situaciones, se manifiesta en dos direcciones: argumentar respuestas propias, argumentar un juicio expresado por otra persona.

Determinar las bases para la toma de decisiones.

Revelar relaciones causa-efecto.

Expresar ideas propias.

Explicar puntos de vistas propios.

Caracterizar: Posibilita determinar los elementos esenciales de un objeto que los hacen diferente de otros. Indica lo peculiar inherente a un fenómeno u objeto.

Analizar el objeto.

Distinguir sus propiedades esenciales..

Precisar relaciones entre estas partes esenciales.

Determinar el movimiento del objeto.

Comprender la lectura: Permite interpretar lo leído en contraposición a la repetición mecánica de este acto.

Lectura general del escrito e identificación del tema principal.

Lectura por parte.

Identificación de relaciones entre las partes.

Elaborar síntesis de cada parte.

Elaboración de síntesis de lo leído.

Comprender-retener la lectura

Crear la disposición de ánimo para el estudio.

Leer para comprender (haciendo hincapié en las ideas importantes y difíciles).

Recordar el contenido sin acudir al texto.

Resumir lo leído.

Ampliar los conocimientos auto preguntándose.

Anexo 10

Caracterización de las habilidades en la matemática (Dra. Herminia Hernández, 1989):

Con independencia de las formas en que aparecen definidas, en diferentes fuentes de información, las llamadas habilidades lógicas, se traducen en su definición, al contexto del trabajo con el objeto matemático.

La habilidad de **interpretar**, permite adaptar a un marco matemático, el lenguaje de las otras disciplinas objeto de estudio, para luego en un proceso reversible, traducirlo de nuevo al lenguaje del usuario. El desarrollo de esta habilidad presupone una interacción fuerte con los profesionales demandantes de la matemática, que permitirá diseñar la formación matemática, en función de los modelos matemáticos más generales y afines a la actividad profesional.

Interpretar, es atribuir significado a las expresiones matemáticas de modo que estas adquieran sentido en función del propio objeto matemático o en función del fenómeno o problemática real de que se trate. Presupone primeramente identificar. En la interpretación lo esencial del modelo se mantiene, en tanto la manifestación fenoménica cambia.

Identificar, es distinguir el objeto de estudio matemático, sobre la base de sus rasgos esenciales. Presupone una comparación y comprobación de características, de tal forma que se coinciden con las características del objeto de estudio, con las características significativas de los objetos de una clase, entonces el objeto de estudio pertenece a la clase. Generalmente, la habilidad de identificar en su dinámica, va precedida o sucedida de acciones de transformación, las que por una parte pueden simplificar la expresión del objeto de estudio o producir un cambio de forma en este. Tanto en un sentido como en otro, las acciones de transformación pueden tomar el carácter de otra habilidad que llamamos, recodificar o simplemente presupone la habilidad de calcular, o ambas cosas.

Recodificar, es transferir la denominación de un mismo objeto de un lenguaje matemático a otro, es expresar el mismo tipo de objeto a través de formas diferentes, no es más que la utilización de signos diferentes para un mismo modelo. Se recodifica, cuando se realiza cambio de variables, cuando se expresa un mismo vector en bases diferentes, cuando se establecen isomorfismo, etc.

Calcular, es una forma existencial de un algoritmo que puede llevarse a cabo de forma: manual-mental, oral, escrita y mediante tablas o medios de cómputo. La habilidad de calcular presupone siempre, implícita o explícitamente, la habilidad de algoritmizar.

Algoritmizar, es plantear una sucesión escrita de operaciones matemáticas que describan un procedimiento conducente a la solución de un problema. Esta habilidad tiene una doble significación: cognoscitiva y metodológica. Cognoscitiva porque realmente el establecimiento del algoritmo constituye el soporte material que expresa la secuencia lógica y escrita de la dinámica del modelo y metodológica porque la sucesión de operaciones planteadas en el algoritmo, puede servir como base de orientación para la realización de la acción, tarea o problema que exige el modelo para su resolución.

Graficar, es representar relaciones entre objetos matemáticos, tanto desde el punto de vista geométrico, como de diagramas o tablas y recíprocamente, colegir las relaciones existenciales, a partir de su representación gráfica. Esta es una habilidad que permite al hombre comunicar información e ideas de manera visual y sucinta, así como representar objetiva y materialmente, objetos mentales.

Por estas razones, se puede decir que la habilidad de algoritmizar tiene una intersección no vacía con la habilidad de graficar.

La habilidad de **graficar** cobra especial importancia en la etapa de motivación de un concepto y sirve de apoyo para la formación de la base orientadora de la acción, en la propia elaboración de las tarjetas de estudio. El graficar es una vía mediante la cual el docente cumple con el principio didáctico que en la literatura se recoge como: "unidad de lo concreto y lo abstracto" o como principio de la "visualización". Asimismo, el desarrollo de esta habilidad presupone que a partir de la representación gráfica de un modelo, el estudiante sea capaz de encontrar las relaciones matemáticas existentes en el mismo.

Definir, es establecer mediante una proposición las características necesarias y suficientes del objeto de estudio. Un recurso didáctico que puede contribuir a comprender la definición, más aún, la razón de ser de la misma, es explicar cómo y de dónde surge y cómo es posible reconocer el objeto o concepto mediante sus propiedades esenciales. Asimismo, comparar o diferenciar los casos que correspondan o no con la definición.

Definir presupone:

- Precisar el objeto o concepto a definir.
- Describir o enunciar los elementos con que se cuenta para hacer la definición.
- Referir los atributos que caracterizan al objeto o concepto a definir.

Demostrar, es establecer una sucesión finita de pasos, para fundamentar la veracidad de una proposición o su refutación. Esta habilidad comprende, tanto la posibilidad de fundamentar toda la afirmación que hagamos, es decir, esgrimir argumentos sólidos que confirmen la veracidad de una proposición, como también está referida a un razonamiento correctamente estructurado que contenga un sistema de deducciones. A esto último se hace referencia cuando en particular se trata de demostrar teoremas y otras proposiciones.

Anexo 11

Ampliación del Sistema Básico (Delgado, Raúl 1999)

Comparar, es establecer una relación entre lo cuantitativo o cualitativo que hay entre dos entes matemáticos de un mismo conjunto o clase.

En la actividad humana en general, comparar es establecer una relación entre dos elementos, asociándolos según determinadas características comunes a ambos. Sin embargo, en la actividad matemática adquiere tintes especiales, diferenciándose sistemas operatorios particulares en dependencia del objetivo de la comparación.

- La comparación término a término, presupone, por orden, los siguientes pasos:

1. Comparar algunos objetos particulares (imágenes de los mismos elementos del dominio de las dos funciones que se comparan, términos del mismo orden de las dos series que se comparan, etc.).
2. Comparar las partes correspondientes de las expresiones generales de los dos objetos. Aquí se comparan las estructuras de ambos objetos, pudiendo ser necesaria la intervención de otros objetos "intermedios" cuya estructura sugiera la "transformación" de uno en el otro. Este es un momento de análisis.
3. Inferir de las relaciones entre las partes, la relación entre los dos objetos. Este es un momento de síntesis.

La habilidad comparar está presente en todo el quehacer matemático y debe ser formada, así como los modos generales de actuación que les son inherentes, en todos los niveles de enseñanza, acorde con los contenidos que se vayan abordando. En particular en la resolución de problemas está presente porque no es posible tener la certeza de la validez de lo calculado si no se tiene un patrón de referencia, si no se posee la posibilidad de comparar el resultado alcanzado con el esperado. Esa exigencia, tan propia de las ciencias y en particular de la Matemática, hace de la habilidad comparar una habilidad básica, que se encuentra subyacente en otras muchas habilidades matemáticas más complejas.

La habilidad Controlar:

Entre las múltiples habilidades que deben formarse en los que aprenden matemáticas, está la de que sean capaces de autocontrolar su actividad y pueden por sí mismos determinar la validez o conveniencia de cierto procedimiento desarrollado o de cierta vía seleccionada, así como, si los resultados alcanzados se corresponden con la realidad o con los valores reconocidos como aceptables.

Controlar es monitorear y regular, es evaluar un conjunto de informaciones con relación a objetivos prefijados, a los efectos de tomar decisiones en el abordaje y resolución de un problema o tarea, en función de las fases a ejecutar u objetivos a lograr, a fin de tomar decisiones en cuanto a continuar o interrumpir el trabajo, presupone ante todo una estimación o pronóstico o predicción de la calidad, fiabilidad o correspondencia del producto con el objetivo, es un recurso metacognitivo que puede asociarse a la actividad de controlar. Estimar es conjeturar sobre las posibles soluciones a obtener o pronosticar características de las mismas.

Otras habilidades generales matemáticas (Delgado, Raúl 1999)

La habilidad resolver, es encontrar un método o vía que conduzca a la solución de un problema.

La habilidad de resolver un problema presenta un carácter relativo y subjetivo, porque aunque el problema esté resuelto para la ciencia y para el profesor, puede ser considerado sin resolver para el estudiante, quien no conoce la vía de solución. Un mismo problema no puede ser resuelto dos veces por el mismo sujeto y en un mismo grupo de estudiantes, puede un mismo ejercicio constituir problema para uno y no para el otro, en el momento de resolverlo.

En el contexto de la resolución de problemas, es necesario hacer algunas consideraciones sobre la habilidad modelar.

La habilidad modelar:

Modelo para resolver un problema puede ser en sí mismo otro problema. Fundamentalmente esto ocurre cuando se trata de la adaptación o creación del modelo.

Modelar, es asociar a un objeto (matemático o no) un objeto matemático que represente determinados comportamientos, relaciones o características suyas con el objetivo de ser investigado a través de él.

El saber modelar, dentro los límites del conocimiento de la persona, posibilita el estudio del mundo objetivo que rodea al hombre a través de la simulación y el procesamiento matemático de los comportamientos y características de los objetos. En el mundo actual, la formación de esta habilidad es fundamental tanto en los matemáticos como en los profesionales que usan la Matemática. Es necesario vincular esta habilidad con la de graficar, porque la analogía que se produce entre la representación gráfica y el objeto empírico, contribuye, en tanto recurso heurístico, al hallazgo del modelo analítico.

Por otra parte, modelar, es tomar algo en lugar de otro y eso, en ciertas circunstancias, ocurre como un proceso de aproximación.

La modelación matemática es en sí una aproximación desde el punto de vista epistemológico, pues resulta de un proceso de abstracción de determinadas cualidades de la realidad objetiva. Un modelo es una aproximación del objeto o fenómeno a estudiar.

La habilidad aproximar:

Aproximar, es sustituir un objeto matemático por otro el cual se considera un modelo suyo, la aproximación aparece así como un segundo nivel de modelación, pero se considera conveniente distinguirla por sus características particulares.

Debe también destacarse el papel que juega la formación de la habilidad aproximar en el trabajo con los errores, tanto en el sentido de cuantificar como de cualificar la aproximación, o sea la magnitud del error cometido.

La habilidad optimizar:

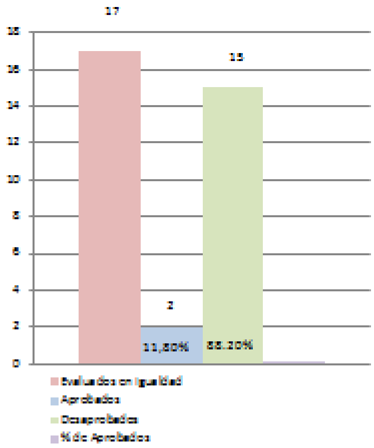
Optimizar, es encontrar el objeto (valor numérico, función, conjunto, etc.) que maximiza o minimiza (en algún sentido) la clase de objetos a la que pertenece, o el método óptimo de resolución de determinado problema.

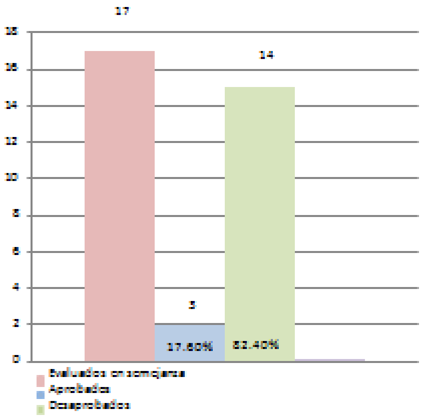
Se deberá entender por optimizar la habilidad del sujeto en encontrar el objeto, el método o el valor óptimo que resuelva un problema, donde existe más de un caso posible.

En general en la resolución de problemas de diversa índole, esta habilidad se relaciona con modelar, resolver y aproximar entre otras.

Prueba diagnóstico por subgrupos

Grupo de Control

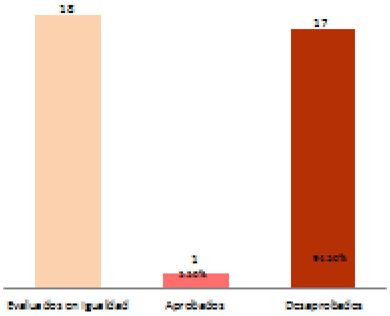


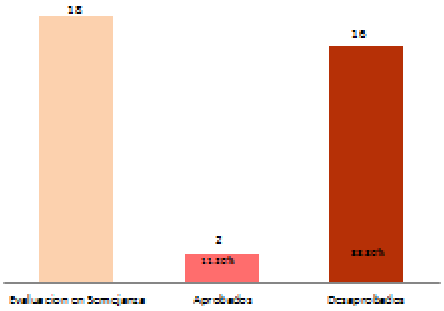


ANEXO 12

Prueba diagnóstico por subgrupos

Grupo de experimento

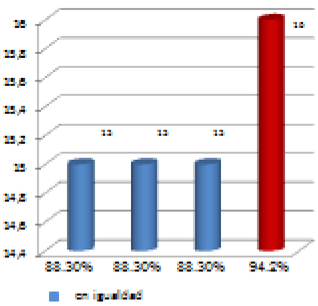


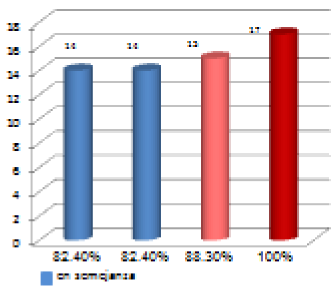


ANEXO 13

PRINCIPALES DIFICULTADES EN LA PRUEBA DIAGNÓSTICO POR SUBGRUPO

Grupo de control





Leyenda

1- La relación incorrecta de lo dado con lo buscado

2- La selección incorrecta del teorema a aplicar

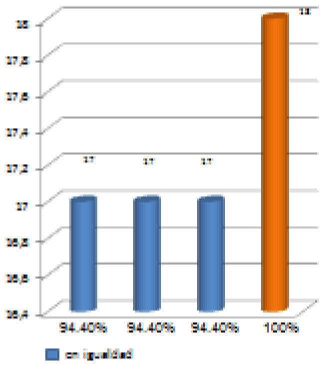
3- La no correspondencia entre los elementos homólogos

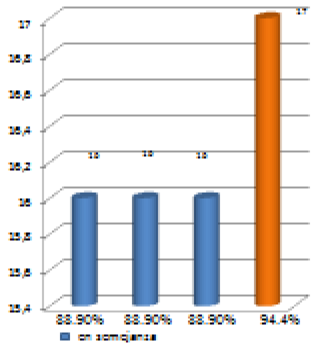
4- la falta de justificación a las relaciones de estos elementos homólogos

ANEXO 14

PRINCIPALES DIFICULTADES EN LA PRUEBA DIAGNÓSTICO

Grupo de experimento por subgrupo





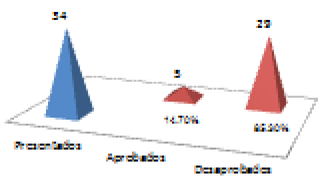
Leyenda

1- La relación incorrecta de lo dado con lo buscado
2- La selección incorrecta del teorema a aplicar
3- La no correspondencia entre los elementos homólogos
4- la falta de justificación a las relaciones de estos elementos homólogos

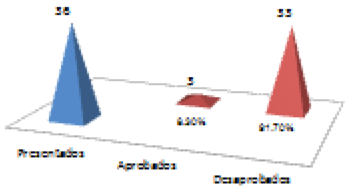
ANEXO 15

Prueba Diagnóstico por grupo

GRUPO DE CONTROL

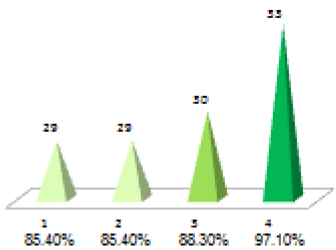


GRUPO DE EXPERIMENTO

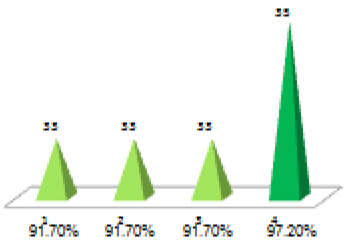


Principales dificultades en la prueba diagnóstico por grupo

Grupo de Control



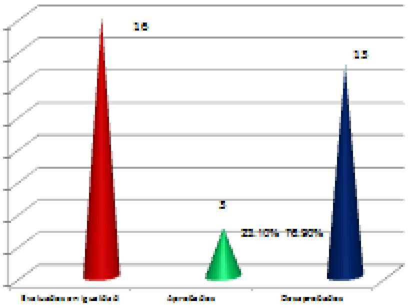
Grupo de Experimento

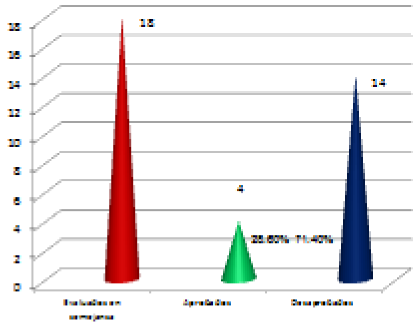


ANEXO 16

Prueba parcial por subgrupo

Grupo de control

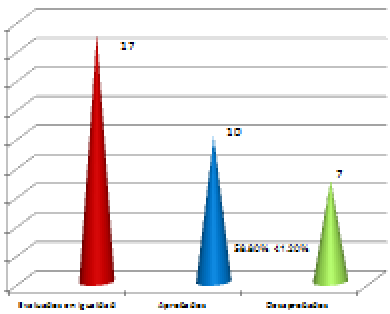


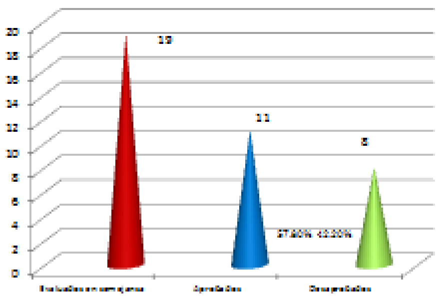


ANEXO 17

Prueba parcial

Grupo de experimento por subgrupo

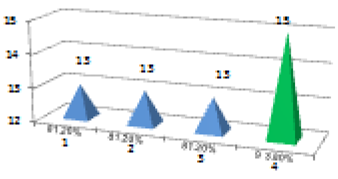


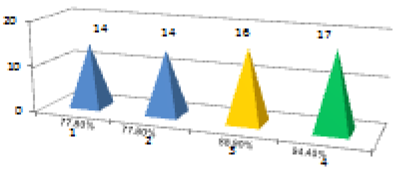


ANEXO 18

Principales dificultades en la prueba parcial por subgrupo

Grupo de control



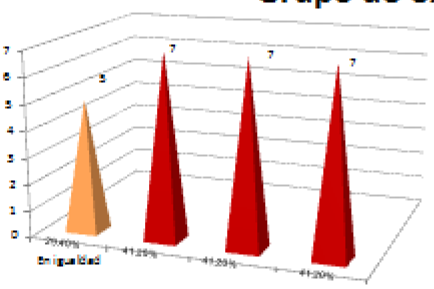


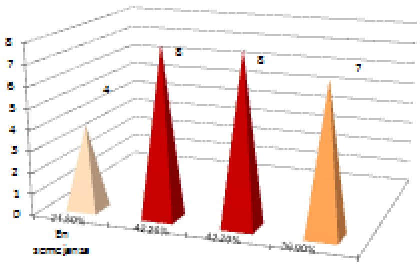
Leyenda
1- La relación incorrecta de lo dado con lo buscado
2- La selección incorrecta del teorema a aplicar
3- La no correspondencia entre los elementos homólogos
4- la falta de justificación a las relaciones de estos elementos homólogos

ANEXO 19

Principales dificultades en la prueba parcial por subgrupo

Grupo de experimento



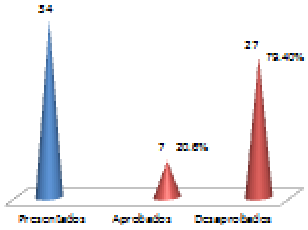


Leyenda
1- La relación incorrecta de lo dado con lo buscado
2- La selección incorrecta del teorema a aplicar
3- La no correspondencia entre los elementos homólogos
4- la falta de justificación a las relaciones de estos elementos homólogos

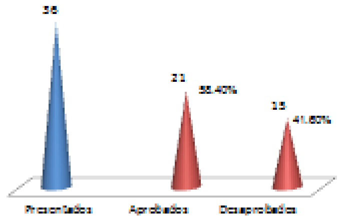
ANEXO 20

Prueba parcial por grupo

Grupo de Control

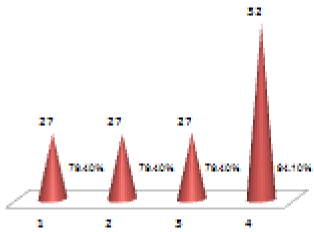


Grupo experimento

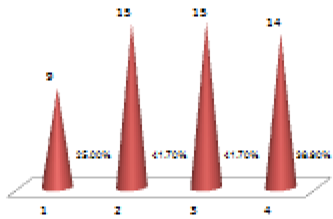


Principales dificultades en la prueba parcial por grupo

Grupo Control



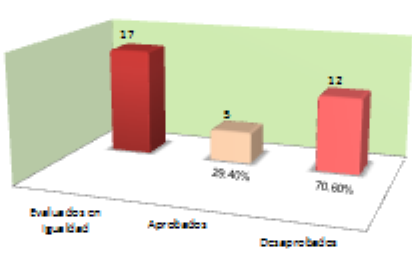
Grupo experimento

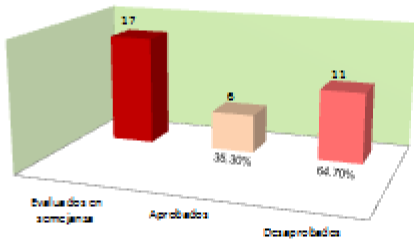


ANEXO 21

Prueba final por subgrupo

Grupo control

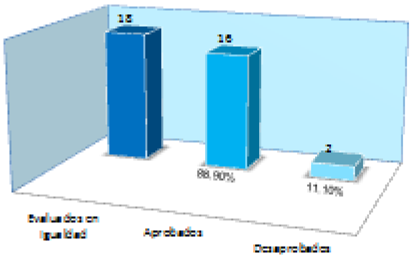


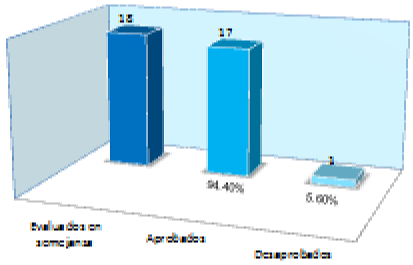


ANEXO 22

Prueba final por subgrupo

Grupo experimento

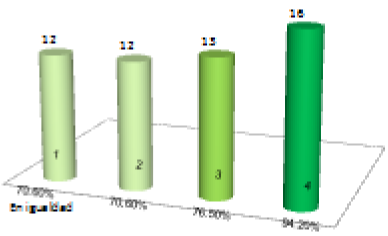


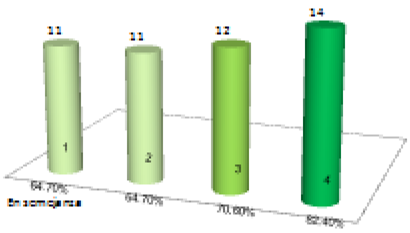


ANEXO 23

Principales dificultades en la prueba final por subgrupo

Grupo de control





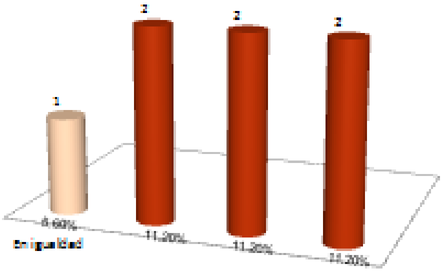
Leyenda

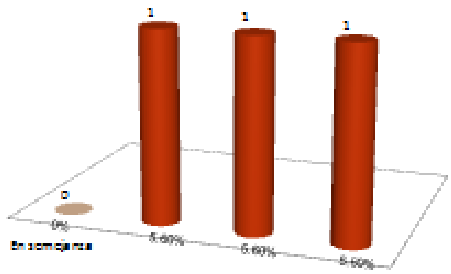
1- La relación incorrecta de lo dado con lo buscado
2- La selección incorrecta del teorema a aplicar
3- La no correspondencia entre los elementos homólogos
4- la falta de justificación a las relaciones de estos elementos homólogos

ANEXO 24

Principales dificultades en la prueba final por subgrupo

Grupo de experimento



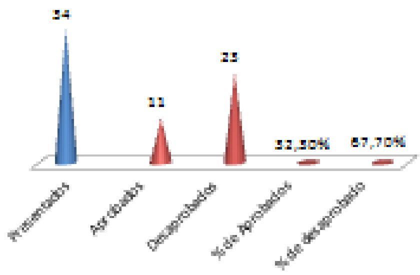


Leyenda
1- La relación incorrecta de lo dado con lo buscado
2- La selección incorrecta del teorema a aplicar
3- La no correspondencia entre los elementos homólogos
4- la falta de justificación a las relaciones de estos elementos homólogos

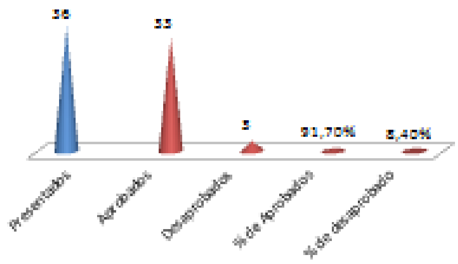
ANEXO 25

Prueba Final por grupo

Grupo de Control

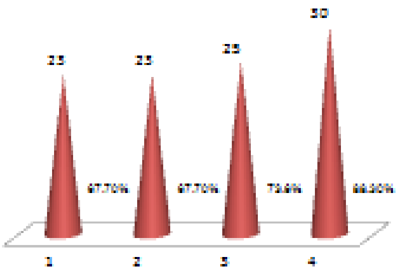


Grupo experimento

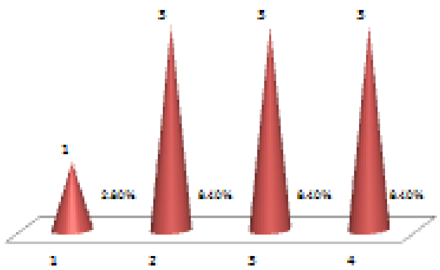


Principales dificultades en la prueba final por grupo

Grupo de Control

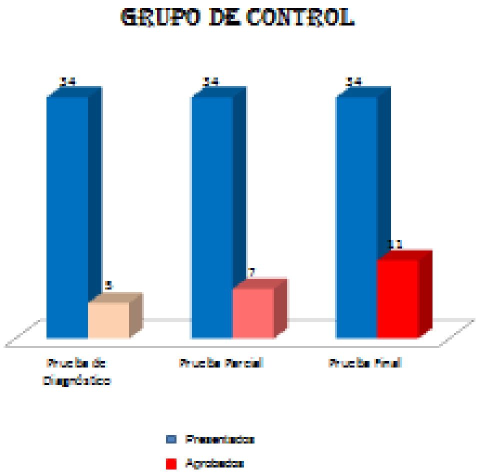


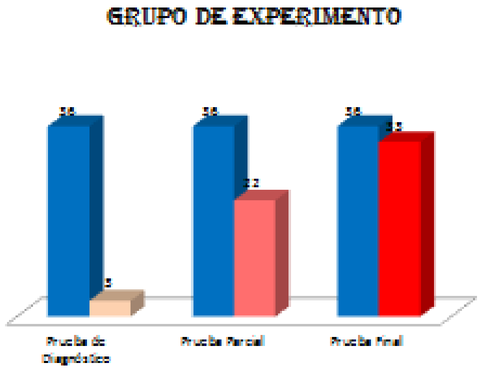
Grupo experimento



ANEXO 26

En resumen

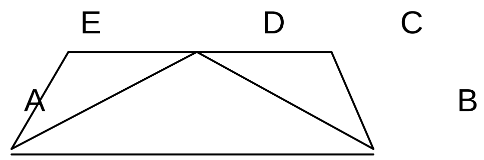




ANEXO 27

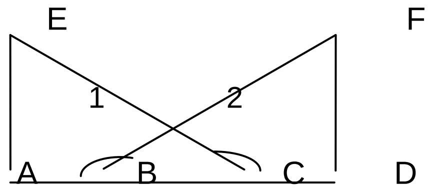
Anexo 28

1. En la figura $\overline{EC} \parallel \overline{AB}$.
$\overline{AD}$: bisectriz de $\sphericalangle A$
$\overline{BD}$: bisectriz de $\sphericalangle B$
Probar que $\overline{EC} = \overline{AE} + \overline{CB}$

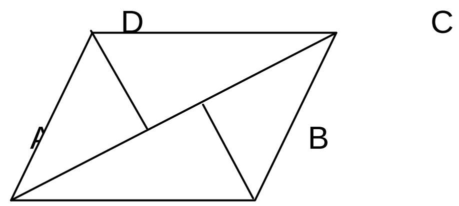


2. En la figura $\overline{EA} \perp \overline{AD}$
$\overline{FD} \perp \overline{AD}$
a.) Si $\overline{AB} = \overline{CD}$
$\overline{EA} = \overline{DF}$

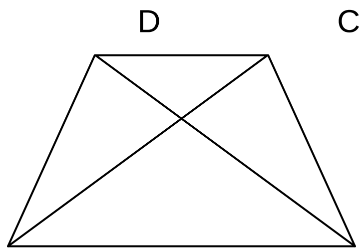
Pruebe que $\Delta ACE = \Delta BDF$
b.) Si $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$ y $\overline{EC} = \overline{BF}$
Pruebe que $\Delta ACE = \Delta BDF$



3. En la figura ABCD: paralelogramo
$\overline{BF} \perp \overline{AC}$
$\overline{DE} \perp \overline{AC}$
Prueba que: a.) $\Delta ABF = \Delta DEC$
b.) $\Delta DEA = \Delta BFC$
c.) $\overline{DE} = \overline{FB}$



4. ABCD: Trapecio isósceles
De bases AB y DC,
AC y BD: diagonales que se
cortan en 0.



Prueba que: a.) $\Delta ADB = \Delta ABC$

b.) $\overline{AC} = \overline{BD}$ A B

c.) $\Delta\, AOD = \Delta\, BOC$

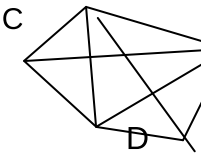
d.) $\Delta\, AOB \sim \Delta\, DOC$

5. Los $\Delta ADE\ y\ BDC$ son equiláteros. C, D y E alineados.

Prueba que:

a.) $\Delta ADC\ =\ \Delta BDE$

b.) $\overline{BE}\ = \overline{AC}$



6. En el $\Delta\, ABC$ isósceles de base $\overline{AB}$

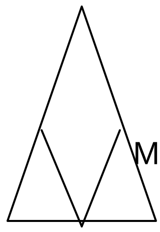
M: punto medio de $\overline{AB}$

$\overline{DC} = \overline{CE}$

Prueba que: a) $\Delta AMD = \Delta MBE$

b.) $\overline{MD} = \overline{ME}$

c.) $\Delta\, ADM \sim \Delta\, ACB$



7. En el cuadrado ABCD, $\overline{DE} = \overline{FC}$

D, E, F y C: puntos alineados

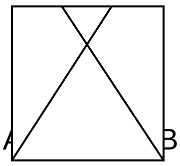
Prueba que:

a.) $\Delta ADF = \Delta BEC$

b.) $\overline{AF} = \overline{BE}$

c.) $\Delta\, EFG$ es isósceles

d.) $\Delta\, EFG \sim \Delta\, AGB$



8. En el rectángulo MNPQ el punto R pertenece al lado $\overline{QP}$.

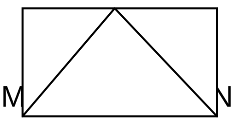
$\measuredangle\, QMR = \measuredangle\, RNP$

Prueba que:

a.) $\Delta QMR = \Delta RNP$

b.) R es el punto medio de $\overline{QP}$

c.) $\Delta\, MRN$ es isósceles



9. En la figura:

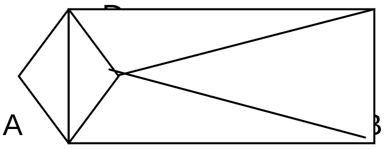
ABCD: rectángulo

AEDF: cuadrado

a.) Prueba que:

$\Delta\, AFD\ =\ \Delta\, ADE$

$\Delta\, AEB = \Delta DEC$



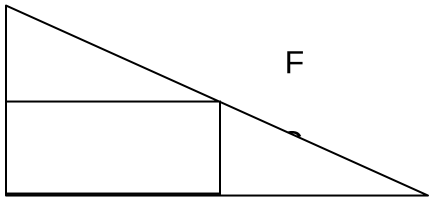
$b.)\ Si\ \overline{CE} = 4cm$ ¿Cuál es la longitud de $\overline{BE}$? Justifica.

c.) $\Delta\, BEC$ es isósceles

10. Si Δ ABC es rectángulo en B

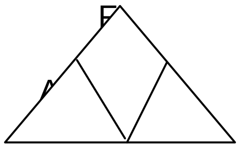
$\overline{\quad} \parallel \overline{\quad}$

EF AB
FG ⊥ AB
F ∈ AC



Prueba que:
a.) BEGF es un rectángulo.
b.) $\Delta FAG \sim \Delta CAB$
c.) Si CA = 2 FC, BA = 2 GB y CB = 2 CE prueba que $\Delta CEF \sim \Delta CAB$

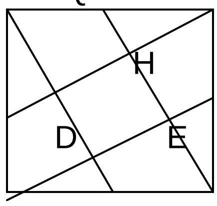
11. En el ΔADC *isósceles* y rectángulo en D, B punto medio de AC.
BF ⊥ AD
BE ⊥ DC



Prueba que:
a.) BEDF es un cuadrado.
b.) $\Delta ABF \sim \Delta ADC$

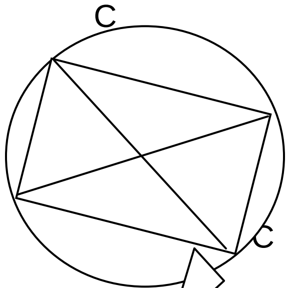
12. En el cuadrado MNPQ.
P
A, B, C y D puntos medios respectivos de MN, NP, PQ y QM
G

F B



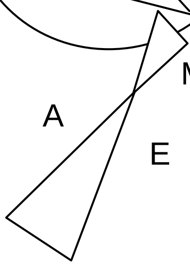
Prueba que:
EFGH es un cuadrado
N

13. En la circunferencia de centro 0, C y D puntos de la circunferencia AB: diámetro.
CB // AD



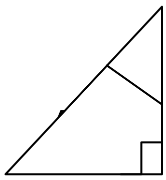
Prueba que:
ADBC es un rectángulo

14. En la figura BC ⊥ AB
EA ⊥ AB
AB y EC es cortan en M.



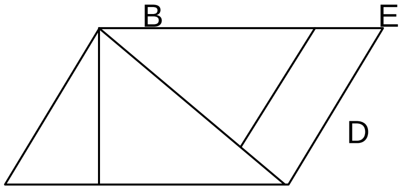
a.)Prueba que: $\Delta AEM \sim \Delta MBC$
b.)Establece la proporcionalidad entre los lados de los triángulos AEM y MBC.

15. En el ΔABC rectángulo en B.
EF ⊥ AC



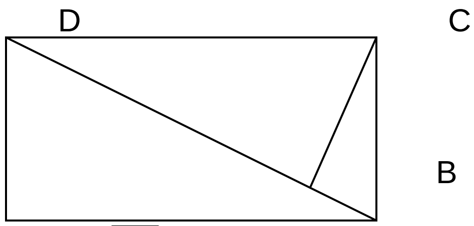
Prueba que:
$\Delta ABC \sim \Delta EFC$ y establece la proporcionalidad entre sus lados homólogos.

16. En el paralelogramo ABCD
F∈ DB
E y G puntos de los
Lados del paralelogramo,
EF ⊥ BD y EF ∥ AD
BG ⊥ DC

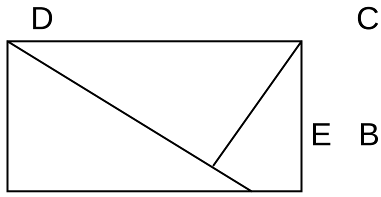


a.)Demuestra que $\Delta ABD \sim \Delta BDG$ y $\Delta EFB \sim \Delta BDG$
b.)Si $\overline{EB}$ = 8.0cm
$\overline{BD}$ =10cm
$\overline{EF}$ =6.0cm. Calcule la longitud de $\overline{BG}$.

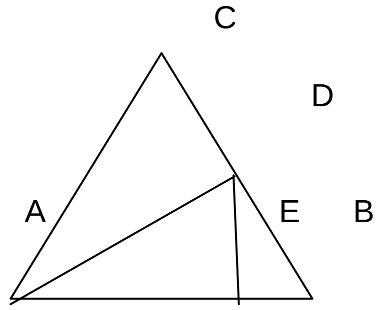
17. En el rectángulo ABCD, E $\in \overline{BD}$
$\overline{CE} \perp \overline{BD}$
a.)Prueba que:
$\Delta ABD \sim \Delta CED$ y que
$\overline{BD}.\overline{EC} = \overline{DC}.\overline{AD}$



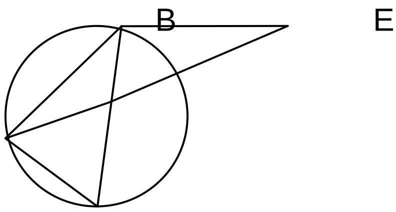
18. En el rectángulo ABCD, E pertenece al lado $\overline{AB}$
$\overline{CE} \perp \overline{DE}$
a.)Prueba que $\Delta AED \sim \Delta DFC$
y que $\overline{AE}.\overline{DC} = \overline{ED}.\overline{DF}$
b.)Si $\overline{FC}$ = 12cm y $\overline{DC}$ = 15cm.
Calcula el área del ΔDFC.



19. En el ΔABC isósceles de base $\overline{BC}$.
$\overline{AD} \perp \overline{BC}$
$\overline{DE} \perp \overline{AB}$
Prueba que:
a.)$\Delta ADC = \Delta ADB$
b.) $\Delta ADC \sim \Delta BDE \sim \Delta ADE$
c.)$\overline{DB}^2.\overline{AE} = \overline{AD}^2.\overline{EB}$

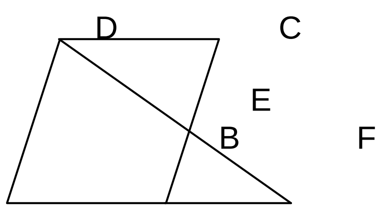


20. En la circunferencia de centro 0.
$\overline{AB}$ y $\overline{CD}$: diámetros
$\overline{DE}$: prolongación de CD
EB: tangente
$\overline{AC} = \overline{OA}$
a.)Prueba que: $\Delta ACB \sim \Delta EOB$
b.)Si el radio de la circunferencia
mide 3.0cm. Calcula el área del
ΔOBE y de la circunferencia de centro O
y radio $\overline{OB}$.

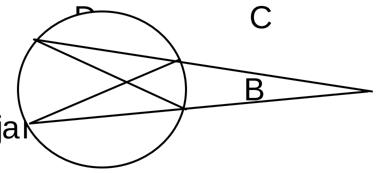


21. Dos ángulos de un triángulo miden respectivamente $52°$ y $80°$. Si dos de los ángulos de otro triángulo miden $52°$ y $48°$.Prueba que estos triángulos son semejantes. Justifica.

22. En el cuadrilátero ABCD
E punto cualquiera de $\overline{BC}$
D, E, F alineados, B punto
De $\overline{AF}$.
Prueba que:
$\Delta DEC \sim \Delta BEF \sim \Delta AFD$



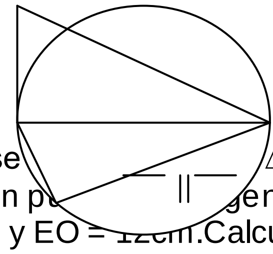
23. En la figura:
A, B, C y D puntos de
La circunferencia. D, C, Q
Y A, B, Q puntos alineados.
a.)Probar que:
Los triángulos QDB y QAC son semeja



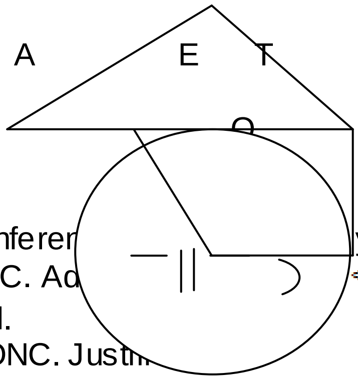
24-En el círculo de centro 0 y diámetro AB, el punto C está en la circunferencia; AD es tangente a éste en el punto A y AB es bisectriz del < DBC.

a-) Prueba que $\Delta ABC \sim \Delta ABD$.

b-) Si DB = 3,6 cm y BC = 2.5 cm, calcula el área del círculo.



25-En la figura, se Δ ABC y la circunferencia de radio OD y centro 0. T y D son p gencia y EO CB. Además, AB = 30cm, CB = 18cm, AC = 24cm y EO = 12cm.Calcula el área del trapecio EODB.

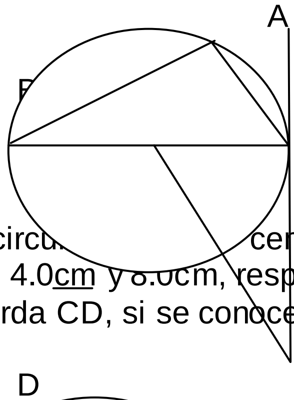


26-Sea A un punto de la circunferen y centro O, donde BC es diámetro y TN es tangente en C. Ad < ABC = 30°.

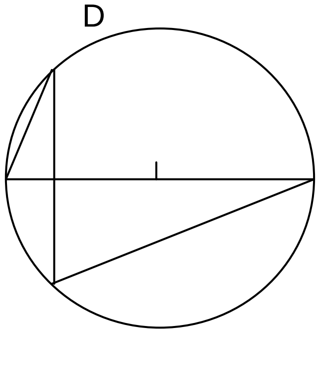
a-) Prueba de $\Delta ABC = \Delta CCN$.

b-) Calcula la amplitud del < ONC. Justi

c-) Calcula el perímetro del pentágono ACNOB.



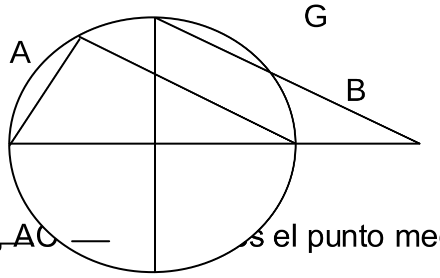
27-En la figura se tiene la circu centro O y diámetro AB = 8.4cm. Las cuerdas AD y CB miden 4.0cm y 8.0cm, respectivamente y DE = 3.7cm. Calcula la longitud de la cuerda CD, si se conoce que los puntos D, E y C están alineados.



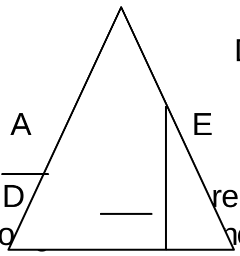
28-En la circunferencia de centro O y perímetro 62.8cm se trazaron los diámetros AB y CD, perpendiculares entre sí. Se conoce que los arcos $\overset{\frown}{DE}$ y $\overset{\frown}{GB}$ son iguales, el punto F está en la prolongación de AB, DF corta a la circunferencia en G y $\angle$ ABE = 30°.

a-) Prueba que $\overline{DF} \parallel \overline{EB}$.

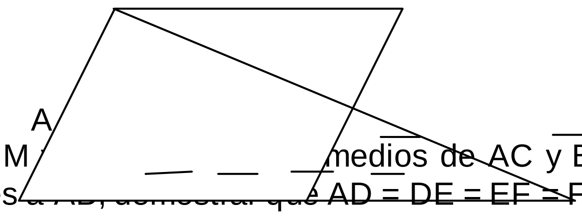
b-) Calcula la longitud de OF.



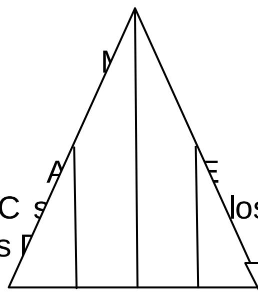
29-En el Δ ABC, AC … es el punto medio de BC y es $\overline{DE} \perp$ AB; probar que $\overline{BE} = \frac{1}{4}\overline{AB}$.



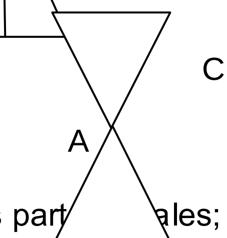
30-En el paralelogramo ABCD … recta cualquiera trazada por D que corta en F al lado BC. ¿Qué lo… ner DF para que sea EF=BE?



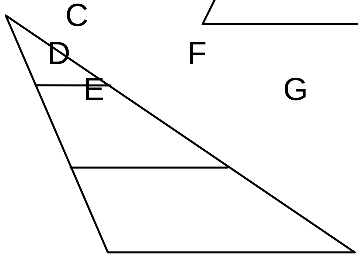
31-En el Δ ABC, $\overline{AC} = \overline{BC}$; M … medios de AC y BC. Si CE, MD y NF son perpendiculares a AB, demostrar que $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FB}$.



32-Si en el triángulo isósceles ABC s… los lados iguales AC y BC y se toma CD =CE, demostrar que es D…

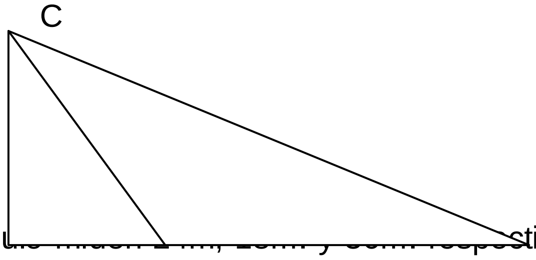


33-En el Δ ABC, D y E dividen al lado AC en tres partes iguales; F y G dividen a BC en tres partes también iguales.
Demostrar que $\overline{DF} \parallel \overline{EG}$.



A B

34-En el Δ ABC, $\overline{CD}$ es la bisectriz del ángulo C.
Si $\overline{AC}$ = x+2, $\overline{BC}$ = 5x-2, $\overline{AD}$ = x, $\overline{DB}$ = 5x-8, hallar los tres lados del triángulo.

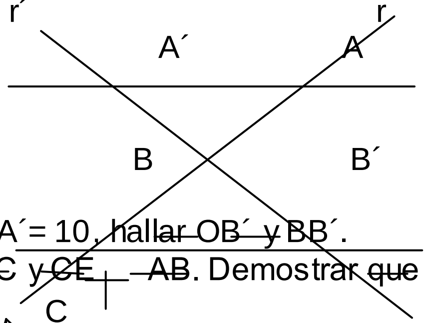


35-Los lados de un triángulo miden 1 m., 15m. y 30m. respectivamente. Si los lados de otro triángulo miden 12m., 16m. y 24m. respectivamente, decir si son semejantes.

36-La razón de semejanza del Δ ABC al Δ A´B´C´ es $\frac{1}{4}$. Si los lados del primero son 18, 21 y 30, hallar los lados del segundo.

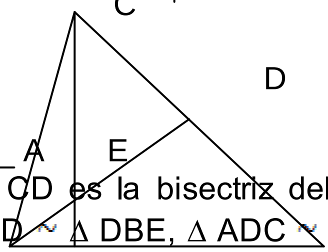
37-Los lados de un triángulo rectángulo miden 6m., 8m. y 10m. respectivamente. ¿Cuánto medirán los catetos de un triángulo semejante al primero si su hipotenusa mide 15m.?

38-Si a $\parallel$ b, r y r´ secantes que se cortan en O, demostrar que Δ OAA $\sim$ Δ OBB´.

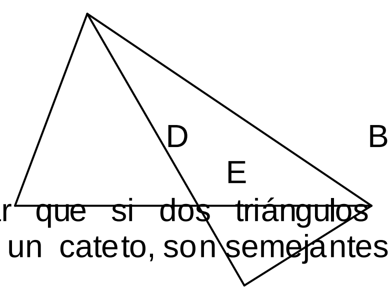


a-) Si $\overline{OA}$ = 8; $\overline{OB}$ = 12; $\overline{AA´}$ = 10, hallar $\overline{OB´}$ y $\overline{BB´}$.

39-En el Δ ABC, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ y $\overline{CE} \perp \overline{AB}$. Demostrar que $\overline{CE} \cdot \overline{AB} = \overline{AD} \cdot \overline{BC}$

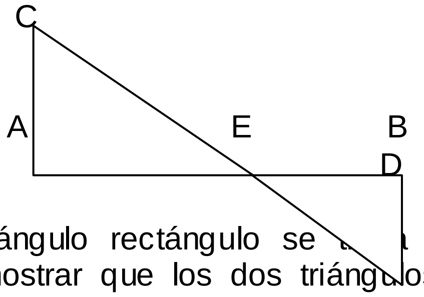


40-Si en el Δ ABC, $\overline{CD}$ es la bisectriz del ángulo $\sphericalangle$ACB y $\sphericalangle$ABE = $\sphericalangle$ ACD, demostrar que Δ ACD $\sim$ Δ DBE, Δ ADC $\sim$ Δ CEB. Escribir la proporcionalidad entre los lados de estos triángulos.



41-Demostrar que si dos triángulos rectángulos tienen proporcionales la hipotenusa y un cateto, son semejantes.

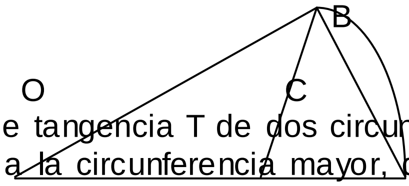
42-Si los segmentos AB y CD se cortan en un punto E tal que $\overline{CE} \cdot \overline{EB} = \overline{ED} \cdot \overline{AE}$, demostrar que los segmentos AC y BD que unen sus extremos, son paralelos.



43-Si en un triángulo rectángulo se traza la altura correspondiente a la hipotenusa, demostrar que los dos triángulos rectángulos que resultan son semejantes al total y por tanto semejantes entre sí.

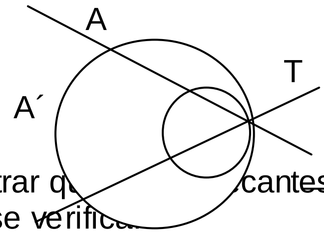
44-Demostrar que en dos triángulos semejantes, las medianas homólogas son proporcionales.

45-Si O es el centro del $\overset{\frown}{AB}$ de 36° y $\overline{BC}$ es la bisectriz del ángulo OBA, demostrar que $\overline{OC}$ es medio proporcional entre $\overline{OA}$ y $\overline{AC}$.



46-Si por el punto de tangencia T de dos circunferencias tangentes interiores se trazan secantes a la circunferencia mayor, demostrar que los segmentos determinados en las secantes por ambas circunferencias, son proporcionales. Es decir:

$$\frac{TB}{BA} = \frac{T'B'}{B'A'}$$



47-Demostrar q[illegible]cantes AB y CD a una circunferencia tiene un punto común P, se verifica:

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$

a-) Analiza el caso en que P es exterior a la circunferencia.